Institut Préparatoire aux Etudes
d'Ingénieur de Sfax
Département de Préparation au concours de
Technologie

A.U. 2017-2018

Examen de fin du 1er Semestre : MP2 & PC2

Épreuve de Systèmes Techniques Automatisés

Date : Vendredi 15 Décembre 2017	**Heure :** 8 H30	**Durée :** 3 Heures

- L'épreuve comporte deux parties indépendantes :
  - Mécanique des solides indéformables
  - Automatique

- Aucun autre document n'est autorisé.
- L'utilisation des calculatrices de poche non programmables est autorisée.
- Les deux parties de l'épreuve doivent être rédigées sur des cahiers réponses séparés.

PARTIE MÉCANIQUE DES SOLIDES INDÉFORMABLES

Présentation :

Cette partie porte sur l'étude d'un bras robotisé utilisé dans une unité de transfert de pièces. Il est représenté par le schéma cinématique minimal de la figure 1. Ce bras permet au moyen d'un moteur à courant continu et de deux réducteurs de générer simultanément deux rotations : la première s'effectue autour d'un axe fixe horizontal, la seconde autour d'un axe tournant dans un plan vertical.

Les principaux éléments qui composent ce mécanisme, sont :

- le bâti (0),

- le support (1) en liaison pivot d'axe $(O,\vec{X}_0)$ avec le bâti (0) et équipé d'un moteur (MC),

- l'ensemble (2) en liaison pivot d'axe $(A,\vec{X}_0)$ avec le support (1), cet ensemble est constitué d'une roue dentée conique, du coulisseau (C1) et du ressort (R1),

- l'ensemble (3) en liaison pivot d'axe $(I,\vec{Y}_1)$ avec le support (1), cet ensemble est constitué d'une roue dentée conique, du coulisseau (C2) et du ressort (R2),

- l'ensemble (4) en liaison pivot d'axe $(K,\vec{Y}_1)$ avec le bras (1) et est constitué de la pièce à transférer et du porte pièce qui est en liaison plane de normale $(J,\vec{Y}_1)$ avec l'ensemble (3),

- le pignon arbré (5), en liaison pivot d'axe $(C,\vec{X}_0)$ avec le porte satellite (6) et en liaison plane de normale $(B,\vec{X}_0)$ avec l'ensemble (2). Il engrène en D avec la roue dentée fixe (C),

- le porte satellite (6) en liaison pivot d'axe $(O,\vec{X}_0)$ avec le bâti(0).

Repères et paramétrage :

Les repères et les paramètres adoptés sont définis comme suit :

- $R_0(O,\vec{X}_0,\vec{Y}_0,\vec{Z}_0)$ repère lié au bâti (0) supposé galiléen, tel que l'axe $(O,\vec{Z}_0)$ est vertical ascendant,
- $R_1(O,\vec{X}_0,\vec{Y}_1,\vec{Z}_1)$ repère lié au support (1) tel que $\beta=(\vec{Y}_0,\vec{Y}_1)=(\vec{Z}_0,\vec{Z}_1)$,
- $R_2(A,\vec{X}_0,\vec{Y}_2,\vec{Z}_2)$ repère lié aux ensembles (2) et (5) tel que : $\theta=(\vec{Y}_1,\vec{Y}_2)=(\vec{Z}_1,\vec{Z}_2)$, ($\theta$ étant la rotation imposée par le moteur),
- $R_3(K,\vec{X}_3,\vec{Y}_1,\vec{Z}_3)$ repère lié aux ensembles (3) et (4) tel que : $\psi=(\vec{X}_0,\vec{X}_3)=(\vec{Z}_1,\vec{Z}_3)$.

Les positions des différents centres de liaison sont décrites par les relations vectorielles suivantes :

$$\vec{OA}=a_1\vec{Y}_1,\ \vec{AD}=a_2\vec{X}_0-r_5\vec{Y}_1,\ \vec{JK}=a_4\vec{Y}_1,\ \vec{OI}=a_3\vec{X}_0+b_1\vec{Y}_1,$$
$$\vec{OK}=a_3\vec{X}_0+b_2\vec{Y}_1,\ \vec{AE}=c_1\vec{X}_0+r_2\vec{Y}_1,\quad \vec{EI}=r_3\vec{X}_0+c_2\vec{Y}_1.$$

Les angles β, θ et ψ sont les paramètres angulaires du mécanisme. a_1, a_2, a_3, a_4, b_1, b_2, c_1, c_2, r_2, r_3 et r_5 sont des constantes géométriques.

