



Concours en Mathématiques – Physique et Physique – Chimie
Epreuve de Sciences et Techniques de l'Ingénieur

Durée : 3 heures	Date : 3 Juin 2000	Nombre de Pages : 6
Barème : I 6 points	II 7 points	III 7 points

Remarque : La partie III Automatique doit être rédigée sur des feuilles séparées.

Présentation du système :

L'étude proposée concerne une partie d'une ligne de production de non-tissés fabriqués à partir de fibres synthétiques. Ces non-tissés sont utilisés dans diverses applications telles que : le revêtement de sols (moquettes), les non-tissés ménagers (chiffons, emballages, bourres...), les non-tissés industriels (filtres, feutres, isolation), les non-tissés à usage vestimentaire (garniture chaude...).

La ligne de production se compose d'un certain nombre de postes qui permettent :

- de PRÉPARER (détasser) les fibres à partir du produit brut (fibres compactées sous forme de balles) ;
- de PESER les fibres ;
- de CADRER pour obtenir un voile de fibre ;
- d'ÉTALER - NAPPER pour réaliser l'épaisseur souhaitée par superposition de voiles ;
- de PRÉ-AIGUILLETER pour régulariser la structure de la nappe ;
- d'AIGUILLETER pour obtenir le tapis à partir de la nappe ;
- de COUPER longitudinalement (pour obtenir les lisières) et transversalement ;
- d'ENROULER le tapis.

Dans notre étude on s'intéresse à une partie du poste à aiguilleter. Celui-ci doit permettre d'amener la nappe horizontalement et de piquer verticalement la nappe de telle manière que les aiguilles, dans un mouvement alternatif, accrochent et entremêlent les fibres.

Fonctionnement (Figure 1) :

Le schéma cinématique en deux vues du module de piquage est donné sur la figure 1. Le tapis est obtenu par un travail à froid qui consiste à piquer la nappe à l'aide d'aiguilles munies à leurs extrémités de barbes. Ces nombreuses aiguilles sont implantées dans des supports dits « planches à aiguilles ».

Un moteur et un système de transmission par courroies crantées (non représentés ici) animent en rotation l'arbre manivelle (1). La bielle (4) en liaison rotule de centre C avec l'arbre manivelle (1) supporte à son autre extrémité P la planche à aiguilles. Les bielles de guidages (2) et (3) sont en liaison pivot avec le bâti d'axes respectifs (O_2, \vec{Z}_2) et (O_3, \vec{Z}_3) . Ces deux bielles de guidages permettent de conditionner la trajectoire de la planche à aiguilles par le biais de la biellette (5).

Repères et paramètres de position (figure 2) :

On considère les repères orthonormés directs suivants :

$R_0(O_0, \vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$: repère galiléen lié au bâti (0) $R_3(O_3, \vec{X}_3, \vec{Y}_3, \vec{Z})$: lié à la bielle de guidage (3)

$R_1(O_1, \vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z})$: lié à l'arbre manivelle (1) $R_4(C, \vec{X}_4, \vec{Y}_4, \vec{Z})$: lié à la bielle (4)

$R_2(O_2, \vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z})$: lié à la bielle de guidage (2) $R_5(G_5, \vec{X}_5, \vec{Y}_5, \vec{Z})$: lié à la biellette (5)

$\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4, \theta_5$: paramètres angulaires de position

$$O_1O_2 = -a\vec{X} - b\vec{Y} - h\vec{Z} \quad O_2O_3 = c\vec{X} - d\vec{Y} \quad O_1C = L_1\vec{X}_1 - h\vec{Z} \quad O_2A = r\vec{X}_2 - h\vec{Z}$$

$$O_3B = r\vec{X}_3 - h\vec{Z} \quad CP = L_4\vec{X}_4 \quad AB = L_5\vec{X}_5 \quad PG_5 = h\vec{Z}$$

