

REPUBLIQUE TUNISIENNE

Ministère de l'Enseignement Supérieur, de la
Recherche Scientifique et de la Technologie

Concours nationaux d'entrée aux cycles
de formation d'ingénieurs
Session 2007



الجمهورية التونسية
وزارة التعليم العالي
والبحر العلمي والتكنولوجيا

المنافسات الوطنية للدخول
إلى مراحل تكوين المهندسين
دورة 2007

Concours Mathématiques et Physique & Physique et Chimie

Epreuve de Sciences et Techniques de l'Ingénieur

Date : Vendredi 08 Juin 2007 Heure : 8 H Durée : 3 H

Barème : Partie A : 4 points, Partie B : 10 points, Partie C : 6 points.

- L'épreuve comporte trois parties : A-Technologie de Conception, B- Mécanique et C- Automatique.
- Documents remis au candidat:
 - ✓ Deux dossiers : « Présentation et travail demandé » et « document réponse ».
- Aucun document n'est autorisé.
- L'utilisation des calculatrices de poche non programmable est autorisée.
- Les différentes parties sont indépendantes et doivent être traitées sur le dossier document réponse.
- Un seul dossier document réponse est fourni au candidat et doit être rendu en totalité, même sans réponses, à la fin de l'épreuve. Le renouvellement de ce dossier est interdit.



DOSSIER

PRESENTATION ET TRAVAIL DEMANDE

Ce dossier comporte 11 pages numérotées de 1 à 11

- Présentation : pages 1 à 3
- Texte du sujet : pages 4 à 11

SYSTEME DE CHARGEMENT DES VERRES

PRESENTATION :

On se propose d'étudier un système de chargement utilisé dans une unité de production des verres. Il permet, sous ordres d'une partie commande de saisir, à l'aide d'une ventouse, des verres acheminés par tapis roulant et de les placer sur une broche (Figure 1). Les verres sont ensuite maintenus par dépression sur cette broche puis positionnés devant un outil qui permet de réaliser des dessins avec des gravures en relief (non représenté).

