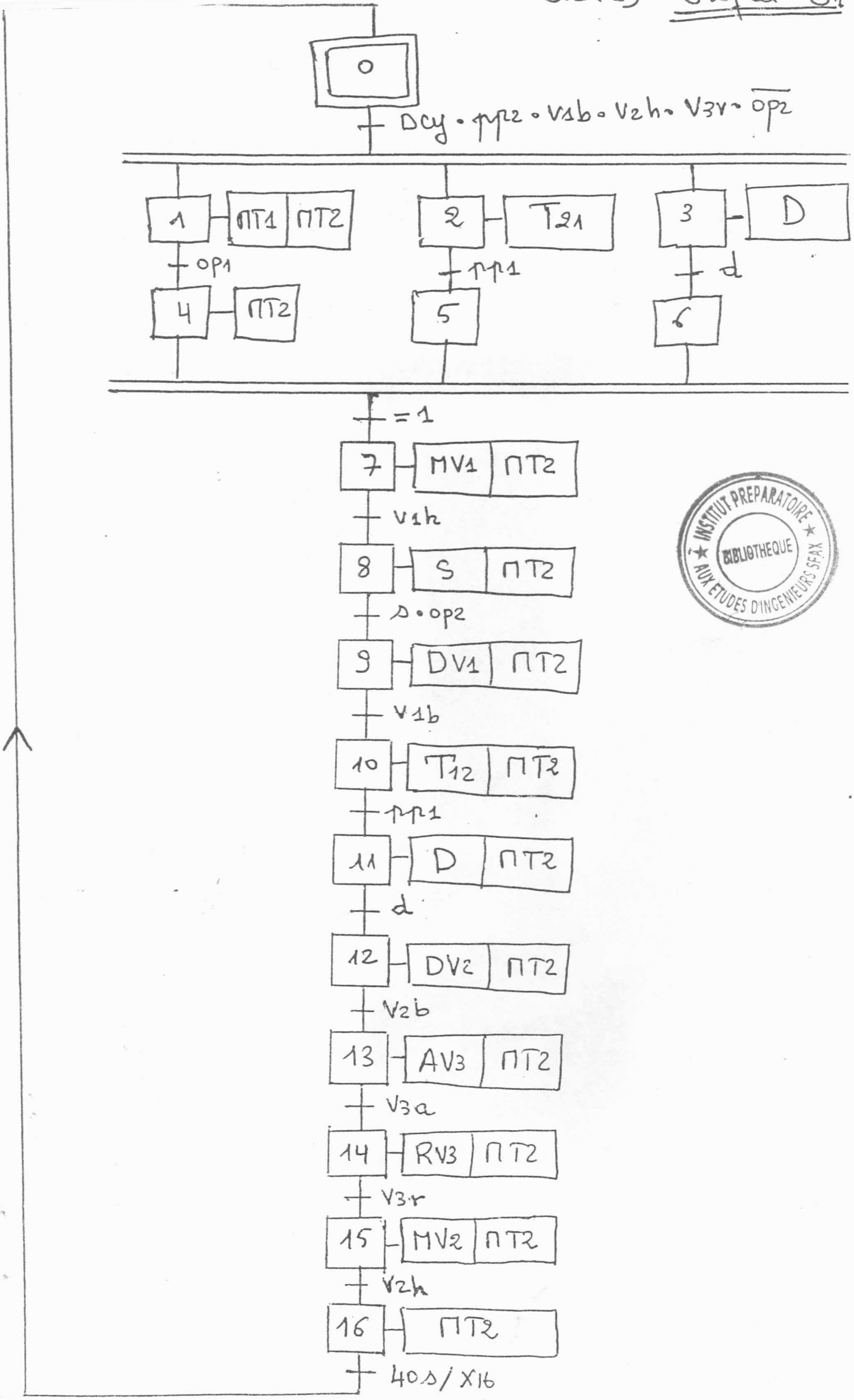
