



Concours Biologie et Géologie Epreuve de Physique

Date : Lundi 30 Mai 2016 Heure : 8 H Durée : 3 H Nb pages : 6
Barème: Problème 1 : 10 points ; Problème 2 : 10 points

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.

L'épreuve comporte deux problèmes indépendants, le candidat peut les résoudre dans l'ordre qui lui convient, en respectant néanmoins la numérotation des questions.

Un candidat peut toujours se servir d'un résultat fourni par l'énoncé pour continuer sa composition.

Problème 1

Données numérique

- Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.
- Intensité du champ de pesanteur : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.
- Pression atmosphérique à l'altitude $z = 0$: $P_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.
- Température ambiante à l'altitude $z = 0$: $T_0 = 300 \text{ K}$.
- Masse molaire de l'air : $M_a = 29 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$.
- Masse molaire de la vapeur d'eau : $M_v = 18 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$.
- Masse volumique de l'air : $\rho_a = 1,18 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.
- Masse volumique de l'eau : $\rho_e = 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

Dans ce problème on aborde l'étude de quelques aspects de la physique de l'atmosphère. On assimilera le référentiel terrestre à un référentiel galiléen. On désignera par $R(O, x, y, z)$ un repère cartésien dont l'axe Oz est pris vertical ascendant. L'intensité de pesanteur sera supposée constante.

A- Pression de l'atmosphère

L'air atmosphérique considéré dans cette partie est en équilibre hydrostatique sous l'action du champ de pesanteur. On négligera la rotation de la terre de sorte que les variables d'état ne dépendent que de l'altitude z .

I- Relation fondamentale de l'hydrostatique

On considère dans l'atmosphère une tranche d'air cylindrique comprise entre les altitudes z et $z + dz$.

- 1- En exprimant la condition d'équilibre mécanique et en dressant un bilan des forces s'exerçant sur cette tranche, montrer que la pression $P(z)$ de l'air à l'altitude z est reliée à la masse volumique $\rho_a(z)$ de l'air par :

$$dP(z) = -g\rho_a(z) dz$$

- 2- L'air est supposé un gaz parfait. Exprimer $\rho_a(z)$ en fonction de la température T , de la pression P , et de la masse molaire de l'air M_a . Calculer numériquement $\rho_a(z = 0)$.
- 3- Dédurre l'équation différentielle vérifiée par P .

II- La température de l'atmosphère est constante

- 4- La température de l'atmosphère est supposée uniforme égale à T_0 (Modèle de l'atmosphère isotherme).
 - 4.1 En déduire que la pression de l'air peut s'écrire : $P(z) = P_0 \exp\left(-\frac{z}{H_0}\right)$.
 - 4.2 Donner l'expression de la constante H_0 . Quelle est son unité ? La calculer numériquement.
 - 4.3 Calculer $P(z)$ pour les altitudes en km : $z = 0$; $z = 0,5$; $z = 2$; $z = 5$ et $z = 8$. Tracer l'allure de variation de la pression P en fonction de z . Retrouver graphiquement la valeur de H_0 .

III- La température de l'atmosphère est variable

La variation verticale de la température de la troposphère ($0 \leq z \leq 11\text{km}$) relevée à l'aide d'un ballon-sonde est donnée par la relation :

$$T(z) = T_0 - \lambda z \quad \text{avec} \quad \lambda = 0,007 \text{ K.m}^{-1}.$$

- 5- Expliquer brièvement pourquoi l'air au sol est plus chaud qu'en altitude.
- 6- Montrer que la pression de l'air dans la troposphère peut s'écrire sous la forme :

$$P(z) = P_0 \left(1 - \frac{\lambda}{T_0} z\right)^\beta \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{T_0}{\lambda H_0}$$

- 7- L'évolution de cette pression en fonction de l'altitude est donnée par le tableau suivant:

z en km	0,5	2,0	5,0	8,0	11,0	14,0
P(z) en Pa	94500	79300	54800	36700	23700	14600

Jusqu'à quelle altitude le modèle de l'atmosphère isotherme (question II.4.3) est-il applicable lorsqu'une précision de 9 % sur la pression est tolérée ?

B- Chute d'une goutte d'eau

Une goutte d'eau de masse volumique ρ_e assimilée à une sphère de rayon $a = 0,5\text{mm}$ tombe dans l'air. La figure 1 représente la variation de la norme de sa vitesse V_G en fonction du temps.

- 8- Décrire à partir de cette figure les différentes phases du mouvement.
- 9- Calculer la valeur du temps caractéristique τ de ce mouvement. Préciser sa signification physique.
- 10- Quelle est la valeur limite V_{GL} de cette vitesse?
- 11- Justifier qu'on peut négliger la force associée à la poussée d'Archimède.