$a, b, c, d, h, r, L_1, L_4, L_5$ sont des constantes

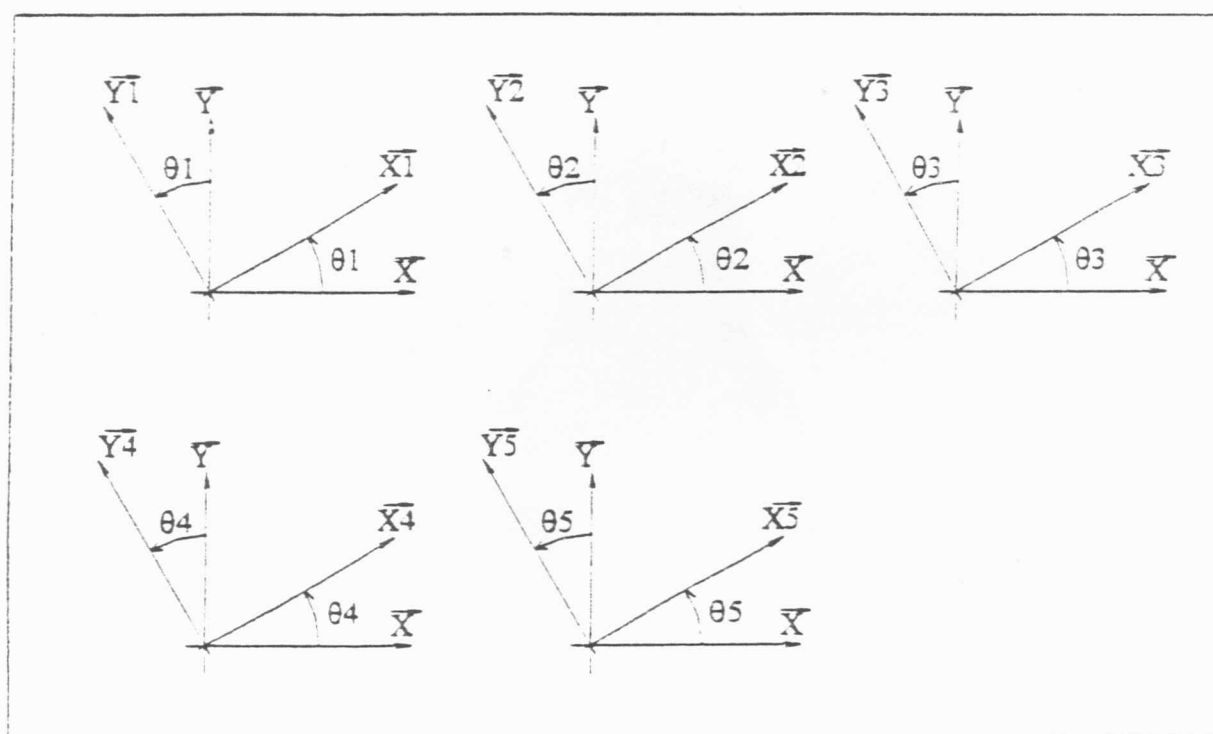
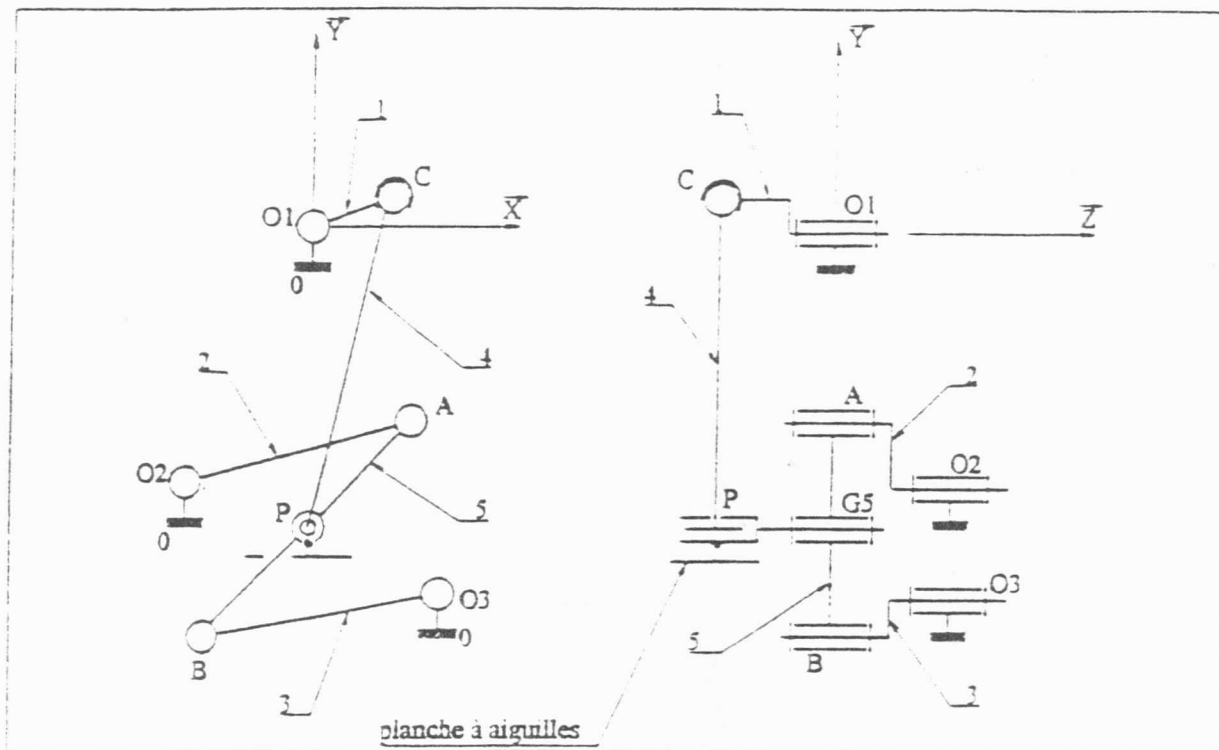
Données et hypothèses :

