



Concours Biologie & Géologie
Epreuve de Physique

Date : 06 juin 2022

Heure : 8H

Durée : 3H

Nb pages : 6

Barème : Problème 1 : 12 pts

Problème 2 : 08 pts

- L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.
- Tout résultat fourni dans l'énoncé peut être admis et utilisé par la suite, même s'il n'a pas été démontré par les candidats.
- Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.
- L'épreuve comporte deux problèmes indépendants.

Problème 1: Mécanique des fluides

Partie I : Pression dans un barrage

On se propose de déterminer l'ordre de grandeur de la pression de l'eau au fond d'un barrage. Pour ce faire, on établira la relation fondamentale de l'hydrostatique.

Considérons un récipient rempli d'un fluide de masse volumique ρ en équilibre mécanique dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Découpons à l'intérieur du fluide et d'une façon fictive un cylindre de volume élémentaire dV , de hauteur dz et de surface de base S (Figure 1). L'axe (Oz) est la verticale ascendante de vecteur unitaire $\vec{k}$. Le champ de pesanteur $\vec{g}$ est supposé uniforme dans l'espace considéré. On note $P(z)$ et $P(z + dz)$ respectivement, la pression du fluide aux côtes z et $z + dz$.

1. Citer les forces appliquées au cylindre. En déduire la relation fondamentale de l'hydrostatique:

$$\frac{dP}{dz} = -\rho g$$

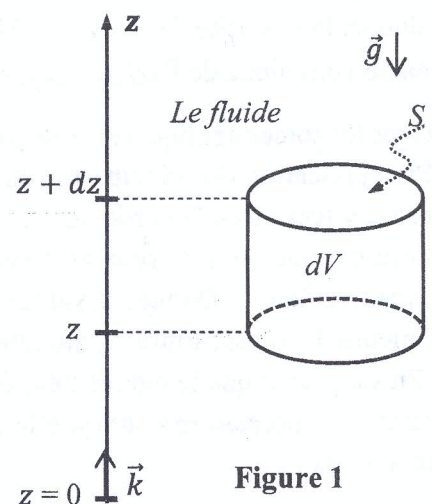


Figure 1

Le fluide est en réalité de l'eau stockée (retenue d'eau) par un barrage poids de forme triangulaire construit sur le lit d'un fleuve. La surface libre de l'eau est en contact avec l'atmosphère de pression P_0 (Figure 2).

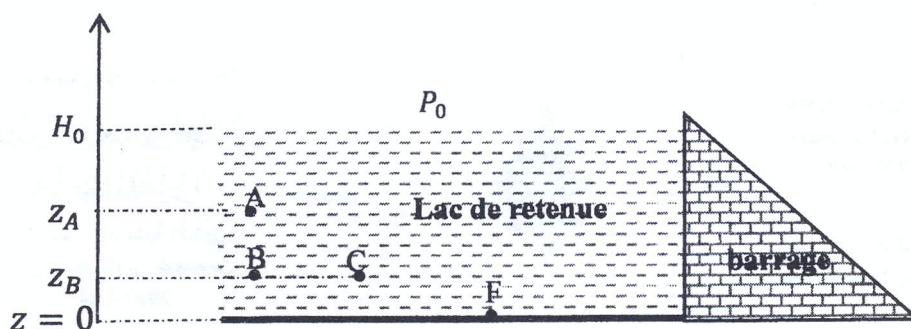


Figure 2

On donne : la pression atmosphérique $P_0 = 1 \text{ atm}$; la hauteur $H_0 = 50 \text{ m}$; la masse volumique de l'eau $\rho = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ et l'accélération de pesanteur $g = 9,81 \text{ m s}^{-2}$.

- La masse volumique ρ étant constante, déduire la relation fondamentale de l'hydrostatique relative aux fluides incompressibles $\Delta P = P_B - P_A = \rho g(z_A - z_B)$
- Soit le point C situé à la même cote que le point B. Exprimer $(P_C - P_B)$ et $(P_C - P_A)$.
Que peut-on en conclure ?
- Exprimer puis calculer la valeur de la pression P_F au fond du lac. La comparer aux pressions P_A et P_B . Justifier la forme géométrique du barrage.

Partie II : La sédimentation :

La sédimentation est le phénomène de dépôt de particules en suspension sous l'effet de la pesanteur. Une suspension de débris formée par des particules d'argile supposées sphériques de même rayon R , se trouve initialement à la surface du lac.

On se propose d'étudier le mouvement d'une particule avant de se déposer au fond du lac. On suppose que la particule est au repos à $t = 0$. Dans cette partie, la viscosité de l'eau n'est pas négligeable. On suppose que les forces de frottement visqueux sont modélisées par la loi de Stokes : $\vec{F}_v = -6\pi R\eta\vec{v}$.

