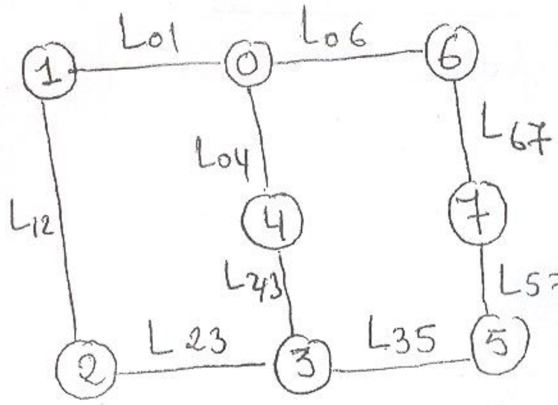
B.1. Etude de l'excitateur

B.1.1 liaisons



L_{01} : pivot d'axe $(O, \vec{z}_0)$

L_{06} : pivot d'axe $(F, \vec{x}_0)$

L_{67} : hélicoïdale d'axe $(E, \vec{x}_0)$

L_{57} : rotule de centre H

L_{35} : pivot glissant d'axe $(H, \vec{x}_2)$

L_{34} : pivot d'axe $(C, \vec{z}_0)$

L_{04} : pivot d'axe $(O, \vec{z}_0)$

L_{23} : pivot glissant d'axe $(O, \vec{x}_2)$

L_{07} : glissière d'axe $(K, \vec{x}_0)$; L_{12} : pivot d'axe $(A, \vec{z}_0)$

B.1.2 Vecteurs rotation

$$\vec{\Omega}_{1/0} = \dot{\alpha}\,\vec{z}_0 \;;\quad \vec{\Omega}_{2/0} = -\dot{\theta}\,\vec{z}_0 \;;\quad \vec{\Omega}_{3/2} = \vec{0}$$

$$\vec{\Omega}_{4/0} = \dot{\varphi}\,\vec{z}_0 \qquad \vec{\Omega}_{6/0} = \dot{\varphi}\,\vec{x}_0 \qquad \vec{\Omega}_{7/0} = \vec{0}$$

B.1.3 Torseur cinématique

$$\{\mathcal{V}_{6/7}\}_E = \left\{ \vec{\Omega}_{6/7} \;\middle|\; \vec{V}_{E\in 6/7} \right\}$$

$$\vec{\Omega}_{6/7} = \vec{\Omega}_{6/0} + \vec{\Omega}_{0/7} = \dot{\varphi}\,\vec{x}_0$$

$$\vec{V}_{E\in 6/7} = \vec{V}_{E\in 6/0} - \vec{V}_{E\in 7/0} = \vec{0} - \dot{x}\,\vec{x}_0 = \frac{\dot{\varphi}}{2\pi}\,P$$

B.1.4 Vitesse de $E \in 7/(0)$

$$\vec{V}_{E\in 7/0} = \left.\frac{d\vec{FE}}{dt}\right)_{R_0} = -\dot{x}\,\vec{x}_0$$

B.1.5 Nombre de Tours

$$dx = \frac{P}{2\pi} d\varphi \Rightarrow d - x(0) = \frac{P}{2\pi} \varphi(d) = P.N$$

$N = 14$ tours

B.1.6 Chaine cinématique de réglage

0.6.7.5.3.4.0

B.1.7 classe équivalente

$x = cte \Rightarrow \dot{x} = 0$ et $\dot{\varphi} = 0$

cela conduit à : • $\vec{V}_{E\in 7/0} = \vec{0}$ et tous les point de 7 sont fixes par rapport à (0)

• $\vec{\Omega}_{6/0} = \vec{0}$ et tous les points de (6) sont fixes par rapport à (0)

B.1.8 liaison équivalente

$$\{\mathcal{V}_{3/5}\}_H = \left\{\begin{matrix} P_{35} \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} x_{35} \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\right\}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)}$$

