



Concours Biologie et Géologie Epreuve de Physique

Date : Lundi 04 Juin 2018 Heure : 8 H Durée : 3 H Nombre de pages : 6
Barème : Partie I: 7 pts , Partie II: 7 pts , Partie III: 2 pts , Partie IV: 4 pts

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.

L'épreuve comporte quatre parties indépendantes. Le candidat peut les résoudre dans l'ordre qui lui convient, en respectant néanmoins la numérotation des questions.

Un candidat peut toujours se servir d'un résultat fourni par l'énoncé pour continuer sa composition.

I- Phénomènes de Transport

On considère un fil métallique cylindrique homogène, d'axe Ox , de section S , de longueur L et de rayon a très petit par rapport à L (figure 1). Ce fil possède une capacité thermique massique C , une masse volumique ρ et une conductivité thermique λ .

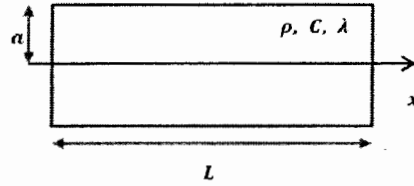


Figure 1

1- Les parois latérales du fil sont parfaitement calorifugées. La température dans le fil $T(x, t)$ est considérée uniforme sur la section du fil et ne dépend que de l'abscisse x et du temps t . Ce fil est siège d'un phénomène de conduction thermique décrit par le vecteur densité de courant thermique $\vec{j} = j(x, t)\vec{u}_x$, où $\vec{u}_x$ est le vecteur unitaire de l'axe Ox .

a- Quelle est la dimension de $\vec{j}$? Quelle est la grandeur donnée par son flux à travers la section du fil? Quelle est la dimension de cette grandeur?

b- En faisant un bilan thermique pendant un intervalle de temps dt sur un tronçon du fil de longueur dx , montrer que les variations temporelles de l'énergie interne volumique $u(x, t)$ du fil sont reliées aux variations spatiales de $\vec{j}$ par :

$$\frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = - \frac{\partial j(x, t)}{\partial x}$$

c- Rappeler la loi de Fourier, quelle est la dimension de λ ?

d- Déterminer à une constante additive près u_0 , l'expression de l'énergie interne volumique $u(x, t)$ en fonction de C , $T(x, t)$ et de ρ .

e- Montrer que $T(x, t)$ vérifie l'équation aux dérivées partielles suivante :

$$\frac{\partial^2 T(x, t)}{\partial x^2} = \frac{1}{D} \frac{\partial T(x, t)}{\partial t}$$

f- Qu'appelle-t-on D ? Donner son expression en fonction de ρ , C et λ . Quelle est sa dimension?

- 2- Dans la suite, On se place en régime stationnaire.
- Déterminer l'expression de $T(x)$ en fonction de T_1 , T_2 , L et x ; avec $T(x=0) = T_1$, $T(x=L) = T_2$ avec $T_1 > T_2$. Représenter graphiquement $T(x)$.
 - En déduire l'expression du vecteur densité de courant thermique $\vec{j}(x)$.
- 3- On se propose dans cette question de déterminer la résistance thermique du fil.
- Déterminer l'expression du flux thermique Φ_{th} .
 - Une analogie entre les grandeurs électriques et les grandeurs thermiques dégagée sur la base des lois de Fourier et d'Ohm, permet d'écrire : $\Delta T = \Phi_{th} R_{th}$ où R_{th} est la résistance thermique. Exprimer alors R_{th} .
- 4- Lorsqu'un corps solide à la température T est plongé dans un fluide ambiant de température T_a , un transfert conducto-convectif a lieu au niveau de la surface S de ce corps.
- Exprimer le flux thermique conducto-convectif ϕ_{cv} (compté positivement dans le sens sortant du corps) en fonction de T , T_a , S et le coefficient d'échange thermique par convection h .
 - En déduire l'expression de la résistance thermique de convection R_{cv} .
- 5- Dans cette question on cherche à expliquer, pourquoi un opérateur touchant un objet en bois et un autre en acier portés à la même température, a la sensation que le bois est plus chaud que l'acier.