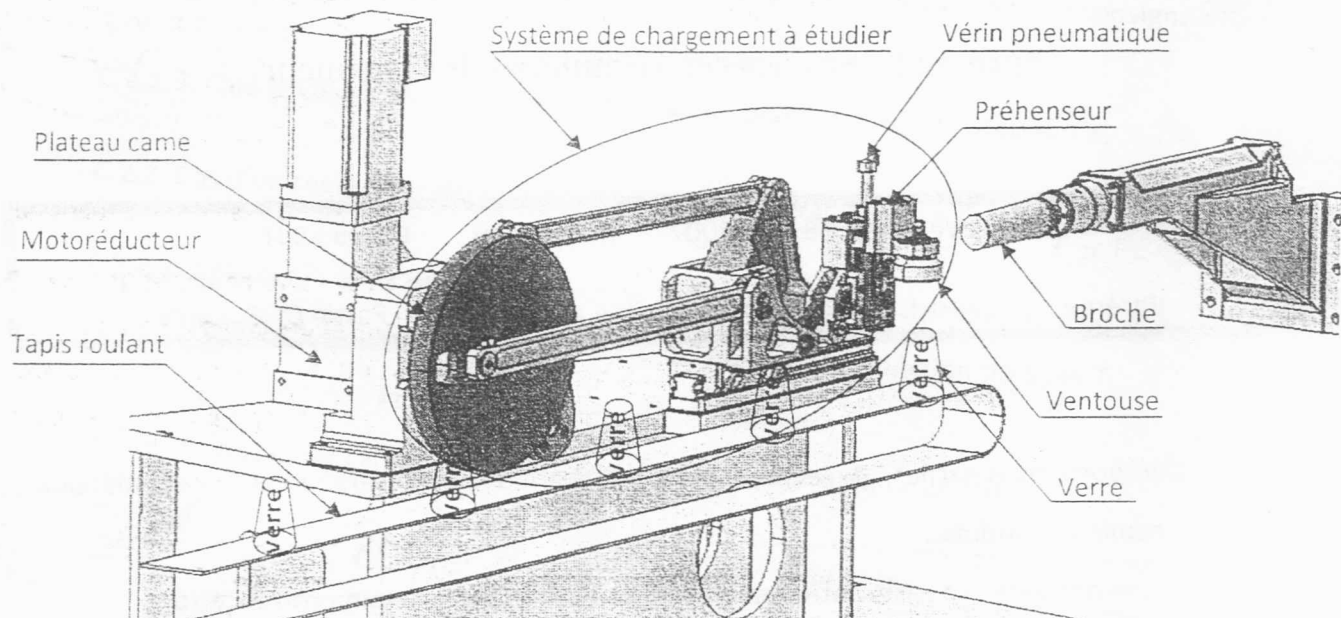


Figure 1 : schéma descriptif du système de chargement des verres.

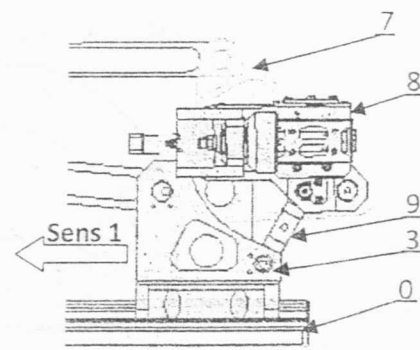
Le mécanisme du système de chargement (Figure 2 - page 3) est composé :

- D'un bâti fixe (0) auquel on associe le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z})$ supposé galiléen.
- D'un plateau (1) en liaison pivot excentré d'axe $(O, \vec{z})$ avec le bâti (0). Il est entraîné en rotation par un motoréducteur ;
- D'une bielle (2), en liaison pivot excentré d'axe $(A, \vec{z})$ avec le plateau (1) ;
- D'un coulisseau (3) en liaison pivot d'axe $(B, \vec{z})$ avec la bielle (2) d'une part et en liaison glissière de direction $(H, \vec{x}_0)$ avec le bâti (0) d'autre part ;
- D'un levier (4) en liaison pivot d'axe $(C, \vec{z})$ avec le bâti (0). Ce levier est entraîné en rotation par l'intermédiaire d'une came taillée sur la face arrière du plateau (1).
- D'un galet (5) en liaison pivot d'axe $(L, \vec{z})$ avec le levier (4) d'une part et en contact supposé ponctuel avec le profil de la came d'autre part.
- D'une bielle (6) en liaison pivot d'axe $(D, \vec{z})$ avec le levier (4) ;
- D'un renvoi (7) en liaison pivot d'axe $(F, \vec{z})$ avec le coulisseau (3) d'une part et en liaison pivot d'axe $(E, \vec{z})$ avec la bielle (6) d'autre part.

- D'un préhenseur (8) constitué d'un ensemble d'organes (corps, vérin, ventouse, etc.) qui seront considérés fixes entre eux. Il est en liaison pivot d'axe $(K, \vec{z})$ avec le renvoi (7) et en liaison pivot d'axe $(J, \vec{z})$ avec une bielle (9). Cette dernière est en liaison pivot d'axe $(I, \vec{z})$ avec le coulisseau (3).

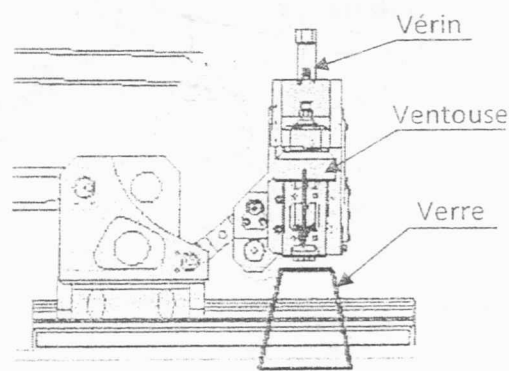
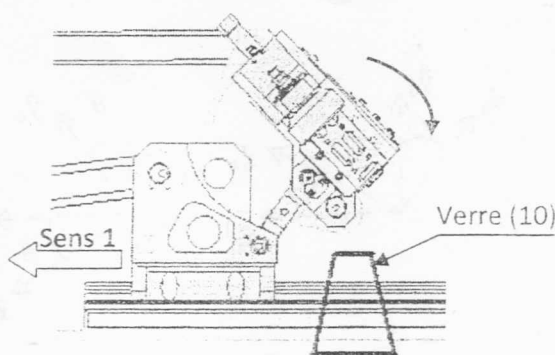
Le mécanisme de chargement permet, durant une rotation complète du plateau (1), au préhenseur (8) d'effectuer son mouvement selon les trois phases suivantes :

