



Concours Nationaux d'Entrée aux
Cycles de Formation d'Ingénieurs
Session : Juin 2003

Concours en Biologie - Géologie
Epreuve de Physique

Durée : 3 heures

Date : 9 juin 2003

Heure : 8 h

Nb pages : 4

Barème : Problème 1 : 12 points

; Problème 2 : 8 points

Corrigé

barème

Problème 1

1°)

Les composantes du vecteur champ électrique $\vec{E}(M,t)$ en un point M dans le même repère :

$$\vec{E}(M,t) \begin{vmatrix} 0 \\ E_0 \cos\omega(t - \frac{z}{c}) = 2 \cdot 10^{-2} \cos\omega(t - \frac{z}{c}) \\ 0 \end{vmatrix}$$

0,5

2°) a) Définition d'une onde progressive : c'est une onde qui se déplace égale à lui même.

0,25

b) Onde plane : association indiscernable des deux champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ dans un même plan :

- synchrone
- perpendiculaire ($\vec{B} \perp \vec{E}$)
- en phase
- se propage suivant une même direction et même sens
- leur propagation est transversale

0,75

3°) $\vec{E}$ vérifie l'équation de propagation des ondes électromagnétiques (équation de d'Alembert).

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$$

0,25

[Handwritten signature]

4°) Longueur d'onde λ :

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^{14}} = 0,6 \cdot 10^{-6} = \boxed{0,6 \mu\text{m}}$$

L'onde plane se trouve dans le domaine visible.

$$0,4 \mu\text{m} < \lambda < 0,8 \mu\text{m}$$

Expression du vecteur $\vec{\sigma}$:

$$\vec{\sigma} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{2\pi}{\lambda} \end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{\vec{\sigma} = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{k} = \frac{2\pi}{0,6 \cdot 10^{-6}} \vec{k} = \frac{\pi}{3} 10^7 \vec{k}}$$

5°) a) Expression de l'amplitude du champ électrique $\vec{E}_t$ transmis par le polariseur :

$$\boxed{|\vec{E}_t| = E_0 \cos \frac{\pi}{3} = E_0 \frac{1}{2} = 10^{-2} \text{ Vm}^{-1}}$$

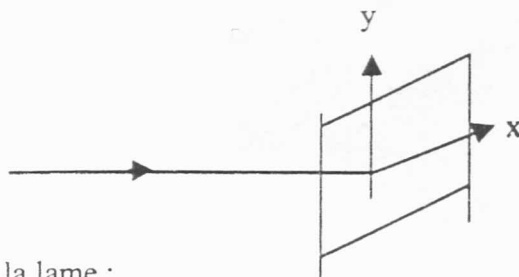
b) Rapport $\frac{I_t}{I}$ des intensités associés aux ondes transmise et incidente :

$$\boxed{\frac{I_t}{I} = \cos^2 \frac{\pi}{3} = \frac{1}{4}}$$

c) Pour obtenir l'extinction, la direction du polariseur P doit être perpendiculaire à $\vec{E}$
 $\Rightarrow$ il faut donc tourner le polariseur de $\frac{\pi}{6}$ dans le sens des aiguilles d'une montre par rapport à sa position de départ.

II- 1°) Les composantes de la vibration suivant les lignes neutres de la lame :

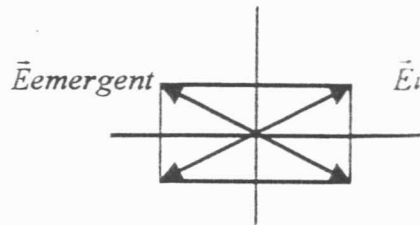
L'axe lent étant choisi parallèle à la direction Ox à l'entrée de la lame. Le champ $\vec{E}$ se décompose en deux vibrations $\vec{E}_x$ et $\vec{E}_y$ tel que $\vec{E}_y$ soit perpendiculaire au plan d'incidence défini par le rayon incident et la perpendiculaire à la face d'entrée.



- à l'entrée de la lame :

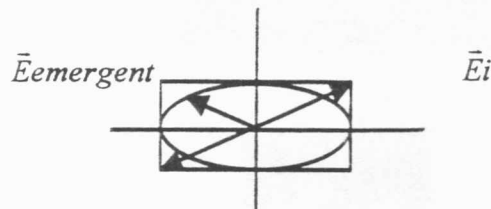
$$\begin{aligned} E_{1x} &= E_0 \cos \alpha \cos(\omega t + \varphi_0) \\ E_{1y} &= E_0 \sin \alpha \cos(\omega t + \varphi_0) \end{aligned}$$

$$* \Delta\Phi = (2n+1)\pi$$



0,25
0,25

$$* \Delta\Phi = (2n+1)\frac{\pi}{2}$$



0,25
0,25

5°) Cas de la lame quart d'onde : nature du champ émergent lorsque :

$$* \alpha = 0 \Rightarrow \begin{aligned} E_{2x} &= E_0 \cos \omega t \\ E_{2y} &= 0 \end{aligned} \quad \text{le champ émergent est rectiligne et // à Ox}$$

