

Problème 1



I - Préliminaire :

1°) $\text{div } \vec{E}(M,t) = \frac{\rho(M,t)}{\epsilon_0}$
 $\text{div } \vec{B}(M,t) = 0$

$\text{rot } \vec{B}(M,t) = \mu_0 \vec{j}(M,t) + \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}(M,t)}{\partial t}$
 $\text{rot } \vec{E}(M,t) = - \frac{\partial \vec{B}(M,t)}{\partial t}$

2°) $\text{div}(\text{rot } \vec{B}) = 0 \Rightarrow \text{div } \vec{j}(M,t) + \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} (\text{div } \vec{E}(M,t)) = 0$
 $\Rightarrow \text{div } \vec{j}(M,t) + \frac{\partial \rho(M,t)}{\partial t} = 0$

3°) $\rho(M,t) = 0 ; \vec{j}(M,t) = \vec{0} ; \text{rot}(\text{rot } \vec{E}) = \text{rot}(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}) \Rightarrow \text{grad}(\text{div } \vec{E}) - \Delta \vec{E}$
 $\Rightarrow \Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ de même $\Delta \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}$

4°) $\vec{E}(x,t) = \vec{E}_1(t - \frac{x}{c}) + \vec{E}_2(t + \frac{x}{c})$
 $\vec{B}(x,t) = \vec{B}_1(t - \frac{x}{c}) + \vec{B}_2(t + \frac{x}{c})$

pour l'onde $(\vec{E}_1, \vec{B}_1)$:

$\text{div } \vec{B}_1 = 0 \Rightarrow \vec{u}_x \cdot \vec{B}_1 = 0$
 $\text{div } \vec{E}_1 = 0 \Rightarrow \vec{u}_x \cdot \vec{E}_1 = 0$
 $\text{rot } \vec{E}_1 = -\frac{\partial \vec{B}_1}{\partial t} \Rightarrow \vec{B}_1 = \frac{\vec{u}_x \wedge \vec{E}_1}{c}$
 $\text{rot } \vec{B}_1 = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}_1}{\partial t} \Rightarrow \vec{E}_1 = c \vec{B}_1 \wedge \vec{u}_x$

structure :

* $(\vec{E}_1, \vec{B}_1)$ est transversal
 * $\vec{E} = E \vec{u}_x, \vec{B}$ forment un trièdre direct

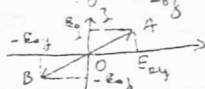
II - Etats de polarisation

5°) $\vec{B} = \frac{\vec{u}_x \wedge \vec{E}}{c} = \begin{pmatrix} B_x = 0 \\ B_y = -\frac{E_0 z}{c} \cos(\omega t - kx - \varphi) \\ B_z = \frac{E_0 y}{c} \cos(\omega t - kx) \end{pmatrix} / (\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$

6-1) c'est l'ensemble des points d'une courbe fermée bien déterminée décrite par l'extrémité du vecteur champ électrique $\vec{E}$ dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation.

6-2) $\frac{E_x}{E_0 x} = \cos(\omega t - kx) ; \frac{E_z}{E_0 z} = \frac{E_x}{E_0 x} \cos \varphi + \sin(\omega t - kx) \sin \varphi$
 $\cos^2(\omega t - kx) + \sin^2(\omega t - kx) = 1 \Rightarrow \left(\frac{E_x}{E_0 x}\right)^2 + \left(\frac{E_z}{E_0 z}\right)^2 - \frac{2 E_x E_z}{E_0 x E_0 z} \cos \varphi = \sin^2 \varphi$

7°) a°) $\varphi = 0 \Rightarrow E_y = \frac{E_0 y}{E_0 z} E_z$: polarisation rectiligne.



