



Epreuve de : .....

Nom : ..... Prénoms : .....

Institution d'origine : .....

Identifiant

Série :

Numéro de la  
double feuille

Total des doubles  
feuilles



Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles de Formation d'Ingénieurs



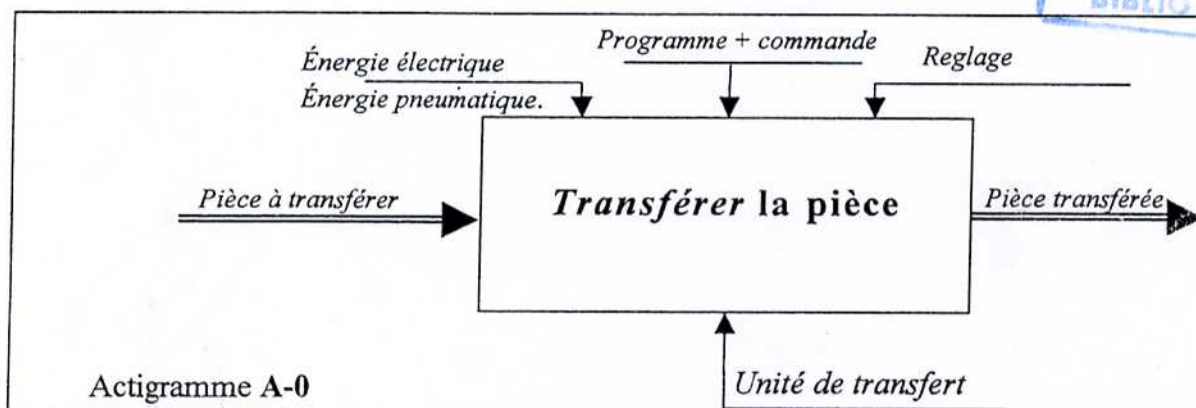
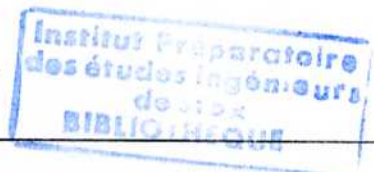
Session : ..... Concours : .....

Epreuve de : .....

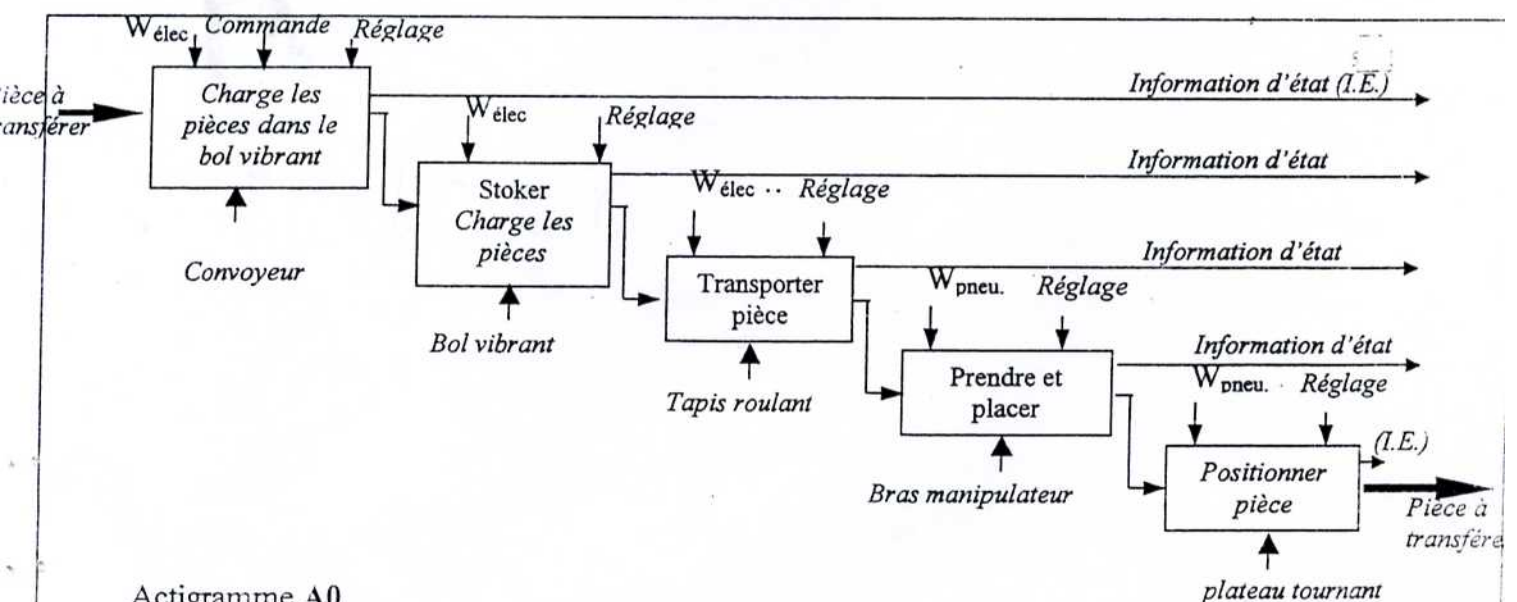
Numéro de la double feuille	Total des doubles feuilles
.....	.....

## A.1. TECHNOLOGIE DE CONCEPTION

A.1.1.1. Compléter l'actigramme A-0 de l'unité de transfert (figure 1).



A.1.1.2. Compléter l'Actigramme A0 simplifié de la partie opérative de l'unité de transfert.



# Ne rien écrire ici

## A.1.2. ANALYSE TECHNOLOGIQUE

A.1.2.1. Compléter le tableau suivant en précisant le degrés de liberté (ddl) et le type de mouvement translation (T) ou rotation (R) entre les pièces.

Assemblage	Nom de la liaison	Degrés de liberté (ddl)	Type de mouvement
(12)/(6)	Linéaire annulaire	4	3 R + 1 T
(4)/(11+20)	Pivot glissant	2	1 R + 1 T
(28)/(4)	Appui plan	3	1 R + 2 T
(7)/(2)	Glissière	1	0 R + 1 T
(9)/(14)	Pivot glissant	2	1 R + 1 T

A.1.2.2. Donner le rôle de chacune des pièces suivantes :

Pièce	Rôle
(8)	Permet d'embrayer ou de débrayer (3)/ (2) par les griffes de (7)
(9)	Verrouillage et déverrouillage de (2)/ (1)
(17)	Arrêter en rotation la plaquette (16)/ (1) (empêcher sa rotation)
(26)	Régler la course de la crémaillère (4)
(31)	Encastrer la bague (19)/ (1)

A.1.2.3. Indiquer l'état de mouvement de chacune des pièces données par le tableau suivant (Translation, rotation ou arrêt) pendant la rotation du plateau (2) pour le passage d'une position à une autre.

Pièce	Mouvement
(3)	Rotation
(4)	Translation
(7)	Rotation
(8)	Arrêt
(9)	Arrêt

A.1.2.4. Donner les ajustements nécessaires pour les assemblages suivants :

Assemblage	Ajustement
(3) / (2)	H7 g6 ; H7 f6
(19) / (8)	H7 g6 ; H7 f6 ; G7f6 ;
(19) / (1)	J7 g6 ou K7 f6 H7 h6
(20) / (4)	H7 g6; H7 f6 ;
(20) / (11)	H7 m6 ; H7 k6 ; H7 m6

# Ne rien écrire ici

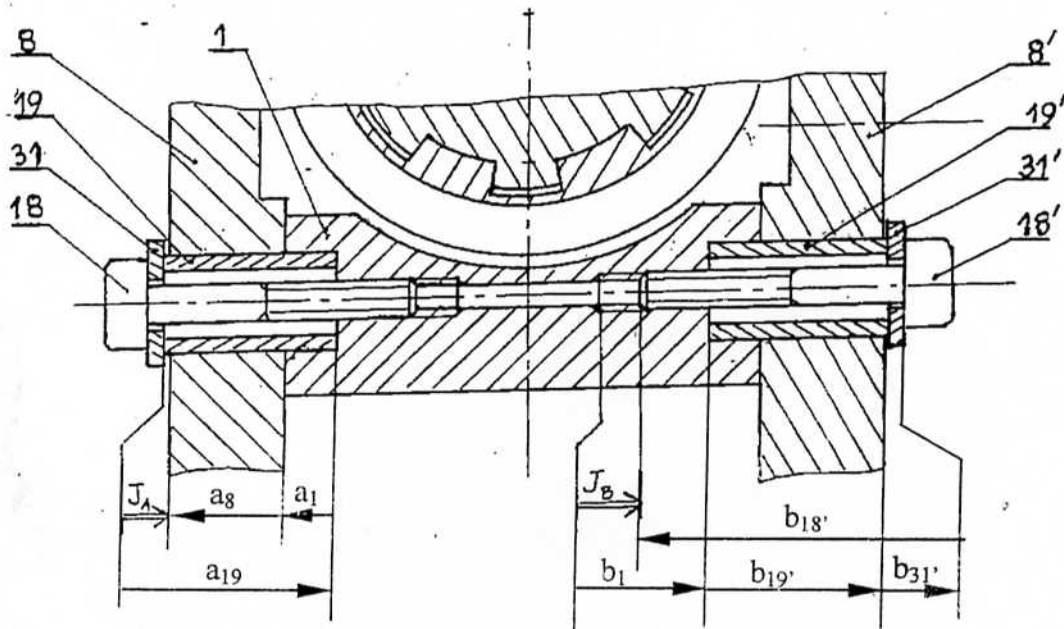
**A.1.2.5. Cotation fonctionnelle :** On considère une partie du dessin d'ensemble de l'actionneur pneumatique (document I) représentée par le dessin de la **figure A1** :

**A.1.2.5.1.** Justifier l'existence des cotes conditions  $J_A$  et  $J_B$ .

$J_A$  : Eviter le contact entre (31) et (8) .

$J_B$  : Garantir le serrage de (19) avec (1) à l'aide de (18)

**A.1.2.5.2.** Tracer sur la **figure A1**, les chaînes de cotes relatives aux cotes conditions  $J_A$  et  $J_B$ .



**Figure A1**

# Ne rien écrire ici

## A.1.3. ETUDE DE LA TRANSMISSION (crémaillère (4) , pignon (3) et embrayage à griffes ).

On suppose dans cette étude que :

- Le contact entre les différentes pièces est parfait.
- La puissance développée par le vérin  $V_2$  est transmise intégralement pour vaincre le couple résistant développé par les efforts extérieurs exercés sur la plateau (2).

### A.1.3.1. Etude de l'engrenage à denture droite (pignon (3) et crémaillère (4)) dans la phase de sortie de (4).

Le vérin  $V_2$  de commande de la crémaillère (4) est alimenté, dans la chambre  $CAV_2$  par l'air comprimé à la pression effective  $P = 4 \text{ bars}$  ( $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$ ). On donne le diamètre intérieur du cylindre (6):  $d_6 = 78 \text{ mm}$  et le diamètre primitif du pignon (3) :  $d_{p3} = 86 \text{ mm}$ .