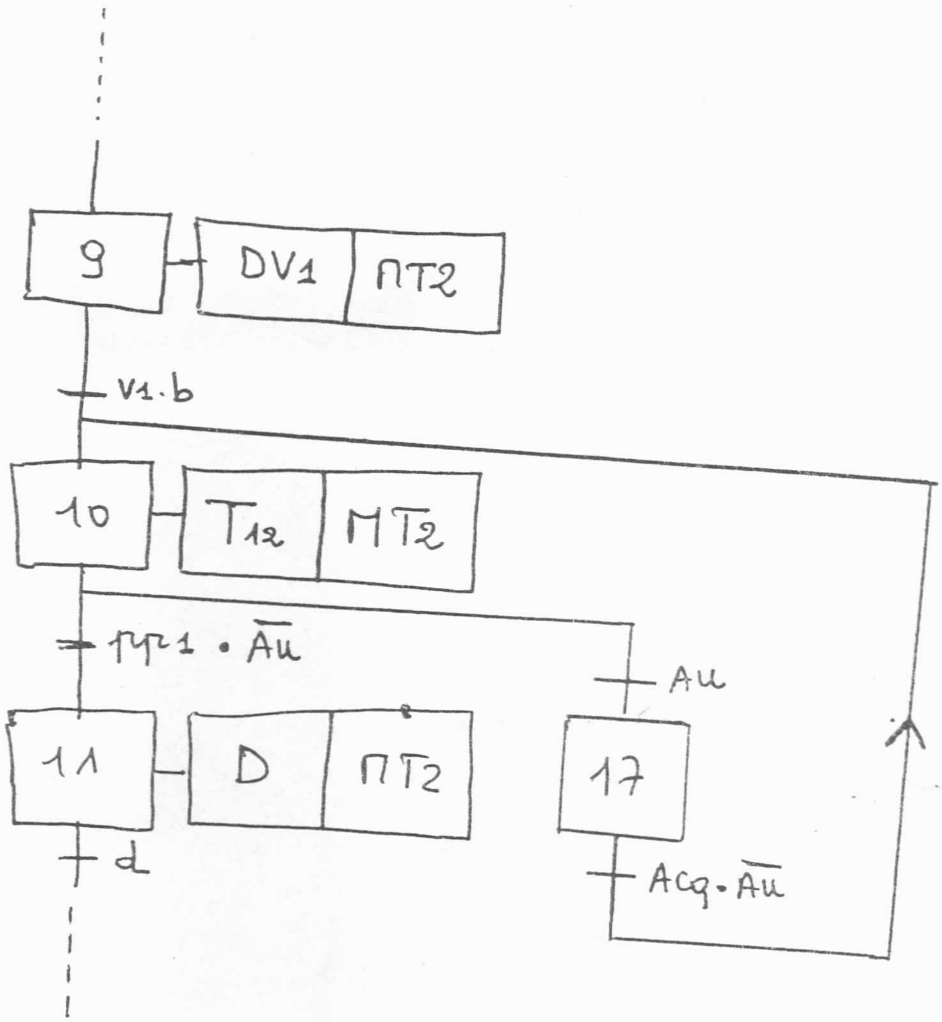
Grafcet G1