L'extrémité de $\vec{E}$ décrit sinusotalement dans le temps le segment $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow O \rightarrow A$

$$\frac{1}{L_3} = -\frac{4}{3} \pi R^3 g = -m_\pi^2 g \quad \dots \dots \dots$$

m^* : masse du fluide déplacé

l'impératrice la pousse d'Arkenau
(cette pauvre âme éprise par la pitié de l'espérance)

7-4) fine de troisième année: paradoxe de d'Alembert.

le pasteur Steplien par le biais du compte de la mission de
plaisir. L'un de la surface, elle me dirais être négligé par un public mal,

III - Fluida nař

8) 8-1) origine misconception de force de viscosité : beaucoup d'effort de quantité de mort entre les couches du filaire, la couche la plus lente /hard a -valent la plus rapide et inversement (certaines hautes vitesses non mesurées).

8-2) Re st le rapport du manifeste de quantité de nut par cuivre et le rapport de quantité de nut par chaux.

$$R_e = \frac{\rho_{\text{avechm}}}{\rho_{\text{diffusin}}} = \frac{\rho \cdot d \cdot v}{\eta}$$

d: diamètre caractéristique
de l'orbicelle ou de la cuticule.
ex: pour la sphère, $d = 2R$.

Pour un écoulement dense, le pout inférieur n'est écoulement est

Lam'nae du Pacific Re

- $\text{Frob}^{\text{alg}}_{\text{Re}} (\text{Re} \ll 1)$: production of $\mathcal{P}$ diffusive
 → equivalent to remain.

1) Grand Re (Re) 1 : présidence de Parvashin

Autour d'un objet, la structure de l'école vient d'une place incompressible me disant que de Re.

9-9) $\rho_c < 1$: pour ν faible ou η élevée

3-2) $\|(\vec{\nabla} \cdot \vec{\rho ad}) \vec{\nabla}\|$ si da l'ordine de $\frac{V_0^2}{\epsilon}$

$$\|\Delta \vec{v}\| \quad \text{scale} \quad \text{distance} \quad \frac{v_0}{\frac{1}{2}}$$

$$\left(\frac{e \cdot v_0/d}{\eta \cdot v_0^2} \ll 1 \right) \Rightarrow \text{the magnetic}$$

Equation locale linéaire: $g(\vec{a})L = \eta \vec{\Delta V} + \rho \vec{g} = \eta \vec{\Delta V} - \vec{g} \frac{\partial L}{\partial g}(\rho g x)$.

9-3) La perturbation apportée à γ_0 est de plus grande importance que celle dans I à cause du terme en $\frac{1}{r}$. Les lignes de courant sont plus déformées que dans le cas d'un fluide parfait.

Condition on $\mathbf{E}_0$: $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t}$

$$v = R, \quad v = 0 \text{ from last } t.$$

3-4) Fluida incompressibile: $\text{div } \vec{v} = 0 \Rightarrow \Delta \vec{v} = -\vec{\text{rot}}(\text{rot } \vec{v})$

$$\Rightarrow \Delta \vec{V} = \frac{3Rv_0}{2r^3} (\cos \theta \vec{u}_r + \sin \theta \vec{u}_\theta) = -\vec{g}_{rad} \left(\frac{3Rv_0}{2} \cdot \frac{\cos \theta}{r^2} \right)$$

$$\frac{D}{Dt} + \rho g x = -\eta \frac{3 R V_0}{2} \frac{\cos \varphi}{r^2} + \frac{2}{r_0}$$

3-5) $\Pi \in \mathcal{A}^{\text{la}}$ surface de la sphère : $P(r) = P_0 - \frac{3\gamma V_0 \cos \theta}{2R} - \rho g R \sin \varphi$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m \dot{r}^2 \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m \dot{r}^2 \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m \dot{r}^2 \right)$$

Contribuim à la
force de l'œuvre
passée
à l'avenir de

$$d\vec{r}_{out} = \eta \left(\frac{\partial \vec{y}_\theta}{\partial \vec{r}} \right)_{\vec{r}=\vec{R}} d\vec{S} = R^2 \frac{\sin \theta d\theta d\varphi}{\cos \theta} \vec{r}_\theta$$

$$\Rightarrow \boxed{F_{\text{ons}} = 4 \pi \eta R V_0 \quad 4\beta}$$

$\Gamma_T : \text{para de mo\u00fas}$
 $\Gamma_T = \Gamma_{\text{m\u00fas}} + \Gamma_{\text{p\u00e2}}$
 $\Gamma_{\text{m\u00fas}} = 6 \pi \eta \cdot R \cdot Y_0$
 $\dots$
 05

cette force est causée par la viscosité; $\delta' \eta = 0$, $\vec{F}_E = \vec{0}$.