Phase 1 : Il se recule (sens 1) horizontalement avec le coulisseau (3) : Dans cette phase il n'y a aucun mouvement relatif entre les solides (3), (7), (8) et (9) qui forment un groupe cinématiquement équivalent (classe d'équivalence cinématique).



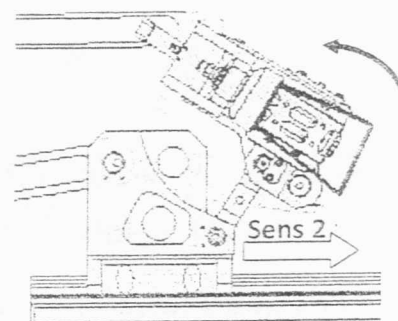
Phase 1 : recule du coulisseau

Phase 2 : Il effectue une rotation jusqu'à ce qu'il soit vertical pour saisir le verre par ventouse : Dans cette phase, le levier (4) prend une position fixe par rapport au bâti (0) (rayon de la came constant) ce qui provoque la rotation du renvoi (7) et par suite la rotation du préhenseur (8). Il est à noter que lorsque le préhenseur (8) prend la position verticale, une ventouse actionnée par un vérin pneumatique, descend pour saisir le verre (10).



Phase 2 : Rotation du préhenseur pour atteindre la position verticale puis saisie du verre par ventouse.

Phase 3 : Une fois le verre est saisi par la ventouse, le préhenseur (8) tourne dans le sens inverse pour reprendre sa position horizontale et avance (sens 2) avec le coulisseau (3) pour placer le verre sur la broche.



Phase 3 : avance du coulisseau et rotation du préhenseur pour reprendre sa position horizontale.