Hypothèses :

- L'ensemble (4) est modélisé par un solide homogène dont les caractéristiques d'inertie sont comme suit :
  - la position de son centre d'inertie G est définie par le vecteur $\vec{KG}=x\vec{X}_3+y\vec{Y}_1$
  - sa matrice d'inertie au point K, exprimée dans la base $(\vec{X}_3,\vec{Y}_1,\vec{Z}_3)$, est de la forme :

$$[I_K(4)]=\begin{bmatrix} A_4 & -F_4 & 0 \\ -F_4 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{bmatrix}_{(\vec{X}_3,\vec{Y}_1,\vec{Z}_3)}$$

- L'action au point J de l'ensemble (3) sur l'ensemble (4) est modélisée par le torseur :

$$\{\tau_{3\to4}\}_J=\begin{Bmatrix} \vec{F}_J=N_J\vec{Y}_1 \\ \vec{M}_J=C_J\vec{Y}_1 \end{Bmatrix}$$

- Toutes les liaisons sont parfaites sauf les liaisons planes : coulisseau (C1) - roue (5) en B et ensemble (4) – coulisseau (C2) en J qui sont obtenues par adhérence caractérisé par le coefficient de frottement *f*.
- L'accélération de la pesanteur est telle que :

$$\vec{g}=-g\vec{Z}_0$$

A.1 : ÉTUDE CINÉMATIQUE

Dans cette étude, on admettra que la vitesse de rotation du moteur est constante ($\dot{\theta}=\omega$). Tous les calculs doivent être effectués dans la base $(\vec{X}_0,\vec{Y}_1,\vec{Z}_1)$.

A.1.1. Calculer les vecteurs vitesses suivants : $\vec{V}(A/R_0)$, $\vec{V}(I/R_0)$, $\vec{V}(K/R_0)$.

A.1.2. La vitesse de G (centre d'inertie de l'ensemble (4)) par rapport à R_0 est de la forme : $\vec{V}(G/R_0) = V_x \vec{X}_0 + V_y \vec{Y}_1 + V_z \vec{Z}_1$. Déterminer les composantes V_x, V_y et V_z.

A.1.3. L'accélération de G par rapport R_0 est de la forme : $\vec{\Gamma}(G/R_0) = \Gamma_x \vec{X}_0 + \Gamma_y \vec{Y}_1 + \Gamma_z \vec{Z}_1$. Déterminer les composantes Γ_x, Γ_y et Γ_z.

A.2 : ÉTUDE DYNAMIQUE

Dans cette partie on s'intéresse à l'étude dynamique de l'ensemble (4) au moment où il occupe la position instantanée définie par : $\psi = 0$ ($\dot{\psi} \neq 0$).

Pour représenter l'action du solide (i) sur le solide (j) au point P et dans la base **B**, on utilisera la notation suivante :

$$\left\{A_{i\to j}\right\}_P = \begin{Bmatrix} X_{ij} & L_{ij} \\ Y_{ij} & M_{ij} \\ Z_{ij} & N_{ij} \end{Bmatrix}_B$$

A.2.1. Déterminer le torseur cinétique au point K de (4) dans son mouvement par rapport à R_0.

A.2.2. Déterminer le torseur dynamique au point K de (4) dans son mouvement par rapport à R_0.

A.2.3. Déterminer l'énergie cinétique de (4) dans son mouvement par rapport à R_0.

A.2.4. Donner les torseurs des actions mécaniques extérieures appliquées sur (4) au point K, les exprimer dans la base $(\vec{X}_0, \vec{Y}_1, \vec{Z}_1)$.

A.2.5. Écrire les équations scalaires qui découle de l'application du théorème de la résultante dynamique sur (4) dans son mouvement par rapport à R_0.

A.2.6. Écrire les équations scalaires qui découle de l'application du théorème du moment dynamique sur (4) dans son mouvement par rapport à R_0.

A.2.7. Sachant que $C_J = \frac{2}{3} f R N_J$, déduire alors les inconnues X_{14}, Y_{14}, N_J, Z_{14}, L_{14}, C_J et N_{14}.

