



Concours Biologie et Géologie
Epreuve de Physique

Date : Jeudi 13 Juin 2019 Heure : 8 H Durée : 4 H Nb pages : 08
Barème : Partie 1 : 3pts Partie 2 : 3pts Partie 3 : 3,5pts Partie 4 : 3,5pts Partie 5 : 3,5pts
Partie 6 : 3,5pts

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.

L'épreuve comporte six parties indépendantes, le candidat peut les résoudre dans l'ordre qui lui convient en respectant néanmoins la numérotation des questions.

Un candidat peut toujours se servir d'un résultat fourni par l'énoncé pour continuer sa composition.

Ce problème, composé de six parties, traite différents aspects des phénomènes de transport tels que la diffusion d'oxygène dans l'eau, l'écoulement dans un canal, la sédimentation des particules dans un fluide. Il finit par une application traitant des paramètres thermodynamiques d'une salle blanche et l'étude d'un système électrique pour le contrôle de ces paramètres.

Dans toute l'épreuve, l'eau est considérée comme un fluide incompressible de masse volumique $\rho_e = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$. L'accélération de la pesanteur est $g = 10 \text{ m s}^{-2}$. L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

Partie I : Diffusion de l'oxygène dans l'eau

L'oxygène dissous dans l'eau est indispensable pour de nombreux processus chimiques et biologiques. Parmi les facteurs qui dégradent le taux d'oxygène, on peut citer celui lié à sa consommation par certaines bactéries dans l'eau. Chaque bactérie est modélisée par une sphère de masse volumique assimilée à celle de l'eau.

1- Cette dégradation se produit par diffusion de l'oxygène dans l'eau. Cette diffusion est à symétrie sphérique de sorte que les grandeurs considérées dans la suite ne dépendent que de la coordonnée r de vecteur unitaire $\vec{u}_r$. On admet qu'elle s'effectue en régime permanent suivant la loi de Fick :

$$\vec{j}(r) = -D \frac{\partial n}{\partial r} \vec{u}_r$$

$\vec{j}(r)$ est le vecteur densité de flux de particules dont le module s'exprime en $\text{m}^{-2} \text{s}^{-1}$, et $n(r)$ est la densité volumique des particules s'exprimant en m^{-3} .

1.1 Qu'appelle-t-on D ? Donner son unité dans le système international et justifier le signe (-) dans cette loi.

1.2 Montrer que le nombre de particules d'oxygène rentrant dans une sphère de rayon r par unité de temps est $\phi(r) = D \frac{\partial n}{\partial r} 4\pi r^2$.

1.3 Très loin de la sphère ($r \rightarrow \infty$), la densité volumique des particules d'oxygène dans l'eau est n_0 exprimée en m^{-3} . En admettant que $\phi(r)$ reste constant, montrer que $n(r) = n_0 - \frac{\phi(r)}{4\pi D r}$.

2- Soit R le rayon d'une bactérie ; la consommation en molécule d'oxygène par une bactérie s'écrit : $n_1 = n_0 - \frac{N_A \rho_e R^2}{3D} \mathcal{M}$ avec N_A le nombre d'Avogadro.

2.1 Exprimer le coefficient $\mathcal{M}$ en fonction de ρ_e , N_A , $\phi(R)$ et le volume V_b de la bactérie. Quelle est l'unité de $\mathcal{M}$?

2.2 Justifier qualitativement que $\mathcal{M}$ mesure la consommation en oxygène par la bactérie.

2.3 Dédire que le rayon R de la bactérie ne peut pas dépasser un rayon critique

$$R_c = \sqrt{\frac{3Dn_0}{\mathcal{M} \rho_e N_A}}.$$

2.4 On donne $D = 2,1 \cdot 10^{-9} m^2 s^{-1}$, $n_0 = 1,2 \cdot 10^{23} m^{-3}$ et $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} mol^{-1}$. Exprimer $\mathcal{M}$ en fonction de R_c ; calculer sa valeur pour une bactérie de rayon $R_c = 8 \mu m$. En déduire la valeur de n_1 pour cette bactérie.

