



## Concours Mathématiques et Physique Epreuve de Physique

Date : 05 Juin 2023

Heure : 8 H00

Durée : 4 H

Nbre pages : 08

- L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.
- Tout résultat fourni dans l'énoncé peut être admis et utilisé par la suite, même s'il n'a pas été démontré par le candidat.
- Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.
- L'épreuve comporte quatre parties pouvant être traitées de façon indépendante.

### Données :

- Permittivité diélectrique du vide :  $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \text{ F.m}^{-1}$
- Perméabilité magnétique du vide :  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$
- Conductivité thermique de l'Aluminium :  $\lambda = 230 \text{ SI}$
- Coefficient de Convection air – Aluminium :  $h = 15 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$
- Constante de Boltzmann :  $k_B = 1,38.10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$
- Constante des gaz parfaits :  $R = 8,314 \text{ J.K}^{-1}.\text{mol}^{-1}$
- $ch(x-y) = ch(x)ch(y) - sh(x)sh(y)$
- $sh(x-y) = sh(x)ch(y) - ch(x)sh(y)$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} x^2 e^{-\alpha x^2} dx = \frac{1}{2\alpha} \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$
- On note  $i$  le nombre complexe tel que  $i^2 = -1$

### Première Partie : Ailette de refroidissement

Dans les appareils électriques (générateurs, oscilloscopes...), l'évacuation de l'énergie thermique dégagée par les composants électroniques (transistors, régulateurs, ...) est un élément crucial pour éviter tout surchauffage causant leur dysfonctionnement. Pour cela, le boîtier du composant est monté sur un dissipateur thermique muni d'ailettes de refroidissement permettant un transfert conducto - convectif vers l'air ambiant.

Une ailette de refroidissement est modélisée par un solide homogène, de masse volumique  $\mu$ , de capacité thermique massique  $c_m$  et de conductivité thermique  $\lambda$ , ayant la forme d'un parallélépipède de largeur  $a$ , de longueur  $\ell$  et d'épaisseur  $b$  (Figure 1).

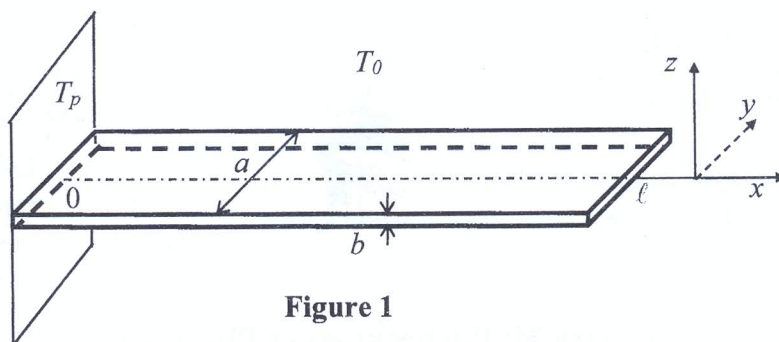


Figure 1

Cette ailette est en contact parfait par sa base  $x=0$  avec la paroi du dissipateur de température uniforme et constante  $T_p$ . Le reste de sa surface est en contact avec l'air à la température constante  $T_0$ . On suppose que la température locale de l'ailette ne dépend que de la variable spatiale  $x$  et du temps  $t$  :  $T(M,t) = T(x,t)$ .

Le flux surfacique du transfert convectif de l'ailette vers l'air est donné par la loi de Newton :  $j_{cc} = h(T(M,t) - T_0)$ , où  $h$  est le coefficient de convection.

**Q1.** Enoncer la loi de Fourier relative au phénomène de conduction thermique en précisant les conditions de sa validité et les unités des différents termes. On note  $\vec{j}_{th}$  le vecteur densité de flux thermique.

**Q2.** En faisant un bilan thermique sur une tranche comprise entre  $x$  et  $x+dx$  de l'ailette, établir l'équation différentielle suivante :

$$\frac{\mu c_m}{\lambda} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} - \frac{(T(x,t) - T_0)}{\ell_c^2}.$$

Exprimer  $\ell_c$  en fonction des données.

**Q3.** Déterminer la dimension de  $\ell_c$  et donner sa signification physique. Calculer sa valeur numérique dans le cas de l'aluminium. Commenter.

On prendra  $a = 30 \text{ mm}$ ,  $\ell = 60 \text{ mm}$  et  $b = 2 \text{ mm}$ .

Dans la suite, on suppose que le régime stationnaire est établi.

