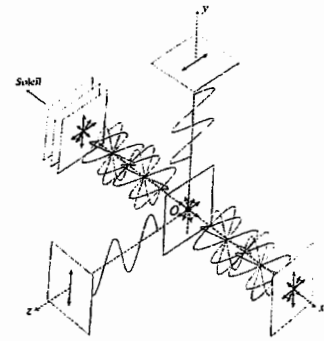
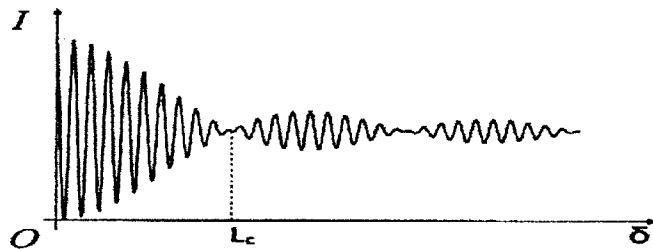


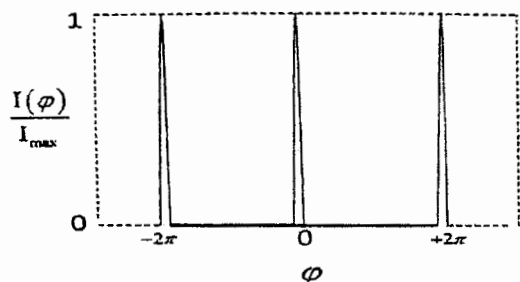
Corrigé Epreuve de Physique -Concours MP 2020

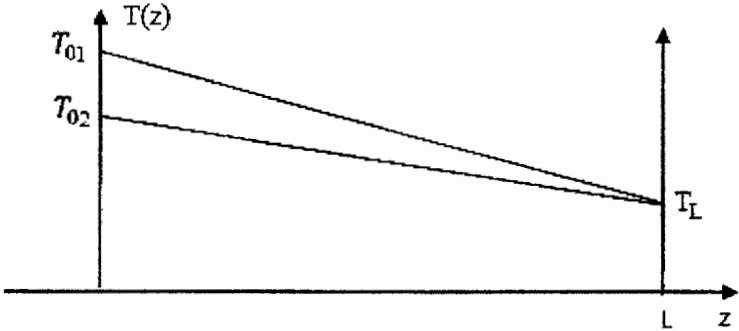
Problème 1			70
I-	Diffusion de Rayleigh.		
1)	$\vec{B}(M,t) = \frac{k\vec{u}_z \wedge \vec{E}\vec{u}_z}{\omega} = -\frac{E_0}{c} e^{i(\omega t - kx)} \vec{e}_y$		0,5
2)	$u_{em}(M,t) = \frac{\epsilon_0}{2} E^2 + \frac{B^2}{2\mu_0} = \epsilon_0 E^2 = \epsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kx) \rightarrow \langle u_{em} \rangle = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2}$		1
3)	$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{\vec{E} \wedge (\vec{k} \wedge \vec{E})}{\mu_0 \omega} = \frac{E^2}{\mu_0 c} \vec{e}_x = \epsilon_0 E^2 c \vec{u}_z = u_{em} \vec{v}_e$, avec $\vec{v}_e = c \vec{e}_x$ la vitesse de propagation de l'énergie électromagnétique dans le vide.		1
4)	$\langle \phi \rangle = \iint \langle \vec{\Pi} \rangle \cdot d\vec{S} = \langle \ \vec{\Pi}\ \rangle = \frac{\epsilon_0 c E_0^2}{2} = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} = I$		0,5
5)	Approximation dipolaire : la dimension du dipôle est très faible devant la distance $OM = r$. La zone de rayonnement est définie par : $r \gg \lambda$.		1
6)	Le plan $(M, \vec{e}_x, \vec{e}_\theta)$ est un plan de symétrie paire donc $\vec{B}$ qui est perpendiculaire à ce plan est suivant $\vec{e}_\phi$. $\vec{B}(M,t) = -\frac{\mu_0 \sin \theta}{4\pi r c} p_0 \omega^2 e^{i\omega(t-\frac{r}{c})} \vec{e}_\phi$.		1
7)	$\vec{E} = -c^2 \frac{\vec{k} \wedge \vec{B}}{\omega}$, avec $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{e}_r \rightarrow \vec{E} = cB\vec{e}_\theta = -\frac{\mu_0 \sin \theta}{4\pi r} p_0 \omega^2 e^{i\omega(t-\frac{r}{c})} \vec{e}_\theta$.		1
8)	$\langle \vec{\Pi} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} \left(\frac{\vec{E} \wedge \vec{B}^*}{\mu_0} \right) = \frac{\mu_0 p_0^2 \sin^2 \theta}{32\pi^2 r^2 c} \omega^4 \vec{e}_r$.		1
9)	$P_r = \oint_{\text{sphère}} \langle \vec{\Pi} \rangle \cdot r^2 \sin \theta d\theta d\phi \vec{e}_r = \frac{\mu_0 p_0^2 \omega^4}{12\pi c}$.		1
10)	Masse des noyaux $\gg$ masse des électrons $\rightarrow$ On néglige le mouvement des noyaux. $\frac{f_m}{f_e} = \frac{vB}{E} \sim \frac{v}{c} \ll 1$. Les particules considérées sont non relativistes. Dans le cas où $\lambda \gg OA \approx 10^{-10} m$ on néglige le terme spatial dans l'expression du champ électrique incident ($kx - \frac{2\pi}{\lambda} OA \rightarrow 0$) $\rightarrow \vec{E}_i(M,t) \approx E_0 e^{i\omega t} \vec{e}_x$.		0,5 0,5