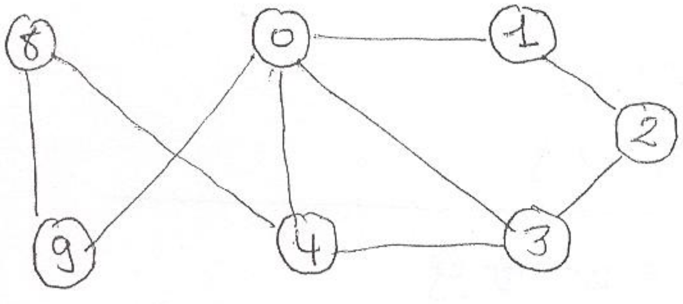
$$\{\mathcal{V}_{5/7}\}_H = \left\{\begin{matrix} p_{57} \\ q_{57} \\ r_{57} \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\right\}_{(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)}$$

$$\{\mathcal{V}_{7/0}\} = \left\{\begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \middle| \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\right\}$$

$$\{\mathcal{V}_{3/0}\}_H = \{\mathcal{V}_{3/5}\}_H + \{\mathcal{V}_{5/7}\}_H + \{\mathcal{V}_{7/0}\}_H = \left\{\begin{matrix} P_{35} + P_{57} \\ q_{57} \\ r_{57} \end{matrix} \middle| \begin{matrix} x_{35} \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\right\}$$

La liaison possède 4 degrés de liberté dans le système d'axe $(H, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ (3 rotations + 1 translation suivant $(H, \vec{x}_2)$) $\Rightarrow$ linéaire annulaire d'axe $(H, \vec{x}_2)$

B.1.9 graphe de liaison



B.1.10 Fermeture de la chaine 01230

$$\vec{OH} = \vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BH}$$

$$(L_0 - d)\vec{x_0} = r_1\vec{x_1} + (\lambda+\mu)\vec{x_2}$$

B.1.11 relation entre α et θ

$$\vec{x_1} = \cos\alpha\,\vec{x_0} + \sin\alpha\,\vec{Y_0}$$

$$\vec{x_2} = \cos\theta\,\vec{x_0} - \sin\theta\,\vec{Y_0}$$

$$(L_0 - d)\vec{x_0} = [r_1\cos\alpha + (\lambda+\mu)\cos\theta]\vec{x_0} + (r_1\sin\alpha - (\lambda+\mu)\sin\theta]\vec{Y_0}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} L_0 - d = r_1\cos\alpha + (\lambda+\mu)\cos\theta. \\ 0 = r_1\sin\alpha - (\lambda+\mu)\sin\theta \end{cases}$$

$$\Rightarrow \quad tg\,\theta = \frac{r_1\sin\alpha}{L_0 - d - r_1\cos\alpha.}$$

B.1.12 Fermeture de la chaine 0340

$$\vec{HD} = \vec{HC} + \vec{CD}$$

$$d\vec{x_0} = (L_3 - \mu)\vec{x_2} + r_4\vec{x_4}$$

B.1.13 relation entre φ et θ

$$d = (L_3 - \mu)\cos\theta + r_4\cos\varphi \quad \Rightarrow tg\theta = \frac{r_4\sin\varphi}{d - r_4\cos\varphi}$$

$$0 = r_{1}\sin\varphi - (L_3 - \mu)\sin\theta$$

B.1.14 Loi entrée / sortie

$$\frac{r_1 \sin\alpha}{L_0 - d - r_1 \cos\alpha} = \frac{r_4 \sin\varphi}{d - r_4 \cos\varphi}$$

B.1.15 Valeurs particulières de φ

$\alpha = \frac{\pi}{2}$ $$\frac{r_4 \sin\varphi_1}{d - r_4 \cos\varphi_1} = \frac{r_1}{L_0 - d}$$

$\alpha = -\frac{\pi}{2}$ $$\frac{r_4 \sin\varphi_2}{d - r_4 \cos\varphi_2} = -\frac{r_1}{L_0 - d}$$

B.1.16 Vitesse angulaire de (4) par rapport à (0)

La loi entreé sortie s'écrit:

$$(d - r_4 \cos\varphi)\, r_1 \sin\alpha = (L_0 - d - r_1 \cos\alpha)\, r_4 \sin\varphi$$

La dérivation donne:

$$r_1 \omega \cos\alpha\, (d - r_4 \cos\varphi) + r_1 r_4 \dot{\varphi} \sin\varphi \sin\alpha =$$
$$r_4 \dot{\varphi} \cos\varphi\, (L_0 - d - \cancel{r_4} \cos\alpha) + r_1 r_4 \omega \sin\alpha \sin\varphi$$

à $\alpha = \frac{\pi}{2}$ on a $\varphi = \varphi_1$ et $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_1$

avec $$\dot{\varphi}_1 = \frac{r_1 \omega \sin\varphi_1}{r_1 \sin\varphi_1 - (L_0 - d)\cos\varphi_1}$$

à $\alpha = -\pi/2$ $\varphi = \varphi_2$ et $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_2$ avec.

