

Session : Juin 2007 Concours : MP & PC

Epreuve de : **Sciences et Techniques de l'Ingénieur (STI)**Numéro de la
double feuille

Nom : Prénoms :

1

Institution d'origine :

Total des doubles
feuilles

Identifiant : Série : [] [] [] []

4

Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles de Formation d'Ingénieurs

Numéro de la
double feuilleTotal des
doubles feuilles

Session : Concours :

... 1 ...

... 4 ...

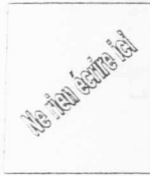
Epreuve de : Sciences et Techniques de l'Ingénieur (STI)

DOSSIER



DOCUMENT REPONSE

- ✓ Ce dossier comporte 13 pages numérotées de 1 à 13
- ✓ Un seul dossier document réponse est fourni au candidat et doit être rendu, en totalité, même sans réponses à la fin de l'épreuve.
- ✓ Le renouvellement de ce dossier est interdit



Epreuve de : **Sciences et Techniques de l'Ingénieur (STI)**

Nom : Prénoms :

Institution d'origine :

Identifiant : Série :

Numéro de la
double feuille

2

Total des doubles
feuilles

4

Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles de Formation d'Ingénieurs



Session : Concours :

Epreuve de : Sciences et Techniques de l'Ingénieur (STI)

Numéro de la
double feuille

... 2 ...

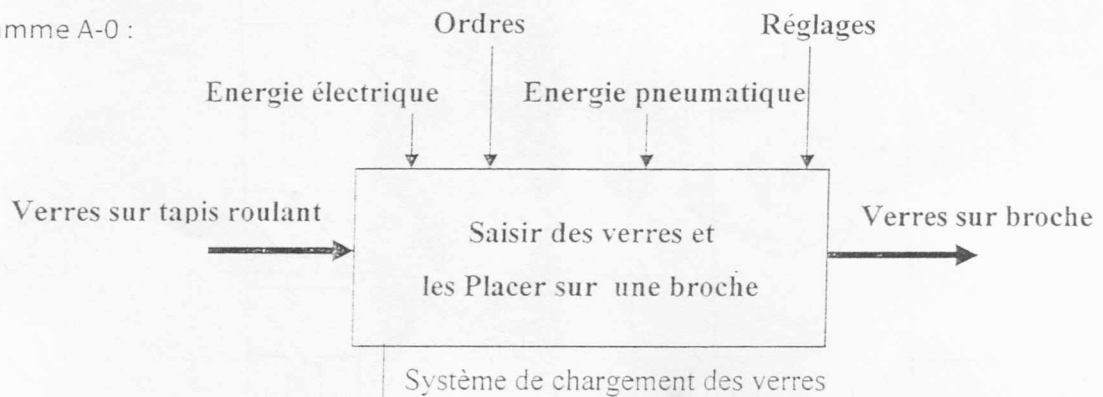
Total des
doubles feuilles

... 4 ...

A - TECHNOLOGIE DE CONCEPTION

A-1- ANALYSE FONCTIONNELLE

A-1-1- Actigramme A-0 :