11)	RFD : $m_e \frac{d^2 \vec{OA}}{dt^2} = q\vec{E} + \vec{F}_r + \vec{F}_f$. Régime forcé : $m_e (\omega_0^2 - \omega^2 + i\frac{\omega}{\tau}) \vec{OA} = q\vec{E} \rightarrow \vec{OA} = \frac{qE_0 e^{i\omega t}}{m_e (\omega_0^2 - \omega^2 + i\frac{\omega}{\tau})} \vec{e}_x$.		0,5 1
12)	$\vec{p} = q\vec{OA} = \frac{q^2 E_0 e^{i\omega t}}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\frac{\omega}{\tau})} \vec{e}_x \rightarrow p_0 = \vec{p} = \frac{q^2 E_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \frac{\omega^2}{\tau^2}}}$. Dans le visible $\omega \sim 10^{15} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ $\rightarrow \omega^2 \ll \omega_0^2$ et $\frac{\omega}{\tau} \ll \omega_0^2 \rightarrow p_0 = \frac{q^2 E_0}{m\omega_0^2}$.		1 1

13)	$P_r = \frac{P_0^2 \omega^4}{12\pi \epsilon_0 c^3} = \frac{q^4 E_0^2}{12\pi \epsilon_0 m_e^2 c^3} \frac{\omega^4}{\omega_0^4} = \frac{\mu_0 q^4 E_0^2}{12\pi c m_e^2} \frac{\omega^4}{\omega_0^4}$. $P_r \propto \omega^4 \rightarrow \frac{P_{\text{bleu}}}{P_{\text{rouge}}} = \left(\frac{\omega_{\text{bleu}}}{\omega_{\text{rouge}}} \right)^4 = \left(\frac{\lambda_{\text{rouge}}}{\lambda_{\text{bleu}}} \right)^4 \approx 16$. La puissance diffusée est donc 16 fois plus intense dans le bleu que dans le rouge, ce qui explique que le ciel est bleu.	1 1
14)	L'onde EM observée par diffusion de Rayleigh dans une direction perpendiculaire au Soleil est polarisée rectilignement. En effet la lumière solaire incidente non polarisée, présente toutes les directions de polarisation perpendiculaires à son vecteur de propagation que l'on suppose ici être $\vec{e}_x$. Ainsi elle induit des dipôles vibrants dans toutes ces directions. Mais on sait qu'un dipôle oscillant n'envoie pas de rayonnement dans sa propre direction. Ainsi, la composante p_y ne donne pas d'onde dans la direction $\vec{e}_x$. Dans cette direction le champ électrique est uniquement dû à la composante p_x du dipôle : ce champ est polarisé rectilignement dans la direction de $\vec{e}_x$.	1
		1
	Figure 1	
15)	D'après la question 4) $P_i = \frac{E_0^2}{2\mu_0 c} S$, $P_r = \frac{\mu_0 q^4 E_0^2}{12\pi c m_e^2} \frac{\omega^4}{\omega_0^4} = \frac{\mu_0 q^4}{6\pi m_e^2 S} \frac{\omega^4}{\omega_0^4} P_i$.	1