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{r_1 \omega \sin\varphi_2}{r_1 \sin\varphi_2 + (L_0 - d)\cos\varphi_2}$$

B.2 Etude du dispositif de tamisage

B.2.1 Vitesses de P et Q

$$\vec{V}_{P\in 4/0} = \vec{V}_{D/0} + \vec{\Omega}_{4/0} \wedge \vec{DP}$$
$$= \vec{0} + \dot{\varphi}\vec{z}_0 \wedge (-L_4\vec{y}_4) = L_4\dot{\varphi}\vec{x}_4$$
$$\vec{V}_{Q\in 9/0} = \vec{V}_{N/0} + \dot{\varphi}\vec{z}_0 \wedge (-L_4\vec{y}_4) = L_4\dot{\varphi}\vec{x}_4$$

B.2.2 Vecteur rotation de la traverse.

P et Q ∈ 8

$\vec{V}_{(P\in 4/0)} = \vec{V}_{(P\in 8/0)}$ et $\vec{V}(Q\in 9/0) = \vec{V}(Q\in 8/0)$

on montre que $\vec{V}_{(P\in 8/0)} = \vec{V}_{(Q\in 8/0)}$

(8) décrit une translation circulaire $\Rightarrow \vec{\Omega}_{8/0} = \vec{0}$

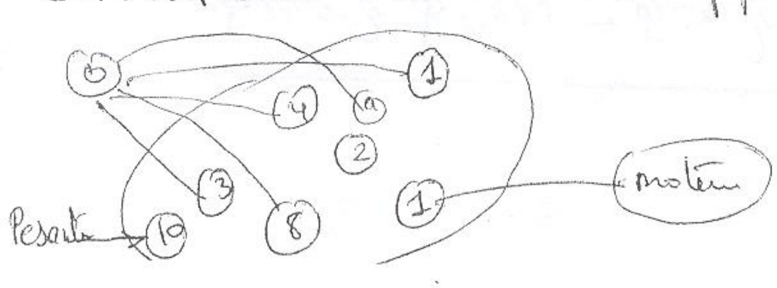
B.2.3 Energie cinétique

$$E_c(S/0) = \frac{1}{2} M \vec{V}_{G/0}^{\,2}$$

$$\vec{V}_{G/0} = \left.\frac{d\,\vec{DG}}{dt}\right|_{R_0} = \left.\frac{d\,\vec{DP}}{dt}\right|_{R_0} + \left.\frac{d\,\vec{PG}}{dt}\right|_{R_0}$$
$$= L_4\dot{\varphi}\vec{x}_4 + \dot{\eta}\vec{x}_0$$

$$E_c(S/0) = \frac{1}{2} M \left[L_4^2\dot{\varphi}^2 + \dot{\eta}^2 + 2L_4\dot{\varphi}\dot{\eta}\cos\varphi \right]$$

B.2.4 Inventaire des actions appliqués à (S)



$\bar{S} = \{$moteur + terre + bâti$\}$

$$\{\mathcal{T}_{0\to 1}\}_O = \left\{ \begin{array}{c|c} X_{01} & L_{01} \\ Y_{01} & M_{01} \\ Z_{01} & 0 \end{array} \right\} \qquad \{\mathcal{T}_{0\to 9}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} X_{09} & L_{09} \\ Y_{09} & M_{09} \\ Z_{09} & 0 \end{array} \right\}$$

$$\{\mathcal{T}_{0\to 4}\}_D = \left\{ \begin{array}{c|c} X_{04} & L_{04} \\ Y_{04} & M_{04} \\ Z_{04} & 0 \end{array} \right\} \qquad \{\mathcal{T}_{terre\to 10}\}_G = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ -Mg & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}$$

$$\{\mathcal{T}_{0\to 3}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ Y_{03} & M_{03} \\ Z_{03} & N_{03} \end{array} \right\} \qquad \{\mathcal{T}_{mot\to 1}\} = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & C_m \end{array} \right\}$$