On donne, la viscosité de l'eau $\eta = 10^{-3} \text{ Pa.s}$;
la masse volumique de l'argile $\rho_{arg} = 1600 \text{ kg.m}^{-3}$ et $R = 0,5 \text{ cm}$.

- Citer les forces appliquées à une particule d'argile.
- Par application du principe fondamental de la dynamique, établir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse v de la particule.
- Déduire que le mouvement passe par une phase transitoire dont on déterminera le temps caractéristique τ . Donner sa valeur numérique.
- Calculer la vitesse limite v_l atteinte pendant le régime permanent.
- En supposant que le mouvement de la particule est uniforme à la vitesse limite v_l , déterminer le temps Δt nécessaire pour qu'elle se dépose dans le fond du lac. Comparer la valeur de Δt à celle de τ . Conclure.

Partie III : Relation de Bernoulli-vidange

On s'intéresse dans cette partie à l'écoulement d'un fluide parfait et incompressible.

- Définir le débit volumique D_V . Déterminer son expression en fonction de la vitesse v de l'écoulement à travers une section S supposée faible du tube de courant (Figure 3).

11. Considérons une particule fluide de masse dm se déplaçant suivant la ligne de courant AB. On note P_A et P_B les pressions en A et en B.

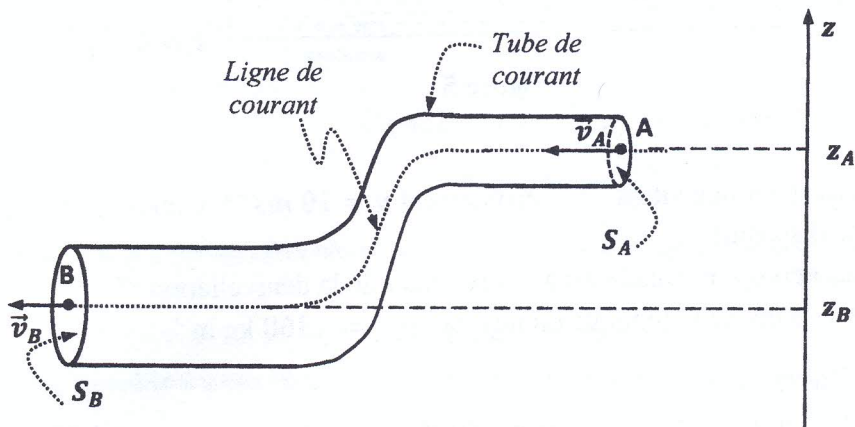


Figure 3

Ecrire l'équation traduisant le premier principe de la thermodynamique pour un système ouvert n'échangeant aucune énergie avec l'extérieur. En déduire le théorème de Bernoulli :

$$P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_A = P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B.$$

12. En période de fortes crues, le niveau de l'eau monte et menace d'un débordement non contrôlé et donc le risque d'inondations. Pour éviter cette situation, on ouvre des vannes pour l'évacuation de l'eau du barrage (Figure 4).

Sachant que la surface S_B de l'orifice par lequel jaillit l'eau est très faible comparée à la surface libre de l'eau S_A ($\frac{S_B}{S_A} \ll 1$). Déduire que la vitesse en un point de la surface libre de l'eau est négligeable ($v_A \approx 0$).

13. Calculer la valeur v_B de la vitesse de l'eau en B.
On donne $z_A - z_B = 10 \text{ m}$.

14. Déduire la valeur du débit volumique en B.
On donne $S_B = 1 \text{ m}^2$.

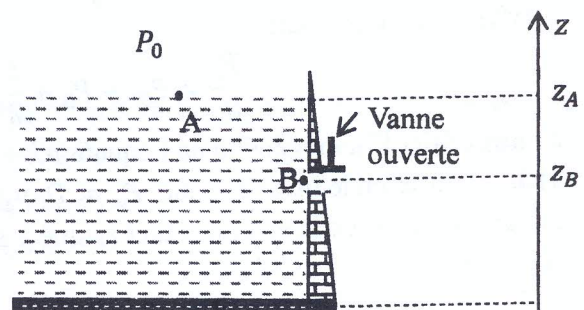


Figure 4

Partie IV : Mesure de la vitesse de l'écoulement d'un fluide

L'eau de la vidange arrivée au sol s'écoule dans une rivière. Afin de mesurer la vitesse de cet écoulement un dispositif comportant des tubes piézométriques est proposé (Figure 5).

15. Qu'appelle-t-on la pression P_N au point N. Expliquer.
16. Appliquer le théorème de Bernoulli sur la ligne de courant MN. Exprimer P_N en fonction de la pression P_M au point M et la vitesse d'écoulement v .
17. Déduire l'expression de la vitesse v de l'écoulement en fonction de la dénivellation $\Delta h = h_2 - h_1$.