16)	Faisons le bilan de puissance dans le cylindre de section S d'axe Ox situé entre x et $x+dx$: La puissance solaire qui entre dans ce volume en x est $P_i(x)$ et la puissance solaire sortante en $x+dx$ est $P_i(x+dx)$. La puissance diffusée par les molécules d'air de ce volume est : $P_r \times NSdx$ donc : $P_i(x) = P_i(x+dx) + P_r \times NSdx \rightarrow -\frac{dP_i}{dx} dx = \frac{\mu_0 q^4}{6\pi m_e^2} \frac{\omega^4}{\omega_0^4} P_i N dx \rightarrow \frac{dP_i}{dx} = -\frac{P_i}{\ell}$ avec $\ell = \frac{6\pi m_e^2 \omega_0^4}{\mu_0 q^4 N \omega^4}$.	2
17)	$P_i(x) = P_0 \exp(-\frac{x}{\ell})$. ℓ est la distance caractéristique de l'atténuation de l'onde. $\ell_{\text{violet}} = 24 \text{ km}$ et $\ell_{\text{rouge}} = 2,0 \times 10^2 \text{ km}$. On remarque que $\ell_{\text{rouge}} > \ell_{\text{violet}}$ donc les courtes longueurs d'ondes (bleu) sont plus absorbées par l'atmosphère que le rouge. Au soleil couchant, quand l'onde a traversé une couche d'atmosphère suffisamment épaisse, le bleu est très atténué alors que le rouge l'est beaucoup moins. La lumière arrivant directement du soleil couchant est donc rouge.	1 1 1
II. Elargissement Doppler.		
18)	La molécule a une composante de vitesse v_x comprise entre $-\infty$ et $+\infty$. On a : $\int dP(v_x) = 1 \rightarrow \int_{-\infty}^{+\infty} A \exp\left(-\frac{m v_x^2}{2k_B T}\right) dv_x = 1 \rightarrow A \sqrt{\frac{2\pi k_B T}{m}} = 1 \rightarrow A = \sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}}$.	1

19)	a) On a $v_z = \frac{c}{v_0}(\nu - \nu_0)$ et $dv_z = \frac{c}{v_0}d\nu$. La probabilité pour que la radiation émise par un molécule ait, pour l'observateur, une fréquence apparente égale à ν à $d\nu$ près est donc : $dP(\nu) = A' \exp\left(-\frac{mc^2}{2k_B T v_0^2}(\nu - \nu_0)^2\right) d\nu.$	1
	b) $I_\nu(\nu) \propto \frac{dP(\nu)}{d\nu} \rightarrow I_\nu(\nu) = I_{\nu m} \exp\left(-\frac{(\nu - \nu_0)^2}{a^2}\right)$ avec $a = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}} \frac{v_0}{c}$.	1
	c) Graphe de $I_\nu(\nu)$ Figure 2	2
	d) $I_{0\nu}(\nu_0 + \frac{\Delta\nu}{2}) = \frac{I_0}{2} = I_0 \exp(-\frac{\Delta\nu^2}{4a^2}) \rightarrow \exp(\frac{\Delta\nu^2}{4a^2}) = 2 \rightarrow \Delta\nu = 2a\sqrt{\ln 2}.$ $\Delta\nu = 2a\sqrt{\ln 2} = \frac{v_0}{c} \sqrt{\frac{8k_B T}{m}} \ln 2 = \frac{1}{\lambda_0} \sqrt{\frac{8RT}{M}} \ln 2. \text{ A.N. } \Delta\nu = 1,17 \text{ GHz}.$	1 1 0,5
