



Concours Biologie et Géologie
Epreuve de Physique

Date : Lundi 20 Juillet 2020	Heure : 8 H	Durée : 3 H	Nb pages : 6
Barème : Exercice 1 : 10pts	Exercice 2 : 6pts	Exercice 3 : 4pts	

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.

L'épreuve comporte trois exercices indépendants, le candidat peut les résoudre dans l'ordre qui lui convient en respectant néanmoins la numérotation des questions.

Le candidat peut toujours se servir d'un résultat fourni par l'énoncé pour continuer sa composition

Exercice 1

Forces centrales

Données pour l'exercice

Masse du Soleil : $M_s = 1,99 \cdot 10^{30} \text{ kg}$

Constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

Accélération de la pesanteur au niveau du sol : $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Dans cet exercice, on étudie le mouvement de la Terre dans le référentiel héliocentrique $\mathcal{R}$, centré en O , centre du Soleil, supposé galiléen.

I. Propriétés générales du mouvement.

I.1 La Terre est assimilée à un point matériel de masse m centré en N . Les effets liés à la rotation de la Terre autour de son axe ne sont pas pris en compte dans cet exercice. Le centre N de la Terre se déplace dans le champ de gravitation du Soleil de masse M_s sous l'effet de la force :

$$\vec{F} = -\frac{GM_s m}{r^2} \vec{u}_r$$

$\vec{ON} = r\vec{u}_r$; $\vec{ON}$ étant le vecteur position de la Terre par rapport au centre O du Soleil et $\vec{u}_r$ un vecteur de la base des coordonnées polaire $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$. On néglige l'influence des autres planètes sur le mouvement de la Terre.

I.1.1 La force de gravitation $\vec{F}$ est-elle centrale ? Justifier votre réponse.

I.1.2 Montrer que la force de gravitation $\vec{F}$ exercée par le Soleil sur la Terre est conservative.

I.1.3 Exprimer l'énergie potentielle E_p dont dérive cette force en fonction de G , M_s , m et r . L'énergie potentielle E_p sera prise conventionnellement nulle pour r tendant vers l'infini.

I.1.4 Montrer que l'énergie mécanique E_m de la Terre est constante au cours de son mouvement autour du Soleil.

I.2 Moment cinétique

I.2.1 Définir le vecteur moment cinétique $\vec{L}_O$ de la Terre dans le référentiel $\mathcal{R}$, par rapport au centre O du Soleil.

I.2.2 Énoncer le théorème du moment cinétique pour un point matériel.

I.2.3 En appliquant à la Terre le théorème du moment cinétique par rapport au point O , montrer que son moment cinétique $\vec{L}_O$ est un vecteur constant. En déduire que la trajectoire suivie par la Terre autour du Soleil est entièrement contenue dans un plan fixe Π . Commenter.

I.2.4 Dans la suite, on pose $\vec{L}_O = mC\vec{k}$ où $\vec{k}$ est un vecteur unitaire fixe dans le référentiel héliocentrique $\mathcal{R}$. C est une constante.

Dans le plan Π de sa trajectoire, on repère la position du centre d'inertie de la Terre N par ces coordonnées polaires (r, θ) définies par $r = ON$ et $\theta = (\vec{ON}_o, \vec{ON})$ (Figure 1-a). ON_o est la position de N à une date choisie comme origine. Les vecteurs $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ étant les vecteurs de la base des coordonnées polaire.

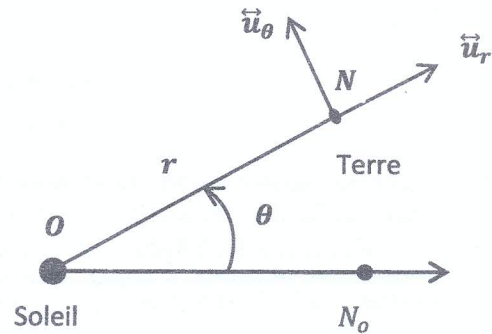


Figure 1-a

a- La vitesse du centre d'inertie de la Terre par rapport au référentiel $\mathcal{R}$, s'écrit sous la forme: $\vec{v} = v_r\vec{u}_r + v_\theta\vec{u}_\theta$.

