IPEIS 2022/2023

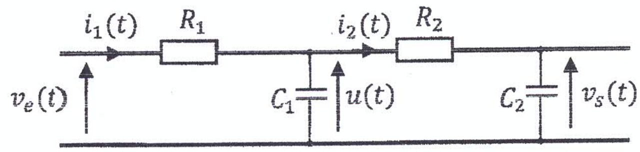
Devoir de contrôle du premier semestre

Automatique

Date : 21/10/2022. *Durée : 1h.*

Documents et Calculatrice non autorisés. Tables de Laplace fournies au verso.

On désire étudier le système électrique suivant (d'entrée $v_e(t)$ et de sortie $v_s(t)$), modélisant un filtre passe bas.



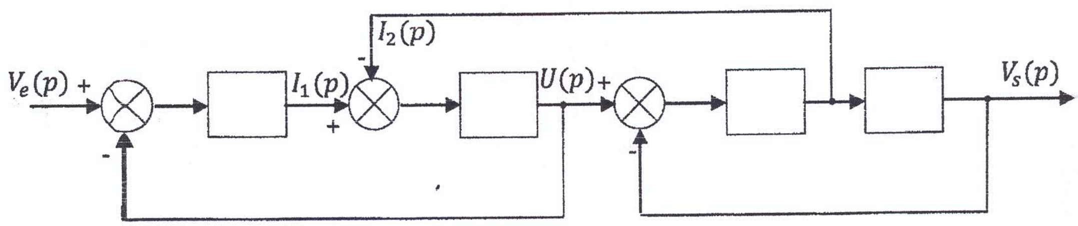
La modélisation de son comportement est donnée par les équations suivantes :

$$v_e(t) = R_1 i_1(t) + u(t)$$
$$i_1(t) - i_2(t) = C_1 \frac{du(t)}{dt}$$
$$u(t) = R_2 i_2(t) + v_s(t)$$
$$i_2(t) = C_2 \frac{dv_s(t)}{dt}$$

Les transformées de Laplace des signaux sont $V_e(p)$, $V_s(p)$, $U(p)$, $I_1(p)$ et $I_2(p)$. On suppose que toutes les conditions initiales sont nulles.

a) Transposer ces équations dans le domaine de Laplace.

b) Compléter le schéma fonctionnel ci-dessous représentant le système étudié.



c) Trouver la fonction de transfert $H(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)}$ de ce système.

Dans le cas où $C_1 = C_2 = C$ et $R_1 = R_2 = R$

d) Montrer qu'on peut mettre $H(p)$ sous la forme :

$$H(p) = \frac{V_s(p)}{V_e(p)} = \frac{1}{R^2C^2p^2 + 3RCp + 1}$$

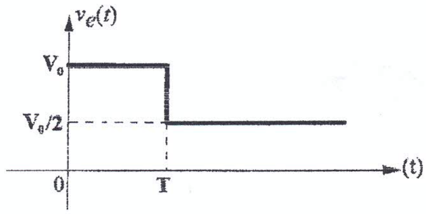
qui sera conservée pour la suite de cette étude.

e) Quels sont l'ordre, la classe, le gain statique, le polynôme caractéristique, l'équation caractéristique, les pôles et les zéros du système.

f) Calculer sa réponse impulsionnelle $h(t)$.

g) Ecrire son équation différentielle entrée-sortie.

h) Calculer $V_e(p)$ la transformée de Laplace du signal suivant :



i) Calculer les valeurs initiale et finale de $v_s(t)$ du système pour l'entrée $v_e(t)$ donnée en (h).

Table de la transformée de Laplace

$f(t)$	$F(p) = \mathcal{L}(f(t))$
$\delta(t)$	1
$u(t)$	$\frac{1}{p}$
$e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{p+a}$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}e^{-at}u(t)$	$\frac{1}{(p+a)^n}$
$\sin(\omega t)u(t)$	$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$
$\cos(\omega t)u(t)$	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$

Propriétés de la transformée de Laplace

linéarité	$f_1(t) + kf_2(t) \xmapsto{\mathcal{L}} F_1(p) + kF_2(p)$
dérivation	• $\dot{f}(t) \xmapsto{\mathcal{L}} pF(p) - f(0)$ • $\ddot{f}(t) \xmapsto{\mathcal{L}} p^2F(p) - pf(0) - \dot{f}(0)$
intégration	• $\int_0^{t\geq 0} f(\tau)d\tau \xmapsto{\mathcal{L}} \frac{F(p)}{p}$
retard	• $f(t-\theta) \xmapsto{\mathcal{L}} e^{-\theta p}F(p)$
valeur initiale	• $\lim_{t\to 0} f(t) = \lim_{p\to\infty} pF(p)$
valeur finale	• $\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{p\to 0} pF(p)$