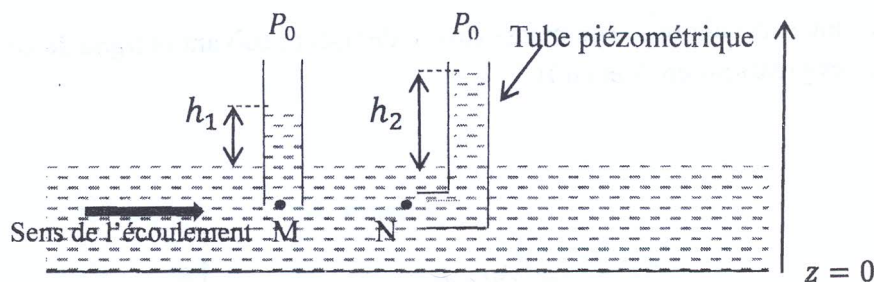


Figure 5

18. Calculer la dénivellation Δh pour une vitesse de l'écoulement $v = 10 \text{ m.s}^{-1}$. Conclure concernant l'utilisation pratique de ce dispositif.
19. Proposer un dispositif plus approprié. Quelle est alors la valeur de la dénivellation correspondante ? On donne la masse volumique du mercure $\rho_{Hg} = 1360 \text{ kg m}^{-3}$.

Partie V : Centrale hydroélectrique

Les centrales hydroélectriques produisent de l'énergie électrique propre et renouvelable. Elles exploitent l'énergie cinétique des cours d'eau. La transformation en énergie électrique se fait grâce à une turbine reliée à un alternateur.

L'eau est acheminée du lac de retenue à travers une conduite cylindrique appelée conduite forcée vers une turbine qui à son tour va évacuer cette eau vers un canal de fuite (Figure 6).

On suppose que les niveaux de l'eau z_0 et $z_{0'}$ sont constants avec $z_{0'} - z_0 = H$.

20. Expliquer le principe de fonctionnement de la centrale hydroélectrique.
21. L'expression de la puissance utile $\mathcal{P}_u$ de la turbine reliée au débit volumique D_V d'eau qui lui parvient est donnée par:

$$\frac{\mathcal{P}_u}{D_V} = P_{0'} - P_0 + \frac{1}{2}\rho(v_{0'}^2 - v_0^2) + \rho g(z_{0'} - z_0)$$

- 21.a. Vérifier l'homogénéité de l'équation.
- 21.b. Montrer en le justifiant que $\mathcal{P}_u = D_V \rho g H$.
22. Le rendement r de la centrale étant estimé à 80%. Quelle est la puissance électrique produite par la centrale.

On donne : $D_V = 10 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$ et $H = 100 \text{ m}$.

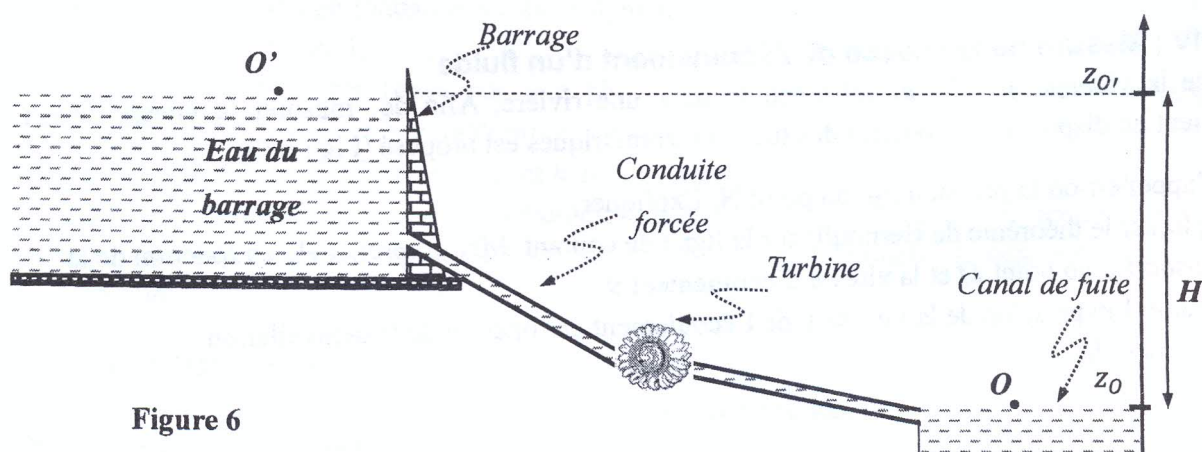


Figure 6

Problème 2 : Signal et rayonnement

Un régime transitoire correspond au passage d'un régime permanent à un autre, notamment à la mise en marche d'un circuit électrique. Des phénomènes particuliers peuvent se produire lors du changement de régime, pouvant modifier le fonctionnement du circuit.