0
Dcy • pp2 • V1b • V2h • V3r • $\overline{op2}$
1
ПТ1
ПТ2
op1
4
ПТ2
2
T21
pp1
5
3
D
d
6
= 1
7
MV1
ПТ2
V1h
8
S
ПТ2
s • op2
9
DV1
ПТ2
V1b
10
T12
ПТ2
pp1
11
D
ПТ2
d
12
DV2
ПТ2
V2b
13
AV3
ПТ2
V3a
14
RV3
ПТ2
V3r
15
MV2
ПТ2
V2h
16
ПТ2
40s/X16

C.I.2)

Grafcet G1 modifié



du bras robotisé

II-1 : Simplification du schéma fonctionnel de la figure 6 :

$$\Omega_m(p) = \frac{1}{J_m p + f_m}\left[\frac{k_c}{R}\left(U(p) - k_e\,\Omega_m(p)\right) - \frac{1}{\rho}\left(C_r(p) + \frac{1}{\rho}\left(J_c p + f_c\right)\Omega_m(p)\right)\right]$$

$\Leftrightarrow$

$$\left[1 + \frac{k_e k_c/R}{J_m p + f_m} + \frac{1}{\rho^2}\,\frac{J_c p + f_c}{J_m p + f_m}\right]\Omega_m(p) = \frac{k_c/R}{J_m p + f_m}\,U(p) - \frac{1/\rho}{J_m p + f_m}\,C_r(p)$$

$\Leftrightarrow$

$$\left[\left(J_m + \frac{J_c}{\rho^2}\right)p + \left(f_m + \frac{f_c}{\rho^2}\right) + \frac{k_e k_c}{R}\right]\Omega_m(p) = \frac{k_c}{R}\,U(p) - \frac{1}{\rho}\,C_r(p)$$

$\Rightarrow$

$$\Omega_m(p) = T_1(p)\,U(p) - T_2(p)\,C_r(p)$$

avec

$$T_1(p) = \frac{K_1}{1 + \tau_{em}\,p} \quad \text{et} \quad T_2(p) = \frac{K_2}{1 + \tau_{em}\,p}$$

$$\tau_{em} = \frac{R\,J_e}{k_e k_c + f_e R}$$: constante de temps électromécanique

$$K_1 = \frac{k_c}{k_e k_c + R f_e}$$: Gain statique de $T_1(p)$

$$K_2 = \frac{R}{\rho\,(k_e k_c + R f_e)}$$: Gain statique de $T_2(p)$

$$J_e = J_m + \frac{J_c}{\rho^2}$$: Inertie équivalent ramené sur l'arbe du moteur.

$$f_e = f_m + \frac{f_c}{\rho^2}$$: Coef. de frottement visqueux équivalent ramené sur l'arbre du moteur.

II-2 : A partir de la réponse indicielle de $T_1(p)$ à un éc
de tension d'amplitude 25 V :

on a :

$$w_m(\infty) = 25\,K_1 = 200 \text{ rad.s}^{-1} \Rightarrow \boxed{K_1 = 8 \text{ rad.s}^{-1}\,V^{-1}}$$

. à 63% de $w_m(\infty)$ on trouve $\boxed{\tau_{em} = 10 \text{ ms}}$

II-3 : schéma fonctionnel de la figure 8.

a/ Fonction de transfert en boucle fermée :

$$\theta_c(p) = H_1(p)\,\theta_{ref}(p) - H_2(p)\,Cr(p)$$

$$\text{avec } H_1(p) = \left.\frac{\theta_c(p)}{\theta_{ref}(p)}\right|_{Cr=0} = \frac{\dfrac{\alpha A K_1}{e\,\tau_{em}}}{p^2 + \dfrac{1}{\tau_{em}}\,p + \dfrac{\alpha A K_1}{e\,\tau_{em}}}$$

$$H_2(p) = \left.\frac{\theta_c(p)}{Cr(p)}\right|_{\theta_{ref}=0} = \frac{\dfrac{K_2}{e\,\tau_{em}}}{p^2 + \dfrac{1}{\tau_{em}}\,p + \dfrac{\alpha A K_1}{e\,\tau_{em}}}$$

. Equation caractéristique :

$$p^2 + \frac{1}{\tau_{em}}\,p + \frac{\alpha A K_1}{e\,\tau_{em}} = p^2 + 2 m w_0 p + w_0^2$$

Par identification, on déduit :

$$w_0 = \sqrt{\frac{\alpha A K_1}{e\,\tau_{em}}}$$: pulsation propre non amortie (rad/s

$$m = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{e}{\alpha A K_1 \cdot \tau_{em}}}$$: coefficient d'amortissement.

b- Calcul de A pour avoir $m = 0,7$.