B.2.5 : Puissances des actions

- $\mathcal{P}(\text{moteur} \to 1) = C_m \dot{\alpha} = C_m \omega$
- $\mathcal{P}(\text{terre} \to 10) = \vec{P}_{10} \cdot \vec{V}_{G/0}$

$$= -Mg\vec{y}_0 \cdot (L_4 \dot{\varphi} \vec{x}_4 + \dot{\eta} \vec{x}_0)$$

$$= -Mg L_4 \dot{\varphi} \sin\varphi$$

- $\mathcal{P}_{int} = 0$ (liaison parfaite)

B.2.6 Théorème de l'energie cinétique

$$\frac{dE_c(S/0)}{dt} = C_m \dot{\alpha} - Mg L_4 \dot{\varphi} \sin\varphi$$

$$\frac{dE_c(S/0)}{dt} = ML_4^2 \dot{\varphi}\ddot{\varphi} + M\dot{\eta}\ddot{\eta} + ML_4 \ddot{\varphi} \dot{\eta} \cos\varphi + ML_4 \dot{\varphi} \ddot{\eta} \cos\varphi - ML_4 \dot{\varphi}^2 \dot{\eta} \sin\varphi$$

B.2.7 Cas où (10) est immobile % à (8)

$\eta = cte$, $\dot{\eta} = 0$, $\ddot{\eta} = 0$

$$ML_4^2 \dot{\varphi}\ddot{\varphi} = C_m \omega - M g L_4 \dot{\varphi} \sin\varphi$$

B.2.7 Cas où 10 se translate avec $\dot{\eta} = V_0$

$\dot{\eta} = V_0$; $\ddot{\eta} = 0$

$$ML_4^2 \dot{\varphi}\ddot{\varphi} + ML_4 \ddot{\varphi} V_0 \cos\varphi - ML_4 \dot{\varphi}^2 V_0 \sin\varphi =$$
$$C_m \omega - M g L_4 \dot{\varphi} \sin\varphi$$

B.2.8 Couple moteur à $\alpha = \frac{\pi}{2}$

- Calcul de l'accélération $\ddot{\varphi}$ par dérivation de la relation obtenue à B.1.16

$$-r_1\omega^2 \sin\alpha (d - r_4\cos\varphi) + r_1 r_4 \omega\dot{\varphi} \cos\alpha \sin\varphi + r_1 r_4 \ddot{\varphi} \sin\varphi \sin\alpha +$$
$$r_1 r_4 \dot{\varphi}^2 \cos\varphi \sin\alpha + r_1 r_4 \dot{\varphi}\omega \sin\varphi \cos\alpha = r_4 \ddot{\varphi} \cos\varphi (L_0 - d - r_1\cos\alpha) -$$
$$r_4 \dot{\varphi}^2 \sin\varphi (L_0 - d - r_1\cos\alpha) + r_1 r_4 \omega \dot{\varphi} \cos\varphi \sin\alpha +$$
$$r_1 r_4 \omega^2 \cos\alpha \sin\varphi + r_1 r_4 \omega \dot{\varphi} \sin\alpha \cos\varphi$$

Pour $\alpha = \frac{\pi}{2}$ on obtient $\varphi = \varphi_1$; $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_1$ et la relation devient :

$$-r_1\omega^2 (d - r_4\cos\varphi_1) + r_1 r_4 \ddot{\varphi} \sin\varphi_1 + r_1 r_4 \dot{\varphi}_1^2 \cos\varphi_1 =$$
$$r_4 (L_0 - d)\ddot{\varphi}\cos\varphi_1 - r_4 (L_0 - d)\dot{\varphi}_1^2 \sin\varphi_1 + 2 r_1 r_4 \dot{\varphi}\omega \cos\varphi_1$$

tout calcul fait on obtient :

$$\ddot{\varphi}_1 = \frac{r_1 \cancel{r_4}\,\dot{\varphi}_1(2\omega-\dot{\varphi}_1)\cos\varphi_1 + r_1\omega^2(d-r_4\cos\varphi_1) - \cancel{r_4}(L_0-d)\dot{\varphi}_1^2\sin\varphi_1}{\cancel{r_4}\left[r_1\sin\varphi_1-(L_0-d)\cos\varphi_1\right]}$$

on peut la mettre sous la forme :

$$\ddot{\varphi} = \frac{\dot{\varphi}_1^2(2\omega-\dot{\varphi}_1)}{\omega}\cot\varphi_1 + \frac{\omega\dot{\varphi}_1(d-r_4\cos\varphi_1)}{r_4\sin\varphi_1} - \frac{(L_0-d)\,\dot{\varphi}_1^3}{r_1\omega}$$

