



Concours Mathématique – Physique et Physique – Chimie
Epreuve de Sciences et Techniques de l'Ingénieur

Date : 11 juin 2004 Heure : 8 H Durée : 3 H Nbre de pages : 14
Barème : Partie A : Conception (7 pts) Partie B : Mécanique (7 pts) Partie C : Automatique (6 pts)

Remarques :

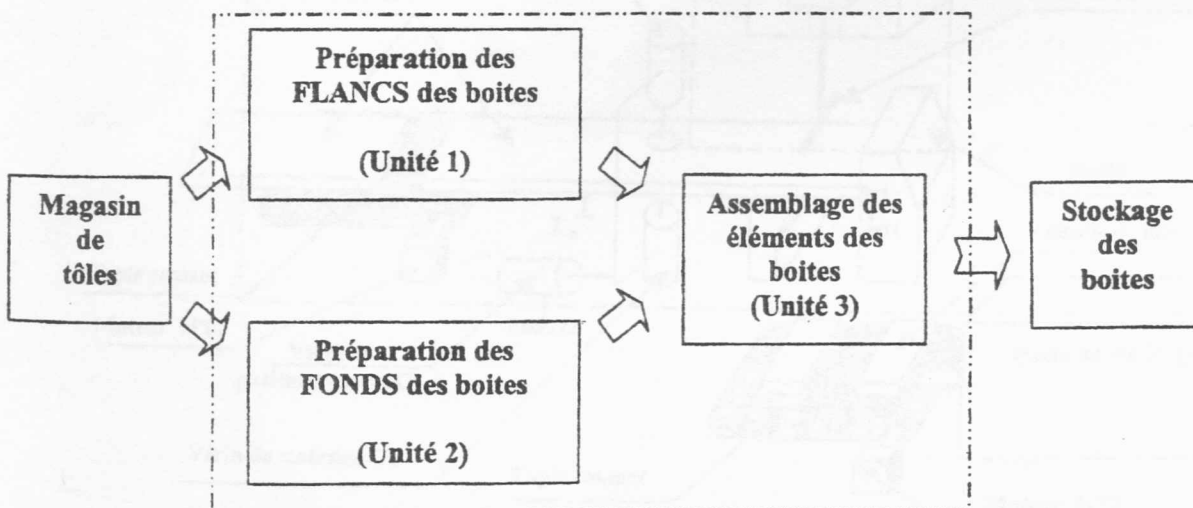
- 1/ Les parties A, B et C sont indépendantes et doivent être rédigées sur des feuilles séparées.
- 2/ Les documents réponses DR1, DR2, DR3 et DR4 sont à rendre en fin d'épreuve.
- 3/ L'usage d'une calculatrice programmable est interdit.

CHAÎNE DE FABRICATION DE BOITES METALLIQUES
Mécanisme de découpage

Présentation :

Le système faisant l'objet de cette étude est une chaîne de fabrication industrielle. Elle sert à produire des boîtes cylindriques, en tôle spéciale mince, destinées à l'emballage des conserves (confitures, tomates, thon, etc....). Cette chaîne est composée principalement de trois unités qui concernent respectivement la préparation des fonds des boîtes, la préparation des flancs des boîtes et leur assemblage. Les deux premières unités fonctionnent en parallèle et fournissent la matière d'œuvre à la troisième.

Le diagramme suivant résume les différentes étapes de production :



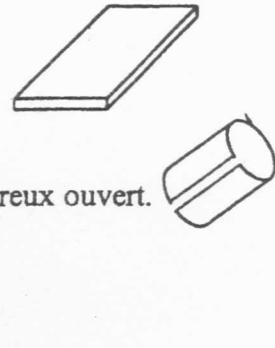
Chaîne de fabrication de boîtes en tôle

Dans ce travail, on se limite à l'étude du poste de découpage (poste 1) de l'unité 1 :
« **PREPARATION DES FLANCS DES BOITES EN TOLES** ».

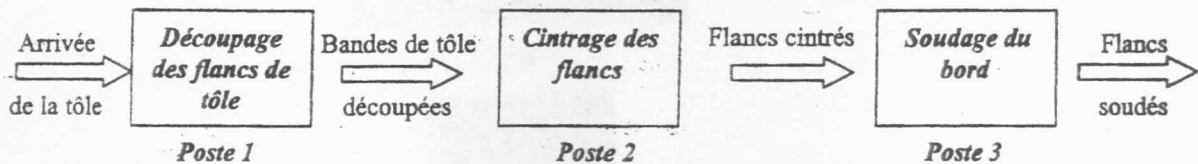
Fonctionnement de l'unité 1 :

La préparation des flancs des boîtes en tôle s'effectue essentiellement en trois étapes :

- **Découpage des flancs de tôle :**
on obtient des bandes de forme rectangulaire.
- **Cintrage des flancs :**
c'est le pliage de la bande sous forme d'un cylindre creux ouvert.
- **Soudage du bord :**
on obtient un cylindre creux continu.



Le diagramme suivant illustre ces différentes opérations :



Fonctionnement du poste de découpage (poste 1) :

Les plaques de tôles initialement préparées sont déplacées vers le poste de découpage par l'intermédiaire d'un tapis roulant entraîné par un moteur (MT1). L'action simultanée de deux vérins (C2) et (C3) sur la tôle, assure son maintien en position sous le mécanisme de découpage. Une fois la bande découpée, elle tombe sur un deuxième tapis roulant pour l'amener au deuxième poste de cintrage (figure 1).

