Correction de l'Epreuve de S.T.I. (MP-PC)

Partie I

I.1

I.1 a) On a $\overline{O_1C}+\overline{CP}+\overline{PG_5}+\overline{G_5A}+\overline{AO_2}+\overline{O_2O_1}=\vec{0}$ ⇒

2

$$\boxed{a\,\bar{X}+b\,\bar{Y}+L_1\bar{X}_1-r\,\bar{X}_2+L_4\bar{X}_4-\frac{L_5}{2}\bar{X}_5=\bar{0}} \qquad (1)$$

I.1 b) On a $\overline{O_2A}+\overline{AB}+\overline{BO_3}+\overline{O_3O_2}=\vec{0}$ ⇒

1

$$\begin{cases} L_1\cos\theta_1+L_4\cos\theta_4-\frac{L_5}{2}\cos\theta_5-r\cos\theta_2+a= \\ L_1\sin\theta_1+L_4\sin\theta_4-\frac{L_5}{2}\sin\theta_5-r\sin\theta_2+b= \end{cases}$$

2

$$\boxed{-c\,\bar{X}+d\,\bar{Y}+r\,\bar{X}_2-r\,\bar{X}_3+L_5\bar{X}_5=\bar{0}}$$

$$\begin{cases} r\cos\theta_2+L_5\cos\theta_5-r\cos\theta_3-c=0 \\ r\sin\theta_2+L_5\sin\theta_5-r\sin\theta_3+d=0 \end{cases}$$

1

I.2

$\overline{O_1P}=\overline{O_1O_2}+\overline{O_2P}$

$$\overrightarrow{O_1P}=\overrightarrow{O_1O_2}+\overrightarrow{O_2O_3}+\overrightarrow{O_3B}+\overrightarrow{BG_5}+\overrightarrow{G_5P}$$
$$=(c-a)\vec{X}-(b+d)\vec{Y}+r\vec{X}_3-\frac{L_5}{2}\vec{X}_5-h\vec{Z}$$

1

1

$\overline{O_1P}=\overline{O_1O_2}+\overline{O_2A}+\overline{AG_5}+\overline{G_5P}$

$\overline{O_1P}=-a\bar{X}-b\bar{Y}+r\bar{X}_2+\frac{L_5}{2}\bar{X}_5-h\bar{Z}$

- (1) ⇒ $\frac{L_5}{2}\bar{X}_5=a\bar{X}+b\bar{Y}+L_1\bar{X}_1-r\bar{X}_2+L_4\bar{X}_4$ ⇒

$$\boxed{\overline{O_1P}=L_1\bar{X}_1+L_4\bar{X}_4-h\bar{Z}} \qquad (3)$$

- (2) ⇒ $\frac{L_5}{2}\bar{X}_5=\frac{1}{2}(c\bar{X}-d\bar{Y}-r\bar{X}_2+r\bar{X}_3)$ ⇒

2

$$\boxed{\overline{O_1P}=(\frac{c}{2}-a)\bar{X}-(b+\frac{d}{2})\bar{Y}+\frac{r}{2}\bar{X}_2+\frac{r}{2}\bar{X}_3-h\bar{Z}} \qquad (4)$$

I.3 Vecteur vitesse au point (P)

$$\bar{V}_{P/R0}=\left[\frac{d\overline{O_1P}}{dt}\right]_{R0}=\frac{r}{2}(\dot{\theta}_2\bar{Y}_2+\dot{\theta}_3\bar{Y}_3) \Rightarrow$$

2

$$\boxed{\bar{V}_{P/R0}=\frac{r}{2}\left[-(\dot{\theta}_2\sin\theta_2+\dot{\theta}_3\sin\theta_3)\bar{X}+(\dot{\theta}_2\cos\theta_2+\dot{\theta}_3\cos\theta_3)\bar{Y}\right]} \qquad (5)$$