de s'inscrire s'entraîne nécessairement à l'égard
une levée totale du paradoxe de l'Alembert. ---

Formula de schimb:

- Fluida sau nepos a lui $\vec{v}_i$ -----
- La sfera ne deplase a $\vec{v}_i = c\vec{v}$ -----

$\Rightarrow$ on obtient la m forme par changement de repère ($\vec{v}_0$ au lieu de $\vec{u}_0$)

$$\boxed{\vec{T}_5 = -6\pi\eta R \vec{\gamma}_5}$$

0.25	
------	--

0.5

0.5

02

02,5

73

0.5

0.5

0.5

015

5-2) $\phi(r, \theta) = f(r) \cos \theta$

$\Delta \phi = 0 \Rightarrow \left[\frac{d^2 f(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{df(r)}{dr} - \frac{2f(r)}{r^2} \right] \cos \theta = 0$, valable $\forall \theta$ et $\forall r$

$\Rightarrow f(r)$ vérifie l'équation: $\frac{d^2 f(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{df(r)}{dr} - \frac{2f(r)}{r^2} = 0$

5-3) $u = \ln(r) \Rightarrow \frac{d\phi}{dr} = e^{-u} \frac{d\phi}{du}$

l'équation différentielle devient: $\frac{d^2 \phi(u)}{du^2} + \frac{d\phi(u)}{du} - 2\phi(u) = 0$

$\Delta = 9 > 0 \Rightarrow \phi(u) = C_1 e^u + C_2 e^{-2u}$

$\Rightarrow \phi(r) = C_1 r + \frac{C_2}{r^2}$

5-4) $\phi(r, \theta) = \left(C_1 r + \frac{C_2}{r^2} \right) \cos \theta$; $\vec{V} = \left(C_1 - \frac{2C_2}{r^3} \right) \cos \theta$

$-(C_1 + \frac{C_2}{r^3}) \sin \theta$ $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\phi)$

• si $r \rightarrow \infty$, $\vec{V} = \vec{V}_0 \Rightarrow C_1 = V_0$

• pour $r = R$; $\vec{V} \cdot \vec{u}_r = 0 \Rightarrow C_2 = \frac{V_0 R^3}{2}$

d'où $\phi(r, \theta) = V_0 \left(r + \frac{R^3}{2r^2} \right) \cos \theta$

$\vec{V} \begin{vmatrix} V_0(1 - \frac{R^3}{r^3}) \cos \theta \\ -V_0(1 + \frac{R^3}{2r^3}) \sin \theta \\ 0 \end{vmatrix}$ $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\phi)$

• pour $r = R$, $V_r = 0$, $V_\theta = -\frac{3}{2} V_0 \sin \theta$, V_ϕ stricte pour $\theta = 0$ et $\theta = \pi$

• $V^2 = V_0^2 \left[\left(1 + \frac{R^3}{r^3} + \frac{R^6}{4r^6} \right) - \frac{3R^3}{r^3} \left(1 - \frac{R^3}{4r^3} \right) \cos^2 \theta \right]$

donc pour r fixe: V est maximal pour $\cos^2 \theta = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$ ou $\frac{3\pi}{2}$

et pour $\theta = \frac{\pi}{2}$ ou $\frac{3\pi}{2}$, V est une fonction qui décroît avec r

$\Rightarrow V$ est maximal pour $r = R$ et $V_{\max} = \frac{3}{2} V_0$

14-3) la rayonnement incident s'agit d'une onde incidente (lumière)