A-1-2- L'organe « effecteur » est : ☐ la ventouse ☐

A-1-3- Le vérin pneumatique est un : Préactionneur ☐ Actionneur ☒ Distributeur ☐

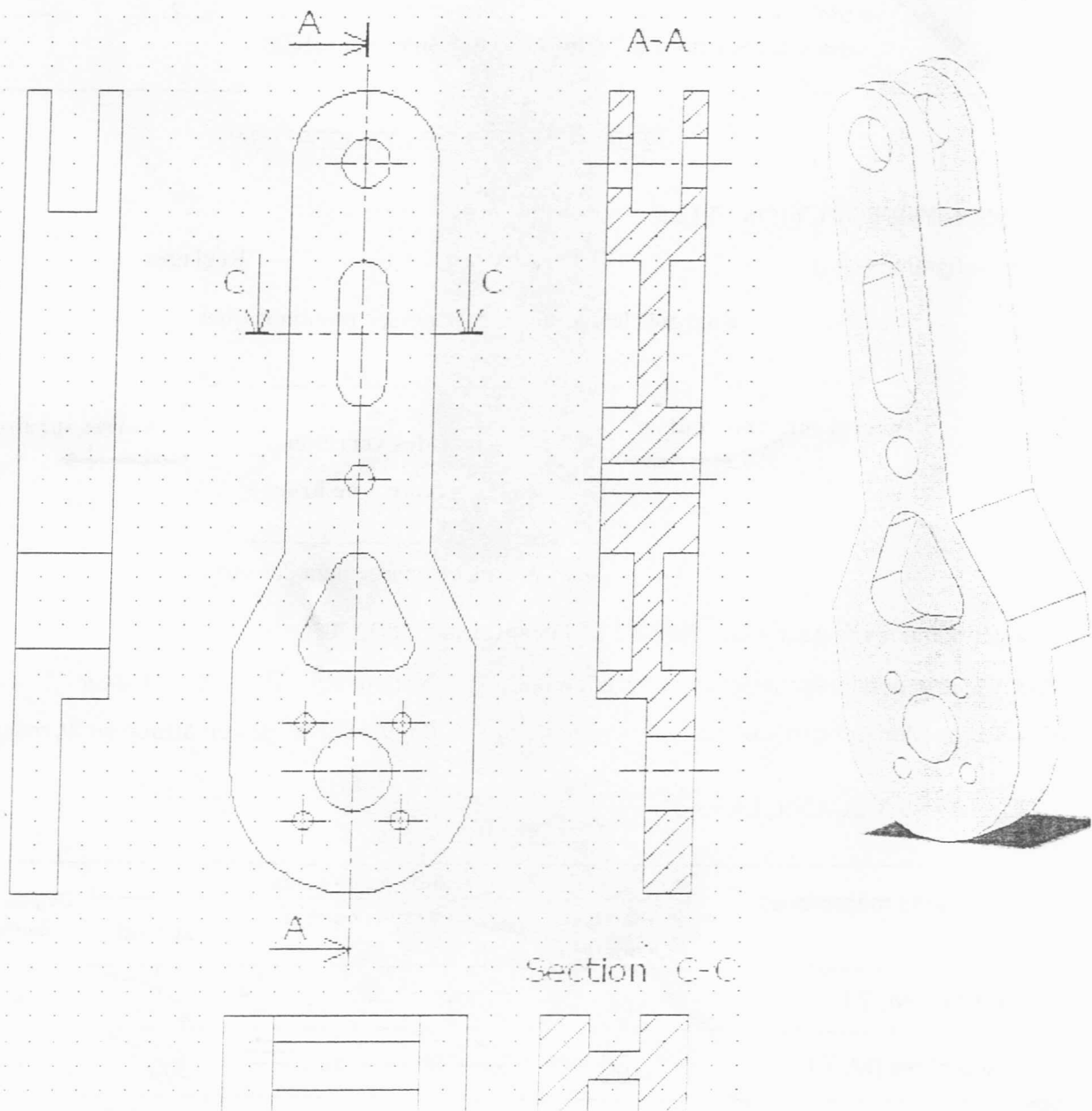
A-1-4- La fonction principale d'un vérin pneumatique est : Convertir l'W. pneumatique en W. mécanique

A-2- LIAISONS MECANQUES :

Liaisons mécaniques	Symboles normalisés			Degrés de liberté
	Plan de normale $\vec{x}$	Plan contenant $\vec{x}$	Spatial	
Pivot d'axe (M, $\vec{x}$)				Rx
Glissière d'axe (M, $\vec{x}$)				Tx
Linéaire annulaire d'axe (M, $\vec{x}$)				Rx, Ry, Rz Tx

Ne rien écrire ici

A-3- ETUDE GRAPHIQUE :



Ne rien écrire ici

Epreuve de : **Sciences et Techniques de l'Ingénieur (STI)**

Nom : Prénoms :

Institution d'origine :

Identifiant : Série :

Signature des
surveillants

Numero de la
double feuille

3

Total des doubles
feuilles

4

CORRIGE

Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles de Formation d'Ingénieurs

Ne rien écrire ici

Session : Concours :

Epreuve de : Sciences et Techniques de l'Ingénieur (STI)

Numero de la
double feuille

... 3 ...

Total des
doubles feuilles

... 4 ...