On considère un générateur de tension continue E alimentant un circuit composé d'un ensemble de quatre résistors, de trois condensateurs idéaux et d'une bobine réelle d'auto-inductance L et de résistance r . Initialement, l'interrupteur K_1 est fermé et l'interrupteur K_2 est ouvert. On attend que le régime permanent soit atteint.

Le régime transitoire que nous allons étudier correspond au changement de régime dû à l'ouverture ou à la fermeture d'un interrupteur dans le circuit.-

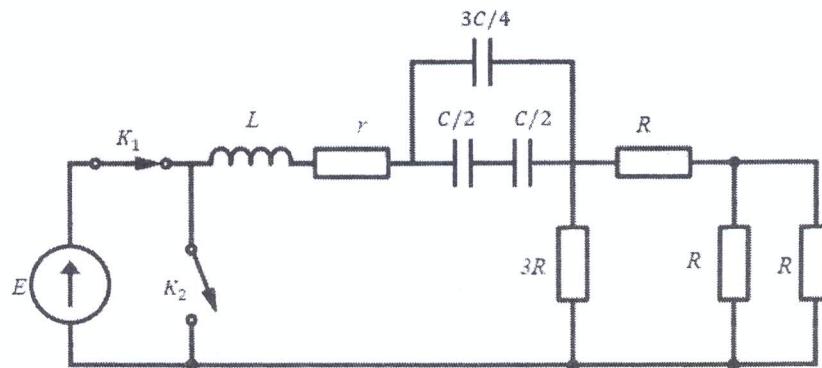


Figure 1

1. En utilisant les lois d'association série et parallèle, simplifier le montage donné par la figure 1 afin d'avoir le circuit RLC série donné par la figure 2.

Dans la suite du problème, on utilisera le circuit RLC série simplifié, formé par un seul résistor de résistance R , d'un condensateur idéal de capacité C et de la bobine réelle (L, r).

2. Le régime permanent est établi. Préciser en le justifiant, les valeurs de $i(t = 0^-)$, $u_R(t = 0^-)$, $u_L(t = 0^-)$ et $u_C(t = 0^-)$.

A l'instant $t = 0$, on ouvre l'interrupteur K_1 et on ferme l'interrupteur K_2 . On étudie donc la décharge du condensateur de capacité C dans la bobine réelle (L, r) en série avec le résistor de résistance R .

3. Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de la quantité de charge $q(t)$ et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme suivante:

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0$$

où l'on exprimera ω_0 et Q en fonction des paramètres du problème.

4. Donner les significations physiques des grandeurs Q et ω_0 .
5. A $t = 0$, rappeler et justifier les relations de continuité des grandeurs électriques pour la bobine d'auto-inductance L et le condensateur de capacité C . Juste après la fermeture de K_2 , déduire les valeurs de la charge $q(t = 0^+)$ et la dérivée de la charge $\left(\frac{dq}{dt}\right)_{t=0^+}$.

La figure 3 donne l'évolution de $\frac{q}{C}$ en fonction du temps.