1

1.4 Eléments de réduction des torseurs cinématiques

$$\text{1.4 a)}\quad \boxed{{}_{G_1}\{\mathcal{V}_{1,0}\} = {}_{G_1}\left\{\begin{matrix}\vec\Omega_{1,0}\\ \vec V_{G_1,0}\end{matrix}\right\} = {}_{G_1}\left\{\begin{matrix}\dot\theta_1\vec Z\\ \frac{L_1}{2}\dot\theta_1\vec Y_1\end{matrix}\right\} = {}_{G_1}\left\{\begin{matrix}0 & 0\\ 0 & \frac{L_1}{2}\dot\theta_1\\ \dot\theta_1 & 0\end{matrix}\right\}_{R1}} \quad 1+2$$

$$\text{1.4 b)}\quad \boxed{{}_{G_2}\{\mathcal{V}_{2,0}\} = {}_{G_2}\left\{\begin{matrix}\vec\Omega_{2,0}\\ \vec V_{G_2,0}\end{matrix}\right\} = {}_{G_2}\left\{\begin{matrix}\dot\theta_2\vec Z\\ \frac{r}{2}\dot\theta_2\vec Y_2\end{matrix}\right\} = {}_{G_2}\left\{\begin{matrix}0 & 0\\ 0 & \frac{r}{2}\dot\theta_2\\ \dot\theta_2 & 0\end{matrix}\right\}_{R2}} \quad 1+2$$

$$\text{1.4 c)}\quad \boxed{{}_{G_3}\{\mathcal{V}_{3,0}\} = {}_{G_3}\left\{\begin{matrix}\vec\Omega_{3,0}\\ \vec V_{G_3,0}\end{matrix}\right\} = {}_{G_3}\left\{\begin{matrix}\dot\theta_3\vec Z\\ \frac{r}{2}\dot\theta_3\vec Y_3\end{matrix}\right\} = {}_{G_3}\left\{\begin{matrix}0 & 0\\ 0 & \frac{r}{2}\dot\theta_3\\ \dot\theta_3 & 0\end{matrix}\right\}_{R3}} \quad 1+2$$

$$\text{1.4 d)}\quad {}_{G_4}\{\mathcal{V}_{4,0}\} = {}_{G_4}\left\{\begin{matrix}\vec\Omega_{4,0}\\ \vec V_{G_4,0} = \vec V_{P\in R0} + \vec\Omega_{4,0}\wedge\overline{PG_4}\end{matrix}\right\} = {}_{G_4}\left\{\begin{matrix}\dot\theta_4\vec Z\\ \frac{r}{2}(\dot\theta_2\vec Y_2 + \dot\theta_3\vec Y_3) - \frac{L_4}{2}\dot\theta_4\vec Y_4\end{matrix}\right\} \quad 1+2$$

$$\boxed{{}_{G_4}\{\mathcal{V}_{4,0}\} = {}_{G_4}\left\{\begin{matrix}\dot\theta_4\vec Z\\ \left[\dot\theta_4\frac{L_4}{2}\sin\theta_4 - (\dot\theta_2\sin\theta_2 + \dot\theta_3\sin\theta_3)\frac{r}{2}\right]\vec X + \left[(\dot\theta_2\cos\theta_2 + \dot\theta_3\cos\theta_3)\frac{r}{2} - \dot\theta_4\frac{L_4}{2}\cos\theta_4\right]\vec Y\end{matrix}\right\}} \quad 1$$

$$\text{1.4 e)}\quad {}_{G_5}\{\mathcal{V}_{5,0}\} = {}_{G_5}\left\{\begin{matrix}\vec\Omega_{5,0}\\ \vec V_{G_5,0} = \vec V_{P\in R0} + \underbrace{\vec\Omega_{5,0}\wedge\overline{PG_5}}_{=\vec 0}\end{matrix}\right\} = {}_{G_5}\left\{\begin{matrix}\dot\theta_5\vec Z\\ \frac{r}{2}(\dot\theta_2\vec Y_2 + \dot\theta_3\vec Y_3)\end{matrix}\right\} \quad 1+2$$

$$\boxed{{}_{G_5}\{\mathcal{V}_{5,0}\} = {}_{G_5}\left\{\begin{matrix}\dot\theta_5\vec Z\\ \frac{r}{2}\left[-(\dot\theta_2\sin\theta_2 + \dot\theta_3\sin\theta_3)\vec X + (\dot\theta_2\cos\theta_2 + \dot\theta_3\cos\theta_3)\vec Y\right]\end{matrix}\right\}} \quad 1$$

Partie II

II.1 Eléments de réduction des torseurs cinétiques :

Pour un solide (S), le torseur cinétique, au point (G), par rapport à (0) est donné par

$$_{G}\{C_{S/0}\} = \left\{ \begin{array}{c} m\vec{V}_{G/0} \\ \vec{\sigma}_G(S/0) = \bar{\bar{J}}_G\left(S, \vec{\Omega}(S/0)\right) \end{array} \right\}_G$$