B - MECANIQUE

B-I- IDENTIFICATION DES PARAMETRES DE MOUVEMENT :

B-I-1- Etude de la chaîne 0-1-2-3-0 : Identification de $\dot{\beta}$ et de $\dot{\lambda}$:

B-I-1.1. Fermeture géométrique de la chaîne :

$$\overrightarrow{OO} = \dots \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BO} = \overrightarrow{0} \dots$$

$$\lambda = \dots r \cos \alpha + L_2 \cos \beta \dots (1)$$

Ce qui donne :

$$\sin \beta = \dots \frac{r}{L_2} \sin \alpha \dots (2)$$

B-I-1.2. Torseurs cinématiques : (Les détails de calcul ne sont pas demandés)

Notation : première colonne vecteur rotation et deuxième colonne vecteur vitesse.

$$a - \{V(1/0)\} = \begin{pmatrix} 0 & -r\dot{\alpha}\sin\alpha \\ 0 & r\dot{\alpha}\cos\alpha \\ \dot{\alpha} & 0 \end{pmatrix}_A$$

$$b - \{V(2/0)\} = \begin{pmatrix} 0 & -r\dot{\alpha}\sin\alpha - L_2\dot{\beta}\sin\beta \\ 0 & r\dot{\alpha}\cos\alpha - L_2\dot{\beta}\cos\beta \\ -\dot{\beta} & 0 \end{pmatrix}_B$$

$$c - \{V(3, 0)\} = \begin{pmatrix} 0 & \dot{\lambda} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_B$$

Ne rien écrire ici

B-I-1.3. Relations entre $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$ et $\dot{\lambda}$:

$$\vec{V}(B \in 2/0) = \dots \vec{V}(B \in 2/3) + \vec{V}(B \in 3/0) \dots \text{et} \dots \vec{V}(B \in 2/3) = \vec{0} \text{ (C.L. Pivot)}$$

Ce qui donne :

$$\dot{\lambda} = \dots - r \dot{\alpha} \sin \alpha - L_2 \dot{\beta} \sin \beta \dots \dots (1)$$

$$\dot{\beta} = \dots \dots \dots \frac{r}{L_2} \dot{\alpha} \frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \dots \dots \dots (2)$$

B-I-2- Etude de la chaîne 0-4-6-7-3-0 : Identification $\dot{\theta}$ et de $\dot{\phi}$:

B-I-2.1. Torseurs cinématiques : (Les détails de calcul ne sont pas demandés)

$$a - \{V(4/0)\} = \left(\begin{array}{c|c} 0 & -L_4 \dot{\gamma} \cos \gamma \\ 0 & -L_4 \dot{\gamma} \sin \gamma \\ \hline \dot{\gamma} & 0 \end{array} \right)_D$$

$$b - \{V(6/0)\} = \left(\begin{array}{c|c} 0 & -L_4 \dot{\gamma} \cos \gamma - L_6 (\dot{\gamma} - \dot{\theta}) \sin (\gamma - \theta) \\ 0 & -L_4 \dot{\gamma} \sin \gamma + L_6 (\dot{\gamma} - \dot{\theta}) \cos (\gamma - \theta) \\ \hline \dot{\gamma} - \dot{\theta} & 0 \end{array} \right)_E$$

$$c - \{V(7/0)\} = \left(\begin{array}{c|c} 0 & \dot{\lambda} + b_7 \dot{\phi} \cos \phi \\ 0 & -b_7 \dot{\phi} \sin \phi \\ \hline -\dot{\phi} & 0 \end{array} \right)_E$$

B-I-2.2. Relations entre $\dot{\lambda}$, $\dot{\gamma}$, $\dot{\theta}$ et $\dot{\phi}$:

$$\vec{V}(E \in 7/0) = \dots \vec{V}(E \in 7/6) + \vec{V}(E \in 6/0) \dots \text{et} \dots \vec{V}(E \in 7/6) = \vec{0} \text{ (C.L. Pivot)}$$

Ce qui donne :

$$\dot{\lambda} + b_7 \dot{\phi} \cos \phi = -L_4 \dot{\gamma} \cos \gamma - L_6 (\dot{\gamma} - \dot{\theta}) \sin (\gamma - \theta) \quad (1)$$

$$-b_7 \dot{\phi} \sin \phi = -L_4 \dot{\gamma} \sin \gamma + L_6 (\dot{\gamma} - \dot{\theta}) \cos (\gamma - \theta) \quad (2)$$