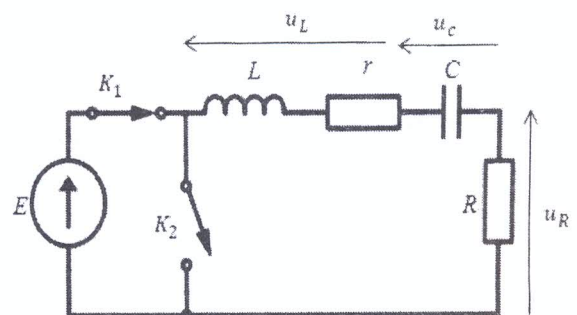


Figure 2

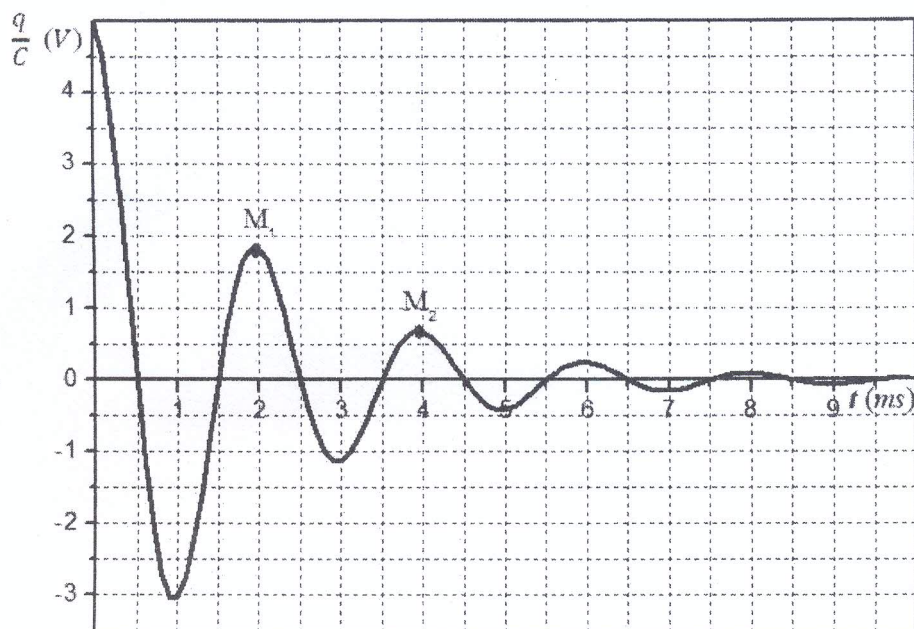


Figure 3

6. Quelle est la nature du régime de l'évolution de $q(t)$?
7. Montrer que ce régime ne peut s'établir que pour une résistance $R < R_c$ où R_c est la résistance critique que l'on explicitera en fonction de L et C .
8. La solution de l'équation différentielle de la question 3), s'écrit sous la forme :

$$q(t) = e^{-\alpha t}(A \cos(\Omega t) + B \sin(\Omega t))$$
 8. a. Déduire les expressions des constantes α et Ω en fonction de ω_0 et Q .
 8. b. Déterminer les expressions des constantes A et B .
9. A partir de la courbe de la figure 3, déterminer les valeurs des deux maxima M_1 et M_2 enregistrés, respectivement, à $t_1 = 1.9 \text{ ms}$ et $t_2 = 3.9 \text{ ms}$.
10. Calculer alors la valeur expérimentale de la pseudo-période T .
En déduire la pseudo-pulsation Ω .
11. Le décrétement logarithmique désigne la mesure logarithmique de la décroissance périodique d'une grandeur pseudo-oscillatoire, qui s'écrit $\delta = \ln \left(\frac{q(t)}{q(t+T)} \right)$
 11. a. Montrer que $\delta = \alpha T$
 11. b. Déduire alors que $\delta = \frac{2\pi}{\sqrt{4Q^2 - 1}}$
12. A partir des mesures expérimentales de la figure 3, calculer le décrétement logarithmique δ .
On donne $C = 0,1 \mu\text{F}$, déduire les valeurs numériques de Q , ω_0 , L et $(R + r)$.
13. Que faire pour améliorer le facteur de qualité Q ?

Fin de l'Epreuve



Correction Epreuve de Physique

Concours Biologie & Géologie

Problème 1 : mécanique des fluides - Le barrage

Q	Réponses	Barème	
1.	Les forces appliquées au cylindre sont: - $\vec{F} = P(z)S\vec{k}$ - $\vec{F}' = -P(z + dz)S\vec{k}$ - La résultante des forces de pression latérales est nulle. - Le poids : $\vec{p} = -\rho S dz g \vec{k}$ La condition d'équilibre : $\sum \vec{F}_{appliquées} = \vec{F} + \vec{F}' + \vec{p} = \vec{0}$ $\Rightarrow (P(z) - P(z + dz)) - \rho g dz = 0$ $\Rightarrow \frac{P(z + dz) - P(z)}{dz} = -\rho g$ On obtient ainsi l'équation fondamentale de l'hydrostatique $\frac{dP}{dz} = -\rho g$	0,5	3
		0,5	
		0,5	
		0,5	
		0,5	
2.	$\int_{P_A}^{P_B} dP = -\rho \int_{z_A}^{z_B} dz$	0,5	1