A.1.3.1.1. Après avoir isolé l'ensemble  $\{(4), (12)\}$ , calculer l'effort tangentiel  $F_{t4/3}$  exercé par la crémaillère (4) sur la roue (3) :

$$F_{t4/3} = F_P = P.S = P\pi d_6^2/4$$

$$P = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}; \quad d_6 = 78 \text{ mm}$$

$$F_{t4/3} = 1911,34 \text{ N}$$

A.1.3.1.2. Calculer le couple transmis au plateau (2)  $C_{t2}$  :

$$C_{t2} = C_{t3} = F_{t4/3} d_{p3} / 2$$

$$d_{p3} = 86 \text{ mm}$$

$$C_{t2} = 82,18 \text{ Nm}$$

### A.1.3.2. Etude de l'embrayage à griffes.

Cet embrayage à griffes de profil trapézoïdal symétrique est représenté par le schéma **figure A2**. Pour passer de la position débrayée à celle embrayée, il suffit de faire engager les griffes du crabot (7) dans celles du pignon (3).



Session : ..... Concours : .....

Epreuve de : .....

Nom : ..... Prénoms : .....

Institution d'origine : .....

Identifiant

Série :

Numéro de la  
double feuille

Total des doubles  
feuilles



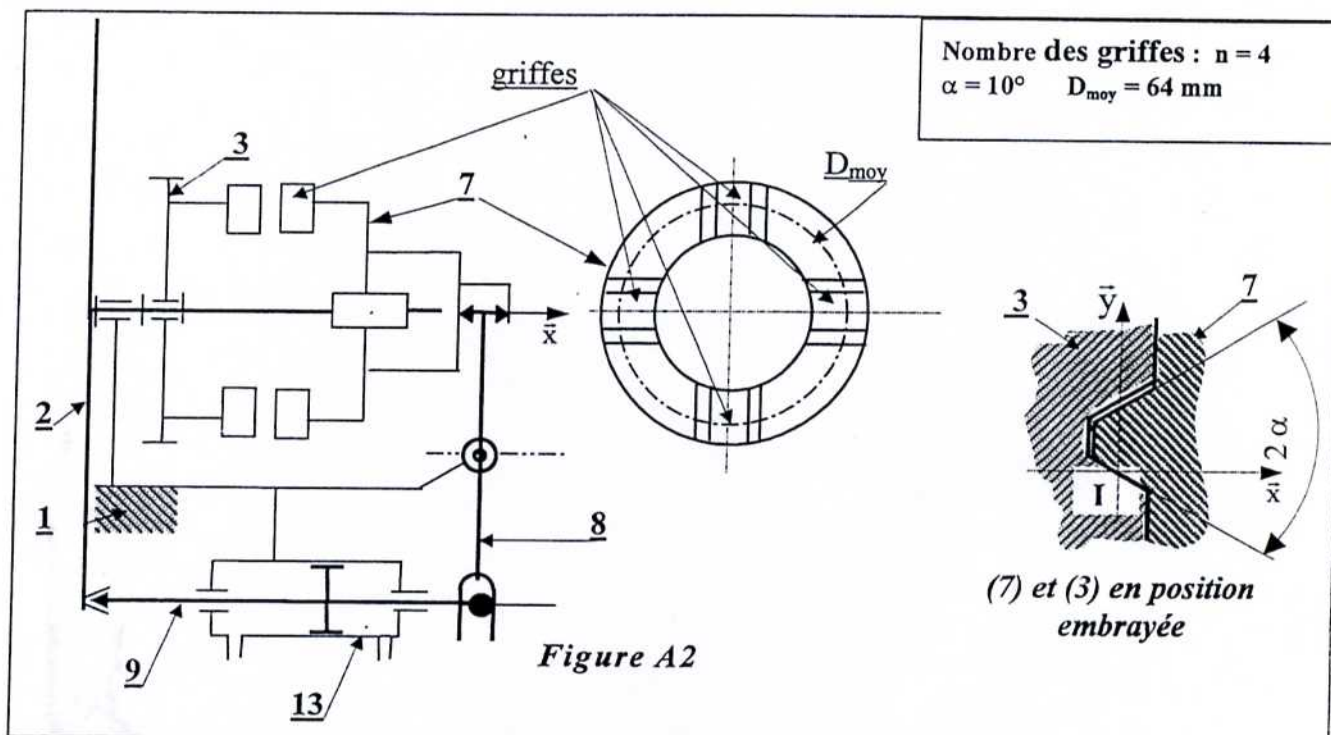
Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles de Formation d'Ingénieurs



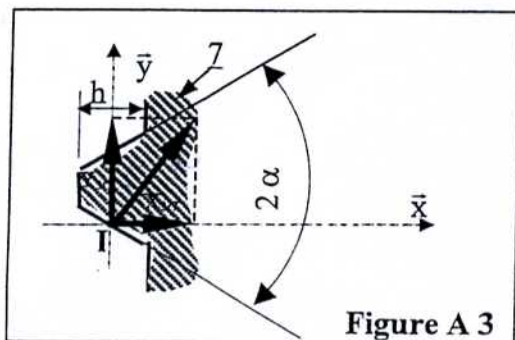
Session : ..... Concours : .....

Epreuve de : .....

Numéro de la double feuille	Total des doubles feuilles
.....	.....



A.1.3.2.1. Représenter, sur la figure A3, l'effort de contact  $\vec{F}_{3/7}$  exercé par une griffe supposé concentré au point I situé sur le cercle moyen puis décomposer cette force dans le repère  $(I, \bar{x}, \bar{y})$ .



$$X_{3/7} = \vec{F}_{3/7} \cdot \bar{x} = F_{3/7} \sin \alpha$$

$$Y_{3/7} = \vec{F}_{3/7} \cdot \bar{y} = F_{3/7} \cos \alpha$$



# Ne rien écrire ici

A.1.3.2.2. Exprimer le couple  $C_{t2}$  à transmettre par le crabot (7) au plateau (2) en fonction de l'effort  $F_{3/7}$ , puis calculer  $F_{3/7}$ .

$$C_{t2} = n F_{3/7} \cos \alpha D_{\text{moy}} / 2$$

$$D_{\text{moy}} = 64 \text{ mm}$$

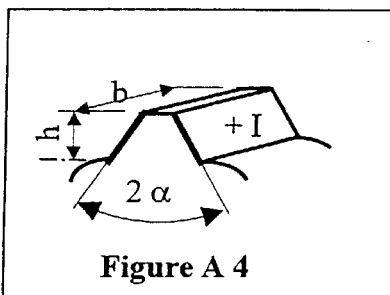
$$n = 4$$

$$\alpha = 10^\circ$$

$$F_{3/7} = 695.39 \text{ N}$$

A.1.3.2.3. On suppose une répartition de pression uniforme entre les griffes, calculer la hauteur minimale  $h_{\text{min}}$  d'une griffe du crabot (7) assurant sa résistance au matage.

On prendra la largeur d'une griffe  $b = 8 \text{ mm}$  et la pression de contact maximale admissible  $p_{\text{max. adm}} = 50 \text{ MPa}$  (Figure A 4).



Condition de résistance au matage :  $P = Y_{3/7} / S_m \leq P_{\text{m.ad.}}$

$$S_m = bh$$

$$b = 8 \text{ mm}$$

$$h_{\text{min}} = 1.71 \text{ mm}$$

## A.1.3.3. Etude de la capacité énergétique de la transmission.

A.1.3.3.1. Calculer le travail  $W_{V2}$  développé par le vérin  $V_2$  dans la phase sortie de la crémaillère (4).

$$W_{V2} = F t_{3/4} \cdot (\pi d_{p3}) / 4$$

$$W_{V2} = 129,1 \text{ J}$$

A.1.3.3.2. Calculer le travail  $W_R$  développé par le couple résistant sur le plateau tournant (2) pendant la phase sortie de la crémaillère (4).

$$W_R = C_{t2} \cdot \pi / 2$$

$$W_R = 129,1 \text{ J}$$

A.1.3.3.3. Comparer ces deux travaux et conclure.

$W_{V2} \approx W_R$  Confirme les hypothèses car frottements négligés

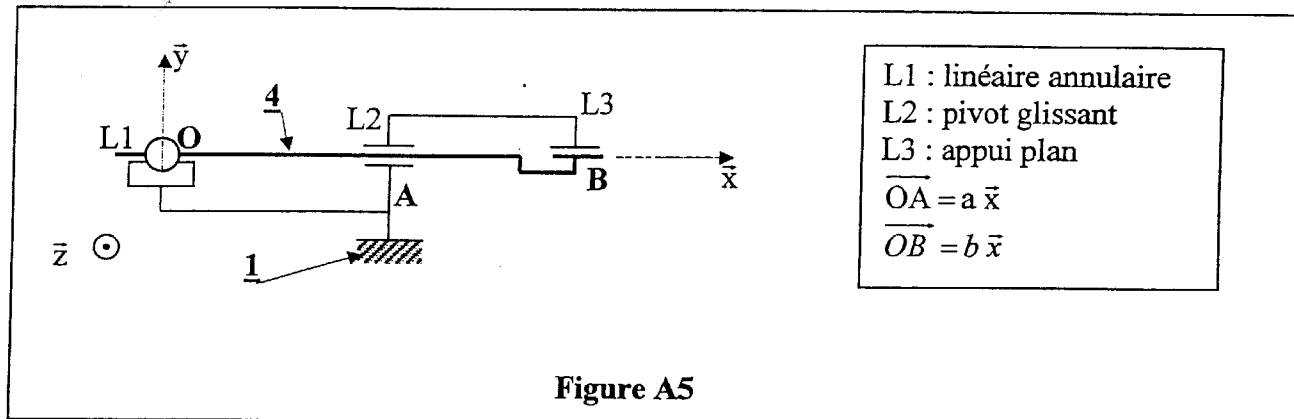
# Ne rien écrire ici

## A.1.4. ETUDE DE CONCEPTION

### A.1.4.1. Analyse du mécanisme (4 / 1) :

L'ensemble des pièces {1, 6, 11, 20, 28} forme une classe d'équivalence désigné par (1).  
Ainsi que l'ensemble des pièces {4, 12} est désigné par (4).

La liaison (4)/(1) peut être représentée par le schéma de la **figure A5**.



**A.1.4.1.1.** Ecrire le torseur statique associé à chacune des liaisons L1, L2 et L3 en leurs centres .

$$\{\tau_{L1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_1 & 0 \\ Z_1 & 0 \end{Bmatrix}_{(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \quad \{\tau_{L2}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_2 & M_2 \\ Z_2 & N_2 \end{Bmatrix}_{(A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})} \quad \{\tau_{L3}\} = \begin{Bmatrix} 0 & L_3 \\ Y_3 & 0 \\ 0 & N_3 \end{Bmatrix}_{(B, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

**A.1.4.1.2.** Par une étude statique au point O, montrer que la liaison équivalente  $L_{4/1}$  est une liaison glissière d'axe  $\vec{x}$  :

$$\{\tau_{eq\ 4/1}\}_O = \{\tau_{L1}\}_O + \{\tau_{L2}\}_O + \{\tau_{L3}\}_O$$

$$\{\tau_{eq\ 4/1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & L_3 \\ Y_1 + Y_2 + Y_3 & M_2 - a Z_2 \\ Z_1 + Z_2 & N_2 + a Y_2 + N_3 + a Y_3 \end{Bmatrix}_{(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

Ce qui montre que la liaison  $L_{4/1}$  est une liaison glissière d'axe  $\vec{x}$ .

