6 copie

Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Sfax	IPEIS	MP 1 A.U : 2015-2016 Durée : 2 h30

Devoir de Fin du 2ème Semestre

Physique

Mardi le 17 Mai 2016

- Les résultats littéraux devront être encadrés.
- Les résultats littéraux non homogènes entraîneront la perte de tous les points de la question.
- Les calculatrices sont autorisées.

Problème 1 (Electrostatique):

On considère une sphère creuse $\mathcal{S}$ de centre O, uniformément chargée en volume (ρ =cte) et de rayons αR et R tel que α est un coefficient positif inférieur à 1. Soit M un point de l'espace repéré par la distance OM=r. Soit encore le vecteur directeur unitaire $\overrightarrow{u_r} = \frac{\overrightarrow{OM}}{OM}$.

1. Déterminer les plans de symétrie et les invariances de cette distribution de charges.
2. En déduire l'expression générale du champ $\vec{E}$(M) et du potentiel V(M).
3. Rappeler le théorème de Gauss. Quelles sont les précautions à prendre pour appliquer ce théorème ? Quelle est la surface de Gauss adaptée au problème ?
4. En appliquant le théorème de Gauss, déterminer le champ $\vec{E}$ en tout point de l'espace.
5. Déterminer l'expression des potentiels relatifs V ; représenter V en fonction des variables d'espace adéquates. On choisit la référence des potentiels à l'infini V(∞)=0.

Lorsque le coefficient α est très proche de 1, la sphère creuse $\mathcal{S}$ devient une coquille $\mathcal{C}$ de faible épaisseur uniformément chargée en surface de densité de charge surfacique σ.

6. Exprimer σ en fonction de ρ.
7. Que seront les nouvelles expressions du champ électrostatique et du potentiel à l'extérieur de la coquille $\mathcal{C}$ en fonction de σ.

On place maintenant au centre O une charge ponctuelle $q = -4\alpha\pi R^2\sigma$

8. Calculer la nouvelle expression du champ électrostatique $\vec{E}$ (M) ; M étant un point situé au voisinage de la coquille chargée C. Conclure.

Problème 2 (Dipôles):

Dans le plan XOZ on place un segment de longueur L chargé avec la densité linéique constante positive λ . Le segment est porté par l'axe (X'X), son milieu passe par le point O.

1. On se propose de calculer le champ électrostatique créé par ce segment.
   1.1. Donner l'expression du champ électrostatique élémentaire $\overrightarrow{dE}$(M) créé par une charge élémentaire (dq) du segment en un point M du plan (XOZ).
   1.2. Donner la direction du champ $\vec{E}$(Mo) résultant en un point Mo situé sur l'axe OZ.
   1.3. Par intégration déterminer l'expression du champ $\vec{E}$(Mo) en fonction de l'angle qui délimite le segment puis en fonction de z (position du point Mo) et des données du problème.
   1.4. Quel est l'effet sur $\vec{E}$ d'un changement de z en (– z)?

2. On dispose maintenant de deux segments S_1 et S_2 identiques au premier et parallèles à l'axe (X'X).

Le segment S_1, chargé négativement, passe par le point A_1 situé en $z = -a/2$ et le segment S_2, chargé positivement, passe par le point A_2 situé en $z = +a/2$ (voir figure 1).

   2.1. Donner l'expression du champ créé par les deux segments au point Mo de l'axe Z'Z en fonction de z de la distance **a** et des données du problème.
   2.2. Dans le cas où L est faible devant la distance **a**, quelle est la nouvelle expression du champ électrostatique $\vec{E}(Mo)$. Exprimer le résultat en fonction de la charge totale q du segment S_2.
   2.3. Montrer que si le point M est éloigné des deux segments (z>>a), l'expression du champ en Mo s'écrit sous la forme :

   $\vec{E}$ (z) $= \dfrac{2p}{4\pi\epsilon_0 z^3}\ \vec{u}_z$, où p représente en fait le moment dipolaire électrostatique du dipôle équivalent aux deux segments. Donner l'expression vectorielle du moment $\vec{p}$.
   2.4. Déduire l'expression du potentiel électrostatique V(Mo), on prendra V(∞)=0.