0,25

$$* \alpha = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \begin{aligned} E_{2x} &= \frac{E_0 \sqrt{2}}{2} \cos \omega t \\ E_{2y} &= \frac{E_0 \sqrt{2}}{2} \sin \omega t \end{aligned} \quad \frac{E_{2x}^2}{a^2} + \frac{E_{2y}^2}{a^2} = 1 \quad \text{le champ émergent est circulaire .}$$

0,25

$$* \alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \begin{aligned} E_{2x} &= 0 \\ E_{2y} &= E_0 \cos(\omega t + \Delta\Phi) \end{aligned} \quad \text{le champ émergent est rectiligne // à Oy .}$$

0,25

6°) Epaisseur minimale e_m d'une lame retard pour qu'elle soit quart d'onde:

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_L - n_R) = (2n+1)\frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}$$

0,25

$$\Rightarrow \boxed{e = \frac{\lambda}{4(n_L - n_R)} = \frac{0,6 \cdot 10^{-6}}{4(0,01)} = 15 \mu m}$$

0,25

III- 1°) La loi de Bio s'écrit : $X = [X] l.C$

- X : angle de rotation du plan de polarisation.

- $[X]$: pouvoir rotatoire

$$X = X_{\text{glucose}} + X_{\text{fructose}}$$

$$X_g = [X_g] l.C_g$$

$$X_f = [X_f] l.C_f$$

- à la sortie de la lame :

$$\begin{aligned}\vec{E}_{2x} &= E_0 \cos \alpha \cos \left(\omega t + \varphi_0 - \frac{2\pi n_L e}{\lambda} \right) \\ \vec{E}_{2y} &= E_0 \sin \alpha \cos \left(\omega t + \varphi_0 - \frac{2\pi n_R e}{\lambda} \right)\end{aligned}$$

avec n_L indice lent

avec n_R indice rapide.

2°) Les composantes de la vibration à la sortie de la lame peuvent se mettre sous la forme :

$$\vec{E}_{2x} = E_{2x} \vec{i} = a \cos \omega t \vec{i}$$

$$\vec{E}_{2y} = E_{2y} \vec{j} = b \cos(\omega t + \Phi) \vec{j}$$

on pose

$$\varphi_0 - \frac{2\pi n_L e}{\lambda} = 0.$$

L'origine des phases est prise celle de la vibration E_{2x}

$$E_{2x} = E_0 \cos \alpha \cos \omega t = a \cos \omega t.$$

avec

$$a = E_0 \cos \alpha$$

$$E_{2y} = E_0 \sin \alpha \cos(\omega t + \Delta\Phi) = b \cos(\omega t + \Delta\Phi)$$

$$b = E_0 \sin \alpha$$

En déduire la différence de phase entre les deux composantes

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi e}{\lambda} (n_L - n_R)$$

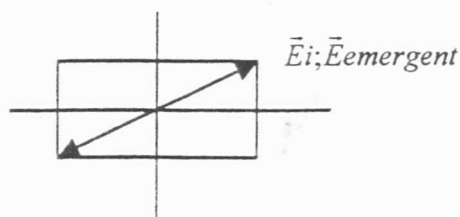
3°) A la sortie de la lame, le champ est maintenant polarisé elliptiquement. La lame a changée la polarisation de la lumière incidente.

4°) a) On étudie successivement les cas :

- $\Delta\Phi = 2n\pi \Rightarrow \frac{2\pi e}{\lambda} (n_L - n_R) = 2n\pi \Rightarrow \Delta = n\lambda$: le champ émergent est rectiligne et la lame est appelée lame onde.
- $\Delta\Phi = (2n+1)\pi \Rightarrow \Delta = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$: le champ émergent est encore rectiligne et la lame est appelée demi onde.
- $\Delta\Phi = (2n+1)\frac{\pi}{2} \Rightarrow \Delta = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$: le champ émergent est elliptique, la lame est appelée quart d'onde. (les axes de l'ellipse correspondent aux axes de la lame).