# Ne rien écrire ici

A.1.4.1.3. Déterminer les degrés de mobilité ( $m$ ) et d'hyperstatisme ( $h$ ) de la liaison équivalente  $L_{4/1}$ .

$$Y = Y_1 + Y_2 + Y_3$$

$$Z = Z_1 + Z_2$$

$$L = L_3$$

$$M = M_2 - aZ_2$$

$$N = N_2 - aY_2 + N_3 + bY_3$$

Le mécanisme est caractérisé par une seule relation entrée sortie donc  $m = 1$

$$m - h = 6(p - 1) - \sum L_{ij} = 6 - 9 = 3$$

$$\text{Ce qui donne } h = m + 3 = 4$$

$m = \dots\dots\dots 1 \dots\dots\dots ; \quad h = \dots\dots\dots 4 \dots\dots\dots$
---

## A.1.4.2. Conception :

Afin de diminuer le frottement et de réduire l'usure des pièces, on se propose de modifier le guidage des leviers (8) et (8') par rapport au carter (1) (Doc. I) comme suit :

- Remplacer les bagues (19), (19') et les vis (18), (18') par un **axe d'articulation** qui traverse entièrement le carter (1).

Cet axe doit être en liaison encastrement démontable avec le carter (1) et permet de réaliser le guidage en rotation de (8) et (8') par deux coussinets à collerettes (voir document V page 11/46).

On demande de compléter sur le dessin en coupe B-B à l'échelle 1:1 de la page ci-après :

A.1.4.2.1. La conception de la liaison encastrement démontable de **l'axe d'articulation** avec le carter (1).

A.1.4.2.2. Le montage des deux coussinets sur l'axe d'articulation permettant le guidage en rotation des leviers (8) et (8') par rapport au carter (1).

A.1.4.2.3. Les ajustements des cotes fonctionnelles et les cotes conditions utiles assurant le bon fonctionnement du mécanisme.



Ne rien écrire ici

Session : ..... Concours : .....

Epreuve de : .....

Nom : ..... Prénoms : .....

Institution d'origine : .....

Identifiant

Série :

Numéro de la  
double feuille

Total des doubles  
feuilles



Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles de Formation d'Ingénieurs

Ne rien écrire ici

Session : ..... Concours : .....

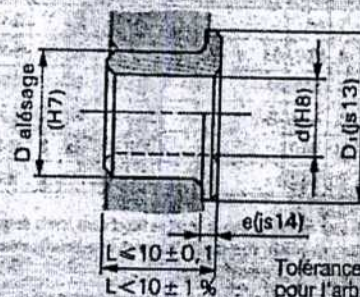
Epreuve de : .....

Numéro de la  
double feuille

Total des  
doubles feuilles

COUSSINETS A COLLERETTE

d	D	D <sub>1</sub>	e	L	d	D	D <sub>1</sub>	e	L
3	6	9	1,5	4-6-10	20	26	32	3	16-20-25-32
4	8	12	2	4-8-12	22	28	34	3	15-20-25-30
6	10	14	2	6-10-16	25	32	39	3,5	20-27-32
8	12	16	2	8-12-16	28	36	44	4	22-28-36
10	16	22	2	8-10-16	30	38	46	4	20-25-30
12	18	24	3	8-12-20	32	40	48	4	20-25-30-32
14	20	26	3	14-18-22-28	36	45	54	4,5	22-28-36
16	22	28	3	16-20-25-32	40	50	60	5	25-32-40
18	24	30	3	18-22-28	50	60	70	5	32-40-50

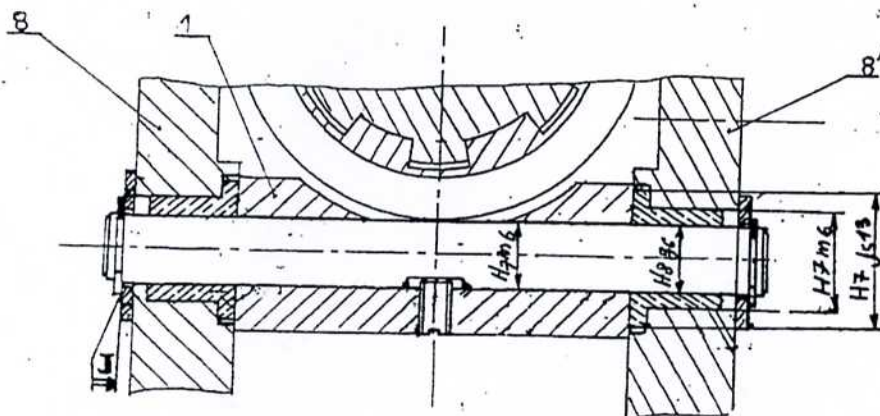


Matériaux:  
Bronze fritté BP 25  
Alliage Ferreux FP 15

Tolérance de coaxialité  
 $d < 25 : 0,06$   
 $d > 25 : 0,08$

Institut Préparatoire  
des études ingénieurs  
de STX  
BIBLIOTHEQUE

Document V



# Ne rien écrire ici

## A.2. TECHNOLOGIE DE PRODUCTION :

### A.2.1. CHOIX DES MATERIAUX

A.2.1.1. Justifier l'utilisation du matériau AS13G pour le piston (12).

.....Bonne aptitude au moulage.....

A.2.1.2. Quelle est l'influence du composant symbolisé par S dans ce matériau.

.....Améliore la coulabilité.....

A.2.1.3. Quels sont les traitements thermiques qu'on peut pratiquer sur cette pièce Moulée (12) et justifier son intérêt.

Traitement	Intérêt
.....de stabilité.....	Diminuer : les contraintes naissant lors du refroidissement et les déformations lors de l'usinage.....
.....de durcissement structural.....	Augmente la charge de rupture , la dureté et le limite élastique..... .....

### A.2.2. ETUDE DE LA COUPE

Dans cette partie, on s'intéresse à l'étude de la coupe du piston (12) moulé non noyauté dont le dessin de définition est présenté dans le **document III**.

La série prévue est de 250 pièces.

Le taraudage de D (M20 avec un pas de 1.5 mm) et l'alésage de A nécessitent un perçage sur toute la longueur de la pièce brute en deux opérations : un avant trou de Ø11 puis un perçage final de Ø18,5 avec des forets en ARS.

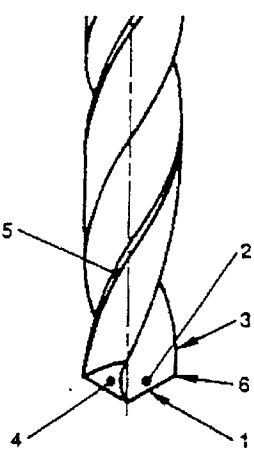
Matière		Ks
Acier	40 < R < 60	150
Acier	60 < R < 80	180
Acier	80 < R < 100	200
Fontes		190
Laitons		140
Alliages d'aluminium		120

Pression spécifique de coupe  
Ks en daN/mm<sup>2</sup>

Dans notre étude, on s'intéressera *uniquement au perçage de Ø11*.

# Ne rien écrire ici

A.2.2.1. Donner la désignation de chacun des éléments de la partie active du foret.

	Elément	Désignation
	1	.....arête de coupe principale.....
	2	.....face de coupe principale.....
	3	.....arête secondaire.....
	4	.....face de dépouille principale.....
	5	.....face de dépouille secondaire.....
	6	.....bec de l'outil.....

Pour déterminer les paramètres de coupe à programmer durant le perçage. On utilisera la base des données de coupe (**document IV**). Prendre les valeurs minimales.

A.2.2.2. La vitesse de coupe  $V_c$  :  $V_{c \text{ tab}} = (46-52)$  ;  $K1=0,8$  puisque  $L=4D$

.....  $V_c$  corrigée =  $V_{c \text{ tab}} K1$  ... AN :  $V_c$  corrigée =  $46 \cdot 0,8 = 36 \text{ m/mn}$   $V_c = 36 \text{ m/mn}$

A.2.2.3. L'avance  $f$  :  $f = K.D^{0,76}$  ... ; ...  $K=0,042$  ... ; ...  $D=11$  ... ; ...  $K2=0,9$  .....

.....  $f_{\text{tab}} = 0,042 \cdot (11)^{0,76}$  ... ; ...  $f_{\text{cor}} = f_{\text{tab}} \cdot 0,9 = 0,042 \cdot (11)^{0,76} \cdot 0,9 = 0,233$  .....

$f = 0,23 \text{ mm/tr}$

A.2.2.4. Calculer le temps de coupe  $t_c$  pour une pièce.

.....  $t_c = L/V_a$  .....  $V_a = f \cdot N$  ... ; ...  $N = 10^3 \cdot V_c / p \cdot D$  ...  $L = 44$  .....

.....  $\Rightarrow t_c = L \cdot p \cdot D / f \cdot 10^3 \cdot V_c$  .....

..... AN :  $t_c = 44 \cdot 3,14 \cdot 11 / 0,23 \cdot 10^3 \cdot 36 = 0,183 \text{ min}$   $t_c = 0,23 \text{ min}$

# Ne rien écrire ici

A.2.2.5. Déterminer le nombre de forets  $n$  pour réaliser une série de 250 pièces.

.....Durée de vie = 4,5m... ;... $L_{\text{tot}} = 44.250 = 11000 \text{ mm}$ .....

..... $n = L_{\text{tot}} / L_{\text{vie}} = 11000 / 4500 = 2,44$  ...soit...3 forets.....

**$n = 3$  forets**

A.2.2.6.. Calculer l'effort de coupe  $F_c$  lors du perçage.

..... $F_c = K_s.A = K_s.(f/2)(D/2)$ ..... ;... $K_s = 120 \text{ daN/mm}^2$ .....

.....AN :..... $F_c = 120 \cdot 0,23 \cdot 11 / 4 = 75,9 \text{ daN}$ .....  **$F_c = 75,9 \text{ daN}$**

A.2.2.7.. Calculer la puissance nécessaire à la coupe  $P_c$  lors du perçage.

..... $P_c = F_c.(V_c / 60)$ .....AN :  $P_c = 759.36 / 60 = 455,4 \text{ w}$ .....  **$P_c = 455 \text{ w}$**

## A.2.3. ETUDE DE FABRICATION

On s'intéresse dans cette partie à l'étude de fabrication du piston (12) moulé non noyauté dont le dessin de définition est présenté dans le **document III**.

La série prévue est de 250 pièces renouvelable.

A.2.3.1. Définir les spécifications suivantes :

Spécifications	Définition détaillée
	<b>Perpendicularité</b> : la surface B doit être comprise entre 2 plans // distants de 0,1 et perpendiculaire à l'axe de..... référence du cylindre A.....
	<b>Cylindricité</b> : la surface considérée doit être comprise .... entre 2 cylindres coaxiaux dont les rayons différents..... de 0,05.....
	<b>Coaxialité</b> : l'axe de G2 doit être compris dans une..... zone cylindrique de diamètre 0,08 coaxiale à l'axe de .... référence A .....

L'usinage du piston (12) est réalisé sur des machines outils à commande numérique. La gamme prévisionnelle proposée est comme suit :

**Phase 10** : réalisation de B, A et D (figure A8)

**Phase 20** : réalisation de C, E, F, H, G1, G2, G3 et G4



Session : ..... Concours : .....  
Epreuve de : .....  
Nom : ..... Prénoms : .....  
Institution d'origine : .....  
Identifiant 

--	--	--	--	--	--

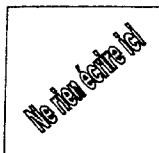
 Série : 

--	--	--

Numéro de la double feuille .....
Total des doubles feuilles .....



Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles de Formation d'Ingénieurs



Session : ..... Concours : .....  
Epreuve de : .....

Numéro de la double feuille	Total des doubles feuilles
.....	.....

A.2.3.2. Rédiger le contrat de phase 10 (**Document VI**) en précisant :

- la mise en position de la pièce,
- les opérations d'usinage dans l'ordre de réalisation,
- les outils et les moyens de contrôle,
- les cotes de fabrication Cf (le calcul des cotes n'est pas demandé),
- les paramètres de coupe : (Vc et f seulement).

Sachant que :

Opération	Outil	Vc (m/min)	f (mm/tr)
Alésage	Enveloppe Carbure	80	0.05
Taraudage	Taraud Machine	15	...1,25...
Dressage	Outil à Dresser	120	0.1

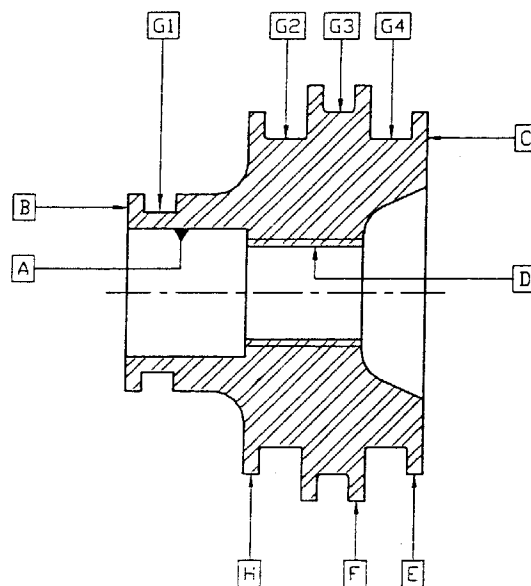


Figure A8 : Repérage des surfaces à usiner



Epreuve de : .....

Nom : ..... Prénoms : .....

Institution d'origine : .....

Identifiant

Série :

Total des  
doubles feuilles



Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles de Formation d'Ingénieurs



Session : ..... Concours : .....

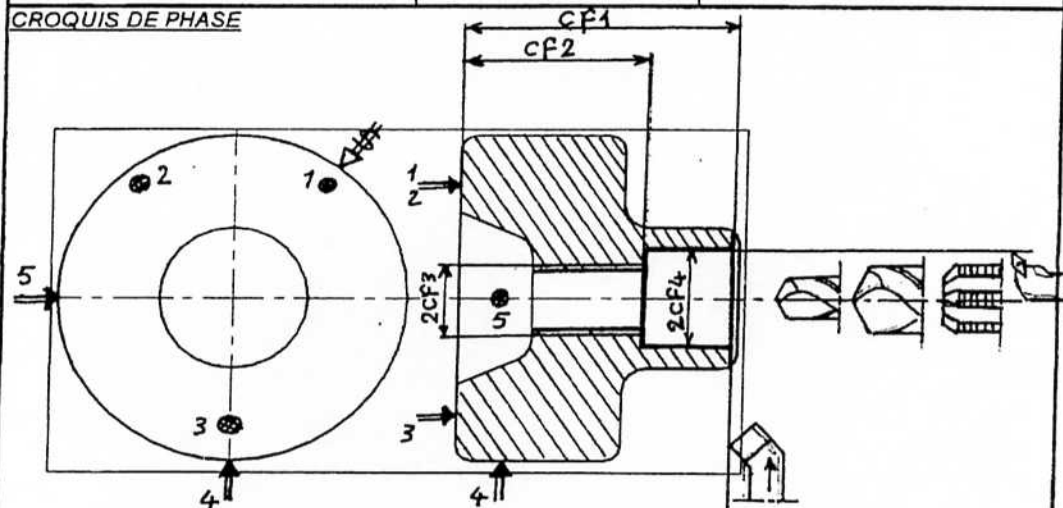
Epreuve de : .....

Numéro de la double feuille	Total des doubles feuilles
.....	.....

Document V

ÉLÉMENT : <b>Piston (12)</b>	PHASE : <b>10</b>	<b>CONTRAT DE PHASE PREVISIONNEL</b>
MATIÈRE : <b>AS 13 G</b>	MACHINE : <b>Tour CNC</b>	

CROQUIS DE PHASE



Opérations	Outillages	V m/min	f mm/tr	a mm	p nbr.	N tr/min	Vf mm/min	Lc mm
a) Dressage F de B en CP1	O. à dresser (coudé)	120	0,15					
b) Perçage $\phi 11$	Foret $\phi 11$ ARS	36	0,23					
c) Perçage $\phi 18,5$	Foret $\phi 18,5$	46	0,38					
d) Alésage Eb.	O. à aléser carb.	75	0,1					
e) Alésage F $\phi 24^{+0,1}$	O. à aléser carb.	80	0,05					
f) taraudage M20	Taraud machine	15	1,25					



# Ne rien écrire ici

## A.2.4. PROGRAMMATION SUR MACHINE OUTIL A COMMANDE NUMERIQUE

On s'intéresse aux opérations d'usinage de **G2** puis **G4** qui seront réalisées par un outil à saigner (**T3**) en carbure métallique de largeur  $l_3 = 8 \text{ mm}$ .

Par la suite les opérations d'usinage de **G1** puis **G3** qui seront réalisées par un outil (**T4**) en carbure métallique de largeur  $l_4 = 6 \text{ mm}$ .

Le changement de l'outil se fait au point **Op** de coordonnées  $X=100, Z=100$  par rapport à l'origine programme (**OP**).

Sachant que les points d'engagement et de dégagement sont à **2 mm** du profil à usiner :

A.2.4.1. Schématiser sur la figure A9, les trajectoires des outils à saigner en indiquant les points : a, b, c, d, e ...

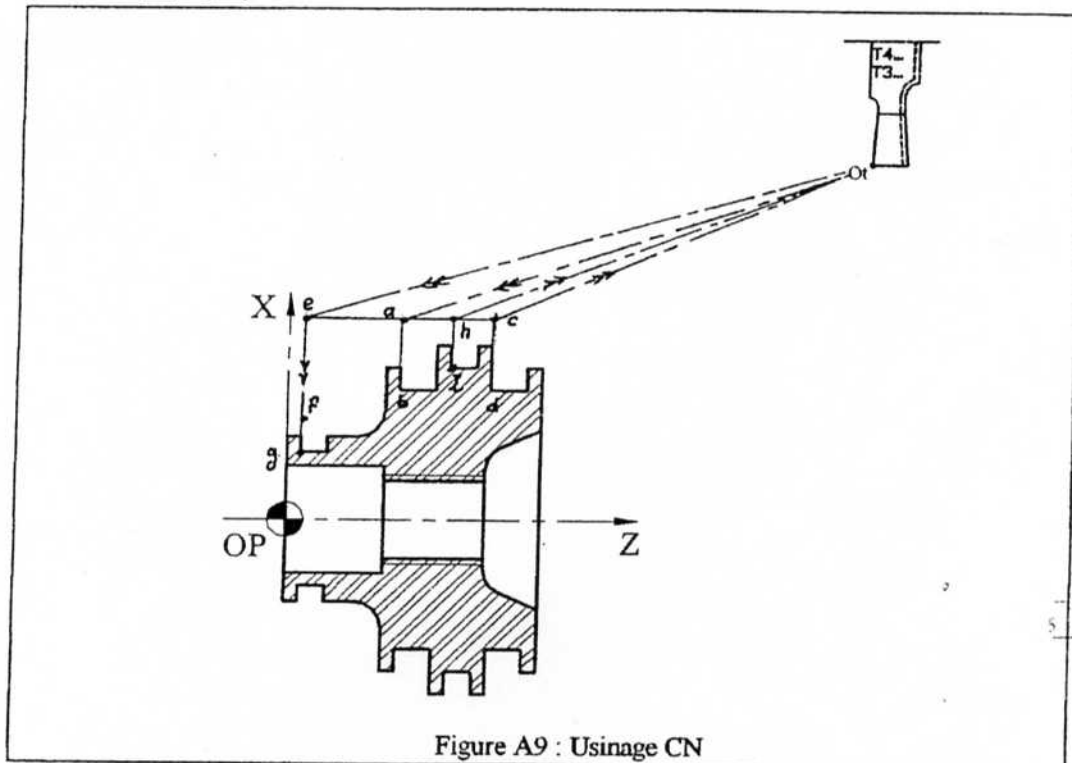


Figure A9 : Usinage CN

A.2.4.2. Compléter le tableau suivant en précisant les coordonnées des différents points limitant la trajectoire de l'outil par rapport à l'origine programme **Op** lors de l'usinage de **G2** puis **G4**.

Point	a	b	c	d	e	f	g	h	i	...	...
X	82	58	82	58	82	41	30	82	68	...	...
Z	25	25	45	45	3	3	3	36	36	...	...



# Ne rien écrire ici

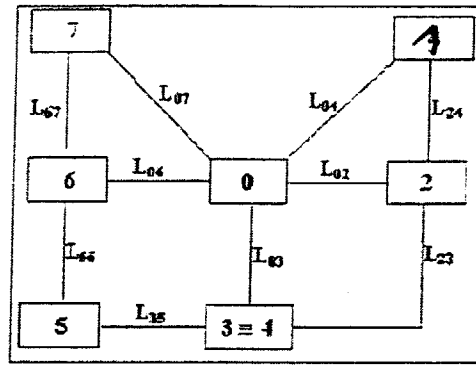
A.2.4.3. Compléter le programme donné ci-dessous en indiquant uniquement les séquences relatives aux trajectoires des l'outils à saigner T3 puis T4.

Faire le commentaire pour chaque séquence et préciser le point visité par l'outil lors de l'usinage.

Séquences de programmation	Commentaire
%01	
N10 G90 G71 G92 S3500 .....	Initialisation de la machine
N20 G0 X100 Z100 .....	Dégagement rapide au point Ot
N20 T3 D3 M6 .....	Appel de l'outil T3
N30 G96 S120 M40 M04 .....	Mise en route de la broche
N40 G95 F0.05 .....	Choix de l'avance
N50 X82 Z25 .....	approche rapide : a
N60 G1 Z25 .....	exécution : G2.....b
N70 X82 .....	dégagement .....a
N80 G0 Z45 .....	c
N90 G1 X58 Z45 .....	exécution : G4...d
N100 X82 .....	c
N110 G0 X100 Z100 .....	dégagement rapide ...Ot
N120 T4 D4 M6 .....	appel de l'outil ..T4
N130 X82 Z3 .....	approche rapide ..e
N140 X41 .....	approche rapide ...f
N150 G1 X30 .....	exécution ...G1.....g
N160 X41.....	dégagement ....f
N170 G0 X82.....	dégagement rapide ...e
N180 Z36.....	dégagement rapide ....h
N190 G1 X63.....	exécution ...G3....i
N200 X82.....	dégagement ....h
N210 G0 X100 Z100.....	retour rapide .....Ot
.....	
.....	

