…rtie I : Etude Cinématique

1)

) $\overrightarrow{O_1C}+\overrightarrow{CP}+\overrightarrow{PG_5}+\overrightarrow{G_5A}+\overrightarrow{AO_2}+\overrightarrow{O_2O_1}=\vec{0}$

$_1\vec{X_1} - \cancel{h\vec{Z}} + L_4\vec{X_4} + \cancel{h\vec{Z}} - \frac{L_5}{2}\vec{X_5} - r\vec{X_2} + \cancel{h\vec{Z}} + a\vec{X} + b\vec{Y} - \cancel{h\vec{Z}} = \vec{0}$

$_1\cos\theta_1 + L_4\cos\theta_4 - \frac{L_5}{2}\cos\theta_5 - r\cos\theta_2 + a = 0$ 0,25

$_1\sin\theta_1 + L_4\sin\theta_4 - \frac{L_5}{2}\sin\theta_5 - r\sin\theta_2 + b = 0$ 0,25

) $\overrightarrow{O_2A}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO_3}+\overrightarrow{O_3O_2}=\vec{0}$

$\vec{X_2} - \cancel{h\vec{Z}} + L_5\vec{X_5} - r\vec{X_3} + \cancel{h\vec{Z}} - c\vec{X} + d\vec{Y} = \vec{0}$

$2\cos\theta_2 + L_5\cos\theta_5 - r\cos\theta_3 - c = 0$ 0,25

$2\sin\theta_2 + L_5\sin\theta_5 - r\sin\theta_3 + d = 0$ 0,25

---

2) $\overrightarrow{O_1P} = \overrightarrow{O_1O_2}+\overrightarrow{O_2A}+\overrightarrow{AG_5}+\overrightarrow{G_5P}$

$= -a\vec{X} - b\vec{Y} + \cancel{h\vec{Z}} + r\vec{X_2} - \cancel{h\vec{Z}} + \frac{L_5}{2}\vec{X_5} - h\vec{Z}$

$= -a\vec{X} - b\vec{Y} - h\vec{Z} + r\vec{X_2} + \frac{1}{2}\left[-r\vec{X_2} + r\vec{X_3} + c\vec{X} - d\vec{Y}\right]$

$= -a\vec{X} - b\vec{Y} - h\vec{Z} + \frac{r\vec{X_2}}{2} + \frac{r\vec{X_3}}{2} + \frac{c}{2}\vec{X} - \frac{d}{2}\vec{Y}$

$= \left[-a+\frac{c}{2}\right]\vec{X} - \left[b+d/2\right]\vec{Y} + \frac{r}{2}\vec{X_2} + \frac{r}{2}\vec{X_3} - h\vec{Z}$

---

3) $\vec{V}(P/R_0) = \left.\frac{d\overrightarrow{O_1P}}{dt}\right)_{R_0} = \frac{r}{2}\left\{\dot{\theta}_2\vec{Y_2} + \dot{\theta}_3\vec{Y_3}\right\}$.

4)

$$\{\mathcal{V}(1/0)\}_{G_1} = \begin{Bmatrix} \dot\theta_1 \vec z \\ \frac{L_1}{2}\dot\theta_1 \vec y_1 \end{Bmatrix}_{G_1}$$

$$\{\mathcal{V}2/0\}_{G_2} = \begin{Bmatrix} \dot\theta_2 \vec z \\ \frac{r}{2}\dot\theta_2 \vec y_2 \end{Bmatrix}_{G_2}$$

$$\{\mathcal{V}3/0\}_{G_3} = \begin{Bmatrix} \dot\theta_3 \vec z \\ \frac{r}{2}\dot\theta_3 \vec y_3 \end{Bmatrix}_{G_3}$$

$$\vec V(G_4/0) = \vec V(P/0) + \overrightarrow{G_4P} \wedge \dot\theta_4 \vec z$$

$$\frac{r}{2}(\dot\theta_2 \vec y_2 + \dot\theta_3 \vec y_3) + \left(-\frac{L_4}{2}\vec x_4 + L_4 \vec x_4\right) \wedge \dot\theta_4 \vec z$$

$$= \frac{r}{2}(\dot\theta_2 \vec y_2 + \dot\theta_3 \vec y_3) - \frac{L_4}{2}\dot\theta_4 \vec y_4$$

$$\{\mathcal{V}4/0\}_{G_4} = \begin{Bmatrix} \dot\theta_4 \vec z \\ \frac{r}{2}(\dot\theta_2 \vec y_2 + \dot\theta_3 \vec y_3) - \frac{L_4}{2}\dot\theta_4 \vec y_4 \end{Bmatrix}_{G_4}$$