$\Rightarrow \vec{u} \sim e^{i(kx - \omega t)}$, x est la distance de la source lumineuse au point

de mesure $x = \frac{2\pi x}{\lambda} \ll 1$ car $\lambda \gg x \Rightarrow \frac{x}{\lambda} \ll 1$ si $\frac{x}{\lambda} \ll 1$ pour l'approximation

14-4) $\vec{u} = \frac{-e E_0 e^{i(kx - \omega t)}}{m(\omega^2 - \omega_c^2 + \frac{i\gamma\omega}{2})}$ $\Rightarrow \vec{P} = \frac{\vec{P}_0}{1 - (\frac{\omega_c}{\omega})^2 + \frac{i\gamma}{2\omega}}$, $\vec{P}_0 = \frac{e^2 E_0^2}{m\omega^2}$

14-5) $\frac{1}{2} \langle u \cdot u \rangle = \frac{1}{2} \langle \vec{P} \cdot \vec{P} \rangle = \frac{e^2}{m\omega^2} \langle \vec{E}_0 \cdot \vec{E}_0 \rangle = \frac{e^2}{m\omega^2} \langle \vec{P} \cdot \vec{P} \rangle = \frac{e^2}{m\omega^2} \langle \vec{P}_0 \cdot \vec{P}_0 \rangle$

14-6) la distance minimale est bien sûr dans l'axe centrale $\frac{1}{2} = 10^{-3} \text{ m}$ et

14-7 val $10^{-1} \Rightarrow$ on peut approx pour 14-5: $\frac{\omega_c}{\omega} \sim 16 \Rightarrow$ la distance

est 16 fois plus élevée que la longueur $\Rightarrow$ on peut approx les calculs

avec ces val

15-1) • la direction de polarisation de l'onde incidente, l'observateur

B ne mesure dans le plan équatorial du dipôle qu'un résultat (110°)

ou 110° $\Rightarrow$ pour B, la lumière ne sera pas polarisée.

• l'observateur A, reçoit l'onde rayonnée par le dipôle

et mesure selon (0°) $\Rightarrow$ pour A, la lumière sera polarisée rectiligne

(si le champ de vision est large, cette polarisation n'est pas parfaite)

Dans ce cas, l'onde incidente n'est pas polarisée à l'échelle

de l'observateur selon (0°) et (90°).

15-2) a) l'image devient plus rayonnée

b) la lumière diffusée latéralement s'ajoute avec la lumière

c) direction (0°): lumière non polarisée

direction $\perp$ à (0°): lumière partiellement polarisée

direction rectiligne

16) lignes noires de la zone: $\alpha = 0$ et $\alpha = \pi$

explication: angles θ et ϕ sont π car l'onde incidente est polarisée

5-2) $\phi(r, \theta) = f(r) \cos \theta$
 $\Delta \phi = 0 \Rightarrow \left[\frac{d^2 f(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{df(r)}{dr} - \frac{2f(r)}{r^2} \right] \cos \theta = 0$, valable $\forall \theta$ et $\forall r$.
 $\Rightarrow f(r)$ vérifie l'équation: $\frac{d^2 f(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{df(r)}{dr} - \frac{2f(r)}{r^2} = 0$

5-3) $u = \ln(r) \Rightarrow \frac{du}{dr} = \frac{1}{r}$
 l'équation différentielle devient:
 $\frac{d^2 f(u)}{du^2} + \frac{df(u)}{du} - 2e^{2u} = 0$
 $\Delta = 9 > 0 \Rightarrow f(u) = C_1 e^u + C_2 e^{-2u}$
 $\Rightarrow f(r) = C_1 \cdot r + \frac{C_2}{r^2}$