II.1 a)

$$\boxed{_{G_1}\{C_{1/0}\} = \left\{\begin{array}{c} \dfrac{m_1 L_1\dot\theta_1}{2}\vec{Y}_1 \\ -E_1\dot\theta_1\vec{X}_1 + C_1\dot\theta_1\vec{Z}\end{array}\right\}_{G_1} = \left\{\begin{array}{cc} 0 & -E_1\dot\theta_1 \\ \dfrac{m_1L_1\dot\theta_1}{2} & 0 \\ 0 & C_1\dot\theta_1\end{array}\right\}_{G_1, R_1}}$$

1 + 2

II.1 b)

$$\boxed{_{G_2}\{C_{2/0}\} = \left\{\begin{array}{c} \dfrac{m_2 r\dot\theta_2}{2}\vec{Y}_2 \\ -E_2\dot\theta_2\vec{X}_2 + C_2\dot\theta_2\vec{Z}\end{array}\right\}_{G_2} = \left\{\begin{array}{cc} 0 & -E_2\dot\theta_2 \\ \dfrac{m_2 r\dot\theta_2}{2} & 0 \\ 0 & C_2\dot\theta_2\end{array}\right\}_{G_2, R_2}}$$

1 + 2

II.1 c)

$$\boxed{_{G_3}\{C_{3/0}\} = \left\{\begin{array}{c} \dfrac{m_3 r\dot\theta_3}{2}\vec{Y}_3 \\ -E_2\dot\theta_3\vec{X}_3 + C_2\dot\theta_3\vec{Z}\end{array}\right\}_{G_3} = \left\{\begin{array}{cc} 0 & -E_2\dot\theta_3 \\ \dfrac{m_3 r\dot\theta_3}{2} & 0 \\ 0 & C_2\dot\theta_3\end{array}\right\}_{G_3, R_3}}$$

1 + 2

II.1 d)

$$_{G_4}\{C_{4/0}\}_{G_4} = \left\{\begin{array}{c}\dfrac{m_4}{2}\left[r\left(\dot\theta_2\vec Y_2+\dot\theta_3\vec Y_3\right) - L_4\dot\theta_4\vec Y_4\right] \\ A_4\dot\theta_4\vec Z\end{array}\right\}$$

1 + 2

$$\boxed{_{G_4}\{C_{4/0}\} \left\{ \begin{array}{c} m_4\left[\left[\dot\theta_4\dfrac{L_4}{2}\sin\theta_4 - (\dot\theta_2\sin\theta_2+\dot\theta_3\sin\theta_3)\dfrac{r}{2}\right]\vec X + \left[(\dot\theta_2\cos\theta_2+\dot\theta_3\cos\theta_3)\dfrac r2 - \dot\theta_4\dfrac{L_4}{2}\cos\theta_4\right]\vec Y\right] \\ A_4\dot\theta_4\vec Z\end{array}\right\}_{G_4}}$$

1

II.1 e)

$$_{G_5}\{C_{5/0}\} \left\{\begin{array}{c}\dfrac{m_5 r}{2}\left[\left(\dot\theta_2\vec Y_2 + \dot\theta_3\vec Y_3\right)\right] \\ A_5\dot\theta_5\vec Z\end{array}\right\}_{G_5}$$

1 + 2

$$\boxed{_{G_5}\{C_{5/0}\}\left\{\begin{array}{c}\dfrac{m_5 r}{2}\left[-(\dot\theta_2\sin\theta_2+\dot\theta_3\sin\theta_3)\vec X + (\dot\theta_2\cos\theta_2+\dot\theta_3\cos\theta_3)\vec Y\right] \\ A_5\dot\theta_5\vec Z\end{array}\right\}_{G_5}}$$

1

II.2 Energie cinétique du système (1)-(2)-(3)-(4)-(5) :

Pour un solide (S), l'énergie cinétique par rapport à (0) est donnée par :

$$E(S/0) = \frac{1}{2}\left(m\vec{V}^2_{G,0} + \vec{\Omega}_{S,0} \bullet \vec{\sigma}_G(S/0)\right)$$

- $E(1/0) = \frac{1}{2}\left(m_1\vec{V}^2_{G_1,0} + \vec{\Omega}_{1,0} \bullet \vec{\sigma}_{G_1}(1/0)\right) = \frac{m_1 L_1^2\dot{\theta}_1^2}{8} + \frac{C_1\dot{\theta}_1^2}{2}$

$$\boxed{E(1/0) = \frac{1}{2}\dot{\theta}_1^2\left(\frac{m_1 L_1^2}{4} + C_1\right)}$$ 1