Le moteur exerce sur l'arbre manivelle (1) un couple moteur $\vec{C}_m = C_m \vec{Z}$. L'accélération de pesanteur est donnée par $\vec{g} = -g \vec{Y}$. L'action de la nappe de fibres sur la planche à aiguilles est modélisée par le torseur

$$\left(\begin{array}{c} \vec{T}_{\text{nappe / planche}} \\ \vec{0} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} F_1 \vec{X} - F_2 \vec{Y} \\ 0 \end{array} \right)_P$$

Toutes les liaisons sont supposées parfaites. La vitesse angulaire ω de l'arbre manivelle (1) est constante. Les solides sont supposés homogènes. Le tableau suivant résume les caractéristiques de chaque solide :

Solide	Masse	Centre d'inertie	Opérateur d'inertie
arbre manivelle (1)	m_1	$\vec{O}_1G_1 = \frac{L_1}{2}\vec{X}_1 - \frac{h}{2}\vec{Z}$	$\begin{bmatrix} A_1 & 0 & -E_1 \\ 0 & B_1 & 0 \\ -E_1 & 0 & C_1 \end{bmatrix}_{(G_1, \vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z})}$
bielle de guidage (2)	m_2	$\vec{O}_2G_2 = \frac{r}{2}\vec{X}_2 - \frac{h}{2}\vec{Z}$	$\begin{bmatrix} A_2 & 0 & -E_2 \\ 0 & B_2 & 0 \\ -E_2 & 0 & C_2 \end{bmatrix}_{(G_2, \vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z})}$
bielle de guidage (3)	m_2	$\vec{O}_3G_3 = \frac{r}{2}\vec{X}_3 - \frac{h}{2}\vec{Z}$	$\begin{bmatrix} A_2 & 0 & -E_2 \\ 0 & B_2 & 0 \\ -E_2 & 0 & C_2 \end{bmatrix}_{(G_3, \vec{X}_3, \vec{Y}_3, \vec{Z})}$
bielle (4)	m_4	$\vec{CG}_4 = \frac{L_4}{2}\vec{X}_4$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_4 & 0 \\ 0 & 0 & A_4 \end{bmatrix}_{(G_4, \vec{X}_4, \vec{Y}_4, \vec{Z})}$
biellette (5)	m_5	$\vec{AG}_5 = \frac{L_5}{2}\vec{X}_5$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_5 & 0 \\ 0 & 0 & A_5 \end{bmatrix}_{(G_5, \vec{X}_5, \vec{Y}_5, \vec{Z})}$



Partie I : Etude Cinématique

I.1) Ecrire les équations qui découlent de la fermeture de la chaîne cinématique relative aux vecteurs positions :

- a) en utilisant les points ($O_1, C, P, G_5, A, O_2, O_1$)
- b) en utilisant les points (O_2, A, B, O_3, O_2)

I.2) Donner deux expressions du vecteur position $\vec{O_1P}$ en passant par le point O_2