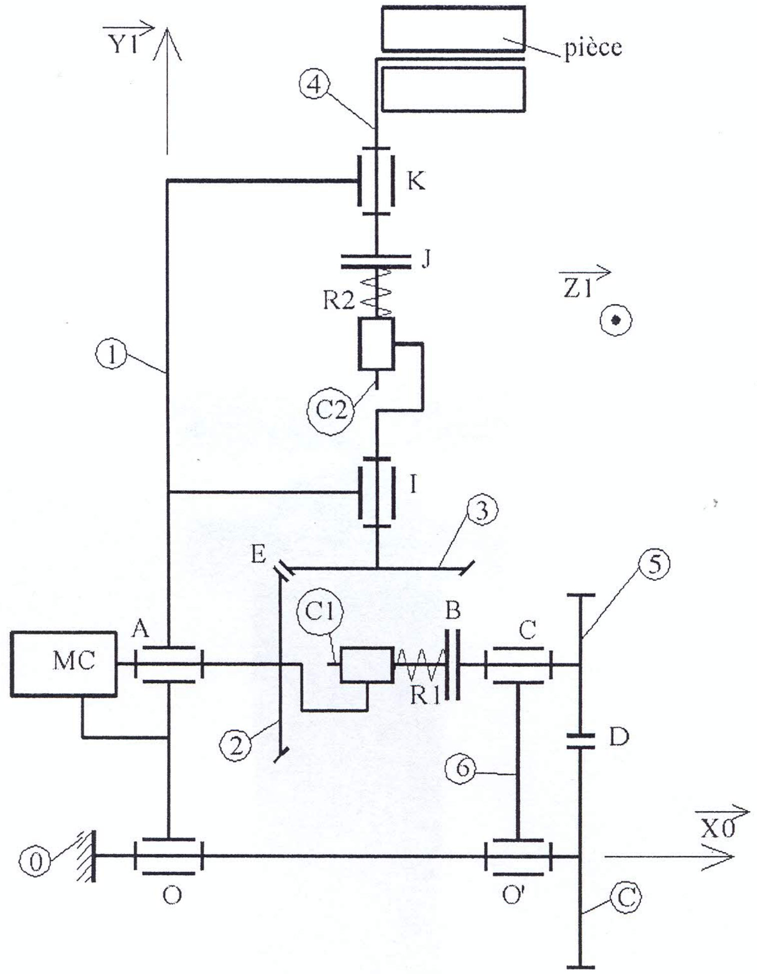
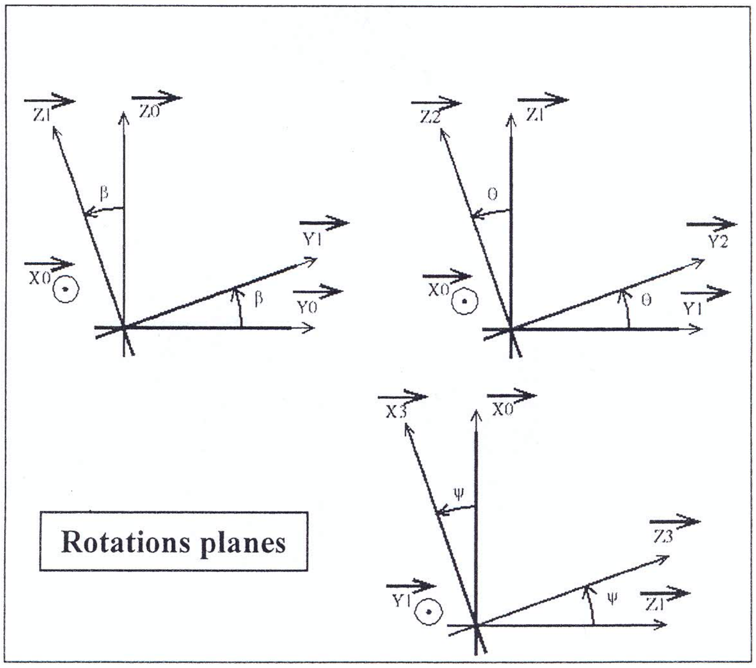


Figure 1 : Schéma cinématique minimal du bras robotisé



Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieur de Sfax — **Année universitaire : 2017-2018**

Epreuve d'automatique

Préparation : PC2-MP2

Date : 15/12/2017

Asservissement de vitesse d'un moteur à courant continu

Une presse utilise un moteur à courant continu dont les caractéristiques sont les suivantes : $R=1,32\ \Omega$; $k=1,89V/(rad.s^{-1})$; $J=0,05kg.m^2$.