b) Représentation des champs émergents et incident :

$$* \Delta\Phi = n\pi$$



Appliquons l'équation de Bernoulli le long d'une ligne de courant entre un point de la surface de contact eau-air K et l'orifice :

$$\frac{1}{2}\rho v_K^2 + P_0 + \rho g h_0 = \frac{1}{2}\rho v_0^2 + P_0 + \rho g z_0$$

d'où $\frac{1}{2}\rho v_0^2 = \rho g(h_0 - z_0)$

$$v_0 = \sqrt{2g(h_0 - z_0)} = \sqrt{2 \cdot 10(1,8 - 0,4)} = \boxed{5,29 \text{ m/s}}$$

$$v_0 S = v_K S \quad S \gg s \Rightarrow v_K \ll v_0$$

on néglige donc la vitesse de la surface libre de l'eau.

b) Débit volumique :

$$Q_v = s \cdot v_0 = \pi r^2 \cdot v_0 = \boxed{50 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3/\text{s} = 50 \cdot 10^{-3} \text{ l/s}}$$

c) Débit massique en kg/s:

$$Q_m = \rho Q_v = 10^3 \cdot 50 \cdot 10^{-6} = \boxed{50 \cdot 10^{-3} \text{ kg/s.}}$$

4°) Temps nécessaire à sa vidange totale jusqu'à la cote z_0 :

Expression du débit volumique pour la cote z :

$$Q_v = s \sqrt{2g(z - z_0)} = S \cdot v_K = -S \frac{dz}{dt} \Rightarrow \frac{dz}{dt} = -\frac{s}{S} \sqrt{2g} \sqrt{(z - z_0)}$$

Séparation des variables:

$$\frac{dz}{\sqrt{z - z_0}} = -\frac{s}{S} \sqrt{2g} dt$$

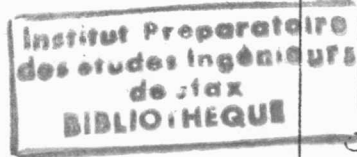
d'où temps nécessaire à sa vidange jusqu'à la cote z_0

$$\left[\sqrt{z - z_0} \right]_{z_0=1,8}^{z=0,4} = -\frac{50 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 0,5} \sqrt{20} \cdot t$$

$$t = -\frac{(\sqrt{1,8 - 0,4})}{50 \cdot 10^{-6} \sqrt{20}} = \boxed{5291 \text{ s} = 1 \text{ h } 28'}$$

5°) La vitesse de l'eau au point B en m/s :

la viscosité de l'eau étant négligeable $\Rightarrow$ on peut déduire que nous avons la même pression dans un plan horizontal $\Rightarrow$ même force et même vitesse (pas de perte de charge)



0,25 + 0,25

0,5

0,25 + 0,25

0,25 + 0,25

1

$$P_A - P_B = -\frac{\rho v_A^2}{2} + \frac{\rho v_B^2}{2} - \rho g z_A + \rho g z_B$$

$$\frac{\rho v_A^2}{2} + P_A + \rho g z_A = \frac{\rho v_B^2}{2} + P_B + \rho g z_B = \dots\dots\dots = \text{cte.}$$

Cette égalité reste valable quelque soit la section du tube de courant donc quelque soit le point de cette section.

$$\frac{\rho v^2}{2} + P + \rho g z = \text{cte.}$$

Equation de Bernoulli.

0,5

c) Pour $v = 0 \Rightarrow P = -\rho g z + \text{cte.}$ On retrouve la relation fondamentale de l'hydrostatique. 0,5

II- Application de l'équation de Bernoulli

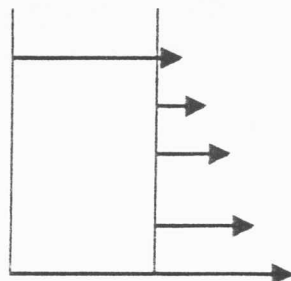
1°) $\rho = \text{cte}$
 $g = \text{cte}$

$$p(z) = -\rho g z + \text{cte}$$

$$z = h_0 \Rightarrow p = p_0 \Rightarrow p(z) = p_0 + \rho g(h_0 - z)$$

0,5

2°)



$$d\vec{f} = p(z) ds \vec{n}$$

0,5

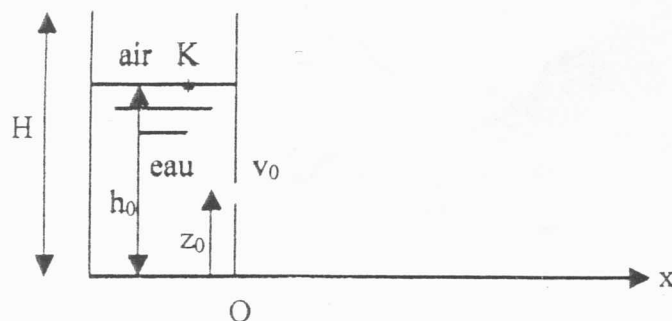


Figure 2

3°) a) Vitesse initiale du liquide à l'orifice en m/s.