- $E(2/0) = \frac{1}{2}\left(m_2\vec{V}^2_{G_2,0} + \vec{\Omega}_{2,0} \bullet \vec{\sigma}_{G_2}(2/0)\right) = \frac{m_2 r^2\dot{\theta}_2^2}{8} + \frac{C_2\dot{\theta}_2^2}{2}$

$$\boxed{E(2/0) = \frac{1}{2}\dot{\theta}_2^2\left(\frac{m_2 r^2}{4} + C_2\right)}$$ 1

- $E(3/0) = \frac{1}{2}\left(m_3\vec{V}^2_{G_3,0} + \vec{\Omega}_{3,0} \bullet \vec{\sigma}_{G_3}(3/0)\right) = \frac{m_3 r^2\dot{\theta}_3^2}{8} + \frac{C_3\dot{\theta}_3^2}{2}$

$$\boxed{E(3/0) = \frac{1}{2}\dot{\theta}_3^2\left(\frac{m_3 r^2}{4} + C_3\right)}$$ 1

- $E(4/0) = \frac{1}{2}\left(m_4\vec{V}^2_{G_4,0} + \vec{\Omega}_{4,0} \bullet \vec{\sigma}_{G_4}(4/0)\right)$

$$\boxed{E(4/0) = \frac{m_4}{8}\left[\left(r(\dot{\theta}_2\sin\theta_2 + \dot{\theta}_3\sin\theta_3) + L_4\dot{\theta}_4\sin\theta_4\right)^2 + \left(r(\dot{\theta}_2\cos\theta_2 + \dot{\theta}_3\cos\theta_3) - L_4\dot{\theta}_4\cos\theta_4\right)^2\right] + \frac{A_4\dot{\theta}_4^2}{2}}$$

2

$$\boxed{E(4/0) = \frac{m_4}{8}\left\{r^2\left(\dot{\theta}_2^2 + \dot{\theta}_3^2 + \dot{\theta}_2\dot{\theta}_3\cos(\theta_3 - \theta_2)\right) + L_4^2\dot{\theta}_4^2 - 2L_4 r\dot{\theta}_4\left(\dot{\theta}_2\cos(\theta_4 - \theta_2) + \dot{\theta}_3\cos(\theta_4 - \theta_3)\right)\right\} + \frac{A_4\dot{\theta}_4^2}{2}}$$

- $E(5/0) = \frac{1}{2}\left(m_5\vec{V}^2_{G_5,0} + \vec{\Omega}_{5,0} \bullet \vec{\sigma}_{G_5}(5/0)\right)$

$$\boxed{E(5/0) = \frac{m_5 r^2}{8}\left[\dot{\theta}_2^2 + \dot{\theta}_3^2 + 2\dot{\theta}_2\dot{\theta}_3\left(\cos(\theta_2 - \theta_3)\right)\right] + \frac{A_5\dot{\theta}_5^2}{2}}$$ 2

II.3 Puissance des efforts extérieurs

- Poids

pour le solide (1) :

$$\boxed{\vec{P}_1 = -m_1 g\vec{Y} \Rightarrow \mathcal{P}_1 = \vec{P}_1 \bullet \vec{V}_{G_1,0} = -\frac{1}{2}m_1 g L_1\dot{\theta}_1\cos\theta_1}$$ 1

Pour le solide (2) :

$$\vec{P}_2 = -m_2 g \vec{Y} \Rightarrow \mathcal{P}_2 = \vec{P}_2 \bullet \vec{V}_{G_2,0} = -\frac{1}{2} m_2 g r \dot{\theta}_2 \cos\theta_2$$ 1

pour le solide (3) :

$$\vec{P}_3 = -m_3 g \vec{Y} \Rightarrow \mathcal{P}_3 = \vec{P}_3 \bullet \vec{V}_{G_3,0} = -\frac{1}{2} m_3 g r \dot{\theta}_3 \cos\theta_3$$ 1

pour le solide (4) :

$$\boxed{\vec{P}_4 = -m_4 g \vec{Y} \Rightarrow \mathcal{P}_4 = \vec{P}_4 \bullet \vec{V}_{G_4,0} = -\frac{1}{2} m_4 g\left(r(\dot{\theta}_2 \cos\theta_2 + \dot{\theta}_3 \cos\theta_3) - L_4 \dot{\theta}_4 \cos\theta_4\right)}$$ 1

pour le solide (5) :

$$\boxed{\vec{P}_5 = -m_5 g \vec{Y} \Rightarrow \mathcal{P}_5 = \vec{P}_5 \bullet \vec{V}_{G_5,0} = -\frac{1}{2} m_5 g r\left(\dot{\theta}_2 \cos\theta_2 + \dot{\theta}_3 \cos\theta_3\right)}$$ 1

