



## Concours Biologie et Géologie Epreuve de Physique

Date : Lundi 09 Juin 2003    Heure : 8 H    Durée : 3 H    Nbre pages : 4

Barème :    Problème 1 : 12/20    ; Problème 2 : 8/20

l'usage d'une calculatrice ( non-programmable ) est autorisé

*Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

L'épreuve comporte deux problèmes comportant des parties **indépendantes** entre elles. Les candidats peuvent les résoudre dans l'ordre qui leur convient, en respectant néanmoins la numérotation des questions.

### Problème 1 : Polarisation des ondes électromagnétiques

L'espace est rapporté à un trièdre orthonormé direct (OXYZ) de vecteurs unitaires  $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ .

I- On considère une onde électromagnétique  $(\vec{E}, \vec{B})$  plane, progressive, monochromatique et polarisée rectilignement suivant l'axe OY. Cette onde se propage dans le vide, à la vitesse  $c = 3.10^8 \text{ m.s}^{-1}$ , dans le sens des Z croissants.

Le champ électrique  $\vec{E}$  de cette onde est d'amplitude  $E_0 = 2.10^{-2} \text{ V.m}^{-1}$  et de fréquence  $f = 5.10^{14} \text{ Hz}$ .

A l'origine des coordonnées, le champ électrique s'écrit :  $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t) \vec{j}$ , où  $\omega$  est la pulsation de l'onde.

1°) Ecrire les composantes du vecteur champ électrique  $\vec{E}(M, t)$  en un point M de l'axe OZ.

2°) a) Donner la définition d'une onde progressive.

b) Quelles sont les propriétés d'une onde électromagnétique plane de champs électrique  $\vec{E}$  et magnétique  $\vec{B}$  ?

3°) Montrer que  $\vec{E}$  vérifie l'équation de propagation des ondes électromagnétiques (équation de d'Alembert).

4°) Calculer la longueur d'onde  $\lambda$ . Dans quel domaine spectral se trouve l'onde plane considérée ? Donner l'expression du vecteur d'onde  $\vec{\sigma}$ .

5°) L'onde traverse un polariseur P placé **perpendiculairement** à la direction de propagation dont l'axe de transmission (axe privilégié) fait un angle de  $\frac{\pi}{6}$  avec l'axe OX.

a) Déterminer l'expression de l'amplitude du champ électrique transmis par ce polariseur P en fonction de  $E_0$ . Donner sa valeur numérique.

b) En utilisant la loi de Malus, calculer le rapport  $\frac{I_t}{I}$  des intensités associées aux ondes transmise ( $I_t$ ) et incidente ( $I$ ).

c) De combien faut-il tourner l'axe privilégié de ce polariseur pour obtenir l'extinction ?

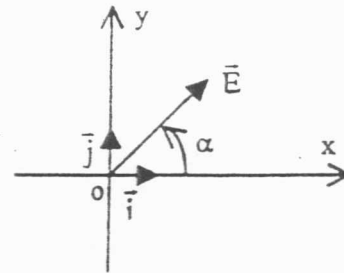
II- On remplace le polariseur par une lame L anisotrope à faces parallèles, d'épaisseur  $e$  ( lame à retard). La face d'entrée de cette lame est rattachée à un repère orthonormé direct (oxyz) de base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  où les axes ox et oy désignent les lignes neutres d'indices respectifs  $n_L$  et  $n_R$  ( ox étant l'axe lent et oy l'axe rapide).

A l'entrée de la lame le champ électrique de l'onde électromagnétique polarisée rectilignement

s'écrit :  $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t + \varphi_0) \vec{J}$ . Ce champ fait un

angle  $\alpha$  avec l'axe lent ox de la lame (voir figure ci-contre).

$\varphi_0$  est une constante .



1°) Ecrire les composantes du champ  $\vec{E}$  suivant les lignes neutres de la lame :

- à l'entrée de la lame ( notées :  $E_{1x}, E_{1y}$ )

- à la sortie de la lame ( notées :  $E_{2x}, E_{2y}$ )

2°) Montrer, par un changement de l'origine des phases qu'on précisera, que les composantes du champ électrique à la sortie de la lame peuvent s'écrire, dans la base  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ , sous la forme :

$$E_{2x} = a \cos(\omega t)$$

$$E_{2y} = b \cos(\omega t + \Delta\Phi)$$

En déduire les expressions de a, b et de la différence de phase  $\Delta\Phi$  entre les deux composantes.

3°) Les composantes  $E_{2x}$  et  $E_{2y}$  du champ électrique sont reliées par l'équation :

$$\left(\frac{E_{2x}}{a}\right)^2 + \left(\frac{E_{2y}}{b}\right)^2 - 2\frac{E_{2x}E_{2y}}{ab} \cos(\Delta\Phi) = \sin^2(\Delta\Phi)$$

Quelle est alors la polarisation de l'onde émergente ?