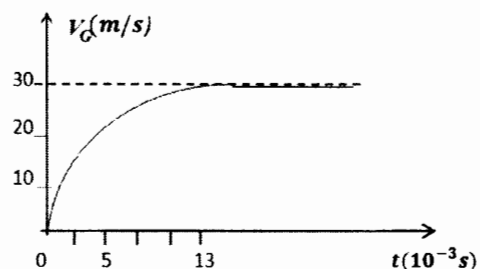


Figure 1

- 12- Soit η la viscosité dynamique de l'air, établir l'équation différentielle vérifiée par V_G en tenant compte de la force de pesanteur et de la force de frottement visqueux goutte - air : $\vec{f} = -6\pi\eta a \vec{V}_G$. En déduire l'expression de V_{GL} en fonction de m , η , a et g . Calculer la valeur de η .

C- Diagrammes d'équilibre de l'eau

- 13- Donner l'allure du diagramme d'état (P, T) de l'eau pure existant sous ses trois phases. P et T désignent respectivement la pression et la température de l'eau.
- 14- Préciser la signification physique de chaque courbe de ce diagramme et des domaines qu'elle délimite.
- 15- Définir le point triple et le point critique.
- 16- Tracer l'allure des isothermes $T < T_c$; $T = T_c$ et $T > T_c$ dans le diagramme de Clapeyron (P, v) de l'eau pure constituée de deux phases liquide et vapeur en équilibre où v représente le volume massique de l'eau pure et T_c sa température critique. Représenter sur le même diagramme les courbes d'ébullition et de rosée. Définir la pression de vapeur saturante P_s , et l'indiquer sur le diagramme.
- 17- Quelles sont les caractéristiques de l'isotherme critique ?
- 18- Le titre massique en vapeur est défini par le rapport de la masse de vapeur m_v à la masse totale m , $x_v = \frac{m_v}{m}$.
Montrer que ce titre s'écrit sous la forme: $x_v = \frac{v - v_l}{v_v - v_l}$
Les indices l et v indiquent respectivement les phases liquide et vapeur ; v_v et v_l sont respectivement les volumes massiques des phases vapeur et liquide.
- 19- On désigne par h l'enthalpie massique de l'eau pure ; et h_v et h_l les enthalpies massiques respectives des phases liquide et vapeur. Montrer que : $x_v = \frac{h - h_l}{h_v - h_l}$
- 20- On désigne par $L_v(T)$ la chaleur latente de vaporisation d'un corps pur à la température T . Donner la relation liant $L_v(T)$ à $h_v(T)$ et $h_l(T)$.

D- Etude thermodynamique de l'air humide

L'air qui nous entoure est humide, c'est un mélange d'air sec et de vapeur d'eau. Les caractéristiques de cet air sont liées aux proportions de chacun de ces constituants. On considère, dans la suite du problème, que l'air humide est à la pression atmosphérique P_0 , et que l'air sec et la vapeur d'eau se comportent comme des gaz parfaits.

On désigne par :

- M_a et M_v , les masses molaires respectives de l'air sec et de la vapeur d'eau.
- P_a et P_v les pressions partielles respectives de l'air sec et de la vapeur d'eau contenus dans un volume V d'air humide.

- 21- En utilisant la loi des gaz parfaits, montrer que: $P_0 = P_a + P_v$
- 22- Pour les masses m_a et m_v respectivement d'air sec et de la vapeur contenues dans le volume V à la température T , on peut écrire :

$$P_a V = m_a R_a T, \quad P_v V = m_v R_v T.$$

Ecrire R_a en fonction de R et M_a , puis R_v en fonction de R et M_v . Calculer R_a et R_v .

- 23- On définit l'humidité relative de l'air ou degré hygrométrique par : $\varepsilon = \frac{P_v}{P_s}$.

Calculer numériquement les masses m_a et m_v lorsque $\varepsilon = 0,85$ pour 1 m^3 d'air humide à $T = 288 \text{ K}$ et une pression de vapeur saturante $P_s = 1706 \text{ Pa}$.

- 24- On définit l'humidité spécifique q de l'air humide par le rapport de la masse de vapeur d'eau contenue dans le volume V à la masse d'air sec contenue dans ce même volume ($q = \frac{m_v}{m_a}$). Montrer la relation suivante : $P_0 = P_v \left(1 + \frac{A}{q}\right)$

A est une constante à exprimer en fonction de R_a et R_v . Calculer A.

- 25- Pour $\varepsilon = 1$, l'air humide est saturé en vapeur d'eau. L'eau supplémentaire se présente alors sous forme de gouttelettes d'eau en suspension. Exprimer q en fonction de P_0 , P_s et A. Calculer q pour les valeurs de P_s indiquées dans le tableau suivant :

$P_s(Pa)$	610	880	1227	1706	2337	3173	4274	5727	7377	9715
q										

- 26- Les enthalpies de l'air sec et de l'air humide sont définies par rapport à une température de référence $T_r = 273 K$.