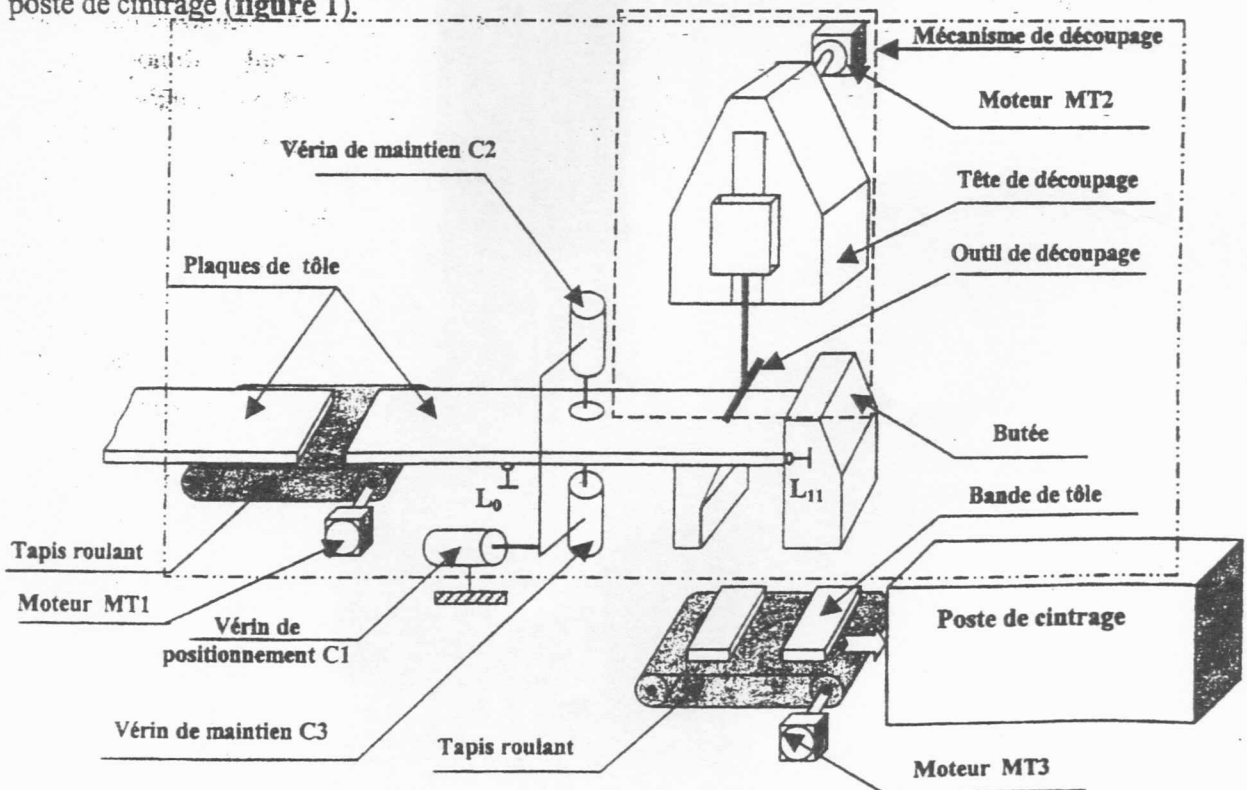
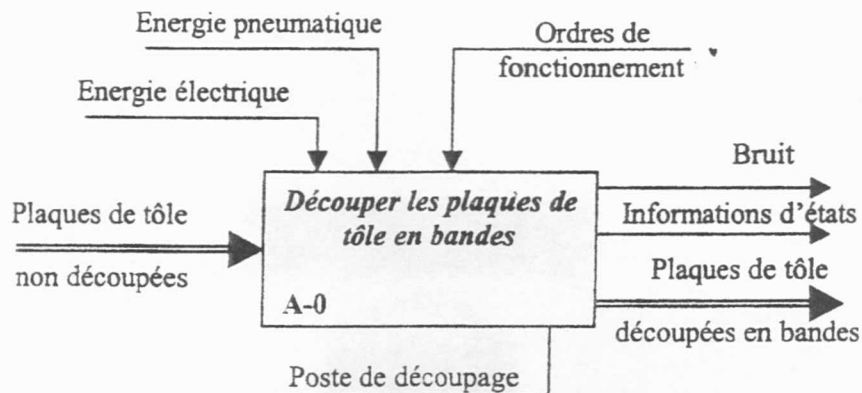


Figure 1 : Poste de découpage

Partie A : TECHNOLOGIE DE CONCEPTION

A-I- Analyse fonctionnelle du poste de découpage :

La description fonctionnelle générale du poste de découpage est ébauchée sur le document suivant par le niveau A-0.



Le poste de découpage est principalement constitué de :

- un tapis roulant + moteur d'entraînement (MT1) ;
- un ensemble de vérins pneumatiques (C1), (C2) et (C3) : pour positionner et maintenir la plaque sous le mécanisme de découpage ;
- un mécanisme de découpage : pour découper les plaques de tôle en bandes .

A-I-1- Le niveau A-0 relatif à la fonction globale « *Découper les plaques de tôle en bandes* » se décompose en trois niveaux. En utilisant les données de présentation générale du poste de découpage, compléter l'actigramme niveau A0 sur le document réponse DR1.

Le mécanisme de découpage est composé de :