3. On se place dans les conditions où les segments sont équivalents à un dipôle de moment $\vec{p}$.
   3.1. Déterminer l'expression du potentiel $V_p(M)$ créé par le dipôle en un point M de l'espace repéré par ses coordonnées sphériques (r et Θ) avec r>>**a**.
   3.2. Déduire les composantes E_r et E_θ du champ $\vec{E}_p(M)$ créé par le dipôle.
   3.3. Vérifier les résultats trouvés dans les questions 2.3 et 2.4.

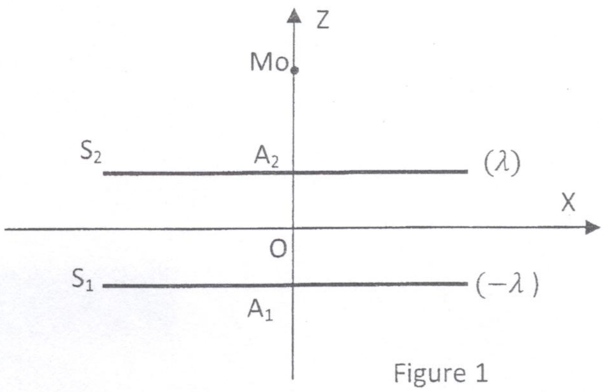

Figure 1

4. Les deux segments sont remplacés par une boucle circulaire de centre O et de rayon R placée dans le plan (XOY) parcouru par un courant électrique d'intensité I.
   4.1. Définir le moment dipolaire magnétique $\vec{m}$ de la boucle.
   4.2. Par analogie avec l'électrostatique, donner les composantes B_r et B_Θ du champ magnétostatique créé par le dipôle magnétique en un point M de l'espace éloigné du dipôle.
   4.3. Quelle est l'expression du champ magnétostatique $\vec{B}_o$ créé par ce dipôle en un point M_O situé sur l'axe (OZ)?
   4.4. Le point Mo est le centre d'une spire circulaire S d'aire A placée dans le plan (XOZ) et parcourue par un courant I'. On suppose que le champ créé par le dipôle est égal à $\vec{B}_o$ en chaque point de la spire S, quelle est alors l'action du champ $\vec{B}_o$ sur la spire. Faire un schéma explicatif.
   4.5. Soit $\vec{m}'$ le moment magnétique de la spire S, donner les expressions du moment du couple et de l'énergie potentielle d'interaction entre le dipôle magnétique en O et la spire S. Donner la disposition de la spire si un équilibre est atteint. Dans ce cas recalculer l'expression de l'énergie potentielle d'interaction.

Problème3 (Magnétostatique):

I- On considère un cylindre, supposé de longueur infini, de rayon R et d'axe (Oz). Ce cylindre est parcouru par un courant I, uniformément réparti avec une densité volumique $\vec{J} = J_0 \, \vec{u_z}$, où J_0 constant positive, voir figure 2.

1. En utilisant les éléments de symétries, déterminer la direction et les variables dont dépend le champ magnétique $\overrightarrow{B(M)}$ créé par le cylindre en un point M de coordonnées cylindriques (r,θ,z).
2. En appliquant le théorème d'Ampère, calculer le champ magnétique $\overrightarrow{B(M)}$ en tout point M de l'espace.