Donner les expressions de v_r et v_θ en fonction de $r, \dot{r} = \frac{dr}{dt}$ et $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$.

b- Exprimer le moment cinétique $\vec{L}_O$ en fonction de m, r et $\dot{\theta}$. En déduire que la constante C , s'écrit : $C = r^2\dot{\theta}$.

I.3 Loi des aires.

I.3.1. Exprimer l'aire dS , balayée par le vecteur position $\vec{r}$ pendant une durée dt , du mouvement de la Terre autour du Soleil.

I.3.2. Montrer que l'aire S balayée par le rayon vecteur $\vec{r}$, durant un intervalle de temps Δt est donnée par la loi : $S = \frac{C}{2}\Delta t$. Comment appelle-on cette loi ?

II. Étude de la trajectoire

On pose $u = \frac{1}{r}$ et on rappelle que : $\frac{dr}{dt} = \frac{dr}{du} \frac{du}{d\theta} \frac{d\theta}{dt}$

II.1 Exprimer $\frac{dr}{dt}$ en fonction de C et $\frac{du}{d\theta}$.

II.2 Définir l'énergie cinétique E_c de la Terre par rapport au référentiel héliocentrique $\mathcal{R}$. En déduire son expression en fonction de m, C, u et $\frac{du}{d\theta}$.

II.3 Montrer que l'énergie mécanique du système s'écrit sous la forme :

$$E_m = \frac{1}{2}mC^2 \left(u^2 + \left(\frac{du}{d\theta} \right)^2 \right) - GM_s m u$$

II.4 Montrer que la conservation de l'énergie mécanique le long de la trajectoire se traduit par deux équations différentielles possibles relatives à $u(\theta)$. On explicitera ces deux équations.

II.5 L'une des deux équations précédente s'écrit : $\frac{du}{d\theta} = 0$. Quelle est la nature de la trajectoire dans ce cas ?

II.6

II.6.1 La deuxième équation différentielle possède comme solution :

$$u(\theta) = u_0 \cos(\theta + \varphi) + \frac{GM_S}{c^2}$$

Par un choix convenable de l'origine des angles polaires, montrer que la solution de la deuxième équation peut s'écrire sous la forme :

$$r = \frac{p}{1 + e \cos \theta}$$

avec $p = \frac{c^2}{GM_S}$ et $e = p \cdot u_0$, où u_0 est une constante d'intégration qu'on ne demande pas de déterminer. Cette relation est l'équation polaire d'une conique d'excentricité e .

II.6.2 On supposera que $e < 1$ et que la trajectoire est une ellipse dont le soleil O occupe l'un de ses foyers (Figure 1-b). Déterminer la distance ON minimale notée r_P , au périhélie P de la trajectoire en fonction de p et e .

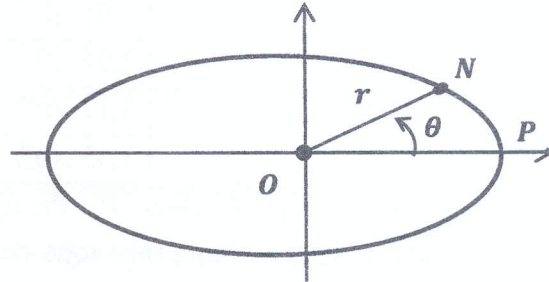


Figure 1-b

II.6.3 Déterminer la distance ON maximale notée r_A à l'apogée A de la trajectoire en fonction de p et e .

II.6.4 Déterminer l'écart relatif entre ces deux distances défini par : $\frac{r_A - r_P}{p}$

II.6.5 Application numérique : on donne $p = 150.10^6 \text{ km}$ et $e = 0,018$. Calculer r_A , r_P et leur écart relatif. Commenter.

III. Période temporelle du mouvement

On rappelle que la surface d'une ellipse est donnée par : $S = \pi \cdot a \cdot b$, où $a = \frac{p}{1 - e^2}$ et $b = \frac{p}{\sqrt{1 - e^2}}$

désignant respectivement le demi grand axe et le demi petit axe de l'ellipse.