26.1 Soit $l_v = \frac{L_v}{m_v}$ la chaleur latente massique de vaporisation de l'eau. Déterminer la variation d'enthalpie massique Δh de l'air humide en fonction de m_a , l_v , q , T , T_r et des capacités thermiques à pression constante respectives de l'air sec c_{pa} et de la vapeur c_{pv} .

26.2 Exprimer Δh en fonction de l'enthalpie spécifique ΔH^* définie comme étant l'enthalpie de l'air humide contenant une masse $m_a = 1 \text{ kg}$ d'air sec.

Problème 2

Dans sa première partie, ce problème étudie la propagation des ondes électromagnétiques dans le vide. On mettra en évidence leur propagation et leur aspect énergétique. Une application est portée sur un faisceau laser. La deuxième partie concerne l'étude de quelques circuits associés à la détection de ces ondes.

Partie A

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$. On considère que le laser émet une lumière monochromatique non polarisée de longueur d'onde $\lambda = 0,633 \mu\text{m}$ dans le vide. Le faisceau de lumière de section droite circulaire de diamètre $d = 1 \text{ mm}$, transporte une puissance moyenne $P = 10^{-2} \text{ W}$. L'onde laser se propage dans un milieu homogène isotrope assimilé au vide avec une vitesse $c = 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$. Le vide est caractérisé par la constante $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ SI}$.

On fait passer ce faisceau en incidence normale à travers un polariseur d'axe privilégié parallèle à Ox . A la sortie du polariseur, une onde plane progressive monochromatique $(\vec{E}, \vec{B})$ se propage suivant le sens des z croissants. Le champ électrique de cette onde est donné en $z = 0$ par:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t) \quad , \quad E_0 \text{ est une constante positive.}$$

I- Propagation de l'onde électromagnétique dans le vide.

- 1- Préciser la polarisation de l'onde transmise par le polariseur.
- 2- Rappeler la relation entre le module du vecteur d'onde $\vec{k}$ et la pulsation ω de cette onde. Ecrire les composantes de $\vec{k}$ dans la base $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.
- 3- Ecrire dans cette base, le champ électrique $\vec{E}$ en un point M de l'espace. Dédurre alors l'expression du champ magnétique $\vec{B}$.

- 4- Montrer que $\vec{E}$ vérifie l'équation de propagation des ondes dans le vide (équation d'Alembert).
- 5- Exprimer en fonction de E_0 , c et μ_0 , le vecteur de Poynting $\vec{R}$, puis sa valeur moyenne dans le temps.
- 6- Donner l'expression de la puissance moyenne P transportée par le faisceau laser de section S .
- 7- Calculer alors l'amplitude E_0 du champ électrique correspondant.

II- Polarisation de l'onde

L'onde plane monochromatique considérée est maintenant polarisée rectilignement suivant une direction de vecteur unitaire $\vec{u}$ faisant un angle α avec l'axe Ox . Elle arrive en incidence normale sur une lame anisotrope à faces parallèles d'épaisseur e suivant Oz dont les lignes neutres coïncident avec les axes Ox et Oy d'indices respectifs n_x et n_y . Ox est l'axe lent ; Oy est l'axe rapide.

- 8- Comparer n_x et n_y , justifier.
- 9- A l'entrée de la lame (en $z = 0$), le champ électrique de l'onde peut être décomposé en deux vibrations suivant les lignes neutres de la lame:

$$E_{1x} = E_0 \cos \alpha \cos(\omega t) \quad ; \quad E_{1y} = E_0 \sin \alpha \cos(\omega t)$$

Ecrire les composantes E_{2x} et E_{2y} de ce champ à la sortie de la lame.

- 10- En procédant par changement d'origine des phases, écrire E_{2x} et E_{2y} sous la forme:

$$E_{2x} = E_0 \cos \alpha \cos(\omega t) \quad ; \quad E_{2y} = E_0 \sin \alpha \cos(\omega t + \varphi)$$

Identifier l'expression de φ .

- 11- Trouver une relation indépendante du temps entre E_{2x} , E_{2y} , E_0 , α et φ .
- 12- On se place dans le cas où $\alpha = \frac{\pi}{4}$. Déduire l'état de polarisation de l'onde transmise lorsque : (a) $\varphi = \pi$; (b) $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Caractériser la lame dans chaque cas.
- 13- En pratique, on dispose d'un polariseur P_1 et d'un analyseur P_2 .
 - 13.1 Indiquer l'angle entre le polariseur et l'analyseur pour lequel il y a extinction de l'onde.
 - 13.2 Pour cette position on introduit une lame quart-d'onde entre P_1 et P_2 , on tourne cette lame de façon à ce que son axe lent coïncide avec l'axe privilégié du polariseur. Y a-t-il extinction de l'onde transmise ?
- 14- A partir de cette position on tourne la lame d'un angle inférieur à $\frac{\pi}{2}$.
 - 14.1 Quelle est la polarisation de l'onde émergente ?
 - 14.2 Proposer un montage optique permettant de vérifier cet état de polarisation.