PARAMETRAGE ET DONNEES GEOMETRIQUES

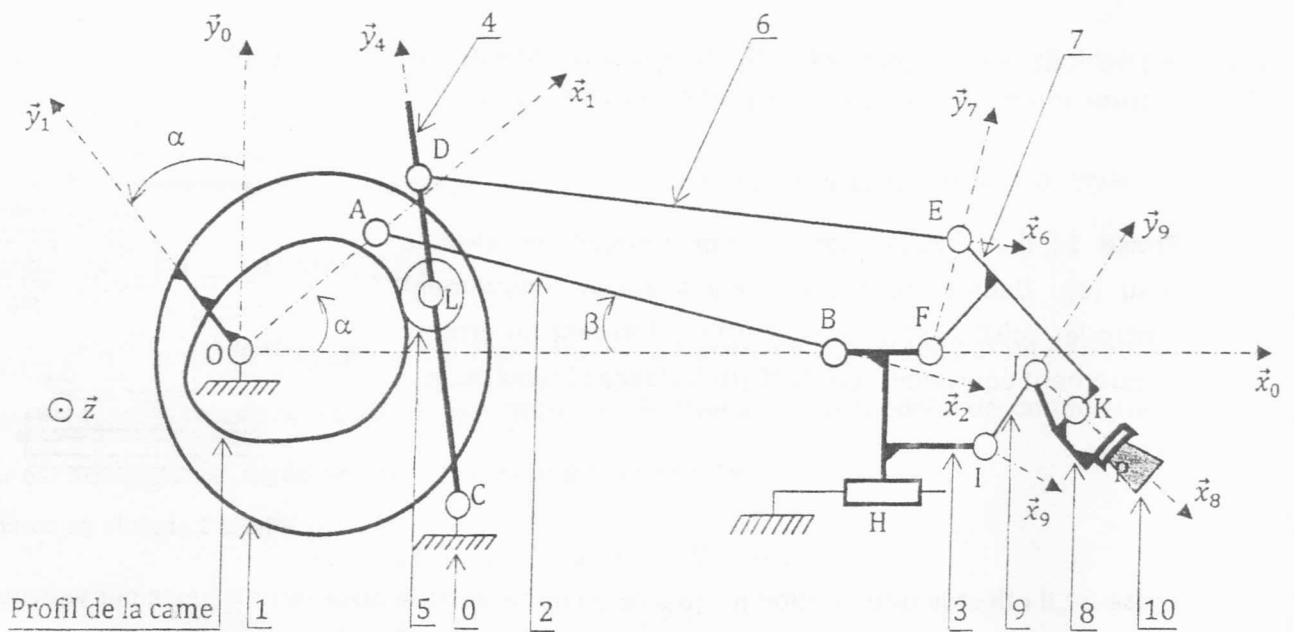
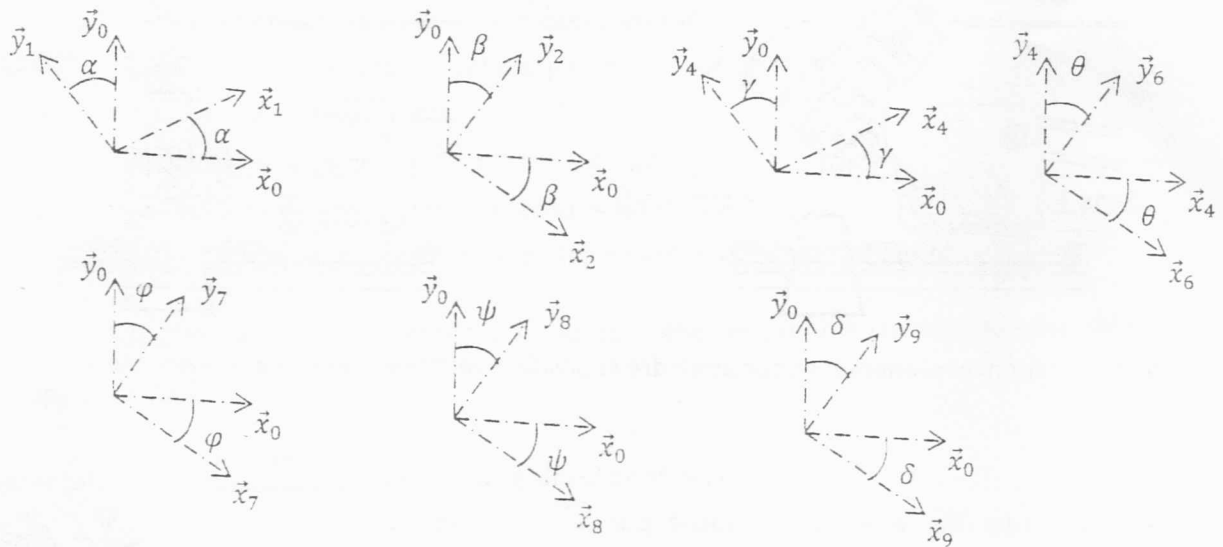


Figure 2 : schéma cinématique simplifié de mécanisme du système de chargement des verres.

A chaque solide (i) est associé un repère orthonormé direct de base $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z})$. Ces bases sont définies de la façon suivante :



$$\overline{OA} = r \vec{x}_1; \overline{AB} = L_2 \vec{x}_2; \overline{OB} = \lambda \vec{x}_0; \overline{CD} = L_4 \vec{y}_4; \overline{DE} = L_6 \vec{x}_6; \overline{FE} = b_7 \vec{y}_7; \overline{FK} = a_7 \vec{x}_7; \\ \overline{IJ} = b_9 \vec{y}_9; \overline{JK} = a_8 \vec{x}_8; \overline{FI} = a_3 \vec{x}_0 - b_3 \vec{y}_0;$$

$r, L_2, L_4, L_6, b_7, a_7, b_9, a_8, a_3$ et b_3 sont des constantes positives.