$$\{\mathcal{V}5/0\}_{G_5} = \begin{Bmatrix} \dot\theta_5 \vec z \\ \frac{r}{2}(\dot\theta_2 \vec y_2 + \dot\theta_3 \vec y_3) \end{Bmatrix}_{G_5}$$

$$\vec V(P/0) = \vec V(G_5/0)$$

Partie II (a)

$$\{C(1/0)\}_{G_1} = \begin{Bmatrix} \frac{m_1 L_1 \dot\theta_1}{2} \vec y_1 \\ \dot\theta_1 \{-E_1 \vec x_1 + C_1 \vec z\} \end{Bmatrix}_{G_1}$$

$$\{C(2/0)\}_{G_2} = \begin{Bmatrix} m_2 \frac{r}{2}\dot\theta_2 \vec y_2 \\ \dot\theta_2 \{-E_2 \vec x_2 + C_2 \vec z\} \end{Bmatrix}_{G_2}$$

$$\{C(3/0)\}_{G_3} = \begin{Bmatrix} m_2 \frac{r}{2}\dot\theta_3 \vec y_3 \\ \dot\theta_3 \{-E_2 \vec x_3 + C_2 \vec z\} \end{Bmatrix}_{G_3}$$

$$\{C(4/0)\}_{G_4} = \begin{Bmatrix} \frac{m_4 r}{2}(\dot\theta_2 \vec y_2 + \dot\theta_3 \vec y_3) - \frac{L_4 m_4}{2}\dot\theta_4 \vec y_4 \\ A_4 \dot\theta_4 \vec z \end{Bmatrix}_{G_4}$$

(e)

$$\{C(5/0)\}_{G_5} = \begin{Bmatrix} m_5 \frac{r}{2}(\dot\theta_2 \vec y_2 + \dot\theta_3 \vec y_3) \\ A_5 \dot\theta_5 \vec z \end{Bmatrix}_{G_5}$$

II.2)

$$2E_c(1/0) = \dot\theta_1^2\left(C_1 + \frac{m_1}{4}L_1^2\right)$$

$$2E_c(2/0) = \dot\theta_2^2\left(C_2 + \frac{m_2 r^2}{4}\right)$$

$$2E_c(3/0) = \dot\theta_3^2\left(C_2 + \frac{m_2 r^2}{4}\right)$$

$$2E_c(4/0) = \dot\theta_4^2\left(A_4 + \frac{m_4}{4}L_4^2\right) + m_4(\dot\theta_3^2 + \dot\theta_2^2)\frac{r^2}{4}$$

$$+ \frac{m_4 r}{2}\left[r\dot\theta_2\dot\theta_3\cos(\theta_3-\theta_2) - L_4\dot\theta_2\dot\theta_4\cos(\theta_4-\theta_2) - L_4\dot\theta_3\dot\theta_4\cos(\theta_4-\theta_3)\right]$$

$$2E_c(5/0) = A_5\dot\theta_5^2 + \frac{m_5 r^2}{4}(\dot\theta_2^2 + \dot\theta_3^2) + \frac{m_5 r^2}{2}\dot\theta_2\dot\theta_3\cos(\theta_3-\theta_2)$$

II.3) $P_{mot} = C_m \dot\theta_1$ (0,4)

$$P_{nappe} = (F_1 \vec x + F_2 \vec y)\cdot \vec V(P/R_0)$$

$$= \frac{r}{2}\left[-F_1(\dot\theta_2\sin\theta_2 + \dot\theta_3\sin\theta_3) + F_2(\dot\theta_2\cos\theta_2 + \dot\theta_3\cos\theta_3)\right]$$

$$P_{pesanteur} = \sum -m_i g \vec y \cdot \vec V(G_i/0)$$

$$28 = -m_1 g \frac{L_1}{2} \theta_1 \cos\theta_1 - g(m_2+m_4+m_5)\frac{r}{2}\dot\theta_2 \cos\theta_2$$

$$g(m_2+m_4+m_5)\frac{r}{2}\theta_3 \cos\theta_3 + g\frac{L_4}{2} m_4 \dot\theta_4 \cos\theta_4$$