Pour toute la suite, on utilisera les valeurs numériques de e et de p données dans la question II.6.5.

III.1 En utilisant la relation établie en I.3.2, exprimer la période T du mouvement de la Terre autour du Soleil, en fonction de G , M_S , p et e .

III.2 Application numérique : Calculer T en jours. Commenter.

III.3 Pour l'hémisphère nord de la Terre :

- le périhélie P de la trajectoire correspond approximativement au début de l'hiver (solstice d'hiver),
- l'apogée A de la trajectoire correspond au début de l'été (solstice d'été),
- le début du printemps ou équinoxe du printemps EP correspond à $\theta = \frac{\pi}{2}$ et le début de l'automne ou équinoxe d'automne EA correspond à $\theta = \frac{3\pi}{2}$.

Reproduire le schéma de la trajectoire (Figure 1-b) et placer les points P , A , EP et EA . Indiquer avec soin la surface balayée par le rayon-vecteur de la Terre pendant chacune des quatre saisons.

III.4. Montrer graphiquement que le printemps et l'été sont plus longs que l'automne et l'hiver dans l'hémisphère nord.

Exercice 2

Etude du système liquide vapeur

L'équilibre entre l'eau liquide et sa vapeur est caractérisé, à différentes températures, par les données suivantes :

T en °C	Pression saturante P_s en bar	Liquide saturant		Vapeur saturante	
		$v_L : m^3/kg$	$h_L : kJ/kg$	$v_G : m^3/kg$	$h_G : kJ/kg$
35	0,056	$1,00 \cdot 10^{-3}$	146,34	25,24	2560,67
50	0,123	$1,01 \cdot 10^{-3}$	208,96	12,04	2587,42
100	1,013	$1,04 \cdot 10^{-3}$	418,42	1,673	2671,44
185	11,238	$1,13 \cdot 10^{-3}$	784,17	0,174	2778,03
285	69,200	$1,35 \cdot 10^{-3}$	1261,11	0,028	2768,83

T : Température en degré Celsius, P_s : Pression de vapeur saturante. v_L : Volume massique du liquide saturant, v_G : Volume massique de la vapeur saturante, h_L : Enthalpie massique du liquide saturant et h_G : Enthalpie massique de la vapeur saturante.

Dans la suite tous les calculs se rapporteront à une masse $m = 1kg$ de fluide.

La capacité thermique massique c_L du liquide est constante et vaut : $c_L = 4,18 kJ kg^{-1}K^{-1}$.

Le coefficient de dilatation isobare $\alpha = 1,5 \cdot 10^{-4}K^{-1}$ de l'eau liquide, supposé constant.

IV.1 Donner l'allure du diagramme d'état (P, T) de l'eau pure pouvant exister sous trois phases. P et T désignent respectivement la pression et la température de l'eau pure.

IV.2 Représenter l'allure du diagramme de Clapeyron $P(V)$ de l'eau. Préciser sur ce diagramme le point critique C , les domaines liquide (L), liquide+vapeur (L+V) et vapeur (V). Tracer l'allure deux isothermes : l'isotherme critique $T = T_c$ et l'autre pour $T < T_c$.

IV.3 On rappelle que le titre massique en vapeur x d'un système liquide-vapeur est égal au rapport entre la masse m_G d'eau à l'état de vapeur saturante et la masse totale m du système.

On désigne respectivement par : v_m, h_m et s_m le volume massique, l'enthalpie massique et l'entropie massique du système liquide-vapeur.

La règle du levier permet de déterminer certaines grandeurs thermodynamiques en fonction du titre x et de leurs valeurs à la saturation. Par exemple : $v_m = xv_G + (1 - x)v_L$

Montrer que le titre massique en vapeur x est donné par l'une des relations suivantes :

$$x = \frac{v_m - v_L}{v_G - v_L} ; x = \frac{h_m - h_L}{h_G - h_L} ; x = \frac{s_m - s_L}{s_G - s_L}$$

IV.4 On désigne par $L_V(T)$ la chaleur latente massique de vaporisation à la température T . Rappeler la relation reliant $L_V(T)$ à $h_G(T)$ et $h_L(T)$.