Partie II : Mesure de débit

L'eau d'un lac s'écoule dans un canal rectiligne d'axe Ox à fond horizontal et à section rectangulaire de largeur L , et de grande longueur (Figure 1). L'écoulement est permanent, sa vitesse $\vec{v} = v\vec{u}_x$ est uniforme sur toute la section droite du canal. L'eau est assimilée à un fluide parfait.

3- La hauteur d'eau dans le canal est supposée constante, on la note H .

3.1 Rappeler sans démonstration, l'équation locale de conservation de la masse.

3.2 Que peut-on conclure concernant le champ de vitesse de l'eau ? Quelle est la grandeur qui se conserve ?

3.3 Exprimer le débit en fonction de v , L et H .

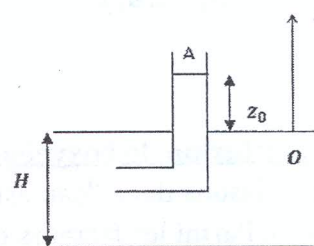


Figure 1

4- Pour mesurer le débit Q du fluide, on place dans l'eau un tube de verre coudé et gradué comme l'indique la figure 1.

4.1 Rappeler le théorème de Bernoulli avec ses hypothèses de validité et donner son interprétation énergétique.

4.2 En appliquant ce théorème entre le point A et un point de la surface libre du fluide, exprimer le débit Q en fonction de z_0 , H et L . Calculer Q pour $z_0 = 15 cm$, $H = 2 m$ et $L = 4 m$.

5- En réalité, la hauteur H du fluide est variable au cours de l'écoulement.

5.1 Montrer que la quantité $H_0 = H + \frac{v^2}{2g}$ reste constante.

5.2 Exprimer Q , en fonction de H_0 , g , L et H .

- 5.3 En considérant la variation de Q en fonction de H , déterminer la hauteur critique H_M qui correspond à un débit maximal Q_M . Exprimer H_M , puis Q_M en fonction de H_0 . Calculer H_M pour $H_0 = 3,15 \text{ m}$.
- 5.4 Déterminer la vitesse v_M de l'écoulement lorsque la hauteur de l'eau dans le canal est H_M .
- 5.5 On distingue deux régimes d'écoulement dans le canal : le régime torrentiel lorsque la hauteur de l'eau dans le canal est $H < H_M$, et le régime fluvial qui correspond à une hauteur $H > H_M$. On donne $v_1 = 2,5 \text{ m s}^{-1}$ et $v_2 = 5 \text{ m s}^{-1}$, deux vitesses de l'eau dans le canal. Identifier le régime d'écoulement correspondant.

Partie III : Phénomène de porosité

Dans cette partie, on étudie l'infiltration de l'eau à travers la surface de base d'un barrage rempli d'eau à une hauteur H . On admet que la couche poreuse sous cette surface est constituée de n pores assimilables chacun à une conduite cylindrique horizontale de même rayon R et de longueur l_p suivant l'axe Ox (Figure 2).

L'eau s'écoule en régime permanent dans chaque pore. On admet dans la suite que la pression p du fluide ne dépend que de la variable x et que la vitesse $\vec{v} = v(r)\vec{u}_x$, est uniforme suivant Ox . L'eau est assimilée à un fluide parfait incompressible de masse volumique $\rho_e = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$.

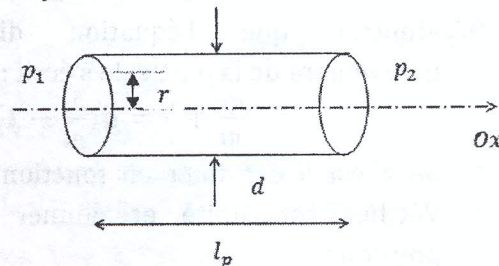


Figure 2

Cet écoulement est induit par une différence de pression $\Delta p = p_1 - p_2 > 0$; p_1 en $x = 0$ et p_2 en $x = l_p$.