B-I-3- Etude de la chaîne 3-7-8-9-3 : Identification de $\dot{\delta}$ et de $\dot{\psi}$:

B-I-3-1. Fermeture géométrique de la chaîne :

$$\vec{FI} = \dots \vec{FK} + \vec{KJ} + \vec{JI} = a_3 \vec{x}_0 - b_3 \vec{y}_0 \dots \dots \dots$$

Ne pas écrire ici

Epreuve de : **Sciences et Techniques de l'Ingénieur (STI)**

Nom : Prénoms :

Institution d'origine :

Identifiant : Série :

Numéro de la
double feuille

4

Total des doubles
feuilles

4

< CORRIGE >

Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles de Formation d'Ingénieurs

Ne pas écrire ici

Session : Concours :

Epreuve de : Sciences et Techniques de l'Ingénieur (STI)

Numéro de la
double feuille

... 4 ...

Total des
doubles feuilles

... 4 ...

Ce qui donne :

$$.....a_7 \cos \varphi - a_8 \cos \psi - b_9 \sin \delta = a_3 (1)$$

$$... - a_7 \sin \varphi + a_8 \sin \psi - b_9 \cos \delta = -b_3 (2)$$

B-I-3.2. Relations entre $\dot{\psi}$, $\dot{\delta}$ et $\dot{\varphi}$:

$$..... - a_7 \dot{\varphi} \sin \varphi + a_8 \dot{\psi} \sin \psi - b_9 \dot{\delta} \cos \delta = 0 ... (1)$$

$$..... - a_7 \dot{\varphi} \cos \varphi + a_8 \dot{\psi} \cos \psi + b_9 \dot{\delta} \sin \delta = 0 ... (2)$$

B-II- EQUILIBRAGE STATIQUE ET DYNAMIQUE DU PLATEAU (1) :

B-II-1. Densité surfacique :

$$\sigma = \dots \frac{m_1}{S_1} \dots$$

$$\sigma = \dots \frac{m_1}{\pi(R^2 - r_1^2 - r_2^2)} \dots$$

B-II-2. Centre d'inertie du plateau :

$$..... (O, \vec{x}_1) \dots \text{Axe de symétrie} \Leftrightarrow G_1 \in (O, \vec{x}_1) \Leftrightarrow \overline{OG}_1 = x_G \vec{x}_1 \dots$$

$$S_1 \cdot \overline{OG}_1 = S \cdot \overline{OG} - S' \cdot \overline{OG'} - S'' \cdot \overline{OG''} \Leftrightarrow \pi(R^2 - r_1^2 - r_2^2)x_G = \pi R^2 d_1 - \pi r_1^2 \cdot 0 - \pi r_2^2 d_2$$

$$\overline{OG}_1 = \frac{d_1 R^2 - d_2 r_2^2}{R^2 - r_1^2 - r_2^2} \vec{x}_1$$

Ne rien écrire ici

B-II-3. Equilibrage statique :

$$\dots\dots\dots S_1 \overrightarrow{OG_1} - S_0 \overrightarrow{OC_0} = \vec{0} \dots \Leftrightarrow \dots \overrightarrow{OC_0} = \frac{S_1}{S_0} \overrightarrow{OG_1} = d_0 \vec{x}_1 \dots \Leftrightarrow \dots C_0 \in (O, \vec{x}_1) \dots$$

$$\dots\dots\dots d_0 = \frac{S_1}{S_0} x_G = \frac{\pi(R^2 - r_1^2 - r_2^2)}{\pi r_0^2} \frac{d_1 R^2 - d_2 r_2^2}{R^2 - r_1^2 - r_2^2} \dots\dots\dots$$

$$d_0 = \frac{d_1 R^2 - d_2 r_2^2}{r_0^2}$$

B-II-4. Eléments d'inertie qui doivent être nuls:

.....D et E.....

B-II-5. Justification que ces éléments d'inertie sont effectivement nuls :

Disque mince $\Leftrightarrow \forall P \in (1), z_P = 0$ ou $(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1)$ plan de symétrie $\Leftrightarrow D = E = 0$.