V. Etude du système liquide vapeur

Le circuit d'une centrale nucléaire comporte les éléments suivants : un générateur de vapeur (chaudière), une turbine, un condenseur et une pompe d'alimentation (Figure 2). Le cycle subi par l'eau dans ce circuit est modélisé par les transformations suivantes :

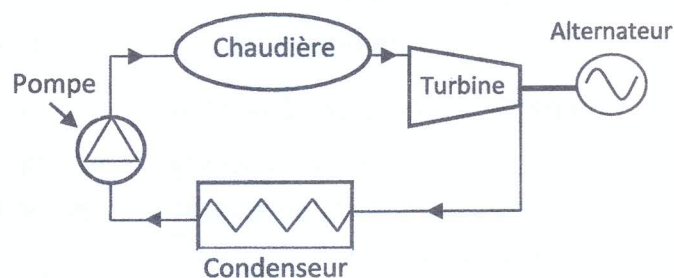


Figure 2

$A \rightarrow B$: Compression adiabatique réversible, dans la pompe d'alimentation, de la pression $P_1 = 0,056 \text{ bar}$ à la pression $P_2 = 69,200 \text{ bar}$, du liquide saturant sortant du condenseur à la pression P_1 (état A).

Cette compression entraîne une élévation ΔT de la température du liquide.

$B \rightarrow D$: échauffement isobare du liquide dans le générateur de vapeur qui amène le liquide de l'état B à l'état de liquide saturant sous la pression P_2 (état D) avec une entropie massique $s = 3,114 \text{ kJ/kg.K}$

$D \rightarrow E$: Vaporisation totale, dans le générateur de vapeur, sous la pression P_2

$E \rightarrow F$: Détente adiabatique réversible, dans la turbine, de P_2 à P_1 avec une entropie massique $= 5,82 \text{ kJ/kg.K}$.

$F \rightarrow A$: liquéfaction totale, dans le condenseur, sous la pression P_1 , de la vapeur présente dans l'état F.

V.1 Représenter l'allure du cycle décrit par l'eau dans le diagramme de Clapeyron (P, v).

V.2 En se basant sur les données du tableau précédent et à partir des transformations cycliques subit par l'eau, Reprendre le tableau suivant sur votre copie et le compléter.

	P en bar	v en m^3/kg	T en $^\circ\text{C}$	s en kJ/kg.K	h en kJ/kg
A	0,056	$1,00 \cdot 10^{-3}$	35	0.5051	146.34
B	69,200	$1,00 \cdot 10^{-3}$	35,08		148
D		$1,35 \cdot 10^{-3}$			
E					
F					

V.3 Sur un diagramme entropique (T, s), représenter les points A, B, D, E et F du cycle décrit par l'eau.

V.4 La différentielle de l'entropie massique du liquide s'écrit, en fonction des variables T et P : $ds = c_L \frac{dT}{T} - \alpha v_L dP$

c_L : Capacité thermique massique du liquide saturant.

V.3.1. On note que: $\Delta T = T_2 - T_1$, l'élévation de température du liquide dans la pompe d'alimentation. En intégrant l'expression de ds entre l'état A ($P_1; T_1$) et l'état B ($P_2; T_1 + \Delta T$), établir l'expression de ΔT , sachant que pour $\Delta T \ll T_1$, on a :

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \ln \frac{T_1 + \Delta T}{T_1} = \ln \left(1 + \frac{\Delta T}{T_1} \right) = \ln(1 + \varepsilon) \approx \varepsilon \text{ avec } \varepsilon = \frac{\Delta T}{T_1}.$$

V.3.2. Calculer ΔT . Conclure.

On supposera, pour ce calcul, que le liquide est incompressible. Son volume massique v_L vaut $10^{-3} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$. On donne : $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$.