Expression du Couple :

<u>Cas I</u> : $$C_m = M L_4 r_1 \frac{\sin\varphi_1}{r_1\sin\varphi_1-(L_0-d)\cos\varphi_1}\cdot\left(L_4\ddot{\varphi}_1+g\sin\varphi_1\right)$$

Cas II :
$$C_m = M L_4 r_1\left(L_4\ddot{\varphi}_1+g\sin\varphi_1\right)\cdot\frac{\sin\varphi_1}{r_1\sin\varphi_1-(L_0-d)\cos\varphi} +$$

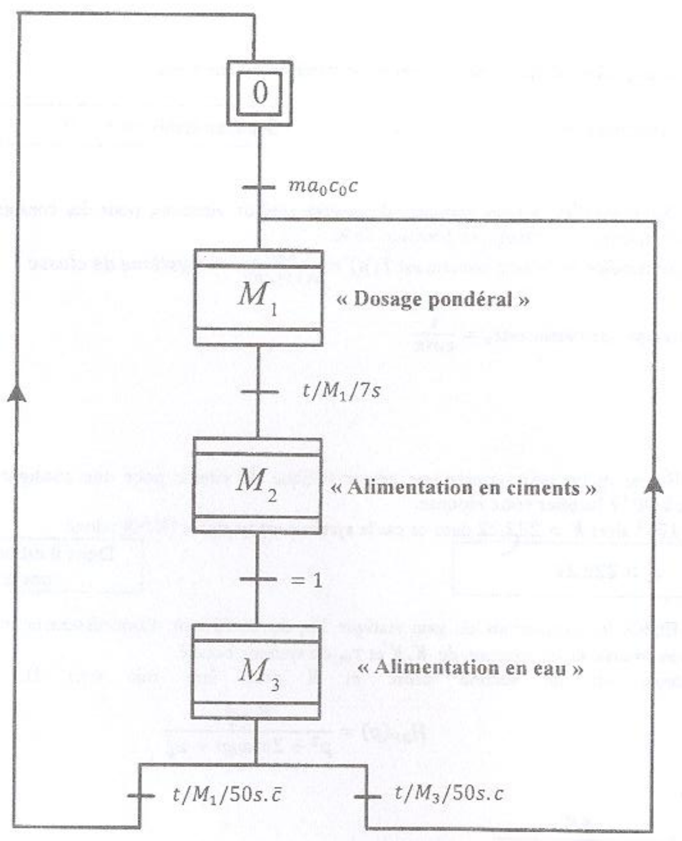
$$\frac{M L_4 V_0}{\omega}\left[\ddot{\varphi}\cos\varphi_1 - \frac{r_1^2\sin\varphi_1^3}{\left(r_1\sin\varphi_1-(L_0-d)\cos\varphi_1\right)^2}\right]$$

Pour déterminer C_m on remplace $\ddot{\varphi}$ par son expression.

PARTIE D : AUTOMATIQUE

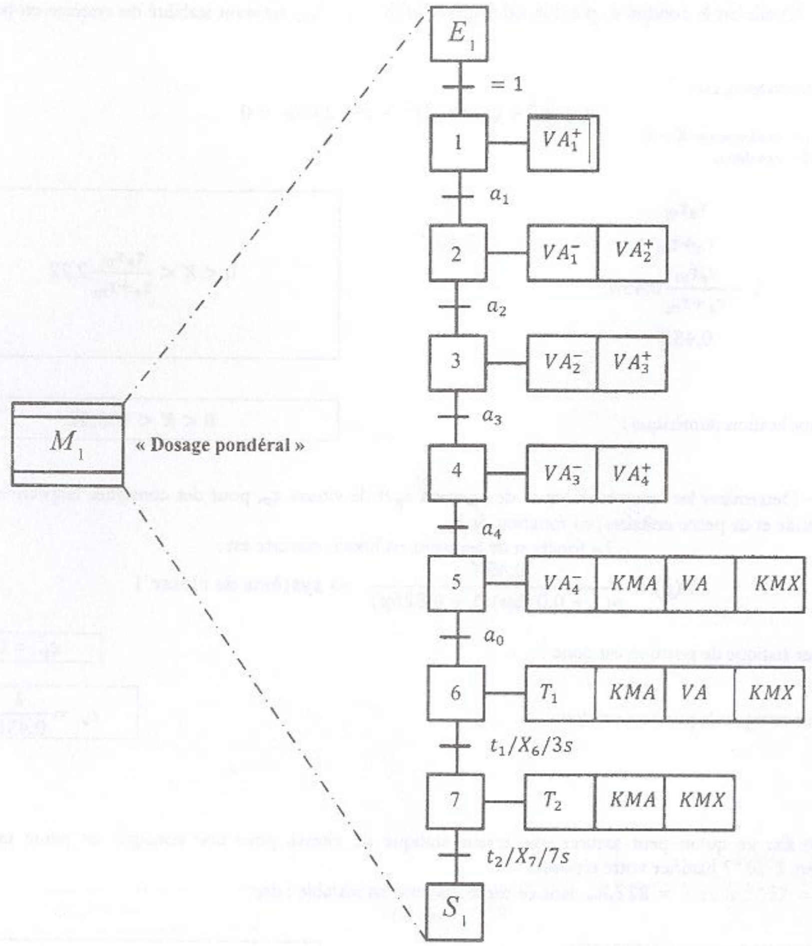
D.1- Commande séquentielle d'une centrale à béton