	on obtient ainsi l'équation fondamentale de l'hydrostatique relative aux fluides incompressibles : $\Delta P = P_B - P_A = \rho g z_A - \rho g z_B = \rho g (z_A - z_B)$	0,5 0,5	
3.	$P_C - P_B = \rho g (z_B - z_C) = 0$; $P_C - P_A = \rho g (z_A - z_B)$, ΔP ne dépend que de la cote z	0,5+0,5 0,5	1,5
4.	$P_F = \rho g H_0 + P_0$ A.N. $P_F = 10^3 \times 9,81 \times 50 + 10^5 = 5,90 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ $P_F - P_A = \rho g z_A > 0 \Rightarrow P_F > P_A$ $P_F - P_B = \rho g z_B > 0 \Rightarrow P_F > P_B$ La pression de l'eau est plus élevée au fond du lac, ce qui justifie la forme triangulaire de la structure du barrage.	0,5 0,5 0,5	1,5
5.	$\vec{P} = m\vec{g} = -\rho_{arg} \frac{4}{3} \pi R^3 g \vec{k}$: le poids de la particule $\vec{\Pi} = \rho \frac{4}{3} \pi R^3 g \vec{k}$: la poussée d'Archimède $\vec{F}_v = -6\pi R \eta \vec{v} = 6\pi R \eta v \vec{k}$: la force de frottement visqueux	0,5 0,5 0,5	1,5
6.	On a d'après la R.F.D. $\sum \vec{F}_{app} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$ $-\rho_{arg} \frac{4}{3} \pi R^3 g \vec{k} + \rho \frac{4}{3} \pi R^3 g \vec{k} + 6\pi R \eta v \vec{k} = -\rho_{arg} \frac{4}{3} \pi R^3 \frac{dv}{dt} \vec{k}$ On obtient ainsi l'équation différentielle vérifiée par la vitesse $\frac{dv}{dt} + \frac{9\eta}{2R^2 \rho_{arg}} v = g \left(1 - \frac{\rho}{\rho_{arg}} \right)$	0,5 0,5	1
7.	Résolution de l'équation différentielle : - Solution de l'équation SSM :		2,5

	$\frac{dv}{dt} + \frac{9\eta}{2R^2\rho_{arg}}v = 0 \Rightarrow \frac{dv}{v} = -\frac{9\eta}{2R^2\rho_{arg}}dt \Rightarrow v_s(t) = Ae^{-\frac{9\eta}{2R^2\rho_{arg}}t}$ - Solution particulière : $v_p = cte = \frac{g\left(1-\frac{\rho}{\rho_{arg}}\right)2R^2\rho_{arg}}{9\eta}$ $v_p = \frac{2R^2g(\rho_{arg} - \rho)}{9\eta}$ - Solution générale : $v(t) = Ae^{-\frac{9\eta}{2R^2\rho_{arg}}t} + \frac{2R^2g(\rho_{arg} - \rho)}{9\eta}$ A $t = 0 ; v = 0$ $v(t) = \frac{2R^2g(\rho_{arg} - \rho)}{9\eta} \left[1 - e^{-\frac{9\eta}{2R^2\rho_{arg}}t} \right]$ Le régime transitoire a comme temps caractéristique $\tau = \frac{2R^2\rho_{arg}}{9\eta}$. $A.N. \tau = \frac{2 \times 0,25 \cdot 10^{-4} \cdot 1600}{9 \times 10^{-3}} = 8,8 \text{ s}$	1	
		0,5	
		0,5	
		0,25	
		0,25	
8.	Pendant le régime permanent le mouvement est uniforme : Pour $t \rightarrow \infty ; v \rightarrow v_l$ Ainsi la vitesse limite est $v_l = \frac{2}{9\eta}gR^2(\rho_{arg} - \rho)$ A.N $v_l = \frac{2 \times 9,81}{9 \times 10^{-3}} 0,25 \cdot 10^{-4} (1600 - 1000) = 32,7 \text{ ms}^{-1}$	1	1,5
		0,5	
9.	$\Delta t = \frac{H_0}{v_l} \quad A.N. \Delta t = \frac{50}{32,7} = 1,52 \text{ s.} \quad \Delta t < \tau$ La particule n'atteint pas le régime permanent.	0,5+0,5	1,5
		0,5	
10.	$D_V = \frac{dV}{dt}$ $D_V = \iint_S \vec{v} d\vec{S}$	0,5	1

	Pour un fluide parfait $D_V = vS$ où v est la vitesse de l'écoulement.	0,5	
11.	L'équation traduisant le premier principe de la thermodynamique pour un système ouvert n'échangeant pas d'énergie avec l'extérieur : $\Delta \left(h + \frac{1}{2}v^2 + gz \right) = 0$ l'enthalpie massique h est donnée par : $h = u + PV_m = u + \frac{P}{\rho}$ L'énergie interne massique u de ce fluide est constante (fluide incompressible non visqueux n'échangeant aucune énergie avec le milieu extérieur). Donc $\Delta \left(\frac{P}{\rho} + \frac{1}{2}v^2 + gz \right) = 0$ Ce qui donne $P + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gz = cte$ $P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho gz_A = P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho gz_B$	0,5 0,5 0,5 0,5 0,5	2,5
12.	Conservation du débit volumique : $S_A v_A = S_B v_B \rightarrow v_A = \frac{S_B}{S_A} v_B \simeq 0$	1	1
13.	La relation de Bernoulli sur la ligne de courant AB donne : $P_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho gz_A = P_B + \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho gz_B$ On obtient ainsi : $v_B = \sqrt{2g(z_A - z_B)}$ A.N. $v_B = \sqrt{2 \times 9,81 \times 10} = 14 \text{ m s}^{-1}$	0,5 0,5 0,5	1,5
14.	Le débit volumique en B : $D_V = 14 \times 1 = 14 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1}$	0,25	0,25
15.	En N la ligne de courant est coupée ; P_N s'appelle la pression d'arrêt	0,5	0,5
16.	Bernoulli sur la ligne de courant MN : $v_M = v ; v_N = 0 ; z_M = z_N$ $P_N = P_M + \frac{1}{2}\rho v^2$	0,25 1	1,25