6- L'équation différentielle régissant l'écoulement de l'eau dans un pore s'écrit :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \eta \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial v}{\partial r} \right) \quad \text{avec } \eta \text{ la viscosité dynamique de l'eau.}$$

6.1 Montrer que la pression du fluide peut s'écrire sous la forme : $p = Bx + C$ où B et C sont des constantes réelles. Exprimer Δp en fonction de l_p et B .

6.2 On donne $v(r = R) = 0$; déterminer l'expression de la vitesse du fluide et l'écrire sous la forme :

$$v = -\frac{B}{4\eta} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$

6.3 Déterminer la vitesse maximale v_{max} du fluide. Quel est le signe de B ? En déduire que la pression p est une fonction décroissante de x .

6.4 Exprimer v_{max} en fonction de η , l_p , Δp et du diamètre d de la conduite. Réécrire la vitesse en fonction de v_{max} et donner son allure dans la conduite.

6.5 Déterminer le débit du fluide dans un pore sous la forme : $Q_p = \frac{\pi}{128\eta} \frac{\Delta p}{l_p} d^4$.

7- On définit la porosité du milieu par : $\phi_p = \frac{\text{Volume total des pores}}{\text{Volume total du milieu poreux}}$. Soit A la section transversale de la couche poreuse sous la base du barrage. Son volume est $V = l_p A$.

7.1 Exprimer le débit volumique total Q_D par unité de surface à travers la couche poreuse.

7.2 Déduire que Q_D vérifie la loi de Darcy : $Q_D = \frac{K \Delta P}{\eta l_p}$ avec K la perméabilité du milieu poreux à exprimer en fonction de ϕ_p et d .

8- On admet qu'à l'entrée des pores, la pression de l'eau est uniforme et égale à celle au fond du barrage $p_1 = p_0 + \rho_e g H$, où p_0 est la pression atmosphérique. La sortie des pores est portée à la pression $p_2 = p_0$. Exprimer Q_D en fonction de K, ρ_e, g, H, η et l_p . Evaluer Q_D lorsque $K = 10^{-12} \text{ m}^4, H = 8 \text{ m}, l_p = 5 \text{ m}$ et $\eta = 10^{-3} \text{ pl}$.

Partie V : Sédimentation des particules dans l'eau

Dans le but de fournir de l'eau potable à une habitation, un canal alimente un bac de prétraitement d'eau. Dans cette partie, on étudie la sédimentation de certaines particules dans l'eau du bac sous l'effet de la pesanteur. Pour ceci une particule animée d'une vitesse $\vec{v}$ est modélisée par une sphère de rayon R_s et de masse volumique ρ_s (Figure 3).

9- La force de frottement qu'elle subit obéit à la loi de Stokes $\vec{F} = -6\pi\eta R_s \vec{v}$. On note $\vec{\pi} = \rho_e g V_s \vec{u}_z$, la poussée d'Archimède de l'eau sur la particule.

9.1 Effectuer dans le repère $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ le bilan des forces s'exerçant sur cette particule.

9.2 Montrer que l'équation différentielle du mouvement de la particule s'écrit :

$$\frac{dv}{dt} + \frac{v}{\tau} = g \left(\frac{\rho_e}{\rho_s} - 1 \right),$$

où τ est à exprimer en fonction de η, R_s et ρ_s .

Vérifier son unité et donner sa signification physique.

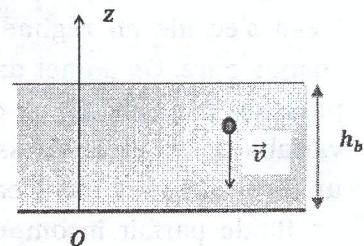


Figure 3

9.3 Déterminer l'expression de la vitesse de la particule. On prendra $v(t=0)=0$.

9.4 Pour des temps assez grands, le régime permanent s'établit. Déduire la vitesse limite v_l de la particule en fonction de R_s, ρ_e, ρ_s, g et η .