**Q4.** Préciser les conditions aux limites en  $x=0$  et  $x=\ell$ .

Montrer que la température  $T(x)$  dans l'ailette vérifie l'équation suivante :

$$\frac{T(x) - T_0}{T_p - T_0} = \frac{ch \left( \frac{\ell - x}{\ell_c} \right) + \frac{h\ell_c}{\lambda} sh \left( \frac{\ell - x}{\ell_c} \right)}{ch \left( \frac{\ell}{\ell_c} \right) + \frac{h\ell_c}{\lambda} sh \left( \frac{\ell}{\ell_c} \right)}$$

**Q5.** En justifiant votre réponse, comparer la puissance totale évacuée par l'ailette dans l'air  $\mathcal{P}_{ailette \rightarrow \text{air}}$  à celle transférée par la paroi du dissipateur vers l'ailette  $\mathcal{P}_{paroi \rightarrow ailette}$ .

Déterminer la puissance thermique totale  $\mathcal{P}_{th}$  évacuée par l'ailette dans l'air.

**Q6.** En déduire l'expression de la résistance thermique  $R_{th}$  de l'ailette définie par  $R_{th} = \frac{T_p - T_0}{\mathcal{P}_{th}}$ .

**Q7.** Donner et interpréter l'expression de  $R_{th}$  dans les cas où  $\ell \gg \ell_c$  et  $\ell \ll \ell_c$ .



**Q8.** Déterminer la puissance thermique  $\mathcal{P}_{th,0}$  évacuée par la surface  $S = ab$  de la paroi du dissipateur dans l'air, en absence de l'ailette.

**Q9.** Définir l'efficacité  $\eta$  de l'ailette et donner son expression en fonction des données du problème.

**Q10.** Calculer la valeur de  $\eta$ . Commenter.

Calculer sa valeur limite  $\eta_{lim}$  dans le cas où  $\ell \gg \ell_c$ . Conclure.

Le coefficient  $h$  du transfert convectif est lié à la variation de la température de l'air en contact avec l'ailette. Cette variation entraîne une modification de son indice de réfraction.

## Deuxième Partie : Effet de la température sur l'indice de l'air

L'étude concerne une onde électromagnétique du domaine visible supposée plane progressive monochromatique de champ électrique  $\vec{E}(M,t) = \vec{E}_0 \exp i(\omega t - \underline{k}x)$  en interaction avec l'air assimilée à un diélectrique linéaire, homogène, isotrope et non magnétique comportant  $N_v$  molécules par unité de volume. En l'absence du champ électromagnétique, chaque molécule d'air, formée de deux atomes, possède un moment dipolaire électrique nul.

Dans cette étude, on adopte le modèle de l'électron élastiquement lié pour lequel chaque atome comporte un électron mobile non relativiste de masse  $m_e$ , de charge  $q = -e$ , de vecteur déplacement  $\vec{r}(t) = \overrightarrow{OM}(t)$  et de vecteur vitesse  $\vec{v}(t)$  dans le référentiel galiléen de centre  $O$ , lié au noyau. Dans le cadre de ce modèle, l'électron est supposé soumis à une force de rappel élastique  $\vec{F}_{rap} = -m_e \omega_0^2 \vec{r}$  et une force d'amortissement fluide  $\vec{F}_{am} = -\frac{m_e}{\tau} \vec{v}$ , où  $\omega_0$  et  $\tau$  sont des constantes positives.

**Q11.** Expliquer brièvement l'origine physique des forces  $\vec{F}_{rap}$  et  $\vec{F}_{am}$ .

**Q12.** Etablir l'équation différentielle vérifiée par  $\vec{r}(t)$ .

**Q13.** Simplifier cette équation en menant certaines approximations à justifier.

**Q14.** En régime sinusoïdal forcé, montrer que le vecteur vitesse d'un électron s'écrit, en notation

complexe  $\underline{\vec{v}}(t) = \frac{-ie\omega}{m_e \left( \omega_0^2 - \omega^2 + i\frac{\omega}{\tau} \right)} \vec{E}_0 \exp(i\omega t)$

**Q15.** Déterminer le vecteur densité volumique de courant électronique  $\vec{J}$ .

**Q16.** En déduire l'expression de la conductivité complexe  $\underline{\gamma}(\omega)$  de l'air définie par  $\vec{J} = \underline{\gamma} \vec{E}$ .

Etudier les cas limites de  $\underline{\gamma}(\omega)$  et préciser sa valeur maximale  $\gamma_0$ .