III. Mesure de la largeur d'une raie spectrale.		
20)	L'image M'_1 de M_1 par la séparatrice est parallèle à M_2 : l'interféromètre est utilisé en lame d'air d'épaisseur e. $\delta = 2e$. Figure 3	1 1 1
21)	$I = 2 \frac{I_0}{4} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)\right) = \frac{I_0}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{4\pi e}{\lambda}\right)\right).$	1
22)	a) $dI = \frac{dI_0}{2} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)\right) = \frac{I_0}{2\Delta\nu} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta\nu}{c}\right)\right) d\nu.$ b) $I = \int_{\nu_1}^{\nu_2} \frac{I_0}{2\Delta\nu} \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi\delta\nu}{c}\right)\right) d\nu = \frac{I_0}{2\Delta\nu} \left[\nu + \frac{c}{2\pi\delta} \sin\left(\frac{2\pi\delta\nu}{c}\right) \right]_{\nu_1}^{\nu_2} = \frac{I_0}{2} \left(1 + \frac{\sin\left(\frac{\pi\delta\Delta\nu}{c}\right)}{\frac{\pi\delta\Delta\nu}{c}} \cos\left(\frac{2\pi\delta\nu_0}{c}\right) \right)$	1 2

	Donc $I = \frac{I_0}{2} \left(1 + \text{sinc}\left(\pi \frac{\delta}{L_c}\right) \cos\left(2\pi \frac{\nu_0}{c} \delta\right) \right)$ avec $L_c = \frac{c}{\Delta \nu}$. On a $\nu = \frac{c}{\lambda} \rightarrow \Delta \nu = c \frac{\Delta \lambda}{\lambda^2} = c \frac{\Delta \lambda}{\lambda_0^2}$ $\rightarrow L_c = \frac{c}{\Delta \nu} = \frac{\lambda_0^2}{\Delta \lambda}$. $C = \left \text{sinc}\left(\frac{\pi \delta}{L_c}\right) \right$	1 1
23)	Allure de $I(\delta)$: Figure 4  On remarque que pour $\delta = L_c$ $I_{\max} = I_{\min}$ et les franges d'interférence disparaissent $C = 0$.	2 1
24)	On a $p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{\delta \nu}{c} \rightarrow dp = \frac{\delta d\nu}{c}$. La variation Δp de l'ordre d'interférence entre le centre du spectre ν_0 et l'extrémité $\nu_0 + \frac{\Delta \nu}{2}$ vaut $\Delta p = \frac{\delta \Delta \nu}{2c}$. Les franges restent visibles pour $\Delta p < \frac{1}{2} \rightarrow \delta < \frac{c}{\Delta \nu} = L_c$. L_c : longueur de cohérence temporelle (longueur du train d'onde), en fait pour $\delta > L_c$ le contraste devient faible et on observe plus d'interférences. Pour une onde monochromatique $L_c = \infty$.	1 1 1 0,5
25)	Au brouillage $L_c = \delta = 2e \Rightarrow e = 2,037 \text{ mm}$. $L_c = \frac{c}{\Delta \nu} \Rightarrow \Delta \nu = \frac{c}{L_c} = 73,6 \text{ GHz}$. $\Delta \lambda = \frac{\lambda_0^2}{L_c} = 0,058 \text{ nm}$.	1 1 1
26)	$\delta = a \sin \theta$, $\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta = \frac{2\pi}{\lambda} a \sin \theta$.	1
27)	$\underline{A} = \underline{A}_1 + \underline{A}_2 + \underline{A}_3 + \dots + \underline{A}_N = A_0 (1 + e^{-i\varphi} + e^{-i2\varphi} + \dots + e^{-i(N-1)\varphi}) = A_0 \frac{1 - e^{-iN\varphi}}{1 - e^{-i\varphi}}$ $\underline{A} = A_0 e^{-i\frac{(N-1)\varphi}{2}} \frac{e^{i\frac{N\varphi}{2}} - e^{-i\frac{N\varphi}{2}}}{e^{i\frac{\varphi}{2}} - e^{-i\frac{\varphi}{2}}} = A_0 e^{-i\frac{(N-1)\varphi}{2}} \frac{\sin(\frac{N\varphi}{2})}{\sin(\frac{\varphi}{2})}$	1 1