9.5 Soit h_b la hauteur d'eau dans le bac. Calculer $|v_l|$ et la durée Δt_s de sédimentation pour les particules indiquées dans le tableau suivant : On donne $\rho_s = 2,5 \rho_e, h_b = 5 \text{ m}$ et $\eta = 10^{-3} \text{ pl}(\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1})$.

Particule	Sable	Sable fin	Argile 1	Argile 2
Diamètre de la particule	1 mm	100 μm	10 μm	1 μm
$ v_l $				
Δt_s				

10- On rappelle que le nombre de Reynolds de l'écoulement autour de la particule s'écrit :

$$\mathcal{R}_e = \frac{\rho_e |v_l| R_s}{\eta}.$$

10.1 Quelle est sa signification physique ?

10.2 Calculer $\mathcal{R}_e$ pour les écoulements autour des particules indiquées dans le tableau pr  c  dent. Présenter les résultats dans ce tableau.

10.3 Le modèle utilisé pour étudier la sédimentation des particules impose la condition $\mathcal{R}_e \leq 5$, commenter alors les résultats obtenus.

10.4 Le temps de sédimentation est $\Delta t_s = 120 \text{ mn}$, déterminer alors le rayon minimal $R_{s \text{ min}}$ de la particule.

Partie VI : Un modèle thermodynamique d'une salle blanche

Les salles blanches sont des espaces utilisés dans plusieurs domaines particulièrement en médecine dans les blocs opératoires.

L'air à l'intérieur d'une salle blanche est contrôlé ; sa température, sa pression et son volume doivent être maintenus constants.

On considère une salle blanche dont l'air de volume V_1 est maintenu à une température T_1 et à une pression P_1 . L'entrée de personnes dans cette salle entraîne une élévation de température de l'air, alors un système de régulation se met en marche pour que l'air se régénère et revient à T_1 , P_1 et V_1 .

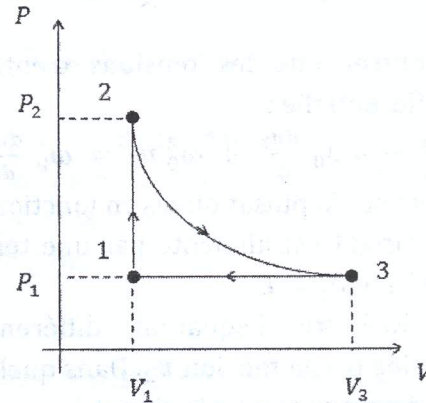


Figure 4

On admettra qu'au cours de cette opération de régulation, l'air est supposé décrire le cycle de transformations de la figure 4.

- Transformation isochore : $(T_1 = 295 \text{ K}, P_1 = 10^5 \text{ Pa}, V_1 = 20 \text{ m}^3) \rightarrow (T_2, P_2, V_2)$
- Transformation isotherme : $(T_2, P_2, V_2) \rightarrow (T_3, P_3, V_3)$
- Transformation isobare : $(T_3, P_3, V_3) \rightarrow (T_1, P_1, V_1)$

- 11- L'air sera considéré comme un gaz parfait de constante $R = 8,32 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$ et de rapport des capacités thermiques, à volume constant C_v et à pression constante C_p , $\gamma = \frac{C_p}{C_v} = 1,4$. A l'issue de la transformation $1 \rightarrow 2$, l'air reçoit une quantité de chaleur $Q_{12} = 50 \text{ J}$ de la part des personnes entrant dans la salle.

11.1 Enoncer la première loi de Joule pour un gaz parfait.

11.2 Calculer la température T_2 puis la pression P_2 de l'air à l'état 2.

11.3 Calculer le volume V_3 à l'état 3.

- 12- L'équilibre thermodynamique dans l'état 2 est obtenu par un thermostat de température T_2 en contact avec l'air de la salle blanche. La transformation $2 \rightarrow 3$ est supposée réversible.