- Moteur : $\mathcal{P}_{m} = C_m \vec{Z} \bullet \dot{\theta}_1 \vec{Z} = C_m \dot{\theta}_1$ 1

- Action de la nappe de fibres sur la planche :

$$\mathcal{P}_{nappe} = (F_1 \vec{X} + F_2 \vec{Y}) \bullet \vec{V}_{P,0} = \frac{r}{2}\left[-F_1(\dot{\theta}_2 \sin\theta_2 + \dot{\theta}_3 \sin\theta_3) + F_2(\dot{\theta}_2 \cos\theta_2 + \dot{\theta}_3 \cos\theta_3)\right]$$ 1

II.4 Théorème de l'énergie cinétique :

$$\frac{dE}{dt} = \mathcal{P}_{ext} + \mathcal{P}_{int}$$

$\mathcal{P}_{int} = 0$ 1

Pour le reste 3 pt

2

2

1

Partie III

Correction

I-1) Expression de $\Omega(p)$ en fonction de $\Omega_c(p)$ et $C_r(p)$:

10

5 + 5

$$\Omega(p) = \frac{R(p).K_c.F(p).\Omega_c(p) - F(p).C_r(p)}{1 + K_c.K_e.F(p) + K_c.F(p).R(p)}$$

III-2) R(p)=A.

L'expression de $\Omega(p)$ devient:

$$\Omega(p) = \frac{A.K_c.K.\Omega_c(p) - K.C_r(p)}{1 + \tau p + K_c.K_e.K + K_c.K.A}$$

a) L'erreur s'écrit à l'aide de l'expression suivante :

$$\varepsilon(p) = \frac{\Omega_c(p)}{1 + R(p).\dfrac{K_c F(p)}{1 + K_c.K_e.F(p)}}$$ 2

d'où :

$$\varepsilon(p) = \frac{\Omega_c(p)}{1 + A.\dfrac{K_c.K}{1 + \tau p + K_c.K_e.K}}$$

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{p \to 0} p\varepsilon(p) = 0{,}05.\Omega_c = \frac{\Omega_c}{1 + \dfrac{A.K_c.K}{1 + K.K_c.K_e}}$$ 1

5

Ce qui permet d'avoir l'expression de A :

$$A = \frac{19(1 + K.K_c.K_e)}{K_c.K}$$ 1

A.N. A=29,6064. 1

b) *Le couple résistant n'est pas nul :*

$$\Omega(\infty) = \lim_{p \to 0} p\Omega(p)$$

4/5

2 $$\Omega(\infty) = \frac{A.K_c.K.\Omega_c - K.C_r}{1 + K_c.K_e.K + K_c.K.A}$$

$\Omega(\infty) = 143{,}86$

5

$$\varepsilon(\infty) = \Omega_c - \Omega(\infty)$$

2 La précision est donc $\dfrac{\varepsilon(\infty)}{\Omega_c} = 5{,}18\%$

1 → conclusion

((la précision est diminuée à cause du couple résistant

III-3) $R(p) = G\,\dfrac{1+\tau_1 p}{\tau_1 p}$

D'après l'allure asymptotique des diagrammes de Bode, la fonction de transfert en boucle ouverte T(p) est de la forme : $T(p)=B/p$. 3

Etablissant l'expression de T(p) :

$$T(p) = R(p).\frac{K_c.F(p)}{1+K_c.K_s.F(p)}$$

d'où :

$$T(p) = G.\frac{1+\tau_1 p}{\tau_1 p}.\frac{\dfrac{K.K_c}{1+K.K_c.K_s}}{1+\dfrac{\tau}{1+K.K_c.K_s}p} = \frac{B}{p} \Rightarrow \tau_1 = \frac{\tau}{1+K.K_c.K_s}$$

7

A.N. $\tau_1=0.0398$ s 1

D'après les diagrammes B=244, donc : 2

$$G = \frac{B.\tau_1(1+K.K_c.K_s)}{K.K_c}$$

A.N. G=34.1427 1

b) *La fonction de transfert en boucle fermée devient :*

$$\frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{1}{1+\dfrac{p}{B}}$$

4 4

c) C'est donc un système de 1[er] ordre de gain statique égal à 1 :