$\lambda, \alpha, \beta, \gamma, \theta, \phi, \psi$ et δ sont des paramètres variables en fonction de temps.

A - TECHNOLOGIE DE CONCEPTION**A-1- ANALYSE FONCTIONNELLE :**

A-1-1- Compléter l'actigramme A-0 du système de chargement de verres.

A-1-2- Identifier l'organe « **Effecteur** » dans le système de chargement de verres.

A-1-3- Que représente un vérin pneumatique dans un système technique (cocher la bonne réponse).

A-1-4- Donner la fonction principale d'un vérin pneumatique.

A-2- LIAISONS MECANIQUES : Pour les liaisons mécaniques données, compléter le tableau en représentant les symboles normalisés et en indiquant les degrés de liberté sous forme de (R_x , R_y , R_z , T_x , T_y , T_z).

A-3- ETUDE GRAPHIQUE : Sur la page 2 de document réponse on vous donne la vue de face complète (formes cachées non représentées) et une vue en perspective du levier (4). Compléter les vues de dessus et de droite, la coupe A-A et la section C-C. Seules les formes vues sont demandées.

B – MECANIQUE**B-I- IDENTIFICATION DES PARAMETRES DE MOUVEMENT :**

L'objectif de cette partie est l'identification des paramètres des mouvements des solides constituant le système de chargement des verres en fonction des données géométriques et de la vitesse de rotation $\dot{\alpha}$ du plateau (1). Il est à noter que l'angle γ et la vitesse de rotation $\dot{\gamma}$, qui dépendent du profil de la came (fonction de α et de $\dot{\alpha}$), sont supposés donnés.

B-I-1- Etude de la chaîne 0-1-2-3-0 : Identification de β et de λ :

B-I-1-1- Ecrire la condition de fermeture géométrique de la chaîne **0-1-2-3-0**. En déduire deux relations scalaires entre α , β et λ .

B-I-1-2- Ecrire, dans la base du repère R_0 , les torseurs cinématiques représentants :

- Le mouvement du plateau (1) par rapport au bâti (0) au point A ;
- Le mouvement de la bielle (2) par rapport au bâti (0) au point B. les composantes seront exprimées en fonction des paramètres α , β et de leurs dérivées;
- Le mouvement du coulisseau (3) par rapport au bâti (0) au point B. les composantes seront exprimées en fonction du paramètre λ et de sa dérivée;

B-I-1-3- En se basant sur la composition du vecteur vitesse au point B, déduire deux relations scalaires entre $\dot{\alpha}$, $\dot{\beta}$ et $\dot{\lambda}$ (on peut vérifier qu'il s'agit de la dérivée temporelle des relations géométriques déterminées dans la première question).

B-I-2- Etude de la chaîne 0-4-6-7-3-0 : Identification $\dot{\theta}$ et de $\dot{\varphi}$:

B-I-2-1- Ecrire, dans la base du repère R_0 , les torseurs cinématiques représentants :

- Le mouvement du levier (4) par rapport au bâti (0) au point D ;
- Le mouvement de la bielle (6) par rapport au bâti (0) au point E. les composantes scalaires du torseur seront exprimées en fonction des paramètres γ, θ et de leurs dérivées ;
- Le mouvement du renvoi (7) par rapport au bâti (0) au point E. les composantes scalaires du torseur seront exprimées en fonction de λ, φ et de leurs dérivées ;

B-I-2-2- En se basant sur la composition du vecteur vitesse au point E, déduire deux relations scalaires entre $\dot{\lambda}, \dot{\gamma}, \dot{\theta}$ et $\dot{\varphi}$.

B-I-3- Etude de la chaîne 3-7-8-9-3 : Identification de $\dot{\delta}$ et de $\dot{\psi}$:

B-I-3-1- Ecrire la condition de fermeture géométrique de la chaîne 3-7-8-9-3. En déduire, par projection dans la base du repère R_0 , deux relations scalaires entre φ, δ et ψ .

B-I-3-2- Déduire deux relations scalaires entre $\dot{\psi}, \dot{\delta}$ et $\dot{\varphi}$.