1- Modélisation du moteur

L'étude classique du moteur à courant continu commandé par l'induit donne les équations suivantes :

Equation mécanique : $C_m(t)-C_r(t)=J\dfrac{d\omega(t)}{dt}$

Equation électrique : $U(t)=Ri(t)+e(t)$ (L'inductance de l'induit est négligée)

Equations de couplage : $\begin{cases} e(t)=k.\omega(t) \\ C_m(t)=k.i(t) \end{cases}$

1-1- En appliquant la transformation de Laplace, tout en supposant que les conditions initiales sont nulles, le système d'équations peut se mettre sous la forme du schéma bloc suivant avec $\Omega(p)=L(\omega(t))$. Compléter ce schéma.

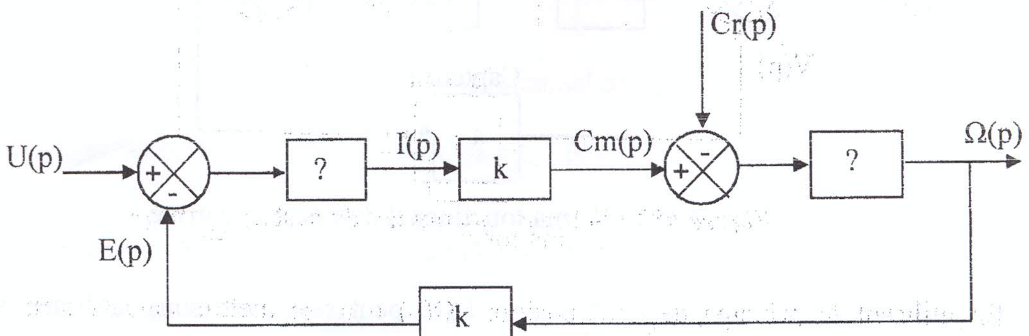


Figure n°1 : Schéma fonctionnel du moteur

1-2- Déterminer les fonctions de transfert $F_u(p)=\dfrac{\Omega(p)}{U(p)}$ et $F_r(p)=\dfrac{\Omega(p)}{C_r(p)}$

1-3- Le schéma fonctionnel représenté sur la figure n°1 peut se mettre sous la forme du schéma bloc suivant :

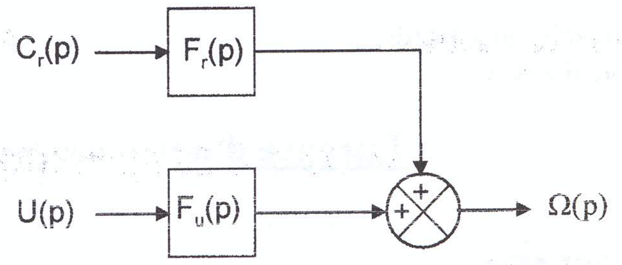


Figure n°2 : Schéma bloc

1-3-1- Exprimer $F_r(p)$ et $F_u(p)$ sous forme canonique : $F_u(p) = \dfrac{k_u}{1+\tau_m p}$ **et** $F_r(p) = \dfrac{k_r}{1+\tau_m p}$

1-3-2- Préciser les constantes de temps et les gains statiques. Faire l'application numérique.

1-4- En appliquant le principe de superposition, exprimer $\Omega(p)$ en fonction de $U(p)$ et de $C_r(p)$.