Ou $(O, \vec{x}_1)$ est un axe de symétrie $\Leftrightarrow D = E = F = 0$.

B-II-6. Moment d'inertie $C = I_{O\vec{z}}(1)$:

$$I_{O\vec{z}}(1) = \left(\frac{mR^2}{2} + md_1^2 \right) - \frac{m}{2} r_1^2 - \left(\frac{m''r_2^2}{2} + m''d_2^2 \right) - \left(\frac{m_0 r_0^2}{2} + m_0 d_0^2 \right)$$

$$I_{O\vec{z}}(1) = \pi\sigma \left[R^2 \left(\frac{R^2}{2} + d_1^2 \right) - \frac{r_1^4}{2} - r_2^2 \left(\frac{r_2^2}{2} + d_2^2 \right) - r_0^2 \left(\frac{r_0^2}{2} + d_0^2 \right) \right]$$

$$C = I_{O\vec{z}}(1) = \pi\sigma \left[R^2 \left(\frac{R^2}{2} + d_1^2 \right) - \frac{r_1^4}{2} - r_2^2 \left(\frac{r_2^2}{2} + d_2^2 \right) - r_0^2 \left(\frac{r_0^2}{2} + d_0^2 \right) \right].$$

B-III- CHOIX DU MOTOREDUCTEUR D'ENTRAÎNEMENT DU PLATEAU (I) :

B-III-1. Energie cinétique du système (S) en mouvement par rapport à R_0 :

$$Ec(S/R_0) = Ec(1/R_0) + Ec(3/R_0) + Ec(8/R_0)$$

$$Ec(1/R_0) = \frac{1}{2} I_1 \dot{\alpha}^2 ; \quad Ec(3/R_0) = \frac{1}{2} m_3 \dot{\lambda}^2 ; \quad Ec(8/R_0) = \frac{1}{2} [I_8 \dot{\psi}^2 + m_8 (U_8^2 + V_8^2)]$$

$$Ec(S/R_0) = \frac{1}{2} [I_1 \dot{\alpha}^2 + m_3 \dot{\lambda}^2 + I_8 \dot{\psi}^2 + m_8 (U_8^2 + V_8^2)]$$

Ne rien écrire ici

B-III-2. Actions mécaniques extérieures exercées sur le système (S) :

Actions de contact :

$$\{T(\text{Moteur} \rightarrow 1)\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_m \dot{\alpha} \end{pmatrix}_O ; \{T(0 \rightarrow 1)\} = \begin{pmatrix} X_{01} & L_{01} \\ Y_{01} & M_{01} \\ Z_{01} & 0 \end{pmatrix}_O$$

$$\{T(0 \rightarrow 3)\} = \begin{pmatrix} 0 & L_{03} \\ Y_{03} & M_{03} \\ Z_{03} & N_{03} \end{pmatrix}_H ; \{T(0 \rightarrow 4)\} = \begin{pmatrix} X_{04} & L_{04} \\ Y_{04} & M_{04} \\ Z_{04} & 0 \end{pmatrix}_C$$

Actions à distance :

$$\{T(\bar{g} \rightarrow 1)\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -m_1 g & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_O ; \{T(\bar{g} \rightarrow 3)\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -m_3 g & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{G_3}$$

$$\{T(\bar{g} \rightarrow 8)\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -m_8 g & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{G_8} ; \dots\dots\dots$$

B-III-3. Puissance des actions mécaniques extérieures :

Les liaisons avec (0) sont supposées parfaites $\rightarrow P(0 \rightarrow 1/R_0) = P(0 \rightarrow 3/R_0) = P(0 \rightarrow 4/R_0) = 0$.

$P(\bar{g} \rightarrow 1/R_0) = P(\bar{g} \rightarrow 3/R_0) = 0$.