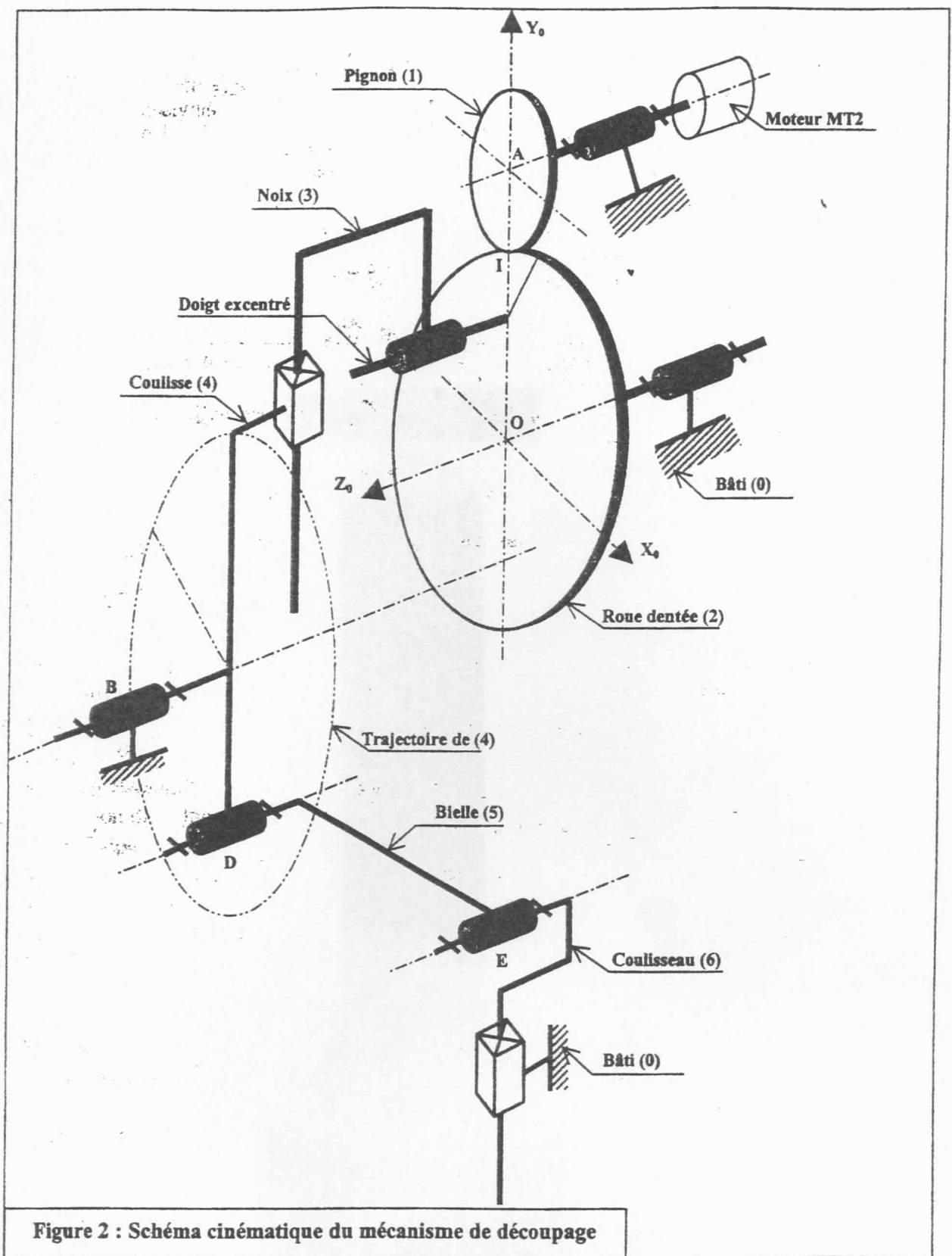
- un moteur électrique (MT2) ;
- un réducteur à engrenages permettant de réduire la vitesse de rotation ;
- un organe de transformation du mouvement de rotation en un mouvement de translation alternative;
- un outil de coupe permettant d'assurer l'opération de découpage.

A-I-2- Le niveau A3 relatif à la fonction principale « *Couper les plaques de tôle* », qui sera assurée par le mécanisme de découpage, se décompose à son tour en quatre niveaux, compléter sur le document réponse DR2 l'actigramme niveau A3.

A-II- Etude de conception :

Le mécanisme de découpage est modélisé par le schéma cinématique minimal de la **figure 2**. Cette représentation spatiale décrit le fonctionnement du système. Le mouvement d'entrée est une rotation provenant du moteur MT2. Le mouvement de sortie est une translation alternative au niveau du coulisseau porte outil (6).

Répondre aux questions posées sur le document réponse DR3.



A-III- Etude graphique :

On donne le dessin en perspective de la pièce (4). Compléter le dessin de définition de cette pièce sur le document réponse **DR4** par :

- A-III- 1- la vue de face ;
- A-III- 2- la vue de gauche en coupe A-A ;
- A-III- 3- la vue de dessous ;
- A-III- 4- la section sortie B-B.

Session : .. Juin .2004 Concours : ...MP – PC..

Ne rien écrire
ici

Epreuve :STI.....

Nom : Prénom (s) :

Institution d'origine :

Identification :

--	--	--	--	--	--	--	--

Série :