V.5 Calculer le titre x_F puis retrouver l'enthalpie massique h_{mF} et le volume massique v_{mF} du système liquide-vapeur sortant de la turbine (état F). On rappelle que l'entropie massique d'un système liquide-vapeur, de titre massique x , en équilibre à la température T est donnée par la relation :

$$s(x, T) = c_L \ln(T) + \frac{x}{T} L_V(T)$$

V.6 Calculer les quantités de chaleur Q_1 et Q_2 échangées par 1 kg d'eau, dans le condenseur et dans le générateur de vapeur.

V.7 Calculer le travail reçu, par 1 kg de fluide au cours du cycle.

V.8 Calculer le rendement du cycle. Le comparer à celui d'un cycle de Carnot.

Exercice 3

Etude de circuits électriques

VI. Circuit en régime sinusoïdal

Le circuit de la **Figure 3-a** est alimenté par un générateur de tension sinusoïdale de force électromotrice maximale e_m , de pulsation ω réglable et de résistance interne $R_g = 0$.

$$e(t) = e_m \sin(\omega t).$$

VI.1 Calculer l'impédance complexe du circuit $\underline{Z} = \frac{e}{i}$

VI.2 Le courant i qui circule dans le circuit est aussi sinusoïdal $i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi)$ avec I_m le courant maximal et φ son déphasage par rapport à la tension d'entrée $e(t)$. On règle la fréquence ω du générateur de tension $e(t)$, de telle sorte que l'on se place dans la condition ou $RC\omega = 1$. Déterminer le déphasage φ et exprimer le courant maximal I_m en fonction de R et e_m .

VII Etude des filtres

VII.1. On fait varier la pulsation angulaire ω de la tension d'entrée $e(t)$ et on note la tension de sortie $v_1(t)$ aux bornes de la résistance. Déterminer la fonction de transfert complexe en tension $\underline{H}(\omega) = \frac{v_1}{e}$.

VII.2. Exprimer le module de la fonction de transfert $|\underline{H}(\omega)|$ et le déphasage Φ en fonction de la pulsation ω .

VII.3. Tracer l'allure du diagramme de Bode associés aux gains $G_m = 20 \log |\underline{H}(\omega)|$ et au déphasage Φ en fonction de la pulsation ω . Quelle est la nature du filtre ainsi réalisé ? Définir la pulsation de coupure ω_{1c} à -3 dB de ce filtre et donner son expression en fonction des paramètres du montage.

VII.4. On reprend le circuit RC précédent, la grandeur de sortie est la tension $v_2(t)$ prise aux bornes du condensateur comme l'indique le circuit de la **Figure 3-b**.

Déterminer la fonction de transfert complexe en tension $\underline{T}(\omega) = \frac{v_2}{e}$. Définir la pulsation de coupure ω_{2c} à -3 dB de ce filtre et donner son expression en fonction des paramètres du montage.

VII.5 Préciser les paramètres caractéristiques du filtre (amplification maximale, pulsation particulière). Quelle est la nature de ce filtre ?

VII.6 Montrer que les tensions d'entrée $e(t)$ et de sortie $v_2(t)$ sont liées par l'équation différentielle :

$$\frac{dv_2}{dt} + a\omega_0 v_2 = \omega_0 e(t)$$

Exprimer le coefficient ω_0 en fonction de R et C et déterminer la valeur numérique du paramètre a .

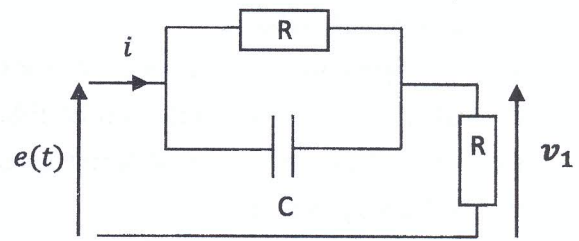


Figure 3-a

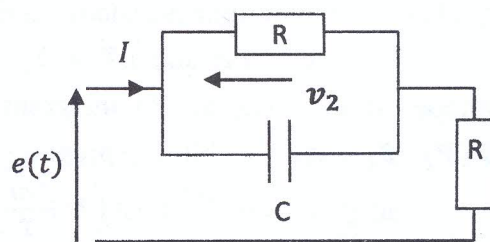


Figure 3-b