Pour apporter une réponse à cette question, on considère deux cylindres C_1 et C_2 de même section S , de même axe Ox , de conductivités thermiques respectives λ_1 et λ_2 et de longueurs respectives L_1 et L_2 . Les deux cylindres sont mis bout à bout, le contact se fait en $x = 0$ (figure 2).

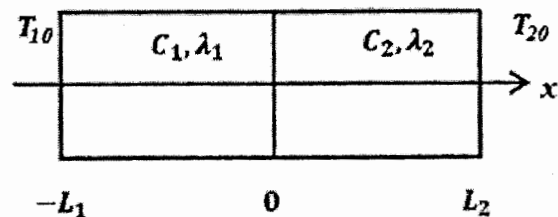


Figure 2

- On maintient les extrémités $x = -L_1$ et $x = L_2$ aux températures respectives T_{10} et T_{20} . On suppose que le régime stationnaire est établi et on note T_0 la température en $x = 0$.
- Exprimer la température $T_1(x)$ dans C_1 en fonction de T_0 , T_{10} et L_1 .
 - Exprimer de même la température $T_2(x)$ dans C_2 en fonction de T_0 , T_{20} et L_2 .
 - Exprimer le vecteur densité de courant thermique dans chacun des deux cylindres.
 - En déduire la température T_0 en fonction de T_{10} , T_{20} , L_1 , L_2 , λ_1 et λ_2 .
- 6- La température de la main de l'opérateur est $T_{10} = 37^\circ\text{C}$.

- Calculer T_0 pour un contact main-bois, puis T_0 pour un contact main-acier dans les deux cas suivants : $T_{20} = 100^\circ\text{C}$ (sensation du chaud) ; $T_{20} = 10^\circ\text{C}$ (sensation du froid). On prendra $L_1 = L_2$ et on utilisera les valeurs suivantes des conductivités thermiques:

Corps	Main	Bois	Acier
$\lambda(W.K^{-1}.m^{-1})$	10	1	100

- Commenter les résultats obtenus.

II- Régulation de température, utilisation d'une thermistance

Une thermistance est une résistance électrique sensible à la température. On trouve deux types de thermistances : une thermistance à coefficient de température positif ayant une résistance qui augmente avec la température et une thermistance à coefficient de température négatif possédant une résistance qui diminue avec la température.

- 7- Considérons une thermistance dont la variation de la résistance en fonction de la température est donnée par la loi:

$$R(T) = Ae^{B\left(\frac{1}{T}\right)}$$

A et B sont des constantes positives caractéristiques de la thermistance et T la température absolue exprimée en Kelvin.

- Quelle est la dimension des constantes A et B ? Justifier.
 - Représenter l'allure de la courbe $R(T)$.
 - Proposer une méthode pratique permettant de déterminer A et B graphiquement à partir de mesures expérimentales de $R(T)$.
- 8- Soit R_0 la résistance de cette thermistance à la température T_0 .

$$\text{a- Montrer que : } R(T) = R_0 e^{B\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)}.$$

- Déterminer en fonction de B et T , le coefficient de la thermistance défini par :

$$\alpha(T) = \frac{1}{R(T)} \left(\frac{dR(T)}{dT} \right)$$

- Identifier le type de la thermistance considérée.
 - On fixe dans la suite du problème $T_0 = 300\text{K}$ et $R_0 = 115,0\ \Omega$. Calculer $\alpha(T_0)$.
On donne $B = 6492\text{ K}$.
- 9- Au voisinage de T_0 , la température de la thermistance peut varier très légèrement de dT .
- Montrer que $R(T)$ varie alors de $dR = -R_0 \frac{B}{T_0^2} dT$.
 - Cette variation, exprimant la sensibilité de la thermistance, peut être évaluée en terme d'incertitude sur la mesure de R ; calculer l'incertitude ΔT sur la mesure de la température pour $\Delta R = 0,1\ \Omega$.