--	--	--	--

N° de la
feuille

Total des doubles
Feuilles remises

Document réponse DR1

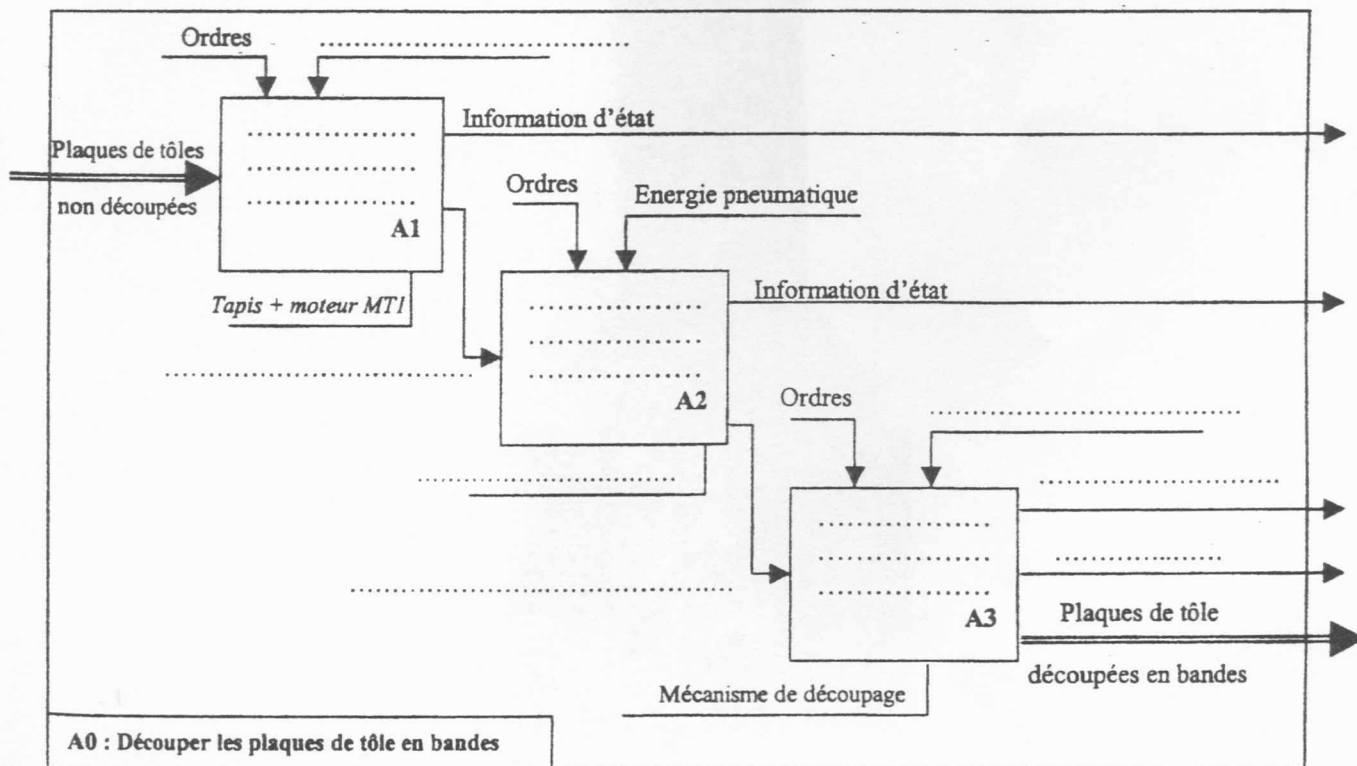
N° de la
feuille

Total des doubles
Feuilles remises

Partie A : TECHNOLOGIE DE CONCEPTION

A-I- Analyse fonctionnelle du poste de découpage :

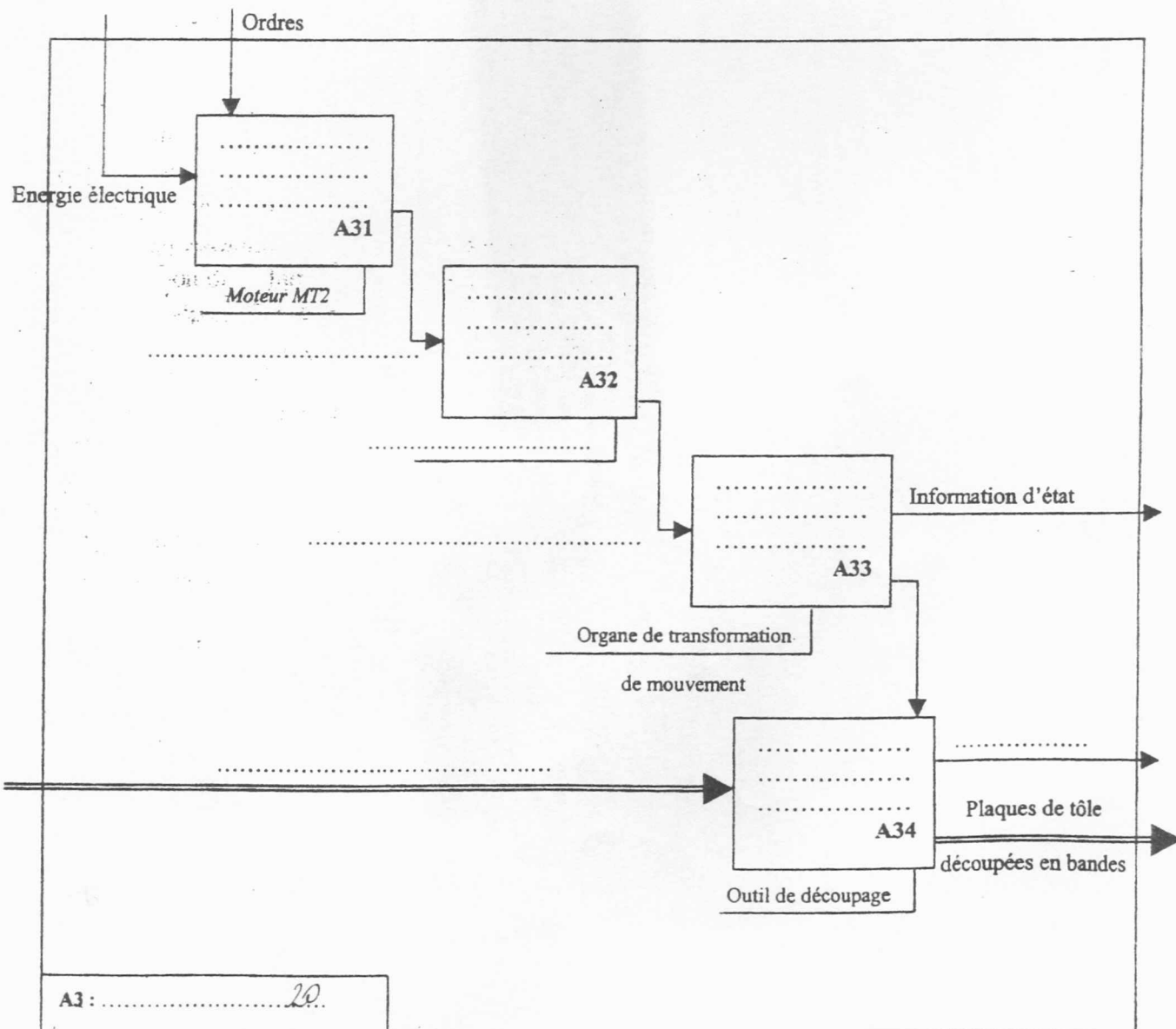
A-I-1. Actigramme niveau A0 : Compléter les éléments manquants :