## B-I. ETUDE CINEMATIQUE

B-I-1. Tracer le graphe des liaisons en identifiant les liaisons entre les différents solides.



B-I-2. Déterminer les vecteurs rotations :  $\vec{\Omega}(1/0)$ ,  $\vec{\Omega}(2/0)$ ,  $\vec{\Omega}(3/0)$ ,  $\vec{\Omega}(5/0)$ ,  $\vec{\Omega}(6/0)$  et  $\vec{\Omega}(7/0)$ .

$$\begin{aligned}\vec{\Omega}(1/0) &= \omega_1 \vec{z}_0 \\ \vec{\Omega}(2/0) &= -\omega_2 \vec{z}_0 \\ \vec{\Omega}(3/0) &= \omega_3 \vec{z}_0 \\ \vec{\Omega}(5/0) &= -\omega_5 \vec{z}_0 \\ \vec{\Omega}(6/0) &= \vec{0} \\ \vec{\Omega}(7/0) &= -\omega_7 \vec{z}_0\end{aligned}$$

B-I-3. Etude cinématique du bloc du réducteur

B-I-3-1. Exprimer  $R_3$  en fonction de  $R_1$  et  $R_2$ .

$$\begin{aligned}\vec{O_1 I} &= \vec{O_1 I} + \vec{I O_3} + \vec{O_3 I} \Leftrightarrow R_3 \vec{x}_3 = R_1 \vec{x}_3 + R_2 \vec{x}_3 + R_3 \vec{x}_3 \\ \Rightarrow R_3 &= R_1 + 2R_2\end{aligned}$$

B-I-3-2. Justifier  $\vec{V}(O_1 \in 1/3) = \vec{0}$  et en déduire  $\vec{V}(I \in 1/3)$ .

$$\begin{aligned}\vec{V}(O_1 \in 1/3) &= \vec{V}(O_1 \in 1/0) - \vec{V}(O_1 \in 3/0) \\ \vec{V}(O_1 \in 1/0) &= \vec{V}(O \in 1/0) + \underbrace{\vec{\Omega}(1/0) \wedge \vec{OO_1}}_{\vec{0} \text{ car colinéaires}} = \vec{0} \\ \vec{V}(O_1 \in 3/0) &= \vec{V}(O_3 \in 3/0) + \underbrace{\vec{\Omega}(3/0) \wedge \vec{O_3 O_1}}_{\vec{0} \text{ car colinéaires}} = \vec{0} \\ \Rightarrow \vec{V}(O_1 \in 1/3) &= \vec{0}\end{aligned}$$

$$\vec{V}(I \in 1/3) = \vec{V}(O_1 \in 1/3) + \vec{\Omega}(1/3) \wedge \vec{O_1 I}$$

$$\begin{aligned}\vec{V}(O_1 \in 1/3) &= \vec{0} \\ \vec{\Omega}(1/3) &= \vec{\Omega}(1/0) - \vec{\Omega}(3/0) = (\omega_1 - \omega_3) \vec{z}_0 \\ \vec{O_1 I} &= R_1 \vec{x}_3 \\ \Rightarrow \vec{V}(I \in 1/3) &= (\omega_1 - \omega_3) R_1 \vec{y}_3\end{aligned}$$

B-I-3-3. Calculer la vitesse :  $\vec{V}(I \in 2/3)$ .

$$\vec{V}(I \in 2/3) = \vec{V}(O_2 \in 2/3) + \vec{\Omega}(2/3) \wedge \overrightarrow{O_2 I}$$

$$\left| \begin{array}{l} \vec{V}(O_2 \in 2/3) = \vec{0} \text{ car liaison pivot entre (2) et (3) en } O_2 \\ \vec{\Omega}(2/3) = \vec{\Omega}(2/0) - \vec{\Omega}(3/0) = -(\omega_2 + \omega_3) \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{O_2 I} = -R_2 \vec{x}_3 \end{array} \right.$$

$$\vec{\Omega}(2/3) = \vec{\Omega}(2/0) - \vec{\Omega}(3/0) = -(\omega_2 + \omega_3) \vec{z}_0$$

$$\overrightarrow{O_2 I} = -R_2 \vec{x}_3$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{V}(I \in 2/3) = (\omega_2 + \omega_3) R_2 \vec{y}_3}$$

B-I-3-4. En appliquant la condition de roulement sans glissement entre les solides (1) et (2) au point I, déduire la relation entre  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  et  $\omega_3$ .

CRSG, au point I, entre (1) et (2) :  $\vec{V}(I \in 2/1) = \vec{0}$

$$\vec{V}(I \in 2/1) = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{V}(I \in 2/3) = \vec{V}(I \in 1/3) \Leftrightarrow (\omega_1 - \omega_3) R_1 \vec{y}_3 = (\omega_2 + \omega_3) R_2 \vec{y}_3$$

$$\Rightarrow \boxed{(\omega_1 - \omega_3) R_1 = (\omega_2 + \omega_3) R_2}$$

B-I-3-5. Calculer la vitesse :  $\vec{V}(J \in 2/3)$ .

$$\vec{V}(J \in 2/3) = \vec{V}(O_2 \in 2/3) + \vec{\Omega}(2/3) \wedge \overrightarrow{O_2 J}$$

$$\left| \begin{array}{l} \vec{V}(O_2 \in 2/3) = \vec{0} \text{ car liaison pivot entre (2) et (3) en } O_2 \\ \vec{\Omega}(2/3) = \vec{\Omega}(2/0) - \vec{\Omega}(3/0) = -(\omega_2 + \omega_3) \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{O_2 J} = R_1 \vec{x}_3 \end{array} \right.$$

$$\vec{\Omega}(2/3) = \vec{\Omega}(2/0) - \vec{\Omega}(3/0) = -(\omega_2 + \omega_3) \vec{z}_0$$

$$\overrightarrow{O_2 J} = R_1 \vec{x}_3$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{V}(J \in 2/3) = -(\omega_2 + \omega_3) R_1 \vec{y}_3}$$

B-I-3-6. Calculer la vitesse :  $\vec{V}(J \in 3/0)$ .

$$\vec{V}(J \in 3/0) = \vec{V}(O_3 \in 3/0) + \vec{\Omega}(3/0) \wedge \overrightarrow{O_3 J}$$

$$\left| \begin{array}{l} \vec{V}(O_3 \in 3/0) = \vec{0} \text{ car } O_3 \text{ est le centre d'une liaison pivot entre (3) et (0)} \\ \vec{\Omega}(3/0) = \omega_3 \vec{z}_0 \\ \overrightarrow{O_3 J} = -a_1 \vec{z}_0 + R_0 \vec{x}_3 \end{array} \right.$$

$$\vec{\Omega}(3/0) = \omega_3 \vec{z}_0$$

$$\overrightarrow{O_3 J} = -a_1 \vec{z}_0 + R_0 \vec{x}_3$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{V}(J \in 3/0) = R_0 \omega_3 \vec{y}_3}$$

B-I-3-7. En appliquant la condition de roulement sans glissement entre les solides (0) et (2) au point J, déduire la relation entre  $\omega_2$  et  $\omega_3$ .

CRSG, au point J, entre (0) et (2) :  $\vec{V}(J \in 2/0) = \vec{0}$

$$\vec{V}(J \in 2/0) = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{V}(J \in 2/3) = \vec{V}(J \in 3/0) \Leftrightarrow -(\omega_2 + \omega_3) R_2 \vec{y}_3 = -R_0 \omega_3 \vec{y}_3$$

$$\Rightarrow \boxed{(\omega_2 + \omega_3) R_2 = \omega_3 R_0}$$

B-I-3-8. A partir des relations précédemment établies, déduire le rapport de réduction  $\omega_2/\omega_3$  en fonction du rapport  $r = R_2/R_1$ .

$$R_0 = R_1 + 2R_2$$

$$(\omega_1 - \omega_3) R_1 = (\omega_2 + \omega_3) R_2$$

$$(\omega_2 + \omega_3) R_2 = \omega_3 R_0$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\omega_2}{\omega_3} = \frac{K}{1+K}}$$

**B-I-4. Etude cinématique du bloc d'intermittence**

**B-I-4-1. Calculer la vitesse :  $\vec{V}(B \in 3/0)$  et l'exprimer dans la base  $\mathcal{B}_4$ .**

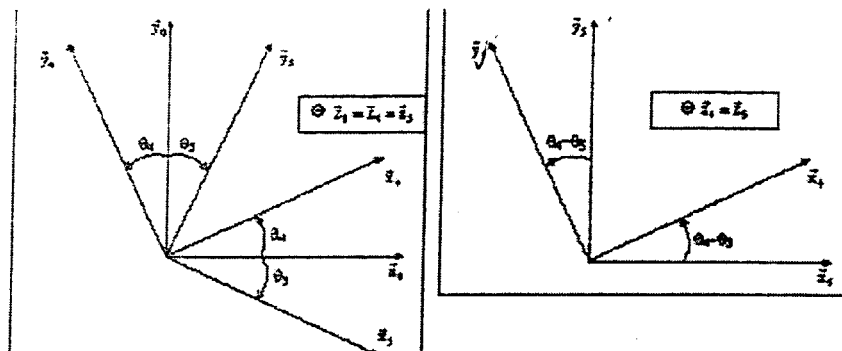
$$\vec{V}(B \in 4/0) = \vec{V}(B \in 3/0) + \vec{\Omega}(3/0) \wedge \overline{O_3 B}$$

$$\vec{V}(O_3 \in 3/0) = \vec{0}$$

$$\vec{\Omega}(3/0) = \omega_3 \vec{z}_0$$

$$\overline{O_3 B} = R_4 \vec{x}_4 - a_0 \vec{z}_3; \text{ avec : } R_4 = R_3$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{V}(B \in 4/0) = R_4 \omega_3 \vec{y}_4}$$



$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{x}_4 = \cos(\theta_4 - \theta_3) \vec{x}_3 + \sin(\theta_4 - \theta_3) \vec{y}_3 \\ \vec{y}_4 = -\sin(\theta_4 - \theta_3) \vec{x}_3 + \cos(\theta_4 - \theta_3) \vec{y}_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{V}(B \in 4/0) = -R_4 \omega_3 \sin(\theta_4 - \theta_3) \vec{x}_3 + R_4 \omega_3 \cos(\theta_4 - \theta_3) \vec{y}_3}$$

**B-I-4-2. Calculer la vitesse :  $\vec{V}(B \in 5/0)$ .**

$$\vec{V}(B \in 5/0) = \vec{V}(O_5 \in 5/0) + \vec{\Omega}(5/0) \wedge \overline{O_5 B}$$

$$\vec{V}(O_5 \in 5/0) = \vec{0}$$

$$\vec{\Omega}(5/0) = -\omega_5 \vec{z}_0$$

$$\overline{O_5 B} = -\lambda(t) \vec{x}_5 + a_5 \vec{z}_0$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{V}(B \in 5/0) = \lambda(t) \omega_5 \vec{y}_5}$$

**B-I-4-3. Sachant que  $\vec{V}(B \in 4/5)$  appartient à l'axe de la liaison linéaire annulaire, déduire  $\omega_5$  en fonction de  $\omega_3$  et des caractéristiques géométriques du problème.**