Partie B

Cette partie est consacrée à l'étude de quelques circuits qui permettent de convertir un signal lumineux en un signal électrique. Dans un premier temps on s'intéresse à l'étude d'une tension électrique délivrée par un capteur optique. La suite de cette partie sera réservée à l'étude du filtrage de cette tension à travers deux circuits ayant des fonctions différentes.

B.I Circuit équivalent d'un capteur optique

Un capteur optique peut-être modélisé par le circuit électrique représenté sur la **figure 2**:

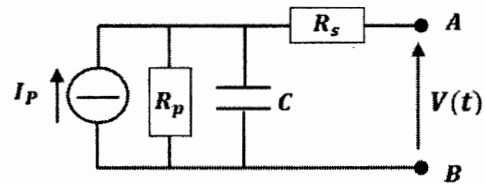


Figure 2

- 15- Le circuit étant ouvert entre les deux points **A** et **B**. En utilisant l'équivalence Norton-Thevenin, donner un nouveau circuit qui lui est équivalent.
- 16- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $V(t)$. En déduire $V(t)$ sachant que $V(t=0) = 0$.
- 17- Le circuit étant toujours ouvert entre **A** et **B**. Le courant I_p à l'entrée du circuit est sinusoïdal de pulsation ω et d'amplitude constante.
 - 17.1 Exprimer la tension $V_p(\omega)$ entre **A** et **B** en fonction de R_p , ω , C et $I_p(\omega)$.
 - 17.2 S'agit-il d'un filtre passe bas ou d'un filtre passe haut ? Justifier. Exprimer la fréquence de coupure en fonction de R_p et C .

B.II Filtre à amplificateur

- 18- Le circuit précédent est monté à l'entrée inverseuse d'un amplificateur (**figure 3**). L'amplificateur est supposé idéal et le circuit est alimenté par une tension sinusoïdale de pulsation ω et d'amplitude constante. On se placera dans la suite de ce problème dans le cas où $R_p = R_s = R$.

- 18.1 Donner les caractéristiques d'un amplificateur opérationnel idéal.
- 18.2 Déterminer l'expression de la fonction de transfert complexe $\underline{H}_1(\omega) = \frac{s_1(\omega)}{e(\omega)}$.
- 18.3 Calculer $|\underline{H}_1(\omega)|$ et $\varphi_1(\omega) = \text{Arg} \underline{H}_1(\omega)$.
- 18.4 Tracer le diagramme de Bode asymptotique associé à $\underline{H}_1(\omega)$. Quelle est la fonction réalisée par ce circuit ?

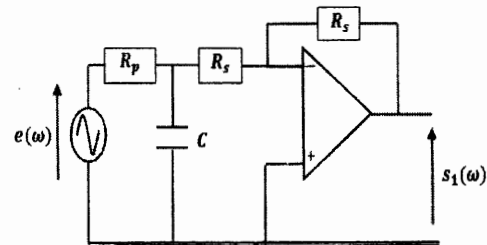


Figure 3

B.III Etude d'un circuit déphaseur

- 19- On réalise le circuit de la **figure 4**. L'amplificateur opérationnel est idéal. Le circuit est toujours alimenté par une tension sinusoïdale de pulsation ω et d'amplitude constante.

- 19.1 Déterminer l'expression de la fonction de transfert complexe $\underline{H}_2(\omega) = \frac{s_2(\omega)}{e(\omega)}$.
- 19.2 Calculer $|\underline{H}_2(\omega)|$ et $\varphi_2(\omega) = \text{Arg} \underline{H}_2(\omega)$.
- 19.3 Quelle est la fonction réalisée par ce circuit ?
- 19.4 Quel est parmi les deux montages proposés par les **figures 3 et 4** le plus adapté pour mesurer une tension électrique de fréquence variable ? Justifier.

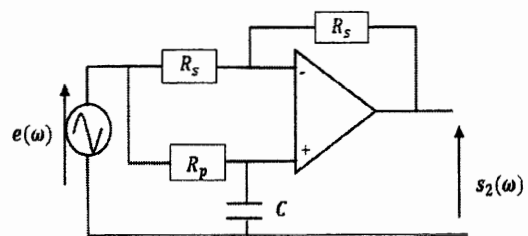


Figure 4