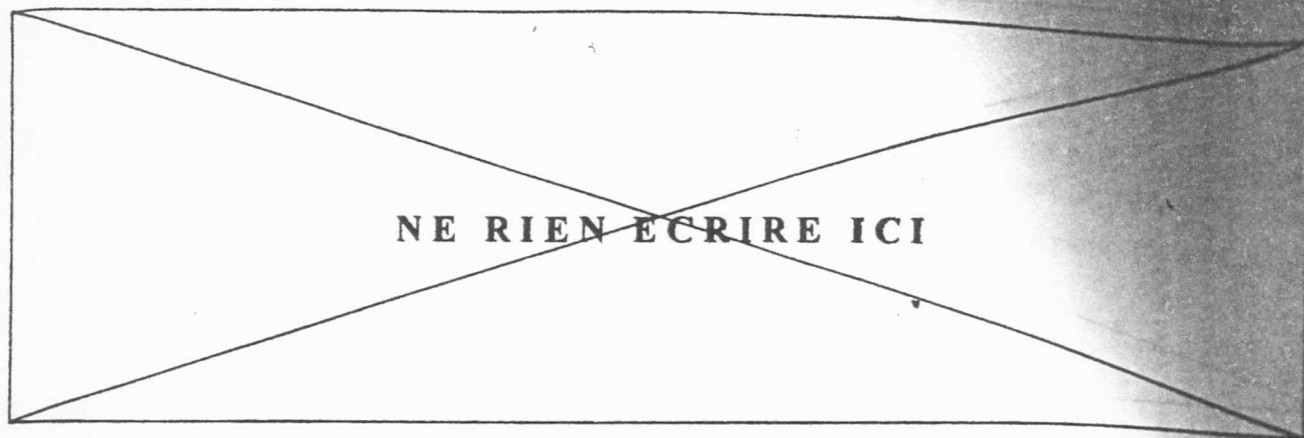


NE RIEN ÉCRIRE ICI

Document réponse DR2

A-I-2. Actigramme niveau A3 : Compléter les éléments manquants





NE RIEN ÉCRIRE ICI

Document réponse DR3

A-II- Etude de conception :

A-II-1. Quelle est la nature et le symbole des liaisons suivantes :

Liaison	Nature	Symbole dans le plan
entre (1) et (0)		
entre (3) et (4)		

A-II-2. Quelle est la condition qu'il faut respecter sur les axes du pignon (1) et la roue dentée (2), pour que la liaison au point I soit linéaire rectiligne ? :

.....
.....

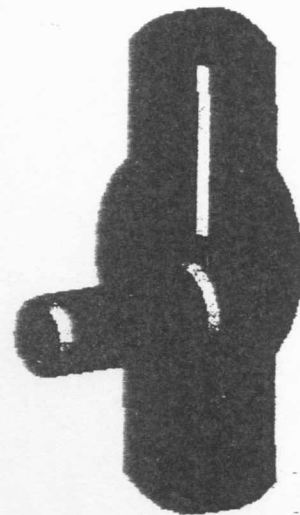
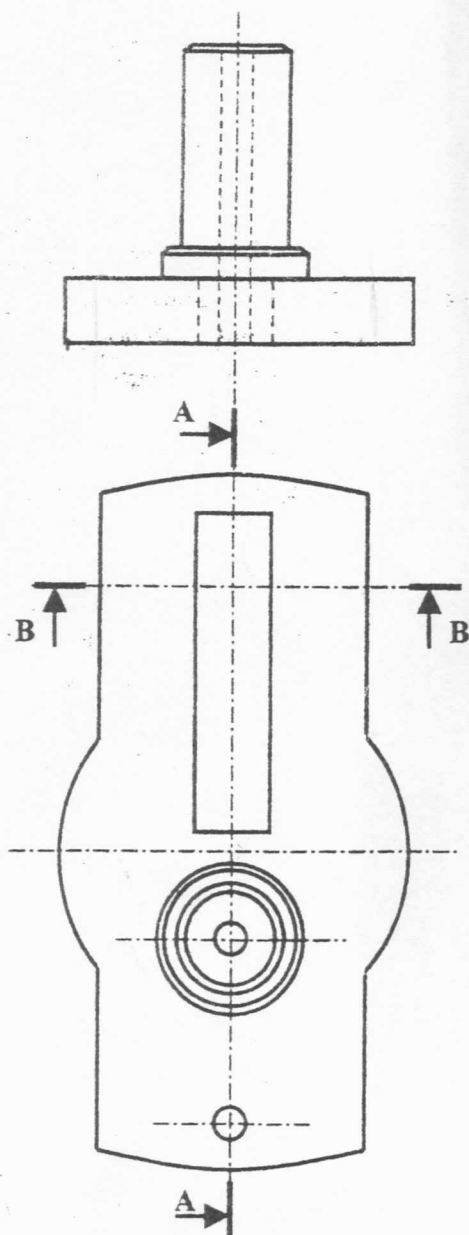
A-II-3. Par quelle liaison peut-on remplacer, au point C, la liaison pivot glissant entre la roue dentée (2) et la noix (3) tout en assurant le même fonctionnement ? :

.....
.....

NE RIEN Ecrire ICI

Document réponse DR4

A-III- Etude graphique :



A - A

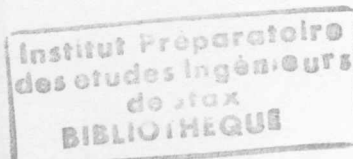
B - B

Partie B : ETUDE MECANIQUE

L'étude portera sur le mécanisme de découpage décrit précédemment par la figure 2. On suppose que tous les mouvements se réalisent dans des plans parallèles. La figure 3 représente la configuration dans le plan $(O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0)$ de ce mécanisme. Elle illustre les principaux éléments qui le composent soient :

- le bâti (0),
- le pignon (1) en liaison pivot d'axe $(A, \vec{Z}_0)$ avec le bâti (0),
- la roue dentée (2) en liaison pivot d'axe $(O, \vec{Z}_0)$ avec le bâti (0). Un doigt excentré est encastré au point C sur la roue dentée (2). Pour des raisons simplificatrices, ce doigt est supposé en liaison glissière de direction $\vec{X}_4$ avec la coulisse (4),
- la coulisse (4) en liaison pivot d'axe $(B, \vec{Z}_0)$ avec le bâti (0) et en liaison pivot d'axe $(D, \vec{Z}_0)$ avec la bielle (5),
- le coulisseau (6) en liaison glissière d'axe $(E, \vec{Y}_0)$ avec le bâti (0) et en liaison pivot d'axe $(E, \vec{Z}_0)$ avec la bielle (5).

N.B. : Toutes les liaisons sont considérées parfaites.



