Institut Préparatoire aux Études d'Ingénieur de Sfax	IPEIS	*12 Décembre 2017* *$2^{ème}$ année PC* *AU : 2017/2018*

Devoir de Synthèse de Physique N° 01
(Durée : 4 H)

Instructions générales :
- *Les candidats sont invités à porter une attention particulière à la rédaction : les copies illisibles ou mal présentées seront pénalisées.*
- *Tous les résultats demandés seront exprimés littéralement à l'aide des données, puis numériquement.*
- *Toute application numérique, qui ne comportera pas d'unité, ne donnera pas lieu à attribution de points.*

Partie I : Mécanique des Fluides

Dans cette partie, l'atmosphère terrestre est supposée isotherme et que les molécules d'air sont toutes identiques et obéissent au modèle des gaz parfaits. L'air, de masse volumique ρ, sera toujours considéré en équilibre thermodynamique local.

1. Établir l'équation fondamentale de la statique des fluides :

$$P+\rho gz=C^{te}.$$

2. En déduire les positions des plans isobares.

3. Soit $n(z)$ le nombre de particules par unité de volume à l'altitude z et $n_0=n(z=0)$ celui au niveau du sol. On désignera par $P(z)$ la pression à l'altitude z (Figure 1).

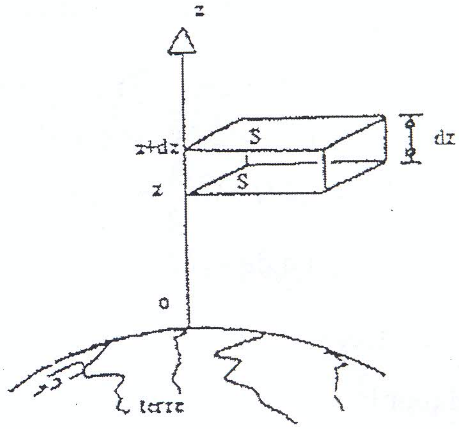

Figure 1

3.1 Écrire l'équilibre mécanique d'une tranche d'épaisseur dz de surface S comprise entre les altitudes z et $z+dz$.

En déduire que $P(z)$ peut s'écrire sous la forme : $P(z) = P_0 e^{\frac{-Mgz}{RT}}$. Avec : $P_0=P(z=0)$, M est la masse molaire des molécules d'air de l'atmosphère, g la constante de pesanteur, R la constante des gaz parfaits et T la température.

3.2 Établir l'expression de la masse volumique $\rho(z)$ en fonction de z, g, T, de la constante de Boltzmann k_B et la masse m d'une particule. Donner l'interprétation énergétique de cette expression en déduire le facteur de Boltzmann.

3.3 En déduire l'expression de $n(z)$.

3.4 Représenter l'allure de l'évolution de $n(z)$ pour deux températures T_1 et T_2 avec $T_2 > T_1$. Interpréter les courbes obtenues.

Partie II : Physique des ondes

Problème 1 :

On cherche à étudier la propagation du son dans l'air que l'on assimilera à un gaz parfait. On note respectivement $\rho(M,t)$, $P(M,t)$ et $\vec{v}(M,t)$ la masse volumique, la pression et le champ de vitesses des particules des fluides en écoulement. Les valeurs correspondantes à l'équilibre sont ρ_0, P_0 et $\vec{v}=\vec{0}$. Les écarts de ces grandeurs par rapport à l'équilibre sont les grandeurs acoustiques.

Les effets de la pesanteur sont négligés devant ceux de l'onde sonore. On note T_0 la température de l'air à l'équilibre.

1) *Approximation acoustique*

1- On supposera la température uniforme à l'équilibre. Justifier que la masse volumique à l'équilibre est également uniforme.

2- L'approximation acoustique permet de se limiter à des équations d'ordre 1. À quoi se réduit alors l'équation d'Euler ?

3- Écrire de même la forme approchée à l'ordre 1 de l'équation de bilan de masse.

4- Le coefficient de compressibilité isentropique est défini par $\chi_s = \dfrac{1}{\rho}\left(\dfrac{\partial \rho}{\partial P}\right)_s$.

En déduire une relation de proportionnalité entre la surpression acoustique $p_a(M,t) = P(M,t) - P_0$ et l'écart de masse volumique $\rho_a(M,t) = \rho(M,t) - \rho_0$.

5- Montrer que $p_a(M,t)$ est solution d'une équation de D'Alembert. Préciser la célérité c correspondante.

6- Montrer que la dérivée locale de la vitesse par rapport au temps est un champ de gradient de vitesses $\varphi(M,t)$. En déduire que l'écoulement est potentiel.