I.3) Exprimer dans le repère R_0 , en fonction de θ_2, θ_3 , de leurs dérivées par rapports au temps et des données géométriques le vecteur vitesse $\vec{V}(P/R_0)$

I.4) Donner les éléments de réduction des torseurs cinématiques suivants

- a) $\{V(1/0)\}_{G_1}$ projeté dans le repère R_1
- b) $\{V(2/0)\}_{G_2}$ projeté dans le repère R_2
- c) $\{V(3/0)\}_{G_3}$ projeté dans le repère R_3
- d) $\{V(4/0)\}_{G_4}$ (pour le calcul de $\vec{V}(G_4/R_0)$, utiliser $\vec{V}(P/R_0)$ de la question I.3)
- e) $\{V(5/0)\}_{G_5}$ (pour le calcul de $\vec{V}(G_5/R_0)$, utiliser $\vec{V}(P/R_0)$ de la question I.3)

Partie II : Etude Energétique

II.1) Donner les éléments de réduction des torseurs cinétiques suivants :

- a) $\{C(1/0)\}_{G_1}$ projeté dans le repère R_1
- b) $\{C(2/0)\}_{G_2}$ projeté dans le repère R_2
- c) $\{C(3/0)\}_{G_3}$ projeté dans le repère R_3
- d) $\{C(4/0)\}_{G_4}$ (pour le calcul de $\vec{V}(G_4/R_0)$, utiliser $\vec{V}(P/R_0)$ de la question I.3)
- e) $\{C(5/0)\}_{G_5}$ (pour le calcul de $\vec{V}(G_5/R_0)$, utiliser $\vec{V}(P/R_0)$ de la question I.3)

II.2) Calculer l'énergie cinétique du système $S=\{(1), (2), (3), (4) \text{ et } (5)\}$ par rapport au repère R_0 .

II.3) Calculer la puissance des efforts extérieurs exercés sur S. Pour la vitesse du point P, considérer toujours $\vec{V}(P/R_0)$ de la question I.3

II.4) Appliquer le théorème de l'énergie cinétique au système $S=\{(1), (2), (3), (4) \text{ et } (5)\}$. En déduire une relation entre les paramètres cinématiques, le couple moteur et l'effort résistant au niveau de la planche à aiguilles.

Partie III : Automatique

Dans cette partie, on s'intéresse à l'asservissement de vitesse du système d'entraînement de la machine étudiée.

La figure 3 représente le schéma fonctionnel d'un tel système muni d'un régulateur de vitesse.

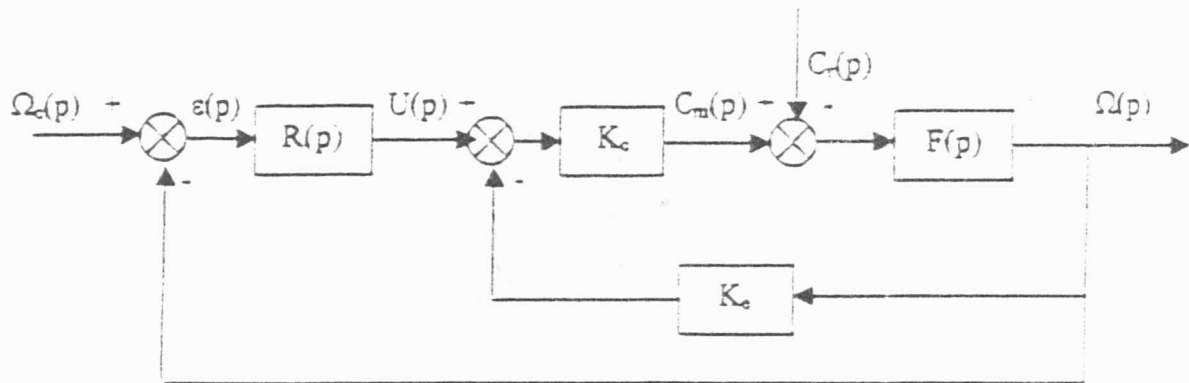


Figure 3 : Schéma fonctionnel du système muni d'un régulateur $R(p)$

où :

- U : tension d'alimentation du moteur;
- C_m : couple moteur;
- C_r : couple résistant;
- Ω_c : vitesse de consigne;
- Ω : vitesse de rotation du moteur.
- $F(p) = \frac{K}{1+\tau p} = \frac{90}{1+17p}$
- $K_e = 1,35$ et $K_e = 1,55$
- $R(p)$: le régulateur

Le schéma comprend deux boucles :

- une boucle interne avec un retour de gain K_e , qui fait partie intégrante du système ;
- une boucle externe avec un retour unitaire qui constitue la boucle de régulation.