D.1.1- Compléter le Grafcet suivant, décrivant le fonctionnement de la centrale à béton.



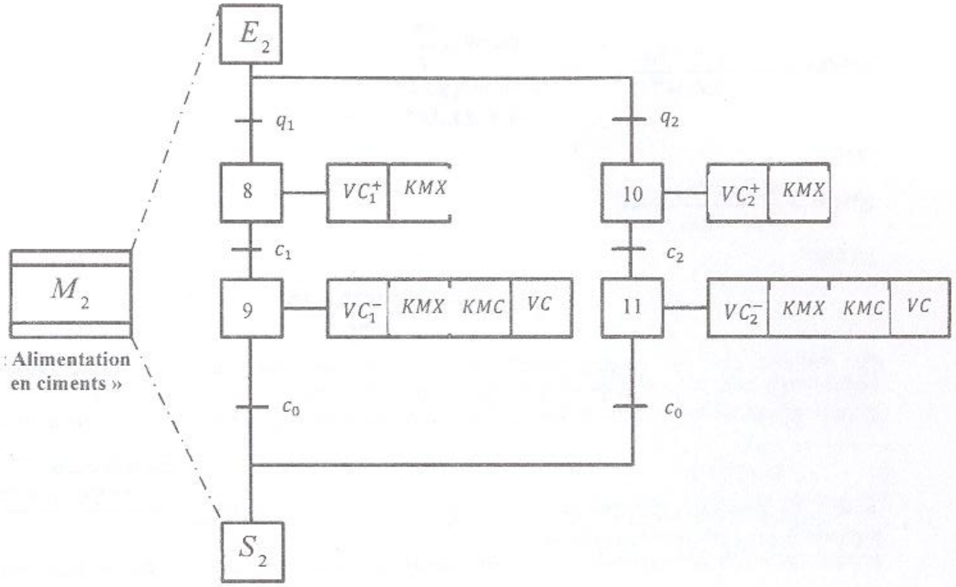
Grafcet du point de vue commande décrivant le fonctionnement de la centrale à béton.

D.1.2- Compléter l'expansion de la macro-étape M_1 « Dosage pondéral » dont la structure est donnée par le modèle suivant :



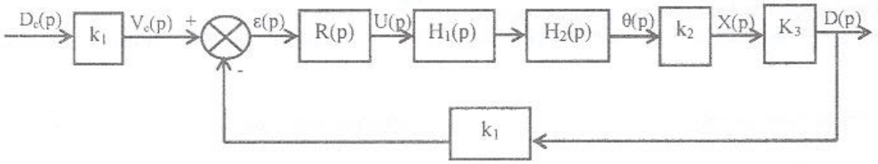
Expansion de la macro-étape M_1 « Dosage pondéral »

D.1.3- Compléter l'expansion de la macro-étape M_2 « Alimentation en ciment » dont la structure est donnée par le modèle suivant :



Expansion de la macro-étape M_2 « Alimentation en ciment »