7- Montrer que $\vec{v}(M,t)$ est solution d'une équation de d'Alembert. Préciser la célérité correspondante.

8- Le milieu étudié est-il dispersif ?

2) *Aspect énergétique*

9- On définit le vecteur $\vec{\Pi}(M,t) = p_a(M,t)\,\vec{v}(M,t)$. Quelle est la signification du flux de $\vec{\Pi}(M,t)$ à travers une surface Σ ? Quel est le vecteur jouant le même rôle pour les ondes électromagnétiques ?

10- On pose $e(M,t) = \dfrac{1}{2}\rho\, v^2(M,t) + \alpha\, p_a^2(M,t)$. Quelle doit être la dimension physique de α pour que l'expression de $e(M,t)$ soit homogène ? Indiquer la nature physique de $e(M,t)$.

11- Montrer que l'on peut trouver α de telle sorte que : $\dfrac{\partial e(M,t)}{\partial t} + div\,\vec{\Pi}(M,t) = 0$.

Indiquer la signification physique de l'équation ainsi établie.

3) *Ordres de grandeur*

L'air est assimilé à un gaz parfait diatomique. On note γ le rapport des capacités thermiques à pression constante et à volume constant et R la constante molaire des gaz parfaits. $\gamma = 1{,}4$ et $R = 8{,}314\, J\, K^{-1}\, mol^{-1}$. La masse molaire moyenne de l'air est $M = 29\, g\, mol^{-1}$. La température d'équilibre est $T_0 = 300\, K$ et la pression d'équilibre est $P_0 = 1{,}013\ 10^5\, Pa$.

12- Exprimer le coefficient de compressibilité χ_s en fonction de la pression et du coefficient γ.

13- En déduire l'expression de la célérité du son dans l'air en fonction de γ, R, T_0 et M. Calculer numériquement sa valeur.

14- On définit l'intensité sonore I comme la valeur moyenne de la puissance sonore surfacique.
On choisit une valeur de référence $I_0 = 10^{-12}\, W\, m^{-2}$, valeur qui correspond au seuil d'audition d'une oreille moyenne à la fréquence de $f = 1\, kHz$. Déterminer, pour une onde plane progressive ayant l'intensité sonore I_0, les amplitudes de la surpression et de la vitesse des particules de fluide. Quelle est l'amplitude du déplacement du fluide lié à l'onde sonore ? La comparer à la longueur d'onde. Montrer que l'approximation acoustique est valable. Vérifier que les effets de la pesanteur sont bien négligeables devant ceux de l'onde sonore.

15- On utilise souvent une échelle logarithmique pour indiquer un niveau sonore. Le niveau sonore correspondant à une onde d'intensité I est indiqué en décibels, définit par : $I(dB) = 10\log\left(I/I_0 \right)$.

Le seuil de douleur correspond à $I(dB) = 120\ dB$. Comparer l'amplitude du déplacement acoustique à la longueur d'onde pour une onde sonore de niveau sonore $120\ dB$ à $f = 1\ kHz$. Conclure.

4) *Influence de la viscosité de l'air*

En réalité, à cause de la viscosité de l'air, le son est absorbé au cours de sa propagation. On suppose que l'onde se propage suivant la direction Ox. On admet que la surpression $p_a(x,t)$ vérifie alors l'équation de propagation suivante : $\dfrac{\partial^2 p_a(x,t)}{\partial t^2} - c^2 \dfrac{\partial^2 p_a(x,t)}{\partial x^2} - \beta \dfrac{\partial}{\partial t}\left(\dfrac{\partial^2 p_a(x,t)}{\partial x^2} \right) = 0$.

Où c représente la célérité de l'onde sonore et β est une constante proportionnel à la viscosité dynamique de l'air.

On suppose que l'émetteur produit une onde sonore sinusoïdale de pulsation ω et que β vérifiant la condition : $\beta\omega << c^2$.

On cherche une surpression complexe, solution de l'équation de propagation, de la forme : $\underline{p}_a(x,t) = p_{a0} \exp j(\omega t - \underline{k}x)$ où $\underline{k}$ est complexe qui peut s'écrire sous forme : $\underline{k} = k_1 - jk_2$, k_1 et k_2 sont des réels positifs.

16- Exprimer k_1 et k_2 en fonction de β, c et ω en tenant compte de l'approximation imposée.

17- Déduire l'expression réelle $p_a(x,t)$ de la surpression. Décrire la nature de l'onde.

18- Donner l'expression de la vitesse de phase v_φ. Commenter.

19- Si la source utilisée émet des ondes ultrasonores dans l'air, quelle gamme de fréquences est-il préférable d'utiliser pour limiter leur atténuation au cours de la propagation ?