- 10- La thermistance de résistance R est intégrée dans le circuit de la figure 3. Ce circuit est alimenté par un générateur de tension constante E . La résistance r vaut $100,0\ \Omega$. La tension U aux bornes de r est mesurée à l'aide d'un voltmètre numérique (V).

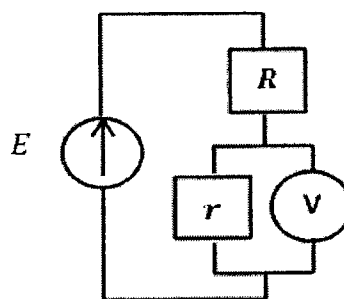


Figure 3

- Quel est l'ordre de grandeur de la résistance interne de ce voltmètre ?
 - Exprimer alors la tension U en fonction de r , R et E .
Le voltmètre affiche la valeur $U_0 = 4,651\text{ V}$ à T_0 .
Calculer la tension E .
- 11- La variation de tension obtenue autour de T_0 est $\Delta U = 1\text{mV}$. Déterminer la variation de température ΔT de la thermistance en fonction de ΔU , r , R_0 , U_0 et T_0 . Effectuer l'application numérique.
- 12- La thermistance est intégrée dans le circuit de la figure 4 constituant un pont de Wheatstone. X est une résistance variable. On donne $R_1 = 100,0\ \Omega$, $E = 10,00\text{ V}$.
- Montrer que la tension entre A et B peut s'écrire : $U_{AB} = \frac{E}{2} \left(\frac{R-X}{X+R} \right)$
 - Lorsque la température de la thermistance est T_0 , on règle la valeur de la résistance X à X_0 pour que la tension U_{AB} soit nulle (pont à l'équilibre). Déterminer X_0 .
Pour les questions qui suivent, on fixe X à X_0 .

13- Dans le but de tester la sensibilité du pont, on part de $U_{AB} = 0$, et on fait varier la température T de ΔT autour de T_0 , la tension entre A et B devient ΔU_{AB} .

a- En différentiant l'expression de U_{AB} par rapport à R , exprimer dU_{AB} en fonction de E et R_0 .

b- En déduire ΔU_{AB} sous la forme :

$$\Delta U_{AB} = k \Delta T \quad \text{avec} \quad k = -\frac{\alpha(T_0)E}{4}.$$

c- Evaluer ΔT pour $\Delta U_{AB} = 0,01 \text{ mV}$.

14- La thermistance est placée dans une enceinte thermostatée contenant un fluide à la température $T_0 = 300\text{K}$ (figure 5).

a- Une fois l'équilibre thermique est atteint dans l'enceinte, on mesure la tension U_{AB} , on obtient une valeur négative $U_{AB} = -20\text{mV}$. Calculer la résistance de la thermistance, puis en déduire sa température T_1 .

b- Justifier l'écart de températures entre T_1 et T_0 .

15- On note P_e la puissance électrique dissipée par effet joule dans la thermistance. On suppose que la chaleur thermique échangée par convection entre la thermistance et le fluide s'exprime par : $\phi_e = h_g(T_1 - T_0)$ avec h_g un coefficient d'échange thermique par convection exprimé en W.K^{-1} . On désigne par m la masse de la thermistance et C sa capacité thermique massique considérée indépendante de la température.

a- En faisant un bilan thermique de la thermistance sur une durée dt , établir l'équation différentielle vérifiée par T .

b- En régime stationnaire, exprimer la puissance P_e en fonction de h_g , T_0 et T_1 .

c- Calculer l'intensité de courant circulant dans la thermistance.

d- En déduire la valeur numérique de P_e , puis celle de h_g .

III- Etude thermodynamique de la charge d'un condensateur

On considère un condensateur de capacité C placé dans un fluide. On le charge à l'aide d'un générateur de tension V_0 à température et pression fixées. A l'équilibre thermodynamique le système (condensateur + fluide) est caractérisé par les variables d'état : pression P , température T , volume τ , entropie S , charge électrique q et la tension V . Ce processus de charge est supposé réversible et le condensateur est initialement non chargé.