Repères et paramétrages

Les repères et les paramètres adoptés sont définis comme suit :

- $R_0 (O, \vec{X}_0, \vec{Y}_0, \vec{Z}_0)$ repère lié au bâti (0) supposé galiléen, tel que l'axe $(O, \vec{Y}_0)$ est vertical ascendant,
- $R_1 (A, \vec{X}_1, \vec{Y}_1, \vec{Z}_0)$ repère lié au pignon (1), tel que $\psi = (\vec{X}_0, \vec{X}_1) = (\vec{Y}_0, \vec{Y}_1)$,
- $R_2 (O, \vec{X}_2, \vec{Y}_2, \vec{Z}_0)$ repère lié à la roue dentée (2) tel que : $\theta = (\vec{X}_0, \vec{X}_2) = (\vec{Y}_0, \vec{Y}_2)$, et $\vec{OC} = a \vec{X}_2$,
- $R_4 (B, \vec{X}_4, \vec{Y}_4, \vec{Z}_0)$ repère lié à la coulisse (4) tel que : $\alpha = (\vec{X}_0, \vec{X}_4) = (\vec{Y}_0, \vec{Y}_4)$,
- $R_5 (E, \vec{X}_5, \vec{Y}_5, \vec{Z}_0)$ repère lié à la bielle (5) tel que : $\beta = (\vec{X}_0, \vec{X}_5) = (\vec{Y}_0, \vec{Y}_5)$.

Les positions des différents centres de liaison sont décrites par les relations vectorielles :

$$\vec{IA} = r \vec{Y}_0, \vec{OI} = R \vec{Y}_0, \vec{BO} = e \vec{Y}_0, \vec{DB} = b \vec{X}_4, \vec{ED} = \ell \vec{Y}_5$$

r, R, a, e, b , et ℓ sont des constantes géométriques du mécanisme.

B-I- Etude Cinématique

B-I-1. Calculer les vecteurs vitesses instantanées de rotations suivants : $\vec{\Omega}(1/0)$, $\vec{\Omega}(2/0)$, $\vec{\Omega}(4/0)$, $\vec{\Omega}(5/0)$

- B-I-2.** Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}(I \in 1/R_0)$ du point I appartenant à (1) par rapport au bâti (0).
- B-I-3.** Déterminer le vecteur vitesse de glissement $\vec{V}(I \in 2/1)$ du point I appartenant à (2) par rapport à (1).
- B-I-4.** Dans le cas de roulement sans glissement au point I, déterminer la vitesse angulaire $\dot{\theta}$ en fonction de $\dot{\psi}$.
- B-I-5.** Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}(C \in 2/R_0)$ du point C appartenant à (2) par rapport au bâti (0).
- B-I-6.** Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}(C \in 4/R_0)$ du point C appartenant à (4) par rapport au bâti (0).
- B-I-7.** Déduire le vecteur vitesse de glissement $\vec{V}(C \in 2/4)$ au point C du mouvement de (2) par rapport à (4), l'exprimer dans la base $(\vec{X}_4, \vec{Y}_4, \vec{Z}_0)$.
- B-I-8.** Donner la relation trigonométrique entre α , θ , a et e . En déduire la vitesse angulaire $\dot{\alpha}$ en fonction de $\dot{\theta}$, α , θ , e et a .
- B-I-9.** Montrer que le vecteur vitesse de glissement au point C du mouvement de (2) par rapport à (4) se réduit à : $\vec{V}(C \in 2/4) = a \dot{\theta} \sin(\alpha - \theta) \vec{X}_4$
- B-I-10.** Donner la relation trigonométrique entre β et α . En déduire la vitesse angulaire $\dot{\beta}$ en fonction de $\dot{\alpha}$, α , b et ℓ .
- B-I-11.** Déterminer le vecteur vitesse du coulisseau (6) par rapport au bâti (0) en fonction de $\dot{\alpha}$, α , b et ℓ .

B-II- Etude Energétique

On s'intéresse dans cette partie à l'étude dynamique de la coulisse (4) de masse M_4 , de centre d'inertie G_4 et de moment d'inertie par rapport à l'axe $(G_4, \vec{Z}_0)$ I_{4Z} , on donne : $\vec{BG}_4 = c \vec{X}_4$, c est une constante. Pour représenter l'action mécanique du solide (j) sur le solide (i) au point P, on utilisera la notation suivante :

$$\{\tau_{(j) \rightarrow (i)}\}_P = \begin{Bmatrix} X_{ji} & 0 \\ Y_{ji} & 0 \\ 0 & N_{ji} \end{Bmatrix}_{(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z}_0)}$$

- B-II-1.** Calculer l'énergie cinétique de la coulisse (4) dans son mouvement par rapport au bâti (0).
- B-II-2.** Donner dans la base $(\vec{X}_4, \vec{Y}_4, \vec{Z}_0)$ les torseurs des actions mécaniques extérieures appliquées sur la coulisse (4) aux différents points de liaisons.
- B-II-3.** Calculer la puissance des actions mécaniques extérieures appliquées sur la coulisse (4) dans son mouvement par rapport au bâti (0).
- B-II-4.** Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à la coulisse (4) dans son mouvement par rapport au bâti (0).