$P(\bar{S} \rightarrow S/R_0) = C_m \dot{\alpha} - m_8 g V_8$.

$$P(\bar{S} \rightarrow S/R_0) = C_m \dot{\alpha} - m_8 g V_8$$

Ne rien écrire ici

B-III-4. Couple moteur :

$$\frac{dEc(S/R_0)}{dt} = P(\bar{S} \rightarrow S/R_0) + P(int \rightarrow S)$$

Les liaisons internes sont supposées parfaites $\rightarrow P(int \rightarrow S) = 0$.

$$C_m = I_1 \ddot{\alpha} + \frac{1}{\dot{\alpha}} [m_3 \dot{\lambda} \ddot{\lambda} + I_8 \dot{\psi} \ddot{\psi} + m_8 (U_8 \dot{U}_8 + V_8 \dot{V}_8 + g V_8)]$$

B-IV- CHOIX DE LA VENTOUSE :

B-IV-1. Accélération de centre d'inertie G du verre (10) :

$$\vec{\Gamma}(G \in 10/R_0) = \frac{d\vec{V}(G \in 10/R_0)}{dt} /_{R_0} = \frac{d\vec{V}(G \in 10/R_0)}{dt} /_{R_8} + \vec{\Omega}(R_8/R_0) \wedge \vec{V}(G \in 10/R_0)$$

$$\vec{\Gamma}(G \in 10/R_0) = \dot{U} \vec{x}_8 + \dot{V} \vec{y}_8 - U \dot{\psi} \vec{y}_8 + V \dot{\psi} \vec{x}_8$$

$$\vec{\Gamma}(G \in 10/R_0) = (\dot{U} + V \dot{\psi}) \vec{x}_8 + (\dot{V} - U \dot{\psi}) \vec{y}_8$$

B-IV-2. Torseur dynamique :

$$\{D(10/R_0)\}_{R_8} = \begin{Bmatrix} m(\dot{U} + V \dot{\psi}) & 0 \\ m(\dot{V} - U \dot{\psi}) & 0 \\ 0 & -I_8 \ddot{\psi} \end{Bmatrix}_G$$

B-IV-3. Torseur des actions mécaniques extérieures :

$$\{T(8 \rightarrow 10)\}_{R_8} = \begin{Bmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}_P = \begin{Bmatrix} X & L \\ Y & M + bZ \\ Z & N - bY \end{Bmatrix}_G ; \quad \{T(\bar{g} \rightarrow 10)\}_{R_8} = \begin{Bmatrix} mg \sin \psi & 0 \\ -mg \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G$$

$$\{T(\bar{10} \rightarrow 10)\}_{R_8} = \begin{Bmatrix} X + mg \sin \psi & L \\ Y - mg \cos \psi & M + bZ \\ Z & N - bY \end{Bmatrix}_G$$

Ne rien écrire ici

B-IV-4. PFD et détermination de l'action exercée par la ventouse sur le verre :

R_0 est supposé galiléen $\Leftrightarrow \{T(\overline{10} \rightarrow 10)\}_P = \{D(10/R_0)\}_P \quad \forall P \in (10) \text{ et } \forall t$

$$X = m(\dot{U} + V\dot{\psi} - g\sin\psi)$$

$$Y = m(\dot{V} - U\dot{\psi} + g\cos\psi)$$

$$Z = 0$$

$$L = 0$$

$$M = 0$$

$$N = bm(\dot{V} - U\dot{\psi} + g\cos\psi) - I_8\ddot{\psi}$$

B-IV-4. Condition sur le coefficient d'adhérence pour le choix de la ventouse :

Adhérence entre la ventouse et le verre (10) $\Leftrightarrow \frac{\|\overline{T}(8 \rightarrow 10)\|}{\|\overline{N}(8 \rightarrow 10)\|} \leq f$

Avec

$$\|\overline{N}(8 \rightarrow 10)\| = |X| = m|\dot{U} + V\dot{\psi} - g\sin\psi|$$

$$\|\overline{T}(8 \rightarrow 10)\| = |Y| = m|\dot{V} - U\dot{\psi} + g\cos\psi|$$

$$f \geq \frac{|\dot{V} - U\dot{\psi} + g\cos\psi|}{|\dot{U} + V\dot{\psi} - g\sin\psi|}$$

Ne rien écrire ici

C - AUTOMATIQUE

C.1. Modélisation du moteur

C.1.1.