4) T.E.C $\qquad \ddot\theta_1 = 0$

$$\left(C_2 + \frac{m_2}{4} r^2\right)\left(\dot\theta_2\ddot\theta_2 + \dot\theta_3\ddot\theta_3\right) + \left(A_4 + \frac{m_4}{4} L_4^2\right)\dot\theta_4\ddot\theta_4$$

$$\frac{m_4}{2} L_1 L_4 \dot\theta_1\left[\ddot\theta_4 \cos(\theta_4 - \theta_1) - \dot\theta_4^2 \sin(\theta_4 - \theta_1)\right]$$

$$\left(A_5 + \frac{m_5}{4} L_5^2\right)\dot\theta_5\ddot\theta_5 + \dot\theta_2\ddot\theta_2 r^2 m_5$$

$$m_5 r L_5\left[\left(\ddot\theta_2\dot\theta_5 + \dot\theta_2\ddot\theta_5\right)\cos(\theta_5-\theta_2) - \dot\theta_2\dot\theta_5\left(\dot\theta_5-\dot\theta_2\right)\sin(\theta_5-\theta_2)\right]$$

$$= C_m \dot\theta_1$$

$$+ \frac{r}{2}\left[-F_1\left(\dot\theta_2 \sin\theta_2 + \dot\theta_3 \sin\theta_3\right) + F_2\left(\dot\theta_2 \cos\theta_2 + \dot\theta_3 \cos\theta_3\right)\right]$$

$$- m_1 g \frac{L_1}{2}\dot\theta_1 \cos\theta_1 - g(m_2+m_4+m_5)\frac{r}{2}\dot\theta_2\cos\theta_2$$

$$g(m_2+m_4+m_5)\frac{r}{2}\dot\theta_3 \cos\theta_3 + g\frac{L_4}{2} m_4 \dot\theta_4 \cos\theta_4$$

Partie III

Correction

III-1) Expression de $\Omega(p)$ en fonction de $\Omega_c(p)$ et $C_r(p)$:

$$\Omega(p) = \frac{R(p).K_c.F(p).\Omega_c(p) - F(p).C_r(p)}{1 + K_c.K_e.F(p) + K_c.F(p).R(p)}$$

III-2) R(p)=A.

L'expression de $\Omega(p)$ devient:

$$\Omega(p) = \frac{A.K_c.K.\Omega_c(p) - K.C_r(p)}{1 + \tau p + K_c.K_e.K + K_c.K.A}$$

a) L'erreur s'écrit à l'aide de l'expression suivante :

$$\varepsilon(p) = \frac{\Omega_c(p)}{1 + R(p).\dfrac{K_c F(p)}{1 + K_c.K_e.F(p)}}$$

d'où :

$$\varepsilon(p) = \frac{\Omega_c(p)}{1 + A.\dfrac{K_c.K}{1 + \tau p + K_c.K_e.K}}$$

$$\varepsilon(\infty) = \lim_{p\to 0} p\varepsilon(p) = 0{,}05.\Omega_c = \frac{\Omega_c}{1 + \dfrac{A.K_c.K}{1 + K.K_c.K_e}}$$

Ce qui permet d'avoir l'expression de A :

$$A = \frac{19(1 + K.K_c.K_e)}{K_c.K}$$

A.N. A=29,6064.

b) Le couple résistant n'est pas nul :

$$\Omega(\infty) = \lim_{p\to 0} p\Omega(p)$$

$$\Omega(\infty) = \frac{A.K_c.K.\Omega_c - K.C_r}{1 + K_c.K_e.K + K_c.K.A}$$

$$\varepsilon(\infty) = \Omega_c - \Omega(\infty)$$

La précision est donc $\dfrac{\varepsilon(\infty)}{\Omega_c} = 5{,}18\%$

III-3) $R(p) = G\dfrac{1+\tau_1 p}{\tau_1 p}$

D'après l'allure asymptotique des diagrammes de Bode, la fonction de transfert en boucle ouverte T(p) est de la forme : T(p)=B/p.
Etablissant l'expression de T(p) :

FTBO

$$T(p) = R(p).\frac{K_c.F(p)}{1+K_e.K_c.F(p)}$$

d'où :

??

$$T(p) = G.\frac{1+\tau_1 p}{\tau_1 p}.\frac{\dfrac{K.K_c}{1+K.K_c.K_e}}{1+\dfrac{\tau}{1+K.K_c.K_e}p} = \frac{B}{p} \Rightarrow \tau_1 = \frac{\tau}{1+K.K_c.K_e}$$

$\frac{1}{\delta \frac{\omega}{\omega_0}}$

<u>*A.N.*</u> τ=0.0898 s

D'après les diagrammes B=244, donc :

$$G = \frac{B.\tau_1(1+K.K_c.K_e)}{K.K_c}$$

<u>*A.N.*</u> G=34.1427

c) <u>La fonction de transfert en boucle fermée devient :</u>

$$\frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)} = \frac{1}{1+\dfrac{p}{B}}$$

C'est donc un système de 1[er] ordre de gain statique égal à 1 :
- le système est stable ;
- l'erreur statique de position est nulle.