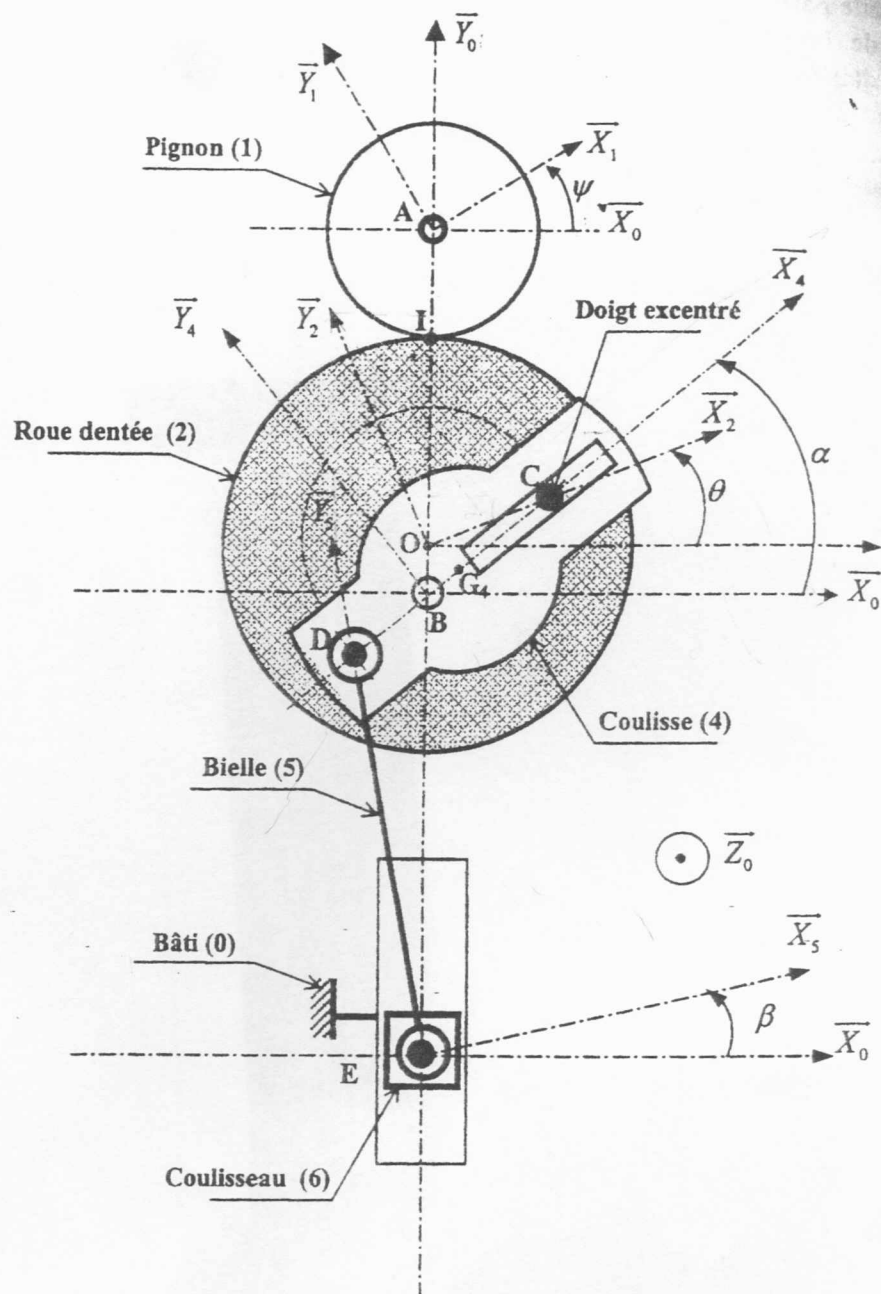


Figure 3. Schéma plan du mécanisme de découpage

Partie C : AUTOMATIQUE

Dans cette partie, on s'intéresse à l'étude, d'une part de la commande du poste de découpage des flancs de boîtes et d'autre part au maintien à vitesse constante du déplacement du tapis d'alimentation des plaques de tôles.

C-I- Automatisation du dispositif de découpage des flancs

La figure 1 représente le poste de découpage de tôles pour flancs de boîtes dont l'alimentation est assurée par un tapis roulant. Ce poste permet de découper des rectangles de tôle de dimensions appropriées sans déchets.

Sur ordre de départ de cycle (Dcy), le tapis d'alimentation entraîné par un moteur MT1 est mis en marche. La présence de la tôle détectée par un capteur L_0 entraîne le serrage de cette dernière par l'avance simultanée des deux tiges des vérins C_2 et C_3 . Les capteurs L_{21} et L_{31} sont activés. Ils entraînent ainsi la sortie de la tige du vérin C_1 (solidaire aux vérins C_2 et C_3) qui assure le déplacement de la tôle jusqu'à la butée. L'activation du capteur L_{11} entraîne la descente de la tête de découpage commandée par un moteur MT2. L'action sur le capteur L_{41} indique la fin de l'opération de découpage. Une fois la tête de coupe en position haute, le capteur L_{40} commande le desserrage de la tôle par le retour des deux tiges des vérins C_2 et C_3 . L'action sur les capteurs L_{20} et L_{30} entraîne la rentrée de la tige du vérin C_1 assurant le retour à la position initiale des deux vérins C_2 et C_3 . Si la tôle n'est pas épuisée, un nouveau cycle reprend.

Les actions et les informations nécessaires au fonctionnement sont regroupées dans les deux tableaux suivants :

Capteurs	
Tige C_1 rentrée	L_{10}
Tige C_1 sortie et présence de la tôle contre la butée	L_{11}
Tige C_2 rentrée	L_{20}
Tige C_2 sortie	L_{21}
Tige C_3 rentrée	L_{30}
Tige C_3 sortie	L_{31}
Tête de découpe en position haute	L_{40}
Tête de découpe en position basse	L_{41}
Tôle non épuisée	L_0

Actionneurs	
Sortir tige de C_1	SC1
Rentrer tige de C_1	RC1
Sortir tige de C_2	SC2
Rentrer tige de C_2	RC2
Sortir tige de C_3	SC3
Rentrer tige de C_3	RC3
Moteur d'entraînement du tapis	MT1
Montée de la tête de coupe	MT2
Descente de la tête de coupe	MT2'

N. B. : Les vérins utilisés dans ce système sont à double effet.

C-I-1. Etablir le Grafcet du point de vue système du poste de découpage des flancs.

C-I-2. Etablir le Grafcet du point de vue commande du poste de découpage des flancs.

C-II- Asservissement en vitesse du moteur d'entraînement du tapis

On s'intéresse dans cette partie à la modélisation et à la commande en vitesse du moteur MT1 à courant continu.

C-II-1. Modélisation

L'entraînement du tapis amenant les bandes de tôle est assuré par un moteur à courant continu MT1. La fonction de transfert générale de la commande de la vitesse de rotation angulaire ω du moteur utilisé est fournie sous forme de schéma bloc représenté par la figure 4.

La modélisation du comportement du moteur d'asservissement à commande par l'induit est donnée par les équations ci-dessous :

$$u(t) = R \cdot i(t) + L \frac{di(t)}{dt} + e(t) \quad (C.1)$$

$$e(t) = K_e \cdot \omega(t) \quad (C.2)$$

$$c_m(t) = K_c \cdot i(t) \quad (C.3)$$

$$J_m \frac{d\omega(t)}{dt} = c_m(t) - F_v \cdot \omega(t) - c_r(t) \quad (C.4)$$

Les grandeurs physiques dans cette étude sont les suivantes :

$U = L(u)$ est la tension de commande du moteur, $E = L(e)$ est la force contre-électromotrice, $I = L(i)$ est l'intensité du courant de commande du moteur, $C_m = L(c_m)$ est le couple moteur, $C_r = L(c_r)$ est le couple résistant, $\Omega = L(\omega)$ est la vitesse de rotation du moteur.

où $F = L(f)$ signifie que F est la transformée de Laplace de la fonction temporelle f .