16- Soit $\delta W_e = V dq$ le travail électrostatique élémentaire fourni par le générateur au condensateur lorsqu'il est sous une tension V et quand sa charge varie de $dq = C dV$ avec $C = C(T)$. Dans la suite, le travail des forces de pression sera négligé.

Soit U l'énergie interne du système, en appliquant le 1^{er} et le 2^{ème} principes de la thermodynamique, montrer que :

$$dU - V dq \leq T dS$$

17- Pour étudier l'évolution réversible de la charge du condensateur au cours de laquelle la tension V passe progressivement de zéro à V_0 , il est possible d'utiliser la fonction potentiel thermodynamique généralisée $\tilde{F} = U - TS - qV$ où T et V sont les variables d'état de $\tilde{F}$.

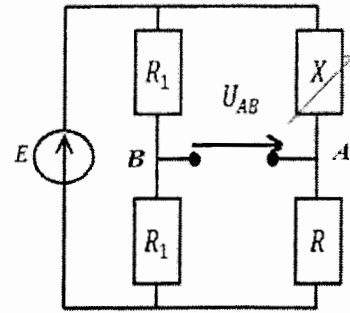


Figure 4

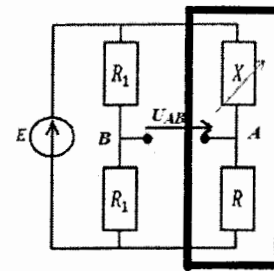


Figure 5

a- En supposant que $\tilde{F}(V = 0) = 0$, montrer qu'à température constante, on a :

$$\tilde{F}(V_0) = -\frac{1}{2} C V_0^2.$$

b- Justifier alors l'hypothèse que $\tilde{F}$ est un potentiel thermodynamique.

18- Soit α et λ les coefficients calorimétriques du fluide, les variations de S et de $\tilde{F}$ s'écrivent :

$$dS = \frac{\alpha}{T} dT + \frac{\lambda}{T} dV, \quad d\tilde{F} = -SdT - qdV$$

a- Montrer que $\lambda = TV \left(\frac{dC}{dT} \right)_V$. Quelle est l'unité de λ ?

b- La température T du fluide est fixée à T_0 . Montrer que la quantité de chaleur Q échangée avec le milieu extérieur s'écrit : $Q = \frac{1}{2} \lambda V_0$.

19- Lorsque la charge du condensateur est réversible à pression et température constantes, le fluide dégage de la chaleur vers l'extérieur pour maintenir sa température. On suppose que $\left(\frac{dC}{dT} \right)_V < 0$. Déduire alors l'évolution de la température du fluide dans le cas d'une charge adiabatique réversible.

IV Mesure de la pression d'un fluide

20- Un réservoir de forme cylindrique (figure 6) de section S est rempli avec un liquide de masse volumique ρ jusqu'à une hauteur h . Un point N du liquide est repéré par ses coordonnées cartésiennes dans un repère orthonormé $R(O, x, y, z)$, tel que l'axe Oz coïncide avec la verticale, la cote h étant prise au niveau de la surface libre du liquide. On note P_0 la pression atmosphérique en $z = h$.

a- Montrer que la pression en un point N de cote z peut s'écrire:

$$P = az + b$$

Les constantes a et b sont à déterminer. Comment évolue la pression avec la profondeur du liquide ?

b- Déterminer la pression P à une profondeur de 60 m dans l'eau, comparer P à P_0 . On donne : $g = 9,81 \text{ ms}^{-2}$, $\rho = 10^3 \text{ kgm}^{-3}$ et $P_0 = 10^5 \text{ Pa}$.