5-4) $\phi(r, \theta) = \left(C_1 r + \frac{C_2}{r^2} \right) \cos \theta$; $\vec{V} = \left(C_1 - \frac{2C_2}{r^3} \right) \cos \theta$
 $-\left(C_1 + \frac{C_2}{r^3} \right) \sin \theta$
 • si $r \rightarrow \infty$, $\vec{V} = \vec{V}_0 \Rightarrow C_1 = V_0$
 • pour $r = R$; $\vec{V} \cdot \vec{u}_r = 0 \Rightarrow C_2 = \frac{V_0 R^3}{2}$

d'où $\phi(r, \theta) = V_0 \left(r + \frac{R^3}{2r^2} \right) \cos \theta$
 $\vec{V} = \left[V_0 \left(1 - \frac{R^3}{r^3} \right) \cos \theta \right]$
 $-\left[V_0 \left(1 + \frac{R^3}{2r^3} \right) \sin \theta \right]$
 • pour $r = R$, $V_r = 0$, $V_\theta = -\frac{3}{2} V_0 \sin \theta$, V_θ est nulle pour $\theta = 0$ ou $\theta = \pi$
 $\Rightarrow$ deux pts d'arrêt: A et B.
 $\vec{V}_A = \vec{V}_B = 0$

•) $V^2 = V_0^2 \left[\left(1 + \frac{R^3}{r^3} + \frac{R^6}{4r^6} \right) - \frac{3R^3}{r^3} \left(1 - \frac{R^3}{4r^3} \right) \cos^2 \theta \right]$
 donc pour r fixé: V est maximal pour $\cos^2 \theta = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}$ ou $\theta = \frac{3\pi}{2}$
 et pour $\theta = \frac{\pi}{2}$ ou $\frac{3\pi}{2}$, V est une fonction qui décroît avec r
 $\Rightarrow V$ est maximal pour $r = R$ et $V_{\max} = \frac{3}{2} V_0$

14-3) Le rayonnement incident s'étant dans le domaine visible (lumière)
 $\Rightarrow \lambda \sim 0,4 \mu m$, x est le double de la taille atomique $x \sim 0,2 \text{ nm}$
 (10^{-4} nm)
 $kx = 2\pi \frac{x}{\lambda} \ll 1$ car $\lambda \gg x \Rightarrow \vec{E}$ est quasiment uniforme sur
 un rayon de l'atome

14-4) $\vec{r} = \frac{-e E_0 e^{i\omega t}}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)}$
 $\Rightarrow \vec{p} = \frac{e^2 E_0}{1 - (\frac{\omega}{\omega_0})^2 + i \frac{\gamma}{2\omega_0}}$, $\vec{p} = \frac{e^2 E_0}{m\omega_0^2}$

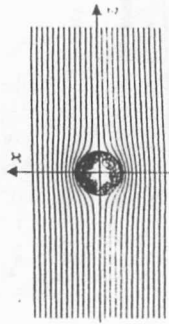
14-5) $\frac{1}{2} \leq \omega \leq \omega_0$: $\vec{p} = \frac{e^2 E_0}{m\omega_0^2} e^{i\omega t} \Rightarrow \vec{p} = \frac{e^2 E_0}{m\omega_0^2}$
 b) $P_0 = \frac{e^2 E_0^2}{m\omega_0^2} \Rightarrow D = \frac{e^4 E_0^2}{12 \pi m^2 c^3 \epsilon_0} \left(\frac{\lambda_0}{\lambda} \right)^4$

14-6) Le domaine visible est bien situé dans l'intervalle $\frac{1}{2} = 10^{-3}$ et
 $10^{-17} \text{ rad s}^{-1} \Rightarrow$ on peut appliquer 14-5): $\frac{P_{\text{théor}}}{P_{\text{rayon}}}$
 est 16 fois plus diffusé que le rouge $\Rightarrow$ l'on peut expliquer la couleur
 bleu du ciel

15) 15-1) • La direction de polarisation de l'onde incidente, l'observateur
 B se trouve dans le plan équatorial du dipôle qui se réoriente (110°)
 au 110° $\Rightarrow$ pour B, la lumière ne sera pas polarisée.
 • L'observateur A, reçoit l'onde réémise par le dipôle
 engendré selon (oy) $\Rightarrow$ pour A, la lumière sera polarisée rectilinéairement
 (si le champ de vision est large, cette polarisation n'est pas parfaite).
 Dans ce cas, l'observateur, l'onde incidente non polarisée a été
 sélectionnée selon (oy) et (oz).