Puisque $r \ll R$, on négligera la vitesse du liquide dans le réservoir par rapport à la vitesse d'éjection.

Corrigé

Problème 2 : Vidange d'un réservoir d'eau.

Barème

I- Etablissement de l'équation de bernoulli.

1°)

a) Expression de la variation de l'énergie cinétique entre A et B :

$$\Delta E = \frac{1}{2} \Delta m (v_B^2 - v_A^2)$$

0,25

b) Expression de la variation de l'énergie potentielle de gravitation :

$$E_p(A) = \Delta m g z_A$$

$$\Delta m g (z_B - z_A) = \Delta E_p$$

$$E_p(B) = \Delta m g z_B$$

0,25

c) Expression du travail des forces de pression:

$$\Delta W = P_A S_A v_A \Delta t - P_B S_B v_B \Delta t = (P_A S_A v_A - P_B S_B v_B) \Delta t$$

0,25

2°) a) Théorème de l'énergie cinétique :

$$\text{La variation de l'énergie cinétique} = \text{au travail des forces extérieures.}$$

0,25

$$b) \frac{1}{2} \Delta m (v_B^2 - v_A^2) = -\Delta m g (z_B - z_A) + (P_A S_A v_A - P_B S_B v_B) \Delta t$$

Pendant Δt la section S_A s'est déplacée de $v_A \Delta t$

La masse du liquide qui s'est écoulée :

$$\Delta m = \rho S_A v_A \Delta t \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta m}{\rho} = S_A v_A \Delta t$$

De même S_B s'est déplacée de $v_B \Delta t$

$$\Delta m = \rho S_B v_B \Delta t$$

Le liquide est incompressible $\rho S_A v_A \Delta t = \rho S_B v_B \Delta t$

$\Rightarrow$ d'après le théorème de l'énergie cinétique ;

$$(P_A - P_B) \frac{\Delta m}{\rho} = \frac{1}{2} \Delta m (v_B^2 - v_A^2) + \Delta m g (z_B - z_A)$$

$$\frac{P_A - P_B}{\rho} = \frac{v_B^2 - v_A^2}{2} + (z_B - z_A)g$$

$$X = X_g + X_f = [X_g] Cl + [X_f] Cl = Cl([X_g] + [X_f])$$

$$X = Cl([X_g] + [X_f])$$

A.N.: $X = 10.0,05(5-8,4) = -1,7^\circ$

2°) En déduire la nature de cette solution: $X < 0 \Rightarrow$ la solution est Levogyre

3°) Pour avoir l'extinction, il faut mettre l'axe de l'analyseur perpendiculaire à l'angle $-1,7^\circ$
c'est à dire à + 88,3°

0,25

0,25

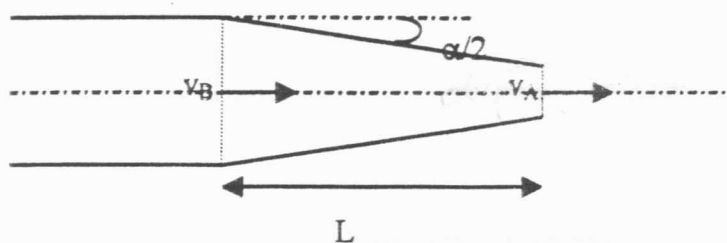
0,25

0,25

$$v_B = v_A = 5,29 \text{ m/s}$$

0,5

6°) La conduite comporte un convergent caractérisé par l'angle α .



a) $Qv = sv_B = s'v_C$

$$= r^2 v_B = r'^2 v_C$$

$$r' = r \sqrt{\frac{v_B}{v_C}}$$

0,5

$$\tan \alpha = \frac{r-r'}{L} \Rightarrow L \tan \frac{\alpha}{2} = r - r' \Rightarrow L = \frac{r-r'}{\tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{r}{\tan \frac{\alpha}{2}} \left(1 - \sqrt{\frac{v_B}{v_C}} \right)$$

0,5

A.N.: $L = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{\tan 5^\circ} \left(1 - \sqrt{\frac{1}{1,5}} \right) = 132 \text{ mm.}$

b) En négligeant les frottements:

$$\frac{\rho v_B^2}{2} + p_B = \frac{\rho v_C^2}{2} + p_C$$

$$p_B - p_C = \frac{\rho}{2} (v_C^2 - v_B^2)$$

avec $v_C = 1,5 v_B$ $p_B - p_C = \frac{10^3}{2} (5,29)^2 1,25$

$$p_B - p_C = 1749 \text{ Pa} = 0,1749 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

0,5