$\vec{V}(B \in 4/5)$  est la vitesse de glissement, au point B, entre les solides (4) et (5), alors elle appartient au plan tangent commun aux deux solides ( $\Pi$ ) :  
 $\vec{V}(B \in 4/5) \in \Pi \Rightarrow \vec{V}(B \in 4/5) // \vec{x}_5 \Rightarrow$  la composante sur  $\vec{y}_5$  est nulle.

$$\vec{V}(B \in 4/5) = \vec{V}(B \in 4/0) - \vec{V}(B \in 5/0)$$

$$= -R_4 \omega_3 \sin(\theta_4 - \theta_3) \vec{x}_3 + [R_4 \omega_3 \cos(\theta_4 - \theta_3) - \lambda(t) \omega_5] \vec{y}_3$$

$$\Rightarrow \boxed{R_4 \omega_3 \cos(\theta_4 - \theta_3) - \lambda(t) \omega_5 = 0}$$

B-I-4-4. Lorsque le doigt B de l'ensemble {3} quitte la rainure ( $\lambda(t) = \lambda_{\max}$ ), l'angle  $O_3\hat{B}O_6$  est égal à  $\frac{\pi}{2}$  et l'angle  $B\hat{O}_6O_3$  est égal à  $\frac{\pi}{3}$  de façon qu'au tour suivant le doigt B puisse entrer dans la rainure suivante de (6). Ecrire  $\omega_3$  en fonction de  $\omega_6$ ,  $R_4$  et  $\lambda_{\max}$ .  
Au moment où il n'y a plus de contact, on a :

$$\left. \begin{array}{l} \lambda(t) = \lambda_{\max} \\ B\hat{O}_3O_4 = \theta_3 = \frac{\pi}{3} \\ O_3\hat{B}O_4 = \frac{\pi}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \theta_4 = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \theta_3 - \theta_4 = -\frac{\pi}{6} \Rightarrow \boxed{\omega_3 = \frac{\sqrt{3} R_4 \omega_6}{2 \lambda_{\max}}}$$

### B-I-5. Etude cinématique du bloc du tapis roulant

B-I-5-1. Calculer la vitesse  $\vec{V}(G_6 \in 6/0)$ .

$$\vec{V}(G_6 \in 6/0) = \vec{V}(G_6/0) = \frac{d\vec{O}_7G_6}{dt} / \vec{x}_0 - \dot{x}(t) \vec{x}_6 + x(t) \underbrace{\frac{d\vec{x}_6}{dt} / \vec{x}_0}_{\vec{0} \text{ car } \alpha \text{ est cte}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{V}(G_6 \in 6/0) = \dot{x}(t) \vec{x}_6}$$

B-I-5-2. En appliquant la condition de roulement sans glissement aux points K et M, établir les relations entre  $\dot{x}(t)$ ,  $\omega_6$  et  $\omega_7$ .

CRSG, au point M, entre (7) et (6) :  $\vec{V}(M \in 7/6) = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{V}(M \in 7/0) = \vec{V}(M \in 6/0)$

$$\left| \begin{array}{l} \vec{V}(M \in 6/0) = \vec{V}(G_6 \in 6/0) = \dot{x}(t) \vec{x}_6 \quad \text{car (6) est en translation} \\ \vec{V}(M \in 7/0) = \vec{V}(O_7 \in 7/0) + \vec{\Omega}(7/0) \wedge \vec{O_7M} = R_7 \omega_7 \vec{x}_6 \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} \vec{V}(O_7 \in 7/0) = \vec{0} \\ \vec{\Omega}(7/0) = -\omega_7 \vec{z}_0 \\ \vec{O_7M} = R_7 \vec{y}_6 \end{array} \right.$$

CRSG, au point K, entre (5) et (6) :  $\vec{V}(K \in 5/6) = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{V}(K \in 5/0) = \vec{V}(K \in 6/0)$

$$\left| \begin{array}{l} \vec{V}(K \in 6/0) = \vec{V}(G_6 \in 6/0) = \dot{x}(t) \vec{x}_6 \quad \text{car (6) est en translation} \\ \vec{V}(K \in 5/0) = \vec{V}(O_5 \in 5/0) + \vec{\Omega}(5/0) \wedge \vec{O_5K} = R_5 \omega_5 \vec{x}_6 \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} \vec{V}(O_5 \in 5/0) = \vec{0} \\ \vec{\Omega}(5/0) = -\omega_5 \vec{z}_0 \\ \vec{O_5K} = R_5 \vec{y}_6 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{cases} \dot{x}(t) = R_5 \omega_5 \\ \dot{x}(t) = R_7 \omega_7 \end{cases}}$$

## B-II. ETUDE ENERGETIQUE

B-II-1. Calculer le torseur cinétique, au point  $O_5$ , du solide (5) dans son mouvement par rapport au bâti (0) :  $\{\mathcal{E}(5/0)\}_{O_5}$ .

$$\{\mathcal{E}(5/0)\}_{O_5} = \left\{ \begin{array}{l} m_5 \vec{V}(G_5/0) \\ \vec{\sigma}_{O_5}(5/0) \end{array} \right\}_{O_5}$$

$$\vec{V}(G_5/0) = \vec{0} \quad \text{car } G_5 \in (O_5, \vec{z}_0)$$

$$\vec{\sigma}_{O_5}(5/0) = \vec{J}_{O_5}(5, \vec{\Omega}(5/0)) = [\vec{I}_{O_5}(5)]_{\mathcal{B}_5} \vec{\Omega}(5/0) \quad (\text{cas particulier : } O_5 \text{ est fixe \% à } (\mathcal{R}_0))$$

$$= \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & J_5 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_5} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\omega_5 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_5} = -J_5 \omega_5 \vec{z}_0$$

$$\Rightarrow \boxed{\{\mathcal{E}(5/0)\}_{O_5} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ -J_5 \omega_5 \vec{z}_0 \end{array} \right\}_{O_5}}$$

B-II-2. Calculer le torseur cinétique, au point  $G_6$ , du solide (6) dans son mouvement par rapport au bâti (0) :  $\{\mathcal{E}(6/0)\}_{G_6}$ .

$$\{\mathcal{E}(6/0)\}_{G_6} = \left\{ \begin{array}{l} m_6 \vec{V}(G_6/0) \\ \vec{\sigma}_{G_6}(6/0) \end{array} \right\}_{G_6}$$

$$\vec{V}(G_6/0) = \dot{x}(t) \vec{x}_0$$

$$\vec{\sigma}_{G_6}(6/0) = \vec{J}_{G_6}(6, \vec{\Omega}(6/0)) = [\vec{I}_{G_6}(6)]_{\mathcal{B}_6} \vec{\Omega}(6/0) = \vec{0} \quad (\text{cas particulier : } G_6 \text{ est le centre d'inertie de (6)})$$

$$\Rightarrow \boxed{\{\mathcal{E}(6/0)\}_{G_6} = \left\{ \begin{array}{l} m_6 \dot{x}(t) \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{G_6}}$$

B-II-3. Calculer le torseur cinétique, au point  $G_7$ , du solide (7) dans son mouvement par rapport au bâti (0) :  $\{\mathcal{E}(7/0)\}_{O_7}$ .

$$\{\mathcal{E}(7/0)\}_{O_7} = \left\{ \begin{array}{l} m_7 \vec{V}(G_7/0) \\ \vec{\sigma}_{O_7}(7/0) \end{array} \right\}_{O_7}$$

$$\vec{V}(G_7/0) = \vec{0} \quad \text{car } G_7 \in (O_7, \vec{z}_0)$$

$$\vec{\sigma}_{O_7}(7/0) = \vec{J}_{O_7}(7, \vec{\Omega}(7/0)) = [\vec{I}_{O_7}(7)]_{\mathcal{B}_7} \vec{\Omega}(7/0) \quad (\text{cas particulier : } O_7 \text{ est fixe \% à } (\mathcal{R}_0))$$

$$= \begin{bmatrix} \times & \times & \times \\ \times & \times & \times \\ \times & \times & J_7 \end{bmatrix}_{\mathcal{B}_7} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -\omega_7 \end{pmatrix}_{\mathcal{B}_7} = -J_7 \omega_7 \vec{z}_0$$

$$\Rightarrow \boxed{\{\mathcal{E}(7/0)\}_{O_7} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{0} \\ -J_7 \omega_7 \vec{z}_0 \end{array} \right\}_{O_7}}$$

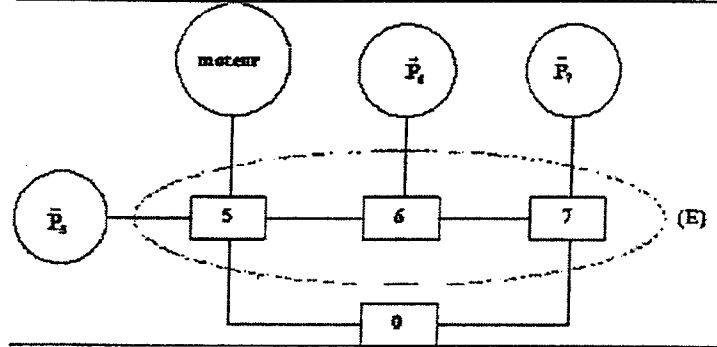
B-II-4. Soit  $\{E\} = \{5, 6, 7\}$ . Calculer l'énergie cinétique du système  $\{E\}$  dans son mouvement par rapport au bâti  $\{0\}$  :  $E_c(E/0)$ .

$$E_c(E/0) = E_c(5/0) + E_c(6/0) + E_c(7/0)$$

$$\begin{aligned} E_c(E/0) &= \frac{1}{2} \{ \mathcal{E}(5/0) \}_{O_5} \{ \mathcal{V}(5/0) \}_{O_5} + \frac{1}{2} \{ \mathcal{E}(6/0) \}_{G_6} \{ \mathcal{V}(6/0) \}_{G_6} + \frac{1}{2} \{ \mathcal{E}(7/0) \}_{O_7} \{ \mathcal{V}(7/0) \}_{O_7} \\ &= \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ -J_5 \omega_3 \vec{z}_0 \end{Bmatrix}_{O_5} \begin{Bmatrix} -\omega_3 \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{O_5} + \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} m_6 \dot{x}(t) \vec{x}_6 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{G_6} \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \dot{x}(t) \vec{x}_6 \end{Bmatrix}_{G_6} + \frac{1}{2} \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ -J_7 \omega_7 \vec{z}_0 \end{Bmatrix}_{O_7} \begin{Bmatrix} -\omega_7 \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{O_7} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow E_c(E/0) = \frac{1}{2} [J_5 \omega_3^2 + J_7 \omega_7^2 + m_6 \dot{x}^2(t)]$$

B-II-5. Ecrire le torseur des actions mécaniques appliquées sur chacun des solides (5), (6) et (7).