15-2) a) l'image devient plus rougeâtre
 b) la lumière diffusée latéralement est plus riche en bleu
 c) direction (ox): lumière non polarisée
 direction (oy ou oz): lumière partiellement polarisée
 d'une façon rectiligne

16) lignes neutres de lame: $\alpha = 0$ et $\alpha = \frac{\pi}{2}$
 expériences: Analyseur A + polariseur I verticaux. On introduit la lame entre A et P, on
 la tourne dans un plan jusqu'à avoir extinction $\rightarrow$ la lame est à 45° et l'axe de la lame est à 45°

Écoulement du fluide parfait
autour d'une sphère

la perturbation apportée à $\vec{v}_0$ est en $\frac{1}{r^3}$, elle est de faible portée. Au voisinage de la sphère est pour θ voisin de $\pi/2$, les lignes de courant se croisent.

6-1) Equation d'Euler: $\vec{b}_{ext} = \frac{d\vec{F}_{ext}}{dt}$
 $\rho \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} \right] = -\text{grad} p + \vec{F}_{ext}$

6-2) $\vec{b}_{ext} = \rho \vec{g}$, $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \vec{0}$, $\rho = \text{cte}$
 $\vec{b}_{ext} = \text{grad}(-\rho g x)$; $(\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} = \text{grad}(\frac{v^2}{2}) - \vec{v}_1 \text{rot} \vec{v}$
 $\Rightarrow \rho [\text{grad}(\frac{v^2}{2}) - \vec{v}_1 \text{rot} \vec{v}] + \text{grad}(p + \rho g x) = \vec{0}$
 $\Rightarrow \vec{v} \cdot \text{grad}(p + \rho g x + \rho \frac{v^2}{2}) = 0 \Rightarrow$

$p + \rho g x + \rho \frac{v^2}{2} = \text{cte}$
 le long d'une ligne de courant

* si de plus l'écoulement est irrotationnel: $\text{rot} \vec{v} = \vec{0}$
 $\text{grad}(p + \rho g x + \rho \frac{v^2}{2}) = 0 \Rightarrow$

dans tout le fluide
 * la relation de Bernoulli exprime la conservation de l'énergie mécanique:
 p : travail par unité de volume des forces de pression
 $\rho g x$: énergie potentielle par unité de volume
 $\rho \frac{v^2}{2}$: " " cinétique

7-1) Bernoulli: $p_0 + \rho \frac{v_0^2}{2} = p_g$

7-2) $p_H + \rho \frac{v^2}{2} + \rho g x = p_B = p_0 + \rho \frac{v_0^2}{2}$; $x = R \sin \theta \cos \varphi$

et $\vec{v} = -\frac{3}{2} v_0 \sin \theta \vec{u}_\theta$ (Hérisphère) $\Rightarrow p_H = p_0 + \rho \frac{v_0^2}{2} - \frac{9}{8} \rho v_0^2 \sin^2 \theta$
 $- \rho g R \sin \theta \cos \varphi$

7-3) $d\vec{F} = R^2 \sin \theta d\theta d\varphi \vec{u}_r = R^2 \sin \theta d\theta d\varphi \frac{\sin \theta \vec{u}_1 + \cos \theta \vec{u}_2}{\sin \theta}$

$d\vec{F} = -p(\vec{u}) d\vec{S} = d\vec{F}_1 + d\vec{F}_2 + d\vec{F}_3$

$d\vec{F}_1 = - (p_0 + \rho \frac{v_0^2}{2}) d\vec{S} \Rightarrow \vec{F}_1 = \vec{0}$

$d\vec{F}_2 = -\frac{9}{8} \rho v_0^2 \sin^2 \theta d\vec{S} \Rightarrow \vec{F}_2 = \vec{0}$

$d\vec{F}_3 = \rho g R \sin \theta \cos \varphi d\vec{S} \Rightarrow \vec{F}_3 = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho g \vec{u}_z$