12.1 Calculer le travail W_{23} échangé par l'air avec le thermostat. Déduire alors la quantité de chaleur Q_{23} .

12.2 Calculer les variations d'entropie de l'air ΔS_{23} et du thermostat ΔS_{th} . Justifier l'hypothèse de la réversibilité de la transformation $2 \rightarrow 3$.

- 13- On suppose que l'air échange de manière rapide le travail W'_{23} avec le thermostat à l'issue de la transformation $2 \rightarrow 3$.

13.1 Donner la valeur de la variation d'entropie $\Delta S'_{23}$. Justifier.

13.2 Calculer la variation d'entropie du thermostat $\Delta S'_{th}$.

13.3 En utilisant le 2^{ème} principe de la thermodynamique, montrer que la transformation $2 \rightarrow 3$ est irréversible.

Partie VII : Circuit de régulation

La régulation de la salle blanche est assurée par un système électronique contrôlé par le circuit électrique de la figure 5.

La tension d'entrée du circuit v_1 est variable en fonction du temps. Le courant à la sortie du circuit est $i_2 = 0$. Les deux condensateurs sont initialement déchargés.

- 14- Montrer que les tensions d'entrée v_1 et de sortie v_2 sont liées par l'équation différentielle :

$$\frac{d^2 v_2}{dt^2} + a\omega_0 \frac{dv_2}{dt} + \omega_0^2 v_2 = \omega_0 \frac{dv_1}{dt}$$

Exprimer la pulsation ω_0 en fonction de R et C et déterminer la valeur du paramètre a .

- 15- Le circuit est alimenté par une tension continue $v_1 = E$.

- 15.1 Réécrire l'équation différentielle vérifiée par la tension v_2 . Dans quel type de régime se trouve le circuit ?

- 15.2 Donner la forme de la solution générale de cette équation.

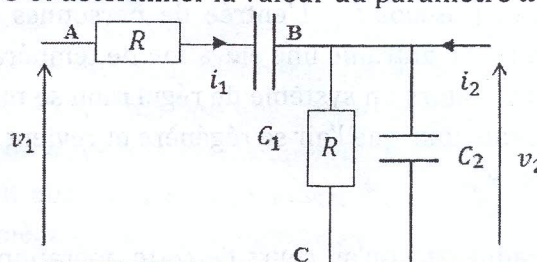


Figure 5

- 16- On reprend le circuit de la **figure 5** en régime sinusoïdal. On l'alimente par la tension $v_1 = V_1 \sin(\omega t)$.

- 16.1 Le courant dans le condensateur de capacité C_2 est nul

- a- Déterminer la fonction de transfert du circuit $\bar{H}(j\omega) = \frac{\bar{v}_2}{\bar{v}_1}$; ($j^2 = -1$)

- b- On pose $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ et $x = \frac{\omega}{\omega_0}$, exprimer cette fonction en fonction de x .

- c- Exprimer le gain et la phase de ce filtre.

- d- Tracer l'allure de son diagramme de Bode (gain et phase). On précisera les équations des asymptotes du gain, et on fera apparaître sur chaque graphe le tracé asymptotique et le tracé réel. Quelle est la nature de ce filtre ?

- 16.2 Le courant dans le condensateur C_2 est non nul et on choisit $C_1 = C_2 = C$

- a- Exprimer les impédances complexes des branches AB et BC du circuit

- b- Exprimer sa fonction de transfert sous la forme: $\bar{H}(j\omega) = \frac{\bar{v}_2}{\bar{v}_1} = \frac{H_0}{1+jQ(x-\frac{1}{x})}$

Préciser son amplification maximale H_0 et son facteur de qualité Q .

- c- Exprimer le gain et la phase de ce filtre.

- d- Tracer l'allure de son diagramme de Bode (gain). On précisera les équations des asymptotes du gain, et on fera apparaître les tracés asymptotique et réel. Quelle est la nature de ce filtre ?

Fin de l'épreuve