28)	$I = \underline{A} \cdot \underline{A}^* = A_0^2 \frac{\sin^2(\frac{N\varphi}{2})}{\sin^2(\frac{\varphi}{2})} = I_0 \frac{\sin^2(\frac{N\varphi}{2})}{\sin^2(\frac{\varphi}{2})}$	1
29)	$I(\varphi)$ est périodique de période 2π. $I(\varphi) = I_{\max}$ est maximum pour $\varphi = 2m\pi$ ou $\delta = m\lambda$, $\rightarrow \sin \theta_{\max} = \frac{m\lambda}{a}$, $m \in \mathbb{Z}$ (interférences constructive). Minimums pour $I(\varphi) = 0 \Rightarrow \sin(\frac{N\varphi}{2}) = 0$ et $\sin(\frac{\varphi}{2}) \neq 0 \Rightarrow \frac{N\varphi}{2} = n\pi$ soit $\varphi = \frac{2n\pi}{N}$. $\sin \theta_{\min} = \frac{2n\lambda}{a}$, n non multiple de N : dans l'intervalle $\varphi \in [0, 2\pi]$ $n \in \{1, 2, \dots, N-1\}$	1 1 1
30)	Le maximum principal $I(0) = I_{\max} = N^2 I_0$. Pour $\varphi = \frac{2n+1}{N} \pi$, $n \in \mathbb{Z}^*$ on a les maximums secondaires.	1 1

	$1^{\text{er}} \text{ max secondaire } \varphi = \frac{3}{N} \pi \rightarrow$ $I'_1 = I_0 \frac{\sin^2(\frac{3\pi}{2})}{\sin^2(\frac{3\pi}{2N})} = \frac{N^2 I_0}{(\frac{3\pi}{2})^2} = 0,045 I_{\text{max}}$ $\rightarrow \frac{I'_1}{I_{\text{max}}} = 0,045 \ll 1.$	$2^{\text{ème}} \text{ max secondaire pour } \varphi = \frac{5}{N} \pi \rightarrow$ $I''_2 = I_0 \frac{\sin^2(\frac{5\pi}{2})}{\sin^2(\frac{5\pi}{2N})} = \frac{N^2 I_0}{(\frac{5\pi}{2})^2} = 0,016 I_{\text{max}}$ $\rightarrow \frac{I''_2}{I_{\text{max}}} = 0,016 \ll 1.$	1 1
	Les intensités des max. secondaires sont négligeables devant I_{max} .		1
31)	Pour N assez grand on observe des pics étroits de largeur $\frac{4\pi}{N}$. Figure 5 		2
32)	Lorsque la lumière est polychromatique, toutes les longueurs d'onde sont regroupées à l'ordre zéro (pic central polychromatique). Aux ordres supérieurs, les différentes longueurs d'ondes qui composent la lumière sont d'autant plus déviées que les ordres augmentent : on observe différents groupes de pics colorés pour chaque ordre d'interférence.		1
33)	a) Pour un pic donné (m fixe) on a : $\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda}$ et $\delta = m\lambda \rightarrow d\delta = m d\lambda \rightarrow d\varphi = 2\pi \frac{d\delta}{\lambda} = 2m\pi \frac{d\lambda}{\lambda}$ $\rightarrow \Delta\varphi = 2m\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda}.$		2
	b) $\Delta\varphi \geq \frac{2\pi}{N} \rightarrow 2m\pi \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \geq \frac{2\pi}{N} \rightarrow \Delta\lambda_{\text{min}} = \frac{\lambda}{mN}.$		2
	c) $N = \frac{\lambda}{\Delta\lambda_{\text{min}}} = 4862.$		1
	d) On retrouve le même ordre de grandeur pour $\Delta\lambda_{\text{min}}$. Mais le réseau est plus efficace pour la mesure de la largeur spectrale. Le pouvoir de résolution du réseau peut augmenter lorsque N et m augmentent, alors que le pouvoir de résolution du Michelson est limité.		0,5 0,5
Problème 2			30