On note :

R : la résistance totale d'induit, L : l'inductance totale d'induit, K_e : le coefficient de la force contre-électromotrice, K_c : le coefficient de couple, F_v : le coefficient de frottement visqueux, J_m : le moment d'inertie équivalent ramené sur l'arbre moteur

C-II-1.1. En supposant que les conditions initiales sont nulles pour toutes les variables du moteur, et à partir des transformées de Laplace des équations précédentes, compléter le schéma fonctionnel du moteur (figure 4), en précisant les blocs B_i ($i=1, \dots, 4$).

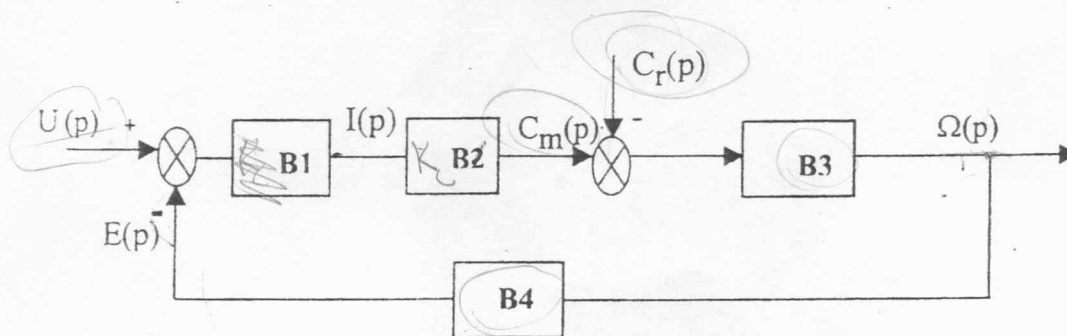


Figure 4. Schéma bloc moteur

Dans tout ce qui suit, on suppose que le couple résistant est nul : $C_r = 0$.

C-II-1.2. Etablir la fonction de transfert : $G(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$

C-II-2. Commande en vitesse du moteur

Le moteur est entraîné par une génératrice à courant continu à vitesse constante, dont le schéma bloc de commande est représenté par la figure 5. L'ensemble moteur – génératrice reçoit à l'entrée la consigne de fréquence de rotation Ω_{cons} .

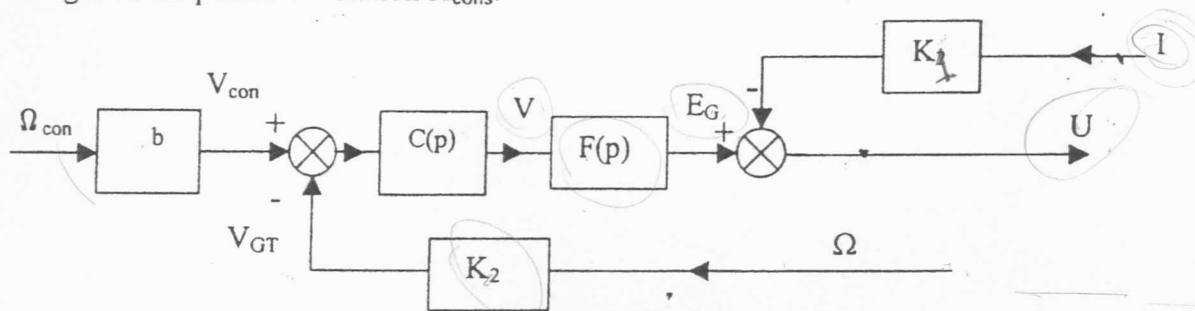


Figure 5. Schéma de la commande du moteur

Un dynamo tachymétrique placé sur l'arbre du moteur fournissant une tension $v_{\text{GT}}(t) = b \omega(t)$. Les équations régissant le fonctionnement de la génératrice sont les suivantes :

$$u(t) = e_G(t) - R_G i(t) \quad (\text{C.5})$$

$$e_G(t) = a i_1(t) \quad (\text{C.6})$$

$$v(t) = r i_1(t) + l \frac{di_1(t)}{dt} \quad (\text{C.7})$$

où e_G est la force électromotrice développée par la génératrice ; $C(p)$ est un correcteur.

On note : $V = L(v)$; $I_1 = L(i_1)$; $E_G = L(e_G)$, $V_{\text{GT}} = L(v_{\text{GT}})$ où $F = L(f)$ signifie que F est la transformée de Laplace de la fonction temporelle f .

Données numériques :

Moteur : $R = 0.4 \text{ Ohm}$, $K_e = 1 \text{ V.s/rad}$, $K_c = 1 \text{ N.m/A}$, $J_m = 2 \text{ kg.m}^2$,
on néglige l'inductance (L) et le coefficient de frottement (F_v).

Génératrice : $R_G = 0.4 \text{ ohm}$, $a = 100 \text{ ohm}$, $r = 20 \text{ ohm}$, $l = 5 \text{ H}$.

dynamo tachymétrique : $b = 0.2 \text{ V/rad/s}$

N. B. : Pour toutes les questions suivantes, donner les expressions littérales puis numériques.

C-II-2.1. Donner le schéma bloc complet du moteur-génératrice avec sa commande en précisant les blocs K_1 , K_2 et $F(p)$.

C-II-2.2. Calculer la fonction de transfert $T(p)$ reliant la vitesse angulaire $\Omega(p)$ à la tension de commande $V(p)$.

C-II-2.3. Calculer et représenter l'allure de la réponse du système non asservi moteur-génératrice (V, Ω) à un échelon de tension de 10 Volts.

C-II-2.4. Calculer la fonction de transfert du système en boucle fermée : $H(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_{\text{cons}}(p)}$

C-II-2.5. Dans le cas d'un correcteur proportionnel $C(p) = A$, montrer que le système asservi est un système de second d'ordre de pulsation propre ω_n , de coefficient d'amortissement ξ et de gain statique K .

C-II-2.6. Déterminer la valeur limite du gain A , telle que la réponse à un échelon ne présente pas de déplacement.