D.2.1- Etablir le schéma fonctionnel du système asservi



D.2.2- Déterminer les fonctions de transfert $H_1(p)$ et $H_2(p)$

La fonction $H_1(p)$ est de la forme $\frac{K}{1+\tau p}$

- $20\log(K) \cong -3{,}125dB \Rightarrow K = 0.7$
- La pulsation de coupure est $\omega_c \cong 70\ rd/s \Rightarrow \tau = \frac{1}{\omega_c} = 0{,}015\ s$ d'où

$$\boxed{H_1(p) = \frac{0{,}7}{1+0{,}015p}}$$

La fonction $H_2(p)$ est la transformée de Laplace de $\theta(t) = 1 - e^{-\frac{t}{\tau_m}}$; d'où $H_2(p) = \frac{1}{p} - \frac{1}{p+\frac{1}{\tau_m}} = \frac{1}{p(1+\tau_m p)}$ qui est la forme de la réponse indicielle unitaire d'un système de premier ordre de gain 1 et de constante de temps τ_m. Sachant que $0.63\theta(\infty) = \theta(\tau_m) \Longrightarrow \tau_m = 0{,}826\ s$

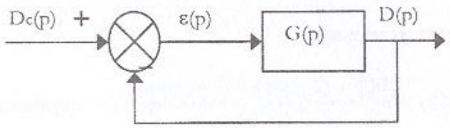
$$\boxed{H_2(p) = \frac{1}{p(1+0{,}826p)}}$$

D.2.3- Mettre la fonction de transfert du motoréducteur sous la forme :

$$H(p) = \frac{\theta(p)}{U(p)} = \frac{K_m}{p(1+\tau_e p)(1+\tau_m p)}$$

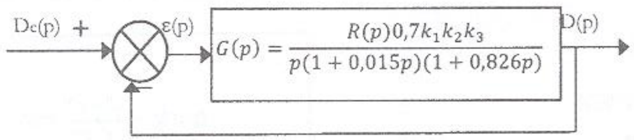
$$H(p) = H_1(p)H_2(p) = \frac{0{,}7}{(1+0{,}015p)}\frac{1}{p(1+0{,}826p)} \Rightarrow \boxed{H(p) = \frac{0{,}7}{p(1+0{,}015p)(1+0{,}826p)}}$$

D.2.4- Simplifier le schéma fonctionnel de la question D.2.1 en le mettant sous la forme suivante :



Avec : $G(p) = \frac{R(p)K'}{p(1+\tau_e p)(1+\tau_m p)}$

Le schéma de la figure D2.1, peut se mettre sous la forme suivante :



$$\boxed{K' = 0{,}7k_1k_2k_3}$$

En déduire la valeur de K' si :

$k_1 = 0.5$ V.s/Kg , $k_2 = 6\ 10^{-2}$ m/rad ; $k_3 = 15\ 10^{-2}$Kg/m.s ; $\tau_e = 0.015$ s et $\tau_m = 0.8$ s

$$\boxed{K' = 31{,}5.\ 10^{-4}}$$

Dans la suite, on choisira K' = 0.45

D.2.5- Sachant que la fonction de transfert du régulateur est R(p) = K :

D.2.5.1- Quelle est la condition que doit satisfaire K=$f(K', \tau_e, \tau_m)$ assurant stabilité du système en boucle fermée :

L'E.C. du système est :

$$\tau_e\tau_m p^3 + (\tau_e+\tau_m)p^2 + p + 0{,}45K = 0$$

- 1ère condition $\Rightarrow K > 0$
- 2ème condition :

p^3	$\tau_e\tau_m$	1
p^2	$\tau_e+\tau_m$	$0{,}45K$
p^1	$1-\frac{\tau_e\tau_m}{\tau_e+\tau_m}0{,}45K$	
p^0	$0{,}45K$	

$$\boxed{0 < K < \frac{\tau_e\tau_m}{\tau_e+\tau_m}2{,}22}$$

Faire l'application numérique :

$$\boxed{0 < K < 150{,}92}$$

D.2.5.2- Déterminer les erreurs statiques de position ε_p et de vitesse ε_v, pour des consignes respectivement d'amplitude et de pente unitaires, en fonction de K.

La fonction de transfert en boucle ouverte est :

$$T(p) = \frac{0{,}45K}{p(1+0{,}015p)(1+0{,}826p)} \Rightarrow \textit{système de classe } 1$$

L'erreur statique de position est donc $\boxed{\varepsilon_p = 0}$

L'erreur statique de position est donc $\boxed{\varepsilon_v = \frac{1}{0{,}45K}}$

D.2.5.3- Est ce qu'on peut assurer une erreur statique de vitesse pour une consigne de pente unitaire inférieure à 10^{-2} ? Justifier votre réponse.