B-II- EQUILIBRAGE STATIQUE ET DYNAMIQUE DU PLATEAU (1) :

L'objectif de cette partie est de vérifier l'équilibrage statique et dynamique du plateau (1).

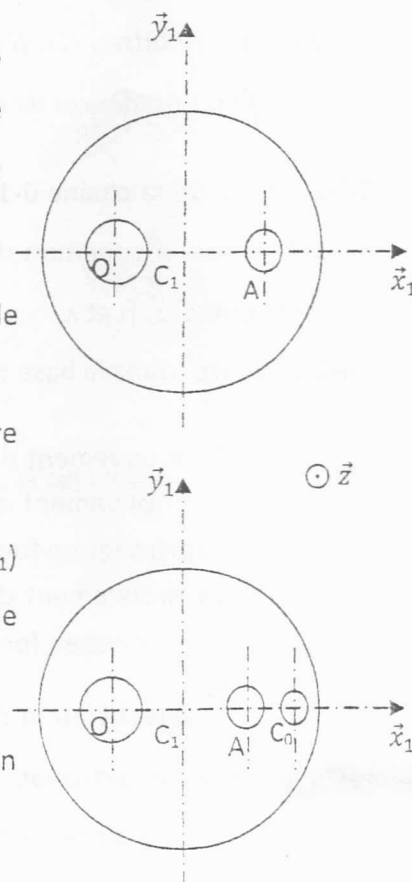
Le plateau (1) est assimilé à un disque infiniment mince, homogène, de masse m_1 , de centre C_1 et de rayon R . Il comporte deux trous, l'un de rayon r_1 et de centre O tel que $OC_1 = d_1$ et l'autre de rayon r_2 et de centre A tel que $OA = d_2$.

B-II-1- Déterminer la densité surfacique (σ) du matériau constituant le plateau ;

B-II-2- Déterminer, en fonction de R, r_1, r_2, d_1 et d_2 , la position du centre d'inertie du plateau : $\overrightarrow{OG_1}$.

B-II-3- Afin d'équilibrer statiquement le plateau, son centre d'inertie (G_1) doit être ramené sur l'axe de rotation $(O, \vec{z})$. Pour cela on se propose de percer un trou de rayon r_0 et de centre C_0 tel que $OC_0 = d_0$.

Montrer que le centre C_0 doit être sur l'axe $(O, \vec{x}_1)$ et exprimer d_0 en fonction du rayon r_0 et des données R, r_2, d_1 et d_2 .



Le plateau (1), équilibré statiquement, sera entraîné en rotation, par rapport au bâti (0), autour de l'axe $(O, \vec{z})$. Pour que le plateau (1) soit équilibré dynamiquement, $(O, \vec{z})$ doit être un axe principal d'inertie.

Les éléments d'inertie au point O du plateau (1), équilibré statiquement, sont définis par la matrice suivante :

$$[I_O(1)] = \begin{bmatrix} A & -F & -E \\ -F & B & -D \\ -E & -D & C \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z})}$$

B-II-4- Indiquer les éléments d'inertie qui doivent être nuls pour que le plateau soit équilibré dynamiquement.

B-II-5- Justifier que ces éléments d'inertie sont effectivement nuls ?

B-II-6- Exprimer, en fonction de σ , R , r_1 , r_2 , r_0 , d_1 , d_2 et d_0 , le moment d'inertie : $C = I_{O\vec{z}}(1)$.

B-III- CHOIX DU MOTOREDUCTEUR D'ENTRAÎNEMENT DU PLATEAU (1) :

L'objectif de cette partie est de déterminer le couple à fournir par le motoréducteur au plateau (1). Ceci permet de choisir convenablement le moteur à utiliser.