> Actions Mécaniques Extérieures :

- Actions mécaniques à distance :

$$\Rightarrow \{ \tau(\vec{P}_i \rightarrow i) \}_{G_i} = \begin{Bmatrix} -m_i g \vec{y}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{G_i} \quad i = 5, 6 \text{ ou } 7$$

- Actions mécaniques de contact : moteur  $\rightarrow$  (5) ; (0)  $\rightarrow$  (5) et (0)  $\rightarrow$  (7).

$$\Rightarrow \{ \tau(0 \rightarrow 5) \}_{O_5} = \begin{Bmatrix} X_{05} & L_{05} \\ Y_{05} & M_{05} \\ Z_{05} & 0 \end{Bmatrix}_{O_5}$$

Correspondant à la liaison pivot d'axe

$(O_5, \vec{z}_0)$  entre (0) et (5).

$$\Rightarrow \{ \tau(0 \rightarrow 7) \}_{O_7} = \begin{Bmatrix} X_{07} & L_{07} \\ Y_{07} & M_{07} \\ Z_{07} & 0 \end{Bmatrix}_{O_7}$$

Correspondant à la liaison pivot d'axe

$(O_7, \vec{z}_0)$  entre (0) et (7).

$$\Rightarrow \{ \tau(\text{moteur} \rightarrow 5) \}_x = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_m \vec{z}_0 \end{Bmatrix}_x$$

> Actions Mécaniques Intérieures :

$$\Rightarrow \{ \tau(6 \rightarrow 5) \}_M = \begin{Bmatrix} T \vec{x}_6 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_M$$

$$\Rightarrow \{ \tau(6 \rightarrow 7) \}_K = \begin{Bmatrix} -T \vec{x}_6 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_K$$



$$\approx \{ \tau(5 \rightarrow 7) \}_{M'} = \begin{Bmatrix} t\ddot{x}_5 \\ \bar{0} \end{Bmatrix}_{M'} \quad \text{Où : } T \text{ et } t \text{ sont respectivement la grande et la petite tension.}$$

B-II-6. Déterminer la puissance développée par ces actions.

- $\mathcal{P}_{int} = 0$  car toutes les liaisons intérieures sont des liaisons parfaites.
- $P(\bar{E} \rightarrow E/0) = P(\text{moteur} \rightarrow 5/0) + P(\bar{P}_5 \rightarrow 5/0) + P(\bar{P}_6 \rightarrow 6/0) + P(\bar{P}_7 \rightarrow 7/0)$ 

$$\Rightarrow P(\text{moteur} \rightarrow 5/0) = \{ \tau(\text{moteur} \rightarrow 5) \}_{O_5} \{ \mathcal{V}(5/0) \}_{O_5}$$

$$= \begin{Bmatrix} \bar{0} \\ C_m \bar{z}_5 \end{Bmatrix}_{O_5} \begin{Bmatrix} \omega_5 \bar{z}_5 \\ \bar{0} \end{Bmatrix}_{O_5} = C_m \omega_5$$

$$\Rightarrow P(\bar{P}_5 \rightarrow 5/0) = \{ \tau(\bar{P}_5 \rightarrow 5) \}_{G_5} \{ \mathcal{V}(5/0) \}_{G_5}$$

$$= \begin{Bmatrix} -m_5 g \bar{y}_0 \\ \bar{0} \end{Bmatrix}_{G_5} \begin{Bmatrix} \omega_5 \bar{z}_0 \\ \bar{0} \end{Bmatrix}_{G_5} = 0$$

$$\Rightarrow P(\bar{P}_7 \rightarrow 7/0) = \{ \tau(\bar{P}_7 \rightarrow 7) \}_{G_7} \{ \mathcal{V}(5/0) \}_{G_7}$$

$$= \begin{Bmatrix} -m_7 g \bar{y}_0 \\ \bar{0} \end{Bmatrix}_{G_7} \begin{Bmatrix} -\omega_7 \bar{z}_0 \\ \bar{0} \end{Bmatrix}_{G_7} = 0$$

$$\Rightarrow P(\bar{P}_6 \rightarrow 6/0) = \{ \tau(\bar{P}_6 \rightarrow 6) \}_{G_6} \{ \mathcal{V}(5/0) \}_{G_6}$$

$$= \begin{Bmatrix} -m_6 g \bar{y}_0 \\ \bar{0} \end{Bmatrix}_{G_6} \begin{Bmatrix} \bar{0} \\ \dot{x}(t) \bar{x}_6 \end{Bmatrix}_{G_6} = -m_6 g \dot{x}(t) \sin \alpha$$

$$\Rightarrow \boxed{P(\bar{E} \rightarrow E/0) = C_m \omega_5 - m_6 g \dot{x}(t) \sin \alpha}$$

B-II-7. En appliquant la théorème de l'énergie cinétique au système {E} dans son mouvement par rapport au bâti (0), donner la relation permettant de calculer le couple  $C_m$  à exercer par le moto réducteur.

$$TEC : \frac{dE_c(E/0)}{dt} = P(\bar{E} \rightarrow E/0) + \mathcal{P}_{int}$$

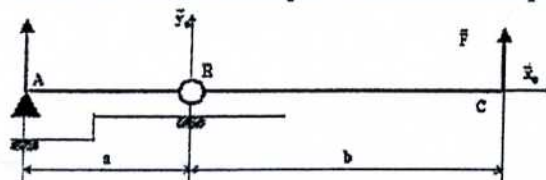
$$\left\{ \begin{array}{l} E_c(E/0) = \frac{1}{2} [J_5 \omega_5^2 + J_7 \omega_7^2 + m_6 \dot{x}^2(t)] \\ \text{Or : B-I-5-2.} \Rightarrow \dot{x}(t) = R_5 \omega_5 \Rightarrow \ddot{x}(t) = 0 \\ \frac{dE_c(E/0)}{dt} = m_6 \dot{x}(t) \ddot{x}(t) = 0 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \boxed{C_m = m_6 g R_5 \sin \alpha}$$

5

### B-III. RESISTANCE DES MATERIAUX

B-III-1. Déterminer les torseurs d'actions mécaniques transmissibles aux points A et B.



$$\Rightarrow \text{Appui ponctuel en A} \Rightarrow \{\tau(0 \rightarrow S)\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_A & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_A$$

$$\Rightarrow \text{Liaison pivot en B} \Rightarrow \{\tau(0 \rightarrow S)\}_B = \begin{Bmatrix} X_B & L_B \\ Y_B & M_B \\ Z_B & 0 \end{Bmatrix}_B$$

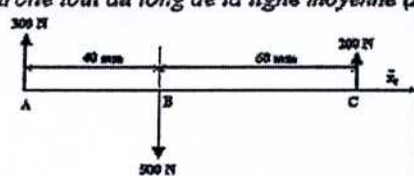
$$\Rightarrow \text{Action mécanique extérieure concentrée en C} \Rightarrow \{\tau(\bar{F} \rightarrow S)\}_C = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ F & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_C$$

Par projection sur les axes de la base  $\mathcal{R}_0(\bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$ , on obtient le système suivant :

- Equations d'équilibre en translation : 
$$\begin{cases} X_B = 0 \\ Y_A + Y_B + F = 0 \\ Z_B = 0 \end{cases}$$
- Equation d'équilibre en rotation :  $a Y_A = b F$

Application Numérique :  $\begin{cases} F = 200 \text{ N} \\ a = 40 \text{ mm} \\ b = 60 \text{ mm} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} Y_A = 300 \text{ N} \\ Y_B = 500 \text{ N} \end{cases}$

B-III-2. Calculer les composantes du torseur des efforts de cohésion (efforts intérieurs) au centre de gravité de la section droite tout au long de la ligne moyenne (ABC).



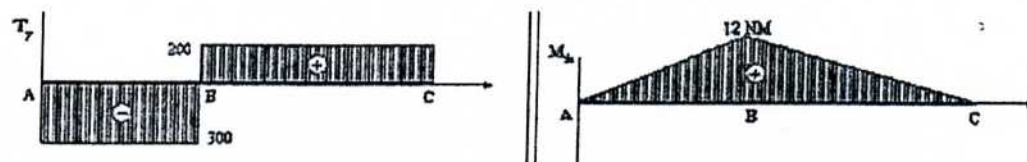
Si :  $0 < x < 0,04$

$$\begin{Bmatrix} N \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} M_t \\ M_{ty} \\ M_{tz} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} 0 \\ 300 \\ 0 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} 0 \\ x \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} N = T_t = M_t = M_{ty} = 0 \\ T_y = -300 \\ M_{tz} = 300x \end{cases}$$

Si :  $0,04 < x < 0,1$

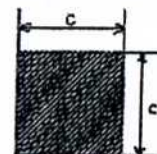
$$\begin{Bmatrix} N \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} M_t \\ M_{ty} \\ M_{tz} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 200 \\ 0 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} 0 \\ x-0,1 \\ 0 \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} N = T_t = M_t = M_{ty} = 0 \\ T_y = 200 \\ M_{tz} = 200(x-0,1) \end{cases}$$

B-III-3. Représenter les diagrammes des efforts de cohésion non nuls.



B-III-4. Déterminer les dimensions de la section droite supposée de forme carrée assurant la résistance du levier au cisaillement produit par l'effort tranchant.  $\tau_{\max}(\text{adm}) = 80 \text{ N/mm}^2$ .

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= \frac{M_{\max}}{I_{Gz}} y_{\max} \leq \sigma_{\text{adm}} \\ y_{\max} &= \frac{c}{2} \quad \text{et} \quad I_{Gz} = \frac{c^4}{12} \end{aligned} \right\} \Rightarrow c \geq \sqrt[3]{\frac{6 \times 12 \cdot 10^3}{120}} = 8,5 \text{ mm}$$



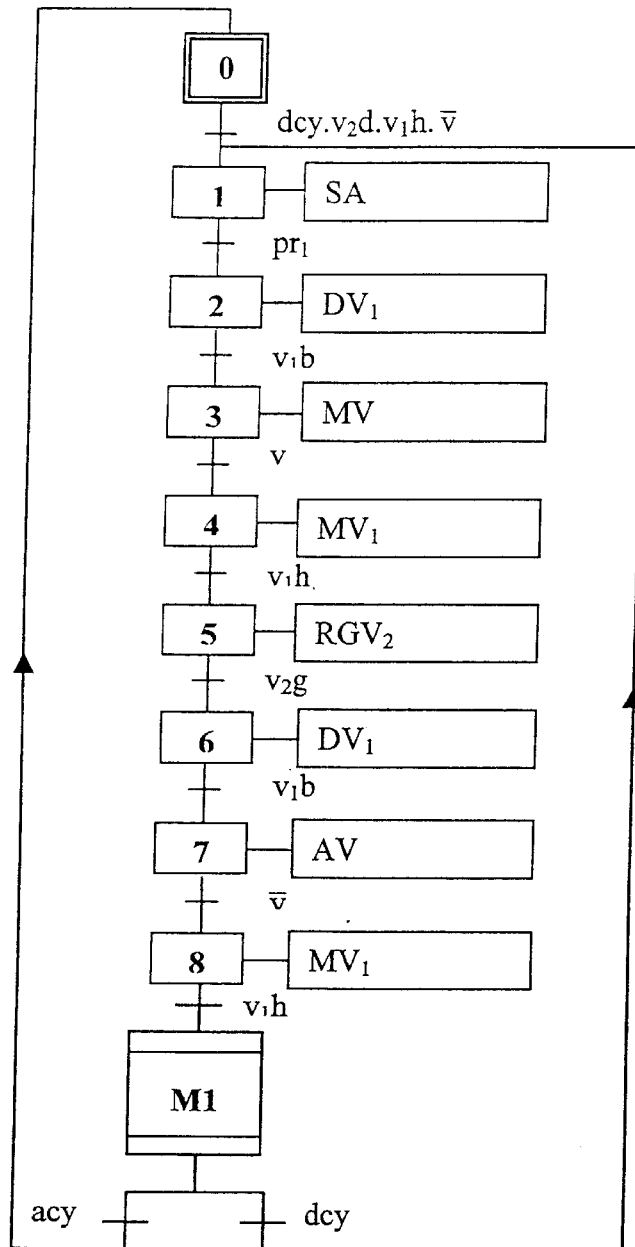
$$\Rightarrow \boxed{c \geq 8,5 \text{ mm}}$$