III.1) Etablir l'expression de $\Omega(p)$ en fonction de $\Omega_c(p)$ et $C_r(p)$.

III.2) On considère que le régulateur est une action proportionnelle : $R(p)=A$.

a) A couple résistant nul, calculer la valeur de A assurant une erreur statique de position de 5 %.

b) Pour cette valeur de A et à une vitesse de consigne égale à 157 rd/s, calculer la vitesse Ω pour un échelon de couple résistant d'amplitude 12 N.m. En déduire la précision du système. Conclure.

III.3) On se propose maintenant d'étudier l'asservissement avec un régulateur de la forme

$$R(p) = G \frac{1 - \tau_i p}{\tau_i p}$$

- a) Le couple résistant étant nul, on donne sur la figure 4 les diagrammes de Bode de la fonction de transfert en boucle ouverte du système régulé.

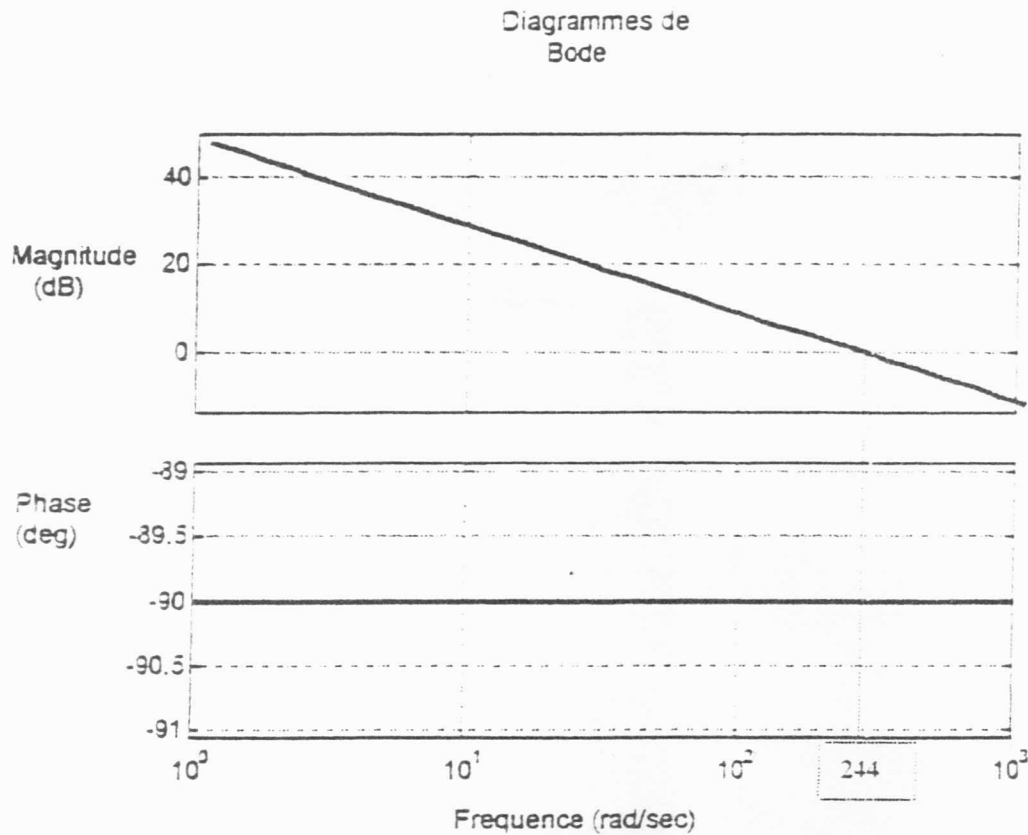


Figure 4 : Diagrammes de Bode du système régulé en boucle ouverte

En déduire les paramètres du régulateur $R(p)$.

- b) Ecrire la fonction de transfert en boucle fermée.
c) Conclure quant aux performances du système : stabilité et précision.