Problème 2 :

On se propose d'étudier la propagation d'une onde électromagnétique plane progressive harmonique de pulsation ω dans un conducteur suivant la direction Oz d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{u}_x,\vec{u}_y,\vec{u}_z)$. Le conducteur est décrit par un ensemble d'électrons (de charge $-e$ et de masse m_e) dont la densité particulaire est notée n. Ce milieu est caractérisé par des constantes électriques et magnétique celles du vide ($\varepsilon = \varepsilon_0$ et $\mu = \mu_0$). On s'intéresse à l'interaction entre les charges du conducteur et le champ électromagnétique en régime sinusoïdal forcé établit. En notation complexe, le champ électrique associé à cette onde s'écrit : $\vec{\underline{E}}(z,t) = \vec{E}_0 \exp j(\omega t - kz)$, k est à priori complexe et E_0 est une constante positive

1- Ecrire l'équation différentielle du mouvement des électrons

On néglige par la suite l'effet de la force de frottement ainsi que la contribution magnétique de la force de Lorentz. En plus, on suppose que la longueur d'onde est très grande par rapport aux dimensions atomiques.

2- Déterminer la densité de courant $\vec{\underline{J}}$ engendrée par le mouvement des porteurs de charges. L'exprimer en fonction de ε_0, ω, $\vec{\underline{E}}$ et d'une pulsation ω_p, appelée pulsation de coupure, telle que $\omega_p^2 = \dfrac{ne^2}{m_e\,\varepsilon_0}$. En déduire l'expression de la conductivité électrique complexe $\underline{\gamma}(\omega)$.

3- En utilisant l'équation de Maxwell-Gauss et l'équation de conservation de la charge, montrer que la densité de charges ρ dans le conducteur est nulle. En déduire que l'onde électromagnétique dans le conducteur est transverse électrique.

4- Etablir l'équation de propagation de l'onde électromagnétique dans le conducteur et déterminer la relation de dispersion exprimant $\underline{k}^2(\omega)$ en fonction de ω_p, ω et c. Décrire le comportement de l'onde dans le conducteur pour $\omega > \omega_p$ et $\omega < \omega_p$.

5- Exprimer, quand c'est possible, les vitesses de phase v_φ et de groupe v_g de l'onde. Commenter

6- Citer et expliquer une application de ce type de propagation mettant en évidence son intérêt dans le domaine des télécommunications.

7- Dans la suite, on tient compte des interactions entre les particules chargées (électrons et ions) caractérisant le conducteur. Elles modélisées par une force dissipative de frottement $\vec{\underline{F}}_f = -\frac{m_e}{\tau}\vec{\underline{v}}$.

Réécrire la nouvelle équation de mouvement des électrons. Déterminer les expressions de la densité de courant $\vec{\underline{J}}$ et de la conductivité électrique $\underline{\gamma}(\omega)$. Montrer que la nouvelle relation de dispersion s'écrit : $\underline{k}^2(\omega) = \frac{\omega^2}{c^2}\left(1 - j\frac{\omega_p^2}{\omega(1/\tau + j\omega)}\right)$.

8- On s'intéresse à la situation où les collision entre les particules chargées sont faites à basse fréquence c-à-d $\omega << \frac{1}{\tau}$.

8-1- Ecrire la relation de dispersion simplifiée.

8-2- On se place dans un domaine fréquentiel où $\omega \in \left[10^8, 10^{10}\, rad\, s^{-1}\right]$ avec $\omega_p = 10^{14}\, rad s^{-1}$ et $\tau = 10^{-16} s$, montrer que, dans ces conditions, que le nombre d'onde complexe $\underline{k}(\omega)$ s'écrit : $\underline{k}(\omega) = \frac{1}{\delta}(1-j)$. Donner l'expression de δ. Quelle est sa signification physique ? Calculer δ pour $\omega = 10^{10}\, rd s^{-1}$ et $\gamma = 5{,}8\ 10^7\ \Omega^{-1} m^{-1}$. Commenter.

8-3- Ecrire la nouvelle expression du champ électrique en tenant compte des conditions citées. Quelle est la nature de cette onde ?

8-4- En déduire l'expression du champ magnétique $\vec{\underline{B}}(z,t)$ associé.

8-5- Déterminer le vecteur de Poynting $\vec{R}(z,t)$ ainsi que sa valeur moyenne temporelle.

8-6- Exprimer la puissance moyenne qui traverse une surface S perpenduculaire à l'axe Oz sous la forme : $\langle \mathcal{P}(z) \rangle = \mathcal{P}_0 \exp(-\alpha z)$ où $\mathcal{P}_0$ et α sont des constates à exprimer en fonctionde S, E_0, γ et δ. Conclure.

Fin de l'épreuve