17.	$v = \sqrt{2 \frac{(P_N - P_M)}{\rho}}$ or $P_N - P_M = \rho g(h_2 - h_1)$ $\Rightarrow v = \sqrt{2g(h_2 - h_1)}$	0,5 0,5	1
18.	$\Delta h = h_2 - h_1 = \frac{v^2}{2g}$ A.N. $\Delta h = \frac{100}{2 \times 9,81} \sim 5 \text{ m}$ La dénivellation est trop élevée donc le système proposé n'est pas pratique.	0,5 0,25 0,5	1,25
19.	La mesure de la vitesse d'un fluide se fait à l'aide du tube de Pitot : $v = \sqrt{2 \frac{(P_N - P_M)}{\rho}} = \sqrt{2g \frac{\rho_{Hg}}{\rho} \Delta h}$ $\Delta h = \frac{v^2 \times \rho}{2 \times g \times \rho_{Hg}}$ A.N. $\Delta h = \frac{100 \times 1000}{2 \times 9,81 \times 13590} = 37,5 \text{ cm}$	0,5 0,5 0,25	1,25
20	L'énergie potentielle de pesanteur de l'eau se transforme en énergie cinétique qui en tombant sur la turbine l'actionne et se transforme en énergie mécanique qui à son tour est convertie en énergie électrique par l'alternateur	1	1
21.a	$\frac{[P_u]}{[D_V]} = \frac{[F][L][T]^{-1}}{[L]^3[T]^{-1}} = \frac{[F]}{[L]^2} = [P]$ L'équation est bien homogène	0,5	0,5
21.b	$\frac{P_u}{D_V} = P_{O'} - P_O + \frac{1}{2} \rho (v_{O'}^2 - v_O^2) + \rho g(z_{O'} - z_O)$	0,5	1,5

	Or $P_{O'} = P_O = P_{atm}$ et $v_O = v_{O'} = 0$ Donc $\frac{P_u}{D_V} = \rho g(z_{O'} - z_O) = \rho gH$ Ainsi $P_u = D_V \rho gH$	0,5	
		0,5	
22.	$P_u = 10 \times 1000 \times 9,81 \times 100 = 9,81 \text{ MW}$ La puissance électrique produite $P_e = rP_u$ A.N. $P_e = 0,8 \times 9,81 \text{ MW} = 7,848 \text{ MW}$	0,25	0,5
		0,25	

Problème 2 : Signal et rayonnement

1.	La résistance équivalente $R_{eq} = \{(R//R) + R\} / (3R) = R$ La capacité équivalente $C_{eq} = \frac{C}{4} + \frac{3C}{4} = C$	1	2
		1	
2.	En régime permanent la capacité est l'équivalent d'un interrupteur ouvert donc $i(t = 0^-) = 0$ donc $u_R(t = 0^-) = 0$. L'inductance est l'équivalent d'un fil conducteur donc $u_L(t = 0^-) = 0$. En appliquant la loi des mailles $u_C(t = 0^-) = E$.	0,5	2
		0,5	
		0,5	
		0,5	
3.	D'après la loi des mailles : $u_R + u_L + u_C = 0$ $L \frac{di}{dt} + (r + R)i + \frac{q}{C} = 0$ $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{(r + R)}{L} \frac{dq}{dt} + \frac{q}{LC} = 0$ $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dq}{dt} + \omega_0^2 q = 0$ Avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ et } Q = \frac{1}{R + r} \sqrt{\frac{L}{C}}$	0,5	2,5
		0,5	
		0,5	
		0,5	
		0,5	
		0,5	
4.	Le facteur de qualité Q mesure le taux d'amortissement d'un oscillateur.	0,25	0,5