Données :

- La masse d'un solide (i) est notée m_i ($i=1, 3, 8$).
- Le centre d'inertie du plateau (1) est le point O.
- Les moments d'inertie de (1) et de (8) sont : $I_{O\vec{z}}(1) = I_1$ et $I_{G_8\vec{z}}(8) = I_8$.
- Le levier (4), les bielles (2) et (6), le galet (5), le renvoi (7), la billette (9) et le verre (10) sont de masses négligeables.
- Toutes les liaisons mécaniques sont supposées parfaites.
- Le motoréducteur exerce sur le plateau (1) un couple : $\vec{C} = C_m \vec{z}$.
- Le champ de pesanteur est défini par : $\vec{g} = -g \vec{y}_0$.
- Le vecteur vitesse instantanée : $\vec{V}(G_8 \in 8/0) = U_8 \vec{x}_0 + V_8 \vec{y}_0$.

On désigne par (S) le système regroupant les solides suivants : $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$;

B-III-1- Déterminer l'expression de l'énergie cinétique du système (S) dans son mouvement par rapport à R_0 ;

B-III-2- Faire le bilan des actions mécaniques extérieures exercées sur le système (S) au cours de son mouvement par rapport à R_0 . Chaque action doit être exprimée par un torseur en un point de votre choix et dans la base de R_0 .

B-III-3- Déterminer la puissance des actions mécaniques extérieures exercées sur le système (S) au cours de son mouvement par rapport à R_0 . $P(\bar{S} \rightarrow S/R_0)$ où $\bar{S}$ désigne l'extérieur de (S).

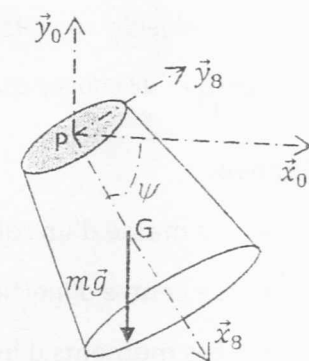
B-III-4- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique au système (S) dans son mouvement par rapport à R_0 , déterminer l'expression du couple moteur C_m .

B-IV- CHOIX DE LA VENTOUSE :

L'objectif de cette partie est de déterminer l'action mécanique que doit exercer la ventouse pour maintenir efficacement le verre au cours de son transfert. Ceci permet de choisir convenablement cette ventouse.

On admet que le verre (10) est encastré au préhenseur (8) sous l'effet d'une dépression p créée par la ventouse liée à (8) sur la base du verre (10). Cette action de maintien est définie au centre (P) de la base du verre

par le torseur suivant : $\{T(8 \rightarrow 10)\} = \begin{Bmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}_P$ avec $\overrightarrow{KP} = a\vec{x}_8$



Les éléments de ce torseur sont exprimés dans la base du repère R_8 .

Le verre (10) est d'axe de révolution $(P, \vec{x}_8)$, de masse m , de centre d'inertie G tel que $\overrightarrow{PG} = b\vec{x}_8$ et de moment d'inertie par rapport à l'axe $(G, \vec{z})$: $I_{G\vec{z}}(10) = I$.

Le vecteur vitesse instantanée du centre G par rapport à R_0 est exprimé par :

$$\vec{V}(G \in 10/R_0) = U\vec{x}_8 + V\vec{y}_8.$$

B-IV-1- Exprimer, dans la base de R_8 , le vecteur accélération instantanée de centre G par rapport à R_0 .

Les composantes de ce vecteur seront exprimées en fonction de U , V , ψ et de leurs dérivées.

B-IV-2- Déterminer, au point G, le torseur dynamique du mouvement du verre (10) par rapport à R_0 : $\{D(10/R_0)\}_G$. Les éléments de réduction de ce torseur seront exprimés en fonction de U , V , ψ et de leurs dérivées et projetés dans R_8 .

B-IV-3- Déterminer, au point G, le torseur des actions mécaniques extérieures exercées sur le verre (10) : $\{T(\overline{10} \rightarrow 10)\}_G$. Les éléments de ce torseur seront définis dans la base du repère R_8 . $\overline{10}$ désigne l'extérieur de 10.

B-IV-4- En appliquant le Principe Fondamentale de la Dynamique à (10) dans son mouvement par rapport à R_0 , déterminer les composantes du torseur associé à l'action du maintien exercée par la ventouse sur le verre.

B-IV-5- Etablir, alors, une condition sur le coefficient