En appliquant la transformation de Laplace :

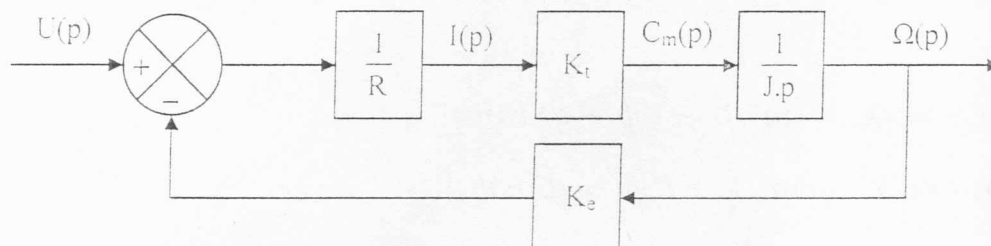
$$E(p) = U(p) - R.I(p)$$

$$E(p) = K_e \cdot \Omega(p)$$

$$C_m(p) = K_t \cdot I(p)$$

$$C_m(p) = J.p.\Omega(p)$$

C.1.2.



C.1.3.

$$H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{\frac{K_t}{R.J.p}}{1 + \frac{K_t.K_e}{R.J.p}} = \frac{K_t}{R.J.p - K_e.K_t} \Rightarrow H(p) = \frac{\frac{1}{K_e}}{1 + \frac{R.J}{K_t.K_e}p}$$

Ne rien écrire ici

C.1.4.

Ordre du système : **premier**

Constante de temps : $\frac{1}{\tau} = 20 \text{ rad.s}^{-1} \Rightarrow \tau = 0.05 \text{ s}$

Gain statique : $20 \cdot \log(K_S) = -6 \text{ dB} \Rightarrow K_S = 0.5 \text{ rad.s}^{-1} \cdot \text{V}^{-1}$

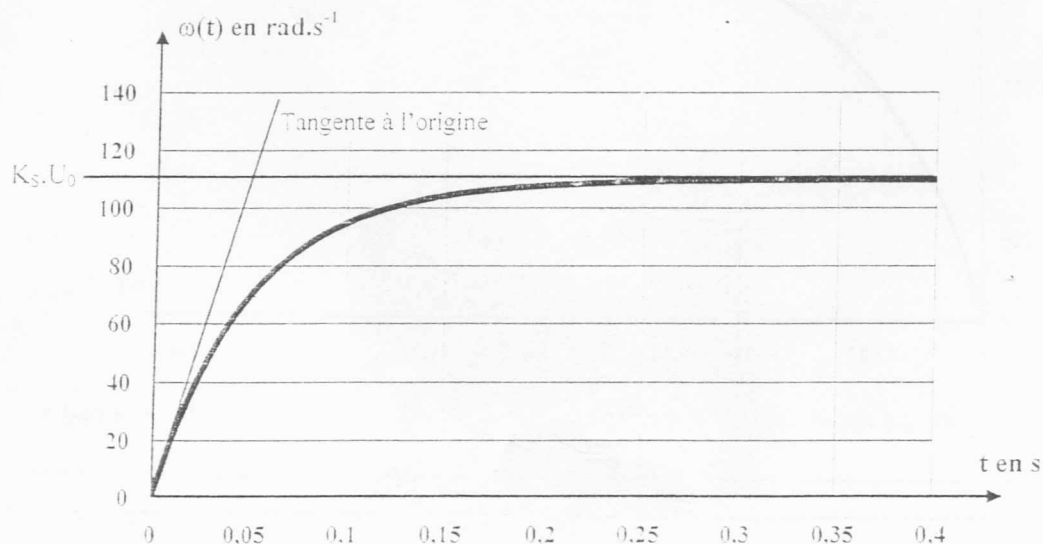
Forme canonique : $H(p) = \frac{0.5}{1 + 0.05 \cdot p}$

C.1.5.

$$K_S = \frac{1}{K_e} \Rightarrow K_e = \frac{1}{K_S} \Rightarrow K_e = 2 \text{ V.s.rad}^{-1}$$

$$\tau = \frac{R \cdot J}{K_t \cdot K_e} \Rightarrow J = \frac{\tau \cdot K_t \cdot K_e}{R} \Rightarrow J = 2.5 \cdot 10^{-2} \text{ kg.m}^2$$

C.1.6.