	ω_0 est la pulsation à la résonance.	0,25	
5.	■ Lors de l'ouverture ou la fermeture de l'interrupteur le courant électrique qui traverse l'inductance est une grandeur continue. Cette continuité du courant est due à la continuité de l'énergie emmagasinée par l'inductance qui est de la forme $Li^2/2$. ■ Lors de l'ouverture ou la fermeture de l'interrupteur la tension aux bornes de la capacité est une grandeur continue. Cette continuité est due à la continuité de l'énergie emmagasinée par la capacité qui est de la forme $Cu_c^2/2$. ■ $u_c(t = 0^-) = u_c(t = 0^+) = E$ donc $q(t = 0^+) = CE$ ■ $i(t = 0^-) = i(t = 0^+) = 0$ donc $\frac{dq}{dt}(t = 0^+) = 0$	0,5 0,5 0,5 0,5	2
6.	C'est un régime pseudopériodique qui s'instaure.	0,5	0,5
7.	Il faut que le discriminant de l'équation (3) soit négatif $r^2 + \frac{w_0}{Q}r + w_0^2 = 0$ $\Delta = \left(\frac{w_0}{Q}\right)^2 - 4w_0^2 < 0$ $\Rightarrow \frac{1}{Q} < 2 \Rightarrow R < 2\sqrt{\frac{L}{C}} - r = R_c$	0,5 1 1	2,5
8.a.	Les racines de l'équation différentielle sont : $r_{\pm} = -\frac{\omega_0}{2Q} \pm j\frac{\omega_0}{2} \sqrt{4 - \frac{1}{Q^2}} = -\frac{\omega_0}{2Q} \{1 \pm j\sqrt{4Q^2 - 1}\}$ La solution de l'équation est donc $q(t) = e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t} (A\cos(\Omega t) + B\sin(\Omega t))$ Par identification $\alpha = \frac{\omega_0}{2Q}$ et $\Omega = \frac{\omega_0}{2Q} \sqrt{4Q^2 - 1}$	1 0,5	1,5

8.b.	$q(t) = e^{-\frac{\omega_0}{2Q}t}(A \cos(\Omega t) + B \sin(\Omega t))$ $\frac{dq(t)}{dt} = -\alpha e^{-\alpha t}(A \cos(\Omega t) + B \sin(\Omega t))$ $+ \Omega e^{-\alpha t}(-A \sin(\Omega t) + B \cos(\Omega t))$ $q(t=0^+) = q(t=0^-) = CE \Rightarrow A = CE$ $\frac{dq(t=0^+)}{dt} = -\alpha A + B\Omega = 0 \Rightarrow B = \frac{A\alpha}{\Omega}$ $B = \frac{CE}{\sqrt{4Q^2 - 1}}$	0,5 1	1,5
9.	$t_1 = 1.9ms \rightarrow 1.8V$ $t_2 = 3.9ms \rightarrow 0.66V$	0.25 0.25	0,5
10.	$T = 3.9 - 1.9 = 2ms$ $\Omega = \frac{2\pi}{T} = 3.14 \cdot 10^3 rad/s$	0,5 0,5	1
11.a.	$\delta = Ln \left(\frac{e^{-\alpha t}(A \cos(\Omega t) + B \sin(\Omega t))}{e^{-\alpha(t+T)}(A \cos(\Omega(t+T)) + B \sin(\Omega(t+T)))} \right) = Ln(e^{\alpha T}) = \alpha T$	1	1
11.b.	Puisque $\delta = \alpha T$, en remplaçant α et T par : $\alpha = \frac{\omega_0}{2Q}$ $T = \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{2\pi}{\omega_0} \frac{2Q}{\sqrt{4Q^2 - 1}}$ Alors $\delta = \frac{2\pi}{\sqrt{4Q^2 - 1}}$	0,5	0,5
12-	■ Le décrément logarithmique $\delta = Ln \left(\frac{q(t)}{q(t+T)} \right) = \ln \left(\frac{1.8}{0.66} \right) = 1.003$ ■ le facteur de qualité Q,	0,5	1,5

	$\delta = \frac{2\pi}{\sqrt{4Q^2 - 1}} \Rightarrow Q = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{\pi^2}{\delta^2}} = 3.16$ ■ la pulsation propre ω_0, puisque : $\alpha = \frac{\omega_0}{2Q}$ et $\alpha = \frac{\delta}{T}$ alors $\omega_0 = \frac{2\delta Q}{T} = 3.16 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$ ■ l'induction L $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow L = \frac{1}{\omega_0^2 C} \sim 1 \text{ H}$ ■ de $(R + r)$. $Q = \frac{1}{R + r} \sqrt{\frac{L}{C}} \Rightarrow (R + r) = \frac{1}{Q} \sqrt{\frac{L}{C}} = 1 \text{ k}\Omega$	0.25	
		0.25	
		0.25	
		0.25	
13-	Pour améliorer le facteur de qualité, Il faut diminuer le taux d'amortissement en réduisant la valeur de la résistance.	0,5	0,5