I.P.E.I.S
Département de Préparation
au Concours Technologique

A-U :2016/2017
PB1

DEVOIR DE CONTROLE N°2
(DUREE : 1h30mn)

N.B: Il sera tenu compte de la présentation des copies.

Exercice 1

Une bille M assimilable à un point matériel se déplace à l'intérieur d'un tube (AB),de forme hélicoïdale, fixé sur la face latérale d'un cylindre de rayon a et de hauteur $2\pi a$. Le cylindre tourne autour de l'axe Oz d'un repère fixe R (O, x, y, z) avec une vitesse angulaire $\omega(t)$.

Le mouvement de la bille M est défini dans R par les équations horaires suivantes :

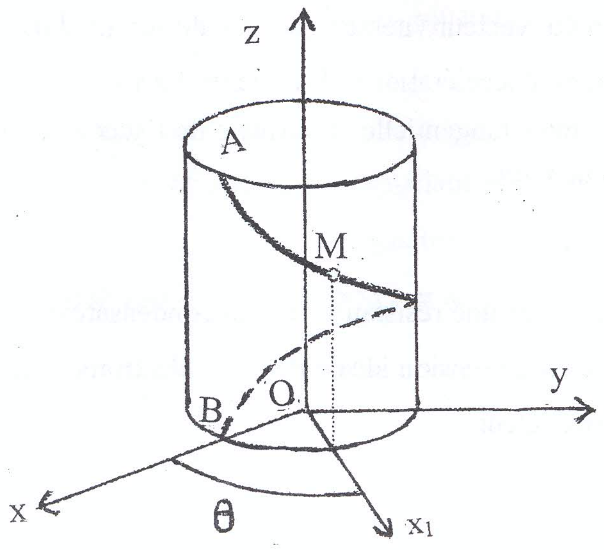
$$x = a\cos(\theta(t))$$

$$y = a\sin(\theta(t))$$

$$z = a(2\pi - \theta(t))$$

On attache au cylindre un référentiel mobile R_1 (O, x_1, y_1, z_1) de base orthonormée directe $(\vec{i_1}, \vec{j_1}, \vec{k_1})$ tel que (Oz) soit confondu avec (Oz_1). On pose (Ox, Ox_1) = $\theta(t)$, voir figure.

Tous les vecteurs doivent être exprimés dans la base $(\vec{i_1}, \vec{j_1}, \vec{k_1})$ du repère R_1.



Partie A

1) Montrer que le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ s'écritdans la base $(\vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1)$: $\overrightarrow{OM} = a\,\vec{i}_1 + a(2\pi-\theta)\,\vec{k}_1$
2) Déterminer la vitesse du point M par rapport à R_1.
3) Déterminer la vitesse d'entraînement de R_1 par rapport à R.
4) Déduire les composantes de la vitesse du point M par rapport à R.

Partie B

1) Déterminer l'accélération du point M par rapport à R_1.
2) Déterminer l'accélération d'entraînement de R_1 par rapport à R.
3) Déterminer l'accélération de Coriolis du point M.
4) Déduire les composantes de l'accélération du point M par rapport à R.

Exercice2:

Un point matériel M se déplace sur la courbe définie par les équations horaires suivantes :

$X = A\,(1+\cos\omega t)$

$Y = A\sin\omega t$ $\qquad$ ω et A sont des constantes positives.

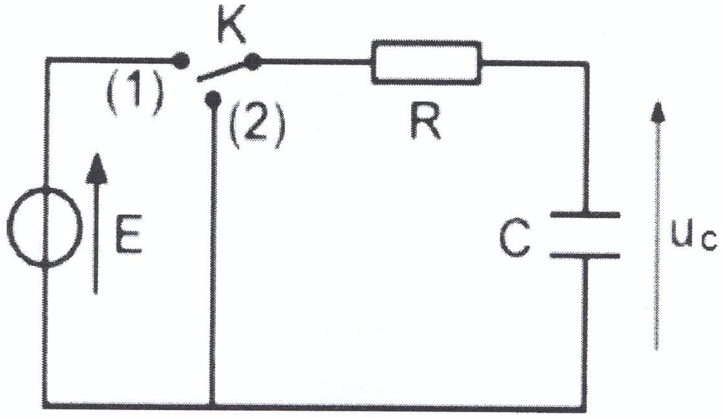
$Z = 0$

X, Y, Z désignent les coordonnées cartésiennes de la particule M à l'instant t.

1) Déterminer l'équation de la trajectoire de la particule M, préciser sa nature.
2) Donner l'expression du vecteur vitesse $\vec{V}$ et celle de son module.
3) Donner l'expression de l'accélération $\vec{\gamma}$. Préciser son sens.
4) Calculer les composantes tangentielle et normale de l'accélération. En déduire le rayon de courbure de la trajectoire.

Exercice 3:

Un circuit RC série, comportant une résistance Ret un condensateur C initialement déchargé, est alimenté par un générateur de tension idéale de force électromotrice constante E. Soit u_c la tensionaux bornes du condensateur.



1) L'interrupteur étant fermé en position 1 à la date t = 0, on enregistre l'évolution de la tension u_c aux bornes du condensateur.

   a. Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par u_c.

   b. Exprimer τ : la constante de temps du circuit.

   c. Représenter l'évolution de la tension u_c (t).

2) Le condensateur étant préalablement chargé dans les conditions de la question 1, on bascule l'interrupteur en position 2 à l'instant t =0 (instant pris comme origine des temps)

   a. Exprimer l'intensité du courant en fonction de u_c.

   b. Montrer que l'équation différentielle à laquelle obéit u_c s'écrit : $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{RC}.u_c = 0$

   c. Vérifier que $u_c = A.e^{-Bt}$ est solution de cette équation, et déterminer les expressions des grandeurs A et B.

   d. Quelle est, au cours de la décharge, l'expression E_C de l'énergie emmagasinée par le condensateur en fonction du temps ? En appelant E_{C0} l'énergie du condensateur à l'instant t = 0, calculer le rapport E_C/E_{C0} à la date $t = \tau$.

   e. Représenter l'évolution de $E_C = f(u_c^2)$. Retrouver alors la valeur de C.