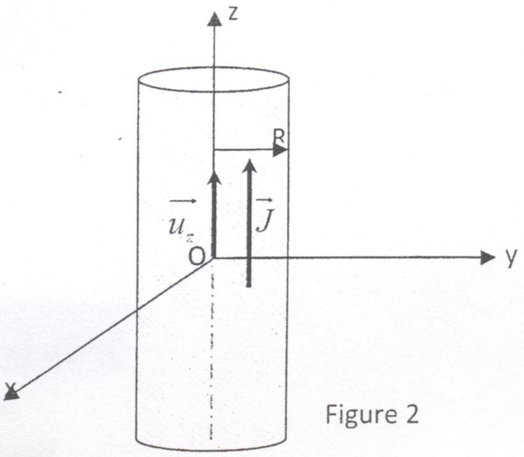

Figure 2

3. Tracer sur un schéma les lignes de champs.
4. Déterminer le flux de $\overrightarrow{B(M)}$ à travers un cylindre fermé d'axe (Oz); Commenter.

II- Un fil conducteur est enroulé sur le cylindre précédent. Le solénoïde infini ainsi formé est parcouru par un courant d'intensité I égale au courant uniforme traversant le cylindre (voir figure 3). On note n le nombre de spires par unité de longueur.

1. En appliquant le théorème d'Ampère, montrer que le champ magnétique $\vec{B}_{sole}$ créé uniquement par le solénoïde est uniforme à l'intérieur. En préciser la valeur sachant que la valeur du champ à l'extérieur du solénoïde est nulle.
2. Donner l'expression du champ magnétique $\overrightarrow{B_{tot}}$ créé par le système {cylindre+ solénoïde} en tout point M de l'espace.
3. Pour quelle valeur de r et à quelle condition, le champ magnétique $\overrightarrow{B_{tot}}$ est orienté de 45° par rapport à la direction (Oz).

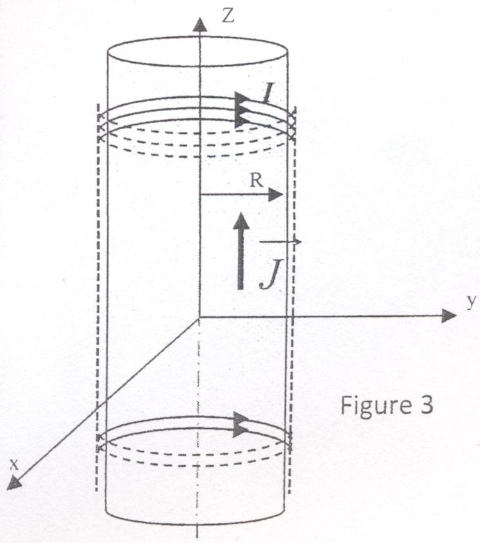

Figure 3

III- On aménage le long du cylindre infini une cavité cylindrique d'axe (Oz) et de rayon R_0 (voir figure 4). La densité volumique de courant est toujours $\vec{J} = J_0\,\vec{u}_z$.

1. Déterminer le champ $\vec{B}(M)$ en tout point M, dans les régions suivantes :

a) $0 \leq r \leq R_0$;

b) $R_0 \leq r \leq R$;

c) $R \leq r$.

2. Tracer l'allure de la fonction B(r) en fonction de r.

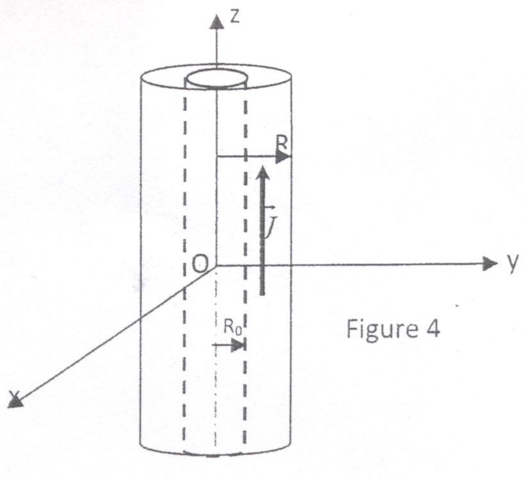

Figure 4