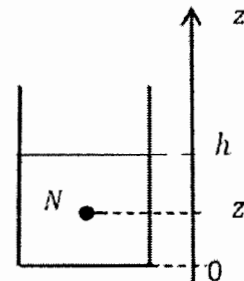


Figure 6

c- Expliquer pourquoi un plongeur se trouvant à une profondeur de 60 m dans l'eau a des soucis sérieux pendant la phase de remontée.

d- Pour calculer le volume d'oxygène dans les poumons, on utilise généralement le modèle des gaz parfaits, ce modèle est-il applicable à cette profondeur ? Justifier.

21- Considérons les deux réservoirs communicants (1) et (2) de la figure 7. Initialement l'eau remplit les deux réservoirs à la même hauteur h_0 .

Lorsqu'on applique une pression P_1 à la surface libre du réservoir (1), et une pression P_2 à la surface libre du réservoir (2) les hauteurs deviennent respectivement h_1 et h_2 (figure 7). On note $h_2 - h_1 = 2\Delta h$, et $h_1 + h_2 = 2h_0$. Exprimer la différence de pression $\Delta P = P_2 - P_1$ en fonction de la dénivellation Δh .

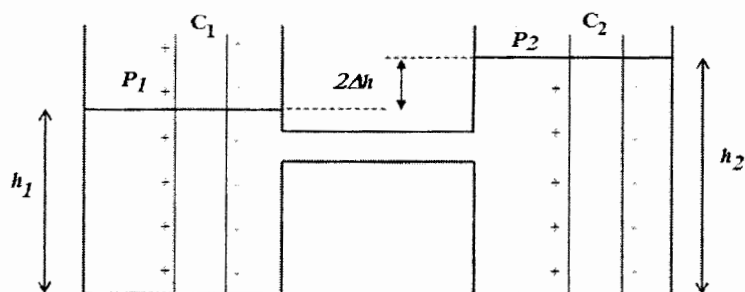


Figure 7

- 22- On souhaite mesurer Δh . Pour ceci, on plonge dans le réservoir (1) un condensateur plan de capacité C_1 et dans le réservoir (2) un condensateur plan de capacité C_2 formé chacun par deux armatures de forme rectangulaire de longueur L suivant l'axe Oz des réservoirs. Le fluide supposé isolant est repéré par la hauteur h avec $0 \leq h \leq L$. La capacité du condensateur varie linéairement avec la hauteur h selon la loi :

$$C(h) = \alpha h + \beta \quad \text{où } \alpha \text{ et } \beta \text{ sont des constantes réelles positives.}$$

- a- Montrer que $C_2 - C_1$ est proportionnel à Δh .
- b- Exprimer $C_1 + C_2$ en fonction de h_0

- 23- Les deux capacités sont connectées aux bornes du pont de Sauty comme l'indique la figure 8. La tension e à l'entrée du circuit est sinusoïdale de pulsation ω et de tension maximale e_m :

$$e = e_m \sin(\omega t)$$

- a- Montrer que la tension s peut se mettre sous la forme :

$$s = \frac{e}{2} \frac{C_2 - C_1}{C_1 + C_2}$$

Déduire la condition sur C_1 et C_2 à l'équilibre.

- b- On se place hors équilibre, en déduire que la tension de sortie s est proportionnelle à la différence $C_2 - C_1$.
- c- Exprimer la relation entre la tension de sortie s et $h_2 - h_1$.
- d- Calculer Δh pour $\alpha = 11181,8 \cdot 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$, $\beta = 141,54 \cdot 10^{-12} \text{ F}$, $e = 6 \text{ V}$, $s = 1 \text{ mV}$ et $2h_0 = 1 \text{ m}$. Conclure.

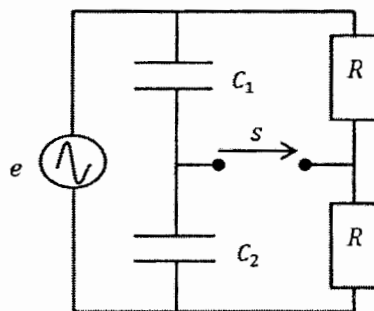


Figure 8

Fin de l'épreuve