$\alpha = 0,8\ V/rad$; $K_1 = 8\ rad.s^{-1}V^{-1}$; $\tau_{em} = 10\ ms$ et ℓ

$$A = \frac{\ell}{4m^2 \alpha K_1 \tau_{em}}$$

A.N : $$A = \frac{50}{4.(0,7)^2.0,8.8.0,01} = 398,6$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{0,8.398,6.8}{50.0,01}} = 71,43\ rad/s$$

Dépassement : $$D\% = 100.e^{-\frac{m\pi}{\sqrt{1-m^2}}}$$

A.N : $$\boxed{D\% = 4,6\ \%}$$

Temps de pic : $$T_p = \frac{\pi}{\omega_0\sqrt{1-m^2}}$$

A.N : $$\boxed{T_p = 0,062\ s}$$

c- Etude de la précision statique

$$\boxed{\varepsilon_1(p) = \theta_{ref}(p) - \theta_c(p) = [1 - H_1(p)]\,\theta_{ref}(p) + H_2(p)\,C_r(p)}$$

avec $$H_1(p) = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2}$$

$$H_2(p) = \frac{K_2}{\alpha A K_1} \cdot \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2} = \frac{K_2}{\alpha A K_1} H_1(p)$$

$$\boxed{\varepsilon_1(p) = \frac{p(p + 2m\omega_0)}{p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2}\,\theta_{ref}(p) + \frac{K_2}{\alpha A K_1}\,\frac{\omega_0^2}{p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2}\,C_r(p)}$$

$$\theta_{ref}(t) = t \cdot u(t) \xrightarrow{T.L.} \theta_{ref}(p) = \frac{1}{p^2}$$

$$C_r(t) = 100 \cdot u(t) \xrightarrow{T.L} C_r(p) = \frac{100}{P}$$

Théorème de la valeur finale

$$\varepsilon_1(\infty) = \lim_{p \to 0} p\, \varepsilon_1(p)$$

soit $$\boxed{\varepsilon_1(\infty) = \frac{2m}{\omega_0} + \frac{100\, K_2}{\alpha A K_1}}$$

A.N : $\varepsilon_1(\infty) = 0{,}0196 + 0{,}026 = 0{,}049$

$$\boxed{\varepsilon_1(\infty) = 0{,}049 \quad \text{soit } 4{,}9\%}$$

Partie A : Géométrie des masses. (I)

I.1. Position du centre G de l'ensemble (4)

- cylindre (masse M)

$$\vec{KG_c} = \frac{H}{2}\vec{x_3} + L\,\vec{y_1}$$

- tige (masse m_t)

$$\vec{KG_t} = \left(\frac{L}{2} - a_4\right)\vec{y_1}$$

- disque (masse m)

$$\vec{KG_d} = -a_4 \cdot \vec{y_1}$$

On applique la relation du barycentre

$$\vec{KG} = \frac{M\,\vec{KG_c} + m_t\,\vec{KG_t} + m\,\vec{KG_d}}{M + m_t + m}$$

$$x = \frac{M\,\frac{H}{2}}{M+m_t+m}$$

$$y = \frac{ML + m_t\left(\frac{L}{2}-a_4\right) - m a_4}{M + m_t + m}$$

I.2. Matrices centrales d'inertie

- cylindre :

$$[\mathbb{I}(cy)] = \begin{bmatrix} \frac{Mr^2}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{Mr^2}{4} + \frac{MH^2}{12} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{Mr^2}{4} + \frac{MH^2}{12} \end{bmatrix}_{(\vec{x_3}, \vec{y_1}, \vec{z_3})}$$

- tige.

$$[\mathbb{I}(tig)] = \begin{bmatrix} \frac{m_t L^2}{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{m_t L^2}{12} \end{bmatrix}_{(\vec{x_3}, \vec{y_1}, \vec{z_3})}$$

- disque.

$$[\mathbb{I}(disque)] = \begin{bmatrix} \frac{mr^2}{4} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{mr^2}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{mr^2}{4} \end{bmatrix}_{(\vec{x_3}, \vec{y_1}, \vec{z_3})}$$

I.3 Matrice d'inertie de l'ensemble (4).