**Q17.** Ecrire les équations de Maxwell dans l'air.

**Q18.** Montrer que le champ électrique de l'onde électromagnétique vérifie l'équation de propagation suivante :  $\Delta \vec{E} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \underline{\gamma} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \vec{0}$

**Q19.** En déduire la relation de dispersion reliant  $\underline{k}^2$  et  $\omega$ .

**Q20.** L'indice complexe  $\underline{n}$  du milieu est défini par  $\underline{k}^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \underline{n}^2$ , avec  $\mu_0 \epsilon_0 c^2 = 1$ . Montrer que

$$\underline{n}^2 = 1 + \frac{2\omega_p^2}{\omega_0^2 - \omega^2 + i\frac{\omega}{\tau}}, \text{ où } \omega_p \text{ est une pulsation caractéristique du milieu que l'on déterminera.}$$

**Q21.** L'indice complexe peut se mettre sous la forme  $\underline{n} = n' - i n''$ . Dans le cas de l'air peu dense vérifiant  $\omega_p \ll \omega_0$ , montrer que :

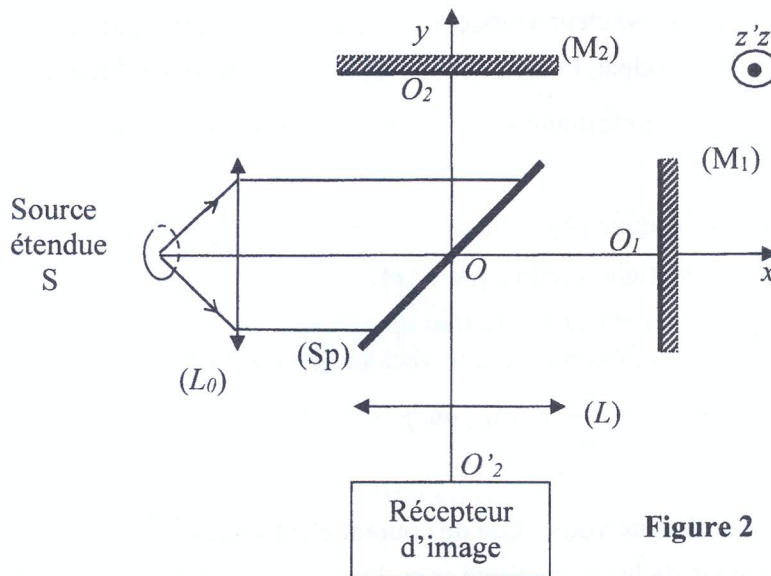
$$n' = 1 + \frac{\omega_p^2 (\omega_0^2 - \omega^2)}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2} \quad \text{et} \quad n'' = \frac{\frac{\omega}{\tau} \omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega}{\tau}\right)^2}$$

**Q22.** Pour une onde électromagnétique du domaine visible, vérifiant la condition  $\frac{1}{\tau} \ll \omega \ll \omega_0$ , montrer que l'indice de réfraction de l'air, assimilé à un gaz parfait, vérifie la loi de Gladstone :  $n(T, P) = 1 + a_0 \frac{P}{T}$ , où  $P$  est la pression,  $T$  la température et  $a_0$  une constante à déterminer.

### Troisième Partie : Mesure optique du coefficient de convection

Un interféromètre de Michelson est constitué de deux miroirs plans ( $M_1$ ) et ( $M_2$ ) initialement orthogonaux l'un à l'autre et d'une lame semi-réfléchissante et non absorbante dite séparatrice (Sp) (**Figure 2**). Cette lame, inclinée de  $45^\circ$  par rapport aux normales à ( $M_1$ ) et ( $M_2$ ) n'introduit aucun déphasage supplémentaire.

Le dispositif plonge dans l'air dont l'indice de réfraction est  $n_0 = n(T_0, P_0)$  à la température  $T_0 = 20^\circ\text{C}$  et à la pression  $P_0 = 1\text{ atm}$ .



**Figure 2**

L'interféromètre de Michelson, se trouvant initialement en contact optique ( $OO_1 = OO_2$ ), est éclairé par une source étendue  $S$  monochromatique de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0 = 546\text{ nm}$ , placée au foyer objet d'une lentille convergente ( $L_0$ ).

On fait tourner le miroir ( $M_2$ ) autour de l'axe ( $O_2 z$ ) de sorte qu'il forme avec ( $M'_1$ ), image de ( $M_1$ ) à travers (Sp), un dièdre d'arête ( $O_2 z$ ) et d'angle  $\alpha$  faible (configuration « coin d'air »).

**Q23.** En utilisant le schéma équivalent du dispositif, faire une figure montrant les rayons qui interfèrent. Préciser le lieu de localisation des franges.

**Q24.** En prenant le point  $O_2$  comme origine des abscisses, déterminer la différence de marche  $\delta(M)$  entre les rayons qui interfèrent en un point  $M$  d'abscisse  $x$ .

**Q25.** Décrire brièvement la figure d'interférence observée.