2- Etude des performances en boucle fermée

Afin de réduire la sensibilité du moteur aux perturbations extérieures (couple résistant), on boucle le système en comparant la tension de consigne à la tension image de la vitesse de rotation du moteur. Cette tension image est produite par un capteur de fonction de transfert a = constante. On insère également dans le système un correcteur de fonction de transfert $C(p)$.
On schématise le système de la façon suivante :

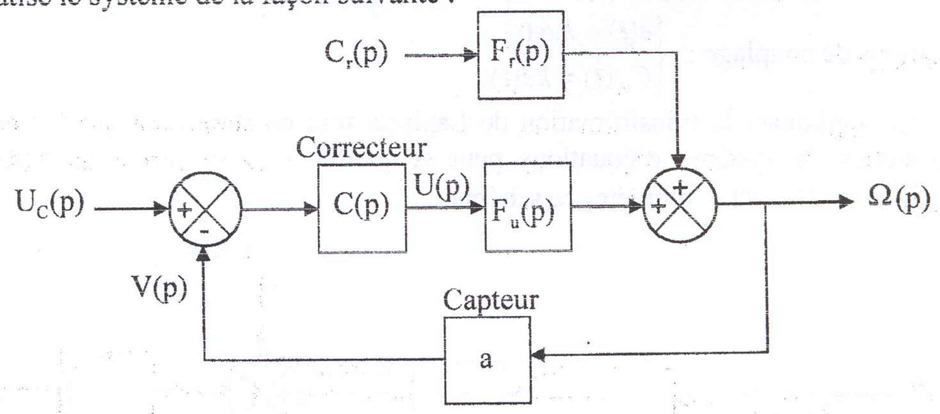


Figure n°3 : Schéma fonctionnel du système corrigé

2-1- En utilisant le principe de superposition, $\Omega(p)$ peut se mettre sous la forme suivante :
$\Omega(p) = G_C(p).U_C(p) + G_r(p).C_r(p)$

Exprimer $G_C(p)$ et $G_r(p)$ en fonction de $F_r(p)$, $F_u(p)$, $C(p)$ et a.

3- Etude en régulation proportionnelle

Le régulateur est un correcteur proportionnel : $C(p) = k_c$.
On prendra $k_c = 10$, le capteur de vitesse est défini tel que : $a.k_u = 1$.

3-1- Mettre $G_C(p)$ et $G_r(p)$ sous forme canonique et déterminer les expressions de la constante de temps T et des gains statiques G_{C0} et G_{r0}.

Etude sans couple résistant : $C_r(t)=0$

On applique un échelon de tension d'amplitude U_{C0}.

3-2- Exprimer la vitesse de rotation du moteur en régime permanent ω_0 et calculer la tension U_{C0} pour obtenir ω_0=244rad/s.

4- Nouvelle modélisation du moteur

On suppose que le couple résistant est nul (Cr(t)=0) et a=2V/(rad.s^{-1}). En tenant compte de l'inductance de l'induit du moteur la nouvelle valeur de la fonction de transfert $F_u(p)$ est :

$$F_u(p) = \frac{0,5}{(1+10p)(1+0,5p)}$$

Le schéma fonctionnel de l'ensemble moteur, correcteur et capteur est représenté sur la figure suivante :

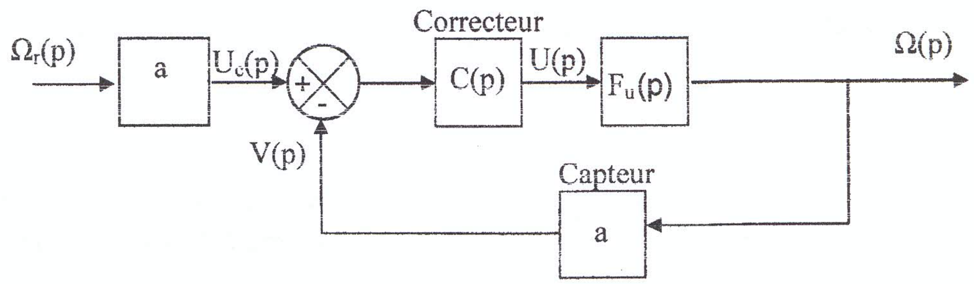


Figure n°4 : Schéma fonctionnel du système corrigé (Cr(p)=0)

C(p) est un correcteur proportionnel de gain k_c, $(C(p) = k_c = 35)$.

4-1- Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée du système : $H(p) = \dfrac{\Omega(p)}{\Omega_r(p)}$.

4-2- Calculer la pulsation propre non amortie, le gain statique et le coefficient d'amortissement.

4-3- Calculer le dépassement en %, le temps du premier dépassement et la pulsation de résonnance.

4-4- Déterminer le temps de réponse à 5% de la valeur finale (tr $_{5\%}$).