le plan $(K, \vec{x_3}, \vec{y_1})$ est un plan de symétrie !

par suite $(K, \vec{z_3})$ est un axe principal d'inertie

$$[\mathbb{I}_K(4)] = \begin{bmatrix} A_4 & -F_4 & 0 \\ -F_4 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{bmatrix}_{(\vec{x_3}, \vec{y_1}, \vec{z_1})}$$

avec :

$$x = -x\dot{\psi}^2 \cos\psi \qquad (\mathrm{II})$$

$$A_4 = \frac{Mr^2}{2} + ML^2 + \frac{m_t L^2}{12} + m_t\left(\frac{L}{2} - a_4\right)^2 + \frac{mr^2}{4} + m a_4^2$$

$$B_4 = \frac{Mr^2}{4} + \frac{MH^2}{12} + \frac{mr^2}{2} + \frac{MH^2}{4}$$

$$C_4 = \frac{Mr^2}{4} + \frac{MH^2}{12} + \frac{MH^2}{4} + ML^2 + \frac{m_t L^2}{12} + \left(\frac{L}{2} - a_4\right)^2 m_t + \frac{mr^2}{4} + m a_4^2$$

$$F_4 = M\frac{H}{2} \cdot L$$

Partie A.II. Cinématique.

II.1 Vitesses

- $\vec{V}_{A/R_0} = \vec{V}_{O/R_0} + \vec{\Omega}_{1/R_0} \wedge \vec{OA}$.

$$\vec{V}_{O/R_0} = \vec{0}, \quad \vec{\Omega}_{1/R_0} = \dot{\beta}\vec{x_0}, \quad \vec{OA} = a_1\vec{y_1}.$$

$$\vec{V}_{A/R_0} = a_1\dot{\beta}\,\vec{z_1}$$

- $\vec{V}_{I/R_0} = \vec{V}_{O/R_0} + \vec{\Omega}_{1/R_0} \wedge \vec{OI}$

$$\vec{OI} = a_3\vec{x_0} + b_1\vec{y_1}.$$

$$\vec{V}_{I/R_0} = b_1\dot{\beta}\,\vec{z_1}$$

- $\vec{V}_{K/R_0} = \vec{V}_{O/R_0} + \vec{\Omega}_{1/R_0} \wedge \vec{OK}$

$$\vec{OK} = a_3\vec{x_0} + b_2\vec{y_1}$$

$$\vec{V}_{K/R_0} = b_2\dot{\beta}\,\vec{z_1}$$

- $\vec{V}_{E\in 2/R_1} = \vec{V}_{A/R_1} + \vec{\Omega}_{2/R_1} \wedge \vec{AE}$

$$\vec{V}_{A/R_1} = \vec{0}, \quad \vec{\Omega}_{2/R_1} = \dot{\theta}\vec{x_0}, \quad \vec{AE} = r_1\vec{x_0} + r_2\vec{y_1}$$

$$\vec{V}_{E\in 2/R_1} = r_2\dot{\theta}\,\vec{z_1}$$

- $\vec{V}_{E\in 3/R_1} = \vec{V}_{I/R_1} + \vec{\Omega}_{3/R_0} \wedge \vec{IE}$

$$\vec{V}_{I/R_1} = \vec{0}, \quad \vec{\Omega}_{3/R_0} = \dot{\psi}\,\vec{y_1}, \quad \vec{IE} = -r_3\vec{x_0} - r_2\vec{y_1}$$

$$\vec{V}_{E\in 3/R_1} = r_3\dot{\psi}\,\vec{z_1}$$

- $\vec{V}(D\in 5/R_0) = \vec{V}_{A/R_0} + \vec{\Omega}_{2/R_0} \wedge \vec{AD}$

$$\vec{V}_{A/R_0} = a_1\dot{\beta}\,\vec{z_1}, \quad \vec{AD} = a_2\vec{x_0} - r_5\vec{y_1}, \quad \vec{\Omega}_{2/R_0} = (\dot{\beta}$$