1)	Transfert par conduction : le transfert d'énergie se fait de proche en proche dans un matériau sans déplacement globale de matière : Les particules du secteur le plus chaud se heurtent vivement entre elles et transmettent leur énergie de vibration aux particules voisines : diffusion progressive de l'agitation thermique dans la matière - Transfert par convection : transfert de chaleur entre un solide et un fluide mobile à son contact : transfert thermique qui accompagne les déplacements macroscopiques de la matière dans le fluide. - Transfert par rayonnement : Les particules excitées émettent des ondes électromagnétiques (photons) qui véhiculent de l'énergie.		0,5 0,5 0,5
2)	a) $j(z, t)$ est en $W \cdot m^{-2}$. Loi de Fourier : la densité de flux thermique échangée par conduction est proportionnelle au gradient de température : $\vec{j} = -\lambda \overrightarrow{\text{grad}T} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \vec{e}_z$. λ est la conductivité thermique du matériau.		0,5 0,5

	b) $dU = C dT = \rho c S dz \frac{\partial T}{\partial t} dt = \delta Q = \delta Q_e - \delta Q_s = j(z) S dt - j(z+dz) S dt = -\frac{\partial j}{\partial z} S dz dt \rightarrow$ $-\frac{\partial j}{\partial z} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t} \rightarrow \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{\rho c}{\lambda} \frac{\partial T}{\partial t}.$	1
3)	a) En régime stationnaire : $\frac{d^2 T}{dz^2} = 0 \rightarrow T(z) = Az + B$, A et B deux constantes. $\phi(0) = j(0)S = -\lambda \frac{dT}{dz} S = -\lambda S A = \phi_0 \rightarrow A = -\frac{\phi_0}{\lambda S}$. $T(L) = T_L = AL + B \rightarrow B = T_L + \frac{\phi_0}{\lambda S} L$. $T(z) = \frac{\phi_0}{\lambda S} (L - z) + T_L$	0,5 1 0,5
	b) $\phi_{01} > \phi_{02}$ pour T_L fixe. $T_{01} = T_1(0) = \frac{\phi_{01}}{\lambda S} L + T_L$, $T_{02} = T_2(0) = \frac{\phi_{02}}{\lambda S} L + T_L \rightarrow T_{01} > T_{02}$. 	2
4)	Le flux de chaleur se propage suivant z, et la température intérieure $T(z) = Cz + D$, puisque on est toujours en régime stationnaire $\frac{d^2 T}{dz^2} = 0$. D'après les conditions aux limites on trouve $T(z) = \frac{T_e - T_0}{e} z + T_0 \rightarrow \vec{j}(z) = -\lambda \frac{dT}{dz} \vec{e}_z = \lambda \frac{T_0 - T_e}{e} \vec{e}_z$ et $\phi(z) = j(z)S = \lambda S \frac{T_0 - T_e}{e}$. Interprétation : le flux de chaleur ne dépend pas de z, le flux entrant est égal au flux sortant ce qui vérifie la conservation du flux dans le cas du régime permanent en absence de dissipation.	1 1 0,5
5)	a) En $z = e^-$ on a $\phi(e^-) = \lambda S \frac{T_0 - T_e}{e}$. En $z = e^+$ on a $\phi(e^+) = hS(T_e - T_\infty)$ c'est la loi de Newton. La continuité du flux thermique impose : $\phi(e^-) = \phi(e^+) \rightarrow \lambda \frac{T_0 - T_e}{e} = h(T_e - T_\infty) \rightarrow \left(h + \frac{\lambda}{e}\right) T_e = \frac{\lambda}{e} T_0 + hT_\infty$.	0,5 1,5
	b) Première méthode : $\phi = hS(T_e - T_\infty) = hS \left(\frac{\frac{\lambda}{e} T_0 + hT_\infty}{h + \frac{\lambda}{e}} - T_\infty \right) = \frac{hS \frac{\lambda}{e} (T_0 - T_\infty)}{h + \frac{\lambda}{e}} = \frac{T_0 - T_\infty}{\frac{e}{\lambda S} + \frac{1}{hS}}$.	1