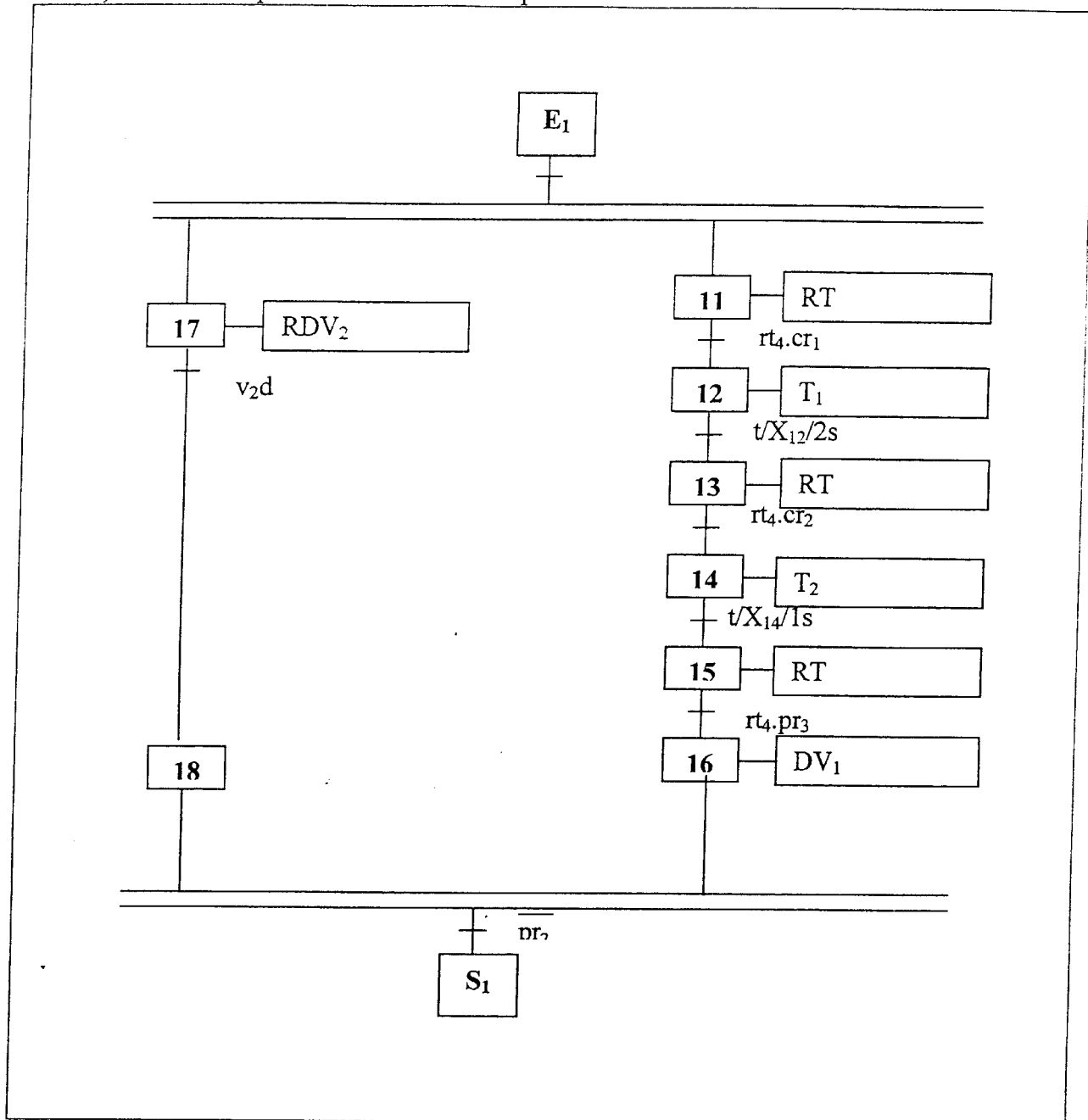
B-III-5. Vérifier la résistance du levier à la contrainte normale produite par le moment de flexion.  $\sigma_{\max}(\text{adm}) = 120 \text{ N/mm}^2$ .

$$\left. \begin{aligned} \tau &= \frac{T_{y\max}}{S} \leq \tau_{\text{adm}} \\ T_{y\max} &= 300 \text{ N} \quad \text{et} \quad S = c^3 = 72,25 \text{ mm}^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \tau = \frac{300}{72,25} = 4,15 \text{ N/mm}^2 \quad \tau_{\text{adm}} = 80 \text{ N/mm}^2$$

Institut Préparatoire  
des études ingénieurs  
de JSTX  
BIBLIOTHÈQUE

## C.1.1) Compléter le Grafcet G1



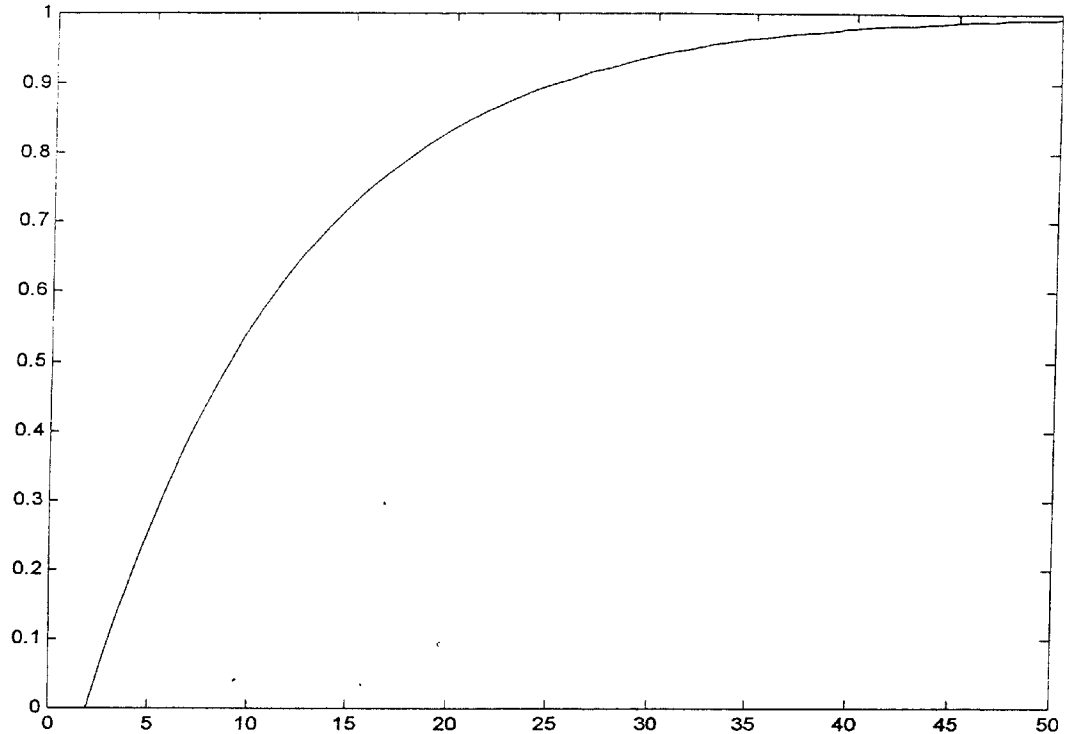


## C.2.1)

Comme  $U(p) = \frac{1}{p}$  et  $T(p) = \frac{\Omega_s(p)}{U(p)} = \frac{e^{-2p}}{1+10p}$ , alors :  $\Omega_s(p) = \frac{e^{-2p}}{p(1+10p)}$

En utilisant la transformée de Laplace inverse ( $L^{-1}$ ), on en déduit l'expression de la réponse indicielle unitaire donnée par :

$$\Omega_s(t) = (1 - e^{-\frac{(t-2)}{10}})u(t)$$



### C.2.2.1)

La fonction de transfert en boucle fermée est donnée par :

$$H_{BF}(p) = \frac{K_1 T(p)}{1 + K_1 T(p)} = \frac{K_1 \frac{e^{-2p}}{1+10p}}{1 + K_1 \frac{e^{-2p}}{1+10p}} = \frac{K_1 e^{-2p}}{1+10p + K_1 e^{-2p}} = \frac{N(p)}{D(p)}$$

avec  $D(p) = 1 + 10p + K_1 e^{-2p}$  et  $N(p) = K_1 e^{-2p}$

Le dénominateur de la fonction de transfert en boucle fermée  $D(p)$  n'est pas un polynôme. En effet, il comporte un terme sous la forme d'un exponentiel. Ce qui justifie qu'on ne peut pas appliquer le critère de Routh.

### C.2.2.2.1)

A partir du tableau des essais harmoniques, on trouve les valeurs de la marge de gain et de la marge de phase qui sont données respectivement par :

MG=18,6 DB

MP= 180°

La valeur du gain limite ( $K_c$ ) qui assure la stabilité du système en boucle fermée est définie par :

$$20 \log(K_c) = 18,6 \text{ DB ce qui donne } K_c = 10^{\frac{18,6}{20}} = 8,51$$

La méthode fréquentielle nous a permis de déterminer les valeurs limites des marges de gain et de phase qui assurent la stabilité du système en boucle fermée malgré l'existence d'un retard dans la fonction de transfert (terme en exponentielle)

#### C.2.2.2.2)

L'erreur statique de position est définie par :

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \frac{1}{1 + K_1} = 0,5 = 50\%$$

#### C.2.3.1)

le régulateur  $R(p)$  est de la forme :

$$R(p) = K_2 \frac{1 + \tau p}{1 + 4\tau p}; \quad K_2 > 0; \quad \tau > 0$$

Il s'agit d'un régulateur à action proportionnelle et intégrale approchée. En effet, un correcteur PI est, généralement, de la forme :

$$C(p) = K \left(1 + \frac{1}{Ti p}\right); \quad K > 0; \quad Ti > 0$$

Si l'action intégrale n'est pas pure, le correcteur PI aura la forme suivante :

$$C(p) = K \left(1 + \frac{1}{a + Ti p}\right) \cong \frac{K}{a} \left(\frac{1 + a Ti p}{1 + Ti p}\right); \quad \text{avec } a \ll 1$$

En choisissant  $K_2 = \frac{K}{a}$  et  $\tau = \frac{Ti}{a}$ , on trouve que  $R(p) = C(p)$

#### C.2.3.2)

$K_2 = 7$ , la valeur de  $\tau$  à choisir est la plus grande ( $\tau = 8 \text{ s}$ ). Elle permet d'obtenir une réponse indicielle unitaire apériodique du système en boucle fermée. En effet, la pente de l'action intégrale (égale à  $\frac{1}{\tau}$ ) doit être choisie la plus faible possible.

L'erreur statique de position est définie par :

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p) = \frac{1}{1 + K_2} = 0,125 = 12,5\%$$

En utilisant ce régulateur, le système en boucle fermée est stable, plus précis et plus rapide.