4°) On étudiera en particulier les cas suivants :

$$\Delta\Phi = 2n\pi,$$

$$\Delta\Phi = (2n+1)\pi,$$

$$\Delta\Phi = (2n+1)\frac{\pi}{2},$$

où n est un entier naturel.

a) Préciser pour chaque cas, la nature de la lame ainsi que l'état de polarisation de l'onde émergente.

b) Représenter pour chaque cas, les champs incident et émergent dans le même plan (oxy).

5°) Dans le cas de la lame quart d'onde, déterminer la nature de la vibration émergente lorsque

$\alpha = 0, \frac{\pi}{4}$  et  $\frac{\pi}{2}$ .

6°) Calculer l'épaisseur minimale  $e_m$  d'une lame à retard pour que celle-ci soit une lame quart d'onde, sachant que  $\Delta n = n_L - n_R = 0,01$  et que la longueur d'onde de la radiation incidente est  $\lambda = 0,6 \mu\text{m}$ .

III- On remplace la lame par une cuve de longueur  $l = 10 \text{ cm}$  remplie d'une solution de glucose et de fructose de même concentration  $C_g = C_f = C = 0,05 \text{ mol/l}$ . Les pouvoirs rotatoires spécifiques du glucose et du fructose sont respectivement  $[X_g] = 5^\circ/\text{cm}$  et  $[X_f] = -8,4^\circ/\text{cm}$ .

1°) Déterminer l'angle de rotation du plan de polarisation.

2°) En déduire la nature de cette solution.

3°) Après traversée de la cuve, la lumière rencontre le polariseur P qui jouera le rôle d'analyseur. Comment faut-il placer l'axe privilégié de cet analyseur pour avoir l'extinction ?

## Problème 2 : Vidange d'un réservoir d'eau

Le référentiel d'étude (Oxyz) est Galiléen et le champ de pesanteur  $\vec{g}$  est supposé uniforme ( $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$ ).

### I- Etablissement de l'équation de Bernoulli

Dans un écoulement stationnaire d'un fluide parfait, incompressible, homogène et de masse volumique  $\rho$ , on considère un tube de courant représenté sur la figure 1. Ce tube est de section suffisamment faible pour que la surface  $S_A$  située autour du point A soit à une cote unique  $z_A$  et que la vitesse  $\vec{v}_A$  soit la même en tous les points de la section  $S_A$ . Il en est de même au point B et de façon générale en tout point d'une même section du tube.

Pendant un intervalle de temps  $\Delta t$ , les points de la section  $S_A$  se déplacent de  $v_A \Delta t$  et se retrouvent sur la section  $S'_A$  et les points de la section  $S_B$  se déplacent de  $v_B \Delta t$  et se retrouvent sur la section  $S'_B$ . Les volumes situés entre  $S_A$  et  $S'_A$  d'une part et  $S_B$  et  $S'_B$  d'autre part, sont les mêmes et renferment la même quantité de matière  $\Delta m$ . Globalement, tout se passe comme si pendant l'intervalle de temps  $\Delta t$  considéré, la masse  $\Delta m$  de fluide était passée du point A au point B, (c'est à dire que la masse qui se trouve entre  $S'_A$  et  $S_B$  n'a pas bougé). Les pressions au points A et B sont respectivement  $P_A$  et  $P_B$ .

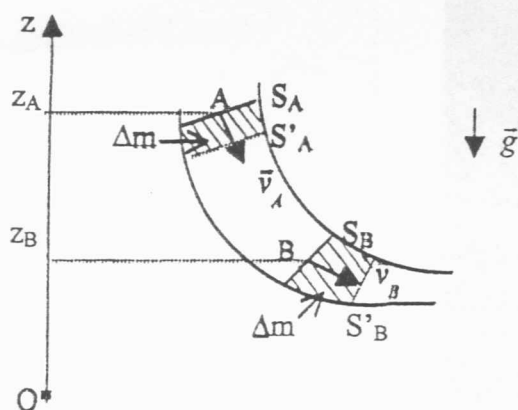


Figure 1

1°) Pour le fluide se trouvant à l'instant  $t$  entre  $S_A$  et  $S_B$ , déterminer, pendant l'intervalle de temps  $\Delta t$  :

- L'expression de la variation de l'énergie cinétique.
- L'expression de la variation de l'énergie potentielle.
- L'expression du travail des forces de pression.

2°) a) Rappeler le théorème de l'énergie cinétique.

- En déduire l'équation de Bernoulli :

$$\frac{\rho v^2}{2} + P + \rho g z = cte$$

- Retrouver la relation fondamentale de l'hydrostatique pour un fluide au repos.

### II- Application de l'équation de Bernoulli

Un réservoir cylindrique de rayon  $R = 0,4 \text{ m}$ , contient de l'eau de masse volumique constante  $\rho = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$  sur une hauteur  $h_0 = 1,80 \text{ m}$  surmonté d'air à la pression atmosphérique  $P_0$ . Ce réservoir est placé dans un champ de pesanteur uniforme  $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ .

1°) Donner l'expression de la pression  $p(z)$  en un point M de cote  $z$  du fluide.

2°) Représenter la répartition des forces de pression sur les parois du réservoir.

On perce à l'instant  $t = 0$ , la surface latérale du réservoir d'un petit orifice circulaire de rayon  $r = 4 \text{ mm} \ll R$  et situé à la distance  $z_0 = 0,4 \text{ m}$  du fond du réservoir. On se propose de calculer le temps nécessaire pour vider le réservoir jusqu'à l'orifice. La hauteur de l'eau est ainsi ramenée de  $h_0$  à  $z_0$  (figure 2).

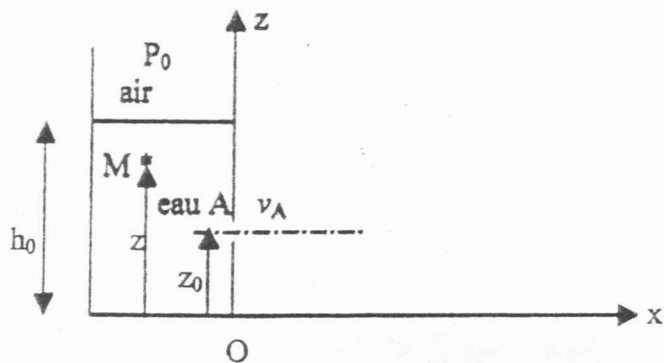


Figure 2

3°) Calculer à l'instant initial  $t = 0$  (démarrage du vidange) :

- la vitesse du liquide à l'orifice en justifiant pourquoi on peut négliger la vitesse de la surface libre de l'eau
- le débit volumique
- le débit massique.

4°) a) Pour une hauteur  $z$  du liquide, montrer que la vitesse au point A, s'écrit :  $v_A = \sqrt{2g(z - z_0)}$ .

b) Quel est le temps nécessaire au vidange du réservoir jusqu'à la côte  $z_0$ ?

5°) On branche une canalisation AB cylindrique horizontale de même section  $s$  que l'orifice A du réservoir (figure 3).

Déterminer la vitesse  $v_B$  du liquide au point B.

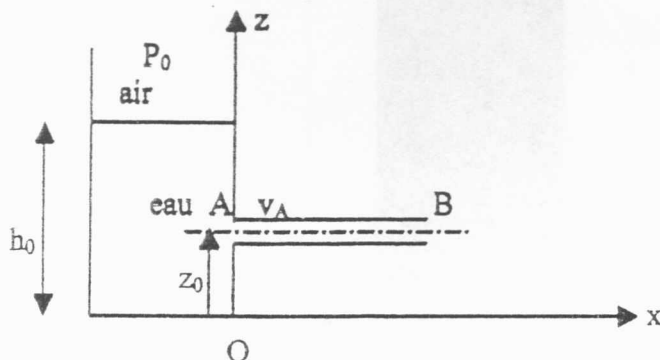


Figure 3

6°) On veut accélérer la circulation de l'eau dans la conduite de telle sorte que la vitesse  $v_C$  à la sortie soit égale à  $1,5 v_B$ . Pour cela, on accole à la conduite AB un convergent BC caractérisé par l'angle  $\alpha$  (figure 4).

- En utilisant la conservation du débit volumique, déterminer la relation liant  $r$  à  $r'$ , où  $r'$  désigne le rayon du convergent à la sortie.  
Quelle doit être la longueur  $L$  de ce convergent pour  $\alpha = 10^\circ$ ?
- Quelle est la variation de pression entre l'entrée et la sortie du convergent ?

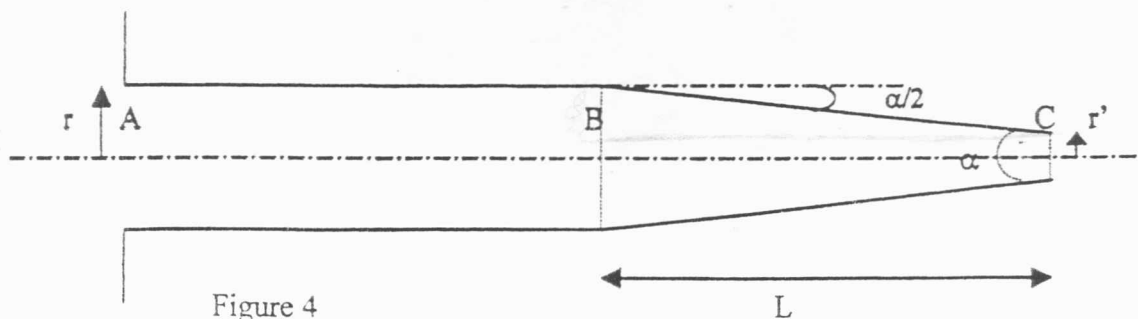


Figure 4