Si $\varepsilon_v = 10^{-2}$ alors $K = 222{,}22$ dans ce cas le système est instable ; donc

$\boxed{K > 150{,}92}$ $\boxed{\text{Impossible d'assurer une telle erreur}}$

D.2.6.- On considère toujours R(p) = K tout en négligeant l'effet de τ_e (c-à-d : $\tau_e = 0$).

D.2.6.1- Etablir l'expression de la fonction de transfert du système en boucle fermée H_{BF} (p) en fonction de K, K' et τ_m.

$$\boxed{H_{BF}(p) = \frac{KK'}{p(1+\tau_m p)+KK'}}$$

Faire l'application numérique :

$$\boxed{H_{BF}(p) = \frac{0{,}45K}{0{,}8p^2 + p + 0{,}45K}}$$

D.2.6.2- Pour quelles valeurs de K, le système est stable en boucle fermée

Système de second ordre : $\boxed{\text{Système stable} \Leftrightarrow K > 0}$

D.2.6.3- Déterminer les erreurs statiques de position ε_p et de vitesse ε_v, pour des consignes respectivement d'amplitude et de pente unitaires, en fonction de K.

Fonction de transfert en boucle ouverte est $T(p) = \frac{KK'}{p(1+\tau_m p)}$ $\Rightarrow \textit{système de classe } 1$

$\boxed{\varepsilon_p = 0}$

L'erreur statique de vitesse est $\varepsilon_v = \frac{1}{0{,}45K}$

$$\boxed{\varepsilon_v = \frac{1}{0{,}45K}}$$

D.2.6.4- Est ce qu'on peut assurer une erreur statique de vitesse pour une consigne de pente unitaire inférieure à 10^{-2} ? Justifier votre réponse.

Si $\varepsilon_v < 10^{-2}$ alors $K > 222{,}22$ dans ce cas le système est tjs stable (K>0) ; donc

$\boxed{K > 222{,}22}$ $\boxed{\text{Donc il est possible d'assurer une telle erreur}}$

D.2.6.5- Etablir les expressions du gain statique Ks, du coefficient d'amortissement m et de la pulsation propre non amortie ω_0 en fonction de K, K' et τ_m du système bouclé.

Le système est de second ordre et il peut être mis sous la forme classique :

$$H_{BF}(p) = \frac{K_s\omega_0^2}{p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2}$$

En effet,

$$H_{BF}(p) = \frac{KK'}{p(1+\tau_m p)+KK'}$$

D'où :

$$H_{BF}(p) = \frac{KK'/\tau_m}{p^2 + \frac{1}{\tau_m}p + KK'/\tau_m} \Rightarrow \begin{cases} \omega_0^2 = KK'/\tau_m \\ K_s\omega_0^2 = KK'/\tau_m \\ 2m\omega_0 = \frac{1}{\tau_m} \end{cases}$$

donc

$\boxed{K_s = 1}$ $\boxed{\omega_0 = \sqrt{KK'/\tau_m}}$ $\boxed{m = 0{,}5\sqrt{\frac{\tau_m}{KK'}}}$

D.2.6.6- Calculer la valeur de K, pour avoir une marge de phase de M_φ=45°. En déduire le coefficient d'amortissement m et la pulsation propre non amortie ω_0. Quelle est la marge de gain M_G du système ?

La marge de phase est définie par :

$M_\varphi = \pi + \arg(T(j\omega_A))$ avec ω_A est telle que $|T(j\omega_A)| = 1$ sachant que $T(p) = \frac{0{,}45K}{p(1+0{,}8p)}$

$$M_\varphi = \pi + \arg(T(j\omega_A)) \Rightarrow \frac{\pi}{4} = \pi - \frac{\pi}{2} - arctg(0{,}8\omega_A) \Rightarrow arctg(0{,}8\omega_A) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \omega_A = 1{,}25\ rd/s$$

Or $|T(j\omega_A)| = 1 = \frac{0{,}45K}{\omega_A\sqrt{1+0{,}64\omega_A^2}} \Rightarrow K = 3{,}92$

K_s=1	$\omega_0 = 1{,}48\ rd/s$	$m = 0{,}33$
$MG = \infty$		