- le système est stable ; 2
- l'erreur statique de position est nulle. 2 4

0.5

$\ldots(1/0) = 0$; $\frac{dE_c}{dt}(2/0) + \frac{dE_c}{dt}(3/0) = (\dot\theta_2\ddot\theta_2 + \dot\theta_3\ddot\theta_3)\left(C_2 + m_2\frac{r^2}{4}\right)$ 1

$(\ddot\theta_1 = 0)$

$\ldots(4/0) = \ddot\theta_4\dot\theta_4\left(A_4 + \frac{m_4}{4}L_4^2\right) + (\dot\theta_2\ddot\theta_2 + \dot\theta_3\ddot\theta_3)\, m_4\frac{r^2}{4} + \frac{m_4 r}{2}\Big\{\frac{r}{2}(\dot\theta_2\ddot\theta_3 + \ddot\theta_2\dot\theta_3)\cos(\theta_3-\theta_2)$ 0.5

$\frac{r}{2}\dot\theta_3\dot\theta_2(\dot\theta_3-\dot\theta_2)\sin(\theta_3-\theta_2) - L_4(\dot\theta_2\ddot\theta_4 + \ddot\theta_2\dot\theta_4)\cos(\theta_4-\theta_2) + L_4\dot\theta_2\dot\theta_4(\dot\theta_4-\dot\theta_2)\sin(\theta_4-\theta_2)$

$L_4(\dot\theta_3\ddot\theta_4 + \ddot\theta_3\dot\theta_4)\cos(\theta_4-\theta_3) + L_4\dot\theta_3\dot\theta_4(\dot\theta_4-\dot\theta_3)\sin(\theta_4-\theta_3)\Big\}$

$\ldots(5/0) = A_5\dot\theta_5\ddot\theta_5 + m_5\frac{r^2}{4}(\dot\theta_3\ddot\theta_3 + \dot\theta_2\ddot\theta_2) + \frac{m_5 r^2}{4}\left[(\dot\theta_2\ddot\theta_3 + \ddot\theta_2\dot\theta_3)\cos(\theta_3-\theta_2) - \dot\theta_2\dot\theta_3(\dot\theta_3-\dot\theta_2)\sin(\theta_3-\theta_2)\right]$

$\ldots E.C\quad \frac{dE_c}{dt}(S/0) = P(ext/S) + \cancel{P_{int}}\ 0$ 0.5

$\ldots\ddot\theta_2 + \dot\theta_3\ddot\theta_3)\left(C_2 + m_2\frac{r^2}{4} + m_4\frac{r^2}{4} + m_5\frac{r^2}{4}\right) + \dot\theta_4\ddot\theta_4\left(A_4 + m_4\frac{L_4^2}{4}\right) + A_5\dot\theta_5\ddot\theta_5$

$\ldots\dot\theta_2\ddot\theta_3 + \ddot\theta_2\dot\theta_3)\cos(\theta_3-\theta_2)\left(m_4\frac{r^2}{4} + m_5\frac{r^2}{4}\right) + (\dot\theta_2\ddot\theta_4 + \ddot\theta_2\dot\theta_4)\cos(\theta_4-\theta_2)\left(-L_4\frac{m_4 r}{4}\right)$

$\ldots\dot\theta_3\ddot\theta_4 + \ddot\theta_3\dot\theta_4)\cos(\theta_4-\theta_3)\left(-L_4\frac{m_4 r}{4}\right) + \dot\theta_2\dot\theta_3(\dot\theta_3-\dot\theta_2)\sin(\theta_3-\theta_2)\left(-m_4\frac{r^2}{4} - m_5 r^2/4\right)$

$\dot\theta_2\dot\theta_4(\dot\theta_4-\dot\theta_2)\sin(\theta_4-\theta_2)(L_4 m_4 r/4) + \dot\theta_3\dot\theta_4(\dot\theta_4-\dot\theta_3)\sin(\theta_4-\theta_3)(L_4 m_4 r/4)$ 1.5

$= C_m\omega - \frac{F_1}{2}r(\dot\theta_2\sin\theta_2 + \dot\theta_3\sin\theta_3) + \frac{F_2}{2}r(\dot\theta_2\cos\theta_2 + \dot\theta_3\cos\theta_3) - m_1 g\frac{L_1}{2}\dot\theta_1\cos\theta_1$

$(m_2 + m_4 + m_5)\, g\,\frac{r}{2}(\dot\theta_2\cos\theta_2 + \dot\theta_3\cos\theta_3) + m_4 g\frac{L_1}{2}\dot\theta_4\cos\theta_4$