Ne rien écrire ici

C.2. Asservissement de la vitesse de rotation du moteur

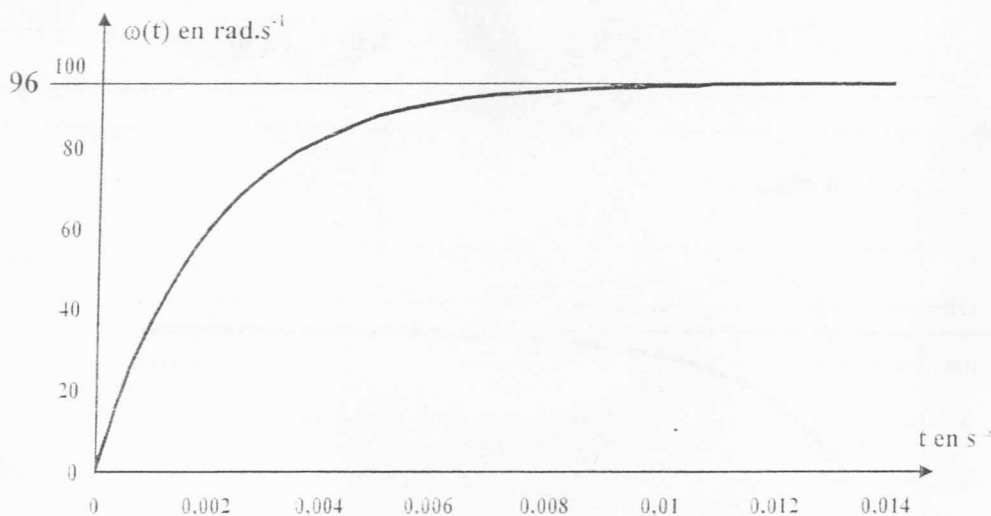
C.2.1. Cas d'un régulateur proportionnel $R(p) = K_a$:

C.2.1.1.

$$F(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_C(p)} = K_C \frac{K_a \cdot H(p)}{1 + K_a \cdot K_C \cdot H(p)} = \frac{\frac{0,03 \cdot K_a}{1 + 0,05 \cdot p}}{1 + \frac{0,03 \cdot K_a}{1 + 0,05 \cdot p}} = \frac{0,03 \cdot K_a}{1 + 0,03 \cdot K_a + 0,05 \cdot p}$$

$$\Rightarrow F(p) = \frac{\frac{0,03 \cdot K_a}{1 + 0,03 \cdot K_a}}{1 + \frac{0,05}{1 + 0,03 \cdot K_a} p}$$

C.2.1.2. $K_a = 800 \Rightarrow F(p) = \frac{0,96}{1 + 0,002 \cdot p}$



$$\omega(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \Omega(p) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot \Omega_C(p) \cdot F(p) = 96 \text{ rad.s}^{-1} \Rightarrow \varepsilon_s = 100 - 96 = 4 \text{ rad.s}^{-1}$$

C.2.1.3.

$$\varepsilon_s \leq 2\% \Rightarrow [\Omega_C - \lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t)] \leq 2 \text{ rad.s}^{-1} \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t) \geq 98 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \omega(t) = \frac{0,03 \cdot K_a}{1 + 0,03 \cdot K_a} \cdot \Omega_C = \frac{3 \cdot K_a}{1 + 0,03 \cdot K_a} \geq 98 \Rightarrow K_a \geq 1633$$

$$R(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i \cdot p} \right) :$$

$$\frac{(p) \cdot H(p)}{(p) \cdot H(p)} = \frac{\frac{0.03 \cdot K_p \cdot (1 + T_i \cdot p)}{T_i \cdot p \cdot (1 + 0.05 \cdot p)}}{1 - \frac{0.03 \cdot K_p \cdot (1 + T_i \cdot p)}{T_i \cdot p \cdot (1 + 0.05 \cdot p)}}$$

$$\frac{T_i \cdot p}{T_i \cdot p \cdot (1 + 0.05 \cdot p)} \Rightarrow$$

$$F(p) = \frac{0.03 \cdot K_p \cdot (1 + T_i \cdot p)}{0.03 \cdot K_p + (0.03 \cdot K_p + 1) \cdot T_i \cdot p + 1}$$

Le système est stable pour $K_p > 0$ et $T_i > 0$.

2.2.3

Le correcteur PI annule l'erreur statique.