$\vec{/R_0} = a_1 \dot\beta \vec{z_1} - r_5 (\dot\beta + \dot\theta) \vec{z_1}$

I.2 Roulement sans glissement aux points D et E

- en E

$$\vec{V}_{E \in 2/R_0} = \vec{V}_{E \in 3/R_0}$$

$$r_2 \dot\theta = r_3 \dot\varphi \Rightarrow$$

$$\dot\varphi = \frac{r_2}{r_3} \cdot \dot\theta = \frac{r_2}{r_3} \omega$$

- En D. $\vec{V}_{D \in 6/R_0} = \vec{0}$

$$a_1 \dot\beta - r_5 (\dot\beta + \dot\theta) = 0$$

$$(a_1 - r_5) \dot\beta = r_5 \dot\theta$$

$$\dot\beta = \frac{r_5}{a_1 - r_5} \cdot \dot\theta = \frac{r_5 \, \omega}{a_1 - r_5}$$

I.3 Vitesse de G.

$$\vec{V}_{G/R_0} = \vec{V}_{K/R_0} + \vec{\Omega}_{3/R_0} \wedge \vec{KG}$$

$$\vec{V}_{K/R_0} = b_1 \dot\beta \vec{z_1} \quad , \vec{\Omega}_{3/R_0} = \dot\varphi \vec{y_1} + \dot\beta \vec{x_0}$$

$$\vec{KG} = x \vec{x_3} + y \vec{y_1}$$

$$\vec{V}_{G/R_0} = b_2 \dot\beta \vec{z_1} + (\dot\varphi \vec{y_1} + \dot\beta \vec{x_0}) \wedge (x \vec{x_3} + y \vec{y_1})$$

$$\vec{V}_{G/R_0} = b_2 \dot\beta \vec{z_1} - x \dot\varphi \vec{z_3} + x \dot\beta \sin\varphi \vec{y_1} + y \dot\beta \vec{z_1}$$

$$\vec{V}_{G/R_0} = (b_2 + y) \dot\beta \vec{z_1} - x \dot\varphi \vec{z_3} + x \dot\beta \sin\varphi \vec{y_1}$$

$$\vec{z_3} = \cos\varphi \vec{z_1} + \sin\varphi \vec{x_0}$$

$$\vec{V}_{G/R_0} = -x \dot\varphi \sin\varphi \vec{x_0} + x \dot\beta \sin\varphi \vec{y_1} + \left((b_2 + y)\dot\beta - x \dot\varphi \cos\varphi\right) \vec{z_1}$$

$$V_x = -x \dot\varphi \sin\varphi, \quad V_y = x \dot\beta \sin\varphi$$

$$V_z = (b_1 + y)\dot\beta - x \dot\varphi \cos\varphi .$$

4. Accélération de G.

$$\vec{\Gamma}_{G/R_0} = \frac{d\vec{V}_{G/R_0}}{dt}\Big|_{R_0}$$

$$\vec{\Gamma}_{G/R_0} = \dot V_x \vec{x_0} + \dot V_y \vec{y_1} + \dot V_z \vec{z_1} + \dot\beta V_y \vec{z_1} - V_z \dot\beta \vec{y_1}$$

avec $\dot V_x = -x \dot\varphi^2 \cos\varphi$, $\dot V_y = x \dot\beta \dot\varphi \cos\varphi$,
$\dot V_z = x \dot\varphi^2 \sin\varphi$.

(II)

$$\Gamma_x = -x \dot\varphi^2 \cos\varphi$$

$$\Gamma_y = x \dot\beta \dot\varphi \cos\varphi - \dot\beta \left((b_4 + y)\dot\beta - x \dot\varphi \cos\varphi\right)$$

$$\Gamma_z = x \dot\varphi^2 \sin\varphi + x \dot\beta^2 \sin\varphi$$

Partie A. III. Dynamique

$$\varphi = 0, \quad \dot\varphi \neq 0$$

$$\vec{z_3} = \vec{z_1}, \quad \vec{y_3} = \vec{y_1}, \quad \vec{x_3} = \vec{x_1}$$

III.1 Action sur (4)

- Poids appliqué en G. $\vec{P} = -(\underbrace{M + m_4 + m}_{m_4}) g \vec{z_0}$

$$\vec{\mathcal{M}}_G(\vec{P}) = \vec{0} \quad , \vec{P} = -m_4 g (\cos\beta \vec{z_1} + \sin\beta \vec{y_1})$$

$$\vec{\mathcal{M}}_K(\vec{P}) = (x \vec{x_1} + y \vec{y_1}) \wedge (m_4 g$$

$$= -m_4 g \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ \sin\beta \\ \cos\beta \end{pmatrix}$$

$$= -m_4 g \begin{pmatrix} y \cos\beta \\ -x \cos\beta \\ x \sin\beta \end{pmatrix}$$

$$\{\mathcal{T}(P)\}_K = \begin{Bmatrix} 0 & -m_4 g y \cos\beta \\ -m_4 g \sin\beta & m_4 g x \cos\beta \\ -m_4 g \cos\beta & -m_4 g x \sin\beta \end{Bmatrix}_{(\vec{x_0}, \vec{y_1}, \vec{z_1})}$$

- Action de 1 sur (4) en K

$$\{\mathcal{T}_{4/1}\}_K = \begin{Bmatrix} X_{14} & L_{14} \\ Y_{14} & 0 \\ Z_{14} & N_{14} \end{Bmatrix}_{(\vec{x_0}, \vec{y_1}, \vec{z_1})}$$

- action de (3) sur (4) en K.

$$\{\mathcal{T}_{4/3}\}_K = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ N_J & C_J \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x_0}, \vec{y_1}, \vec{z_1})}$$

III.3 Théorème de la résultante dynamique

$$\begin{cases} X_{14} = -m_4 x \dot\varphi^2 \\ N_J + Y_{14} - m_4 g \sin\beta = (2 x \dot\beta \dot\varphi - \dot\beta^2 (b_4 + y)) m_4 \\ Z_{14} - m_4 g \cos\beta = 0 \end{cases}$$

... en K.

$$\vec{\sigma}_K(4/R_0) = m_4 \vec{KG} \wedge \vec{V}_{K/R_0} + [\mathbb{I}_K(4)] \vec{\Omega}_{4/R_0}$$

$$\bullet\ \vec{\delta}_K(4/R_0) = \frac{d\vec{\sigma}_K(4/R_0)}{dt} + m_4 \vec{V}_{K/R_0} \wedge \vec{V}_{G/R_0}$$

$$\vec{KG} \wedge \vec{V}_{K/R_0} = (x\vec{x}_3 + y\vec{y}_1) \wedge (b_2\dot\beta\vec{z}_1)$$

$$= -b_2\dot\beta x \cos\psi \vec{y}_1 + b_2\dot\beta y \vec{x}_0$$

$$\vec{\Omega}_{4/R_0} = \dot\varphi\vec{y}_1 + \dot\theta(\cos\psi\vec{x}_3 + \sin\psi\vec{z}_3)$$

$$[\mathbb{I}_K(4)] \cdot \vec{\Omega}_{4/R_0} = \begin{bmatrix} A_4 & -F_4 & 0 \\ -F_4 & B_4 & 0 \\ 0 & 0 & C_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot\theta\cos\psi \\ \dot\varphi \\ \dot\theta\sin\psi \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} A_4\dot\theta\cos\psi - F_4\dot\varphi \\ -F_4\dot\theta\cos\psi + B_4\dot\varphi \\ C_4\dot\theta\sin\psi \end{bmatrix}$$

$$-m_4 b_2\dot\beta x\cos\psi\vec{y}_1 + m_4 b_2\dot\beta y\vec{x}_0 +$$

$$(A_4\dot\theta\cos\psi - F_4\dot\varphi)\vec{x}_3 +$$

$$(-F_4\dot\theta\cos\psi + B_4\dot\varphi)\vec{y}_1 +$$

$$C_4\dot\theta\sin\psi\,\vec{z}_3$$

$$\text{4}\ b_2\dot\beta\dot\varphi\,\cancel{x\sin\psi})\vec{y}_1 +$$

$$B_4\ddot\varphi - F_4\ddot\theta\cos\psi - m_4 b_2\ddot\beta x\cos\psi)\vec{z}_1$$

$$\dot\theta\dot\varphi\cancel{\sin\psi}\,\vec{x}_3 + (A_4\dot\theta\cos\psi - F_4\dot\varphi)(\dot\theta\cancel{\sin\psi}\vec{y}_1 - \dot\varphi\vec{z}_3)$$

$$F_4\dot\theta\dot\varphi\cos\psi\vec{z}_3 + C_4\dot\theta\cancel{\sin\psi}(\dot\varphi\vec{x}_3 - \dot\theta\cos\psi\vec{y}_1)$$

$$B_4\ddot\varphi - F_4\ddot\theta - m_4 b_2\ddot\beta x)\vec{z}_1 +$$

$$-F_4\dot\varphi)\dot\varphi\vec{z}_1 + C_4\dot\theta\dot\varphi\,\vec{z}_1$$

$$_{/R_0} = m_4 \cdot b_2\dot\beta\vec{z}_1 \wedge ((b_2+y)\dot\beta - x\dot\varphi)\vec{z}_1$$

$$= \vec{0}$$

$$\cdot\vec{\delta}_K(4/R_0) = \Big(B_4\ddot\beta\dot\varphi - F_4\ddot\theta\ddot\beta - m_4 b_2\dot\beta^2 x + (C_4 - A_4 \ldots$$

$$+ F_4\dot\varphi^2 \Big)\vec{z}_1$$

Equations dynamiques

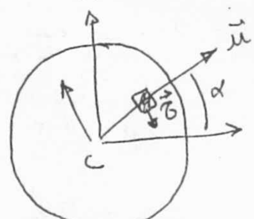
$$\begin{cases} L_{14} - m_4 g y\cos\beta = 0 \\ C_J + m_4 g x\cos\beta = 0 \\ N_{14} \mp (B_4\ddot\beta\dot\varphi + F_4(\dot\varphi^2 - \ddot\theta\ddot\beta) - m_4 b_2 x\dot\beta^2 + (C_4 - A_4)\ldots \end{cases}$$

III.4 Expression de N_J

On considère une surface d'appui circulaire de rayon R.

La pression étant uniforme :

$$p = \frac{N_J}{S} = \frac{N_J}{\pi R^2}$$



$$\vec{\tau} = -\tau\vec{v} = -f.p.\vec{v}$$

à la limite de l'adhérence $\frac{|\tau|}{p} = f$.

$$\vec{dF} = -\tau\, ds\,\vec{v} = -\tau\, r\,dr\,d\alpha.\vec{v}$$

$$\vec{d\mathcal{M}}_C = \vec{CM} \wedge \vec{dF}$$

$$= -r\vec{u} \wedge \tau\, r\,dr\,d\alpha\,\vec{v}$$

$$= -\tau r^2 dr\,d\alpha.\vec{z}$$

$$\vec{\mathcal{M}}_J = -\int \tau r^2 dr\, d\alpha = \frac{2\pi\tau.R^3}{3}$$

$$C_J = -2\cancel{\pi}\frac{f N_J}{\cancel{\pi} R^2}.\frac{R^3}{3} = -\frac{2}{3} f N_J R.$$

$$N_J = |C_J|\frac{3}{2fR}.$$

III.5 inconnus de liaisons.

$$\bullet\ N_J = 3.\frac{m_4 g x\,|\cos\beta|}{2fR}$$

$$\bullet\ L_{14} = m_4 g y\cos\beta$$

$$Y_{14} = m_4 g\sin\beta + m_4(2x\dot\beta\dot\varphi - \dot\beta^2(b_4+y)) - \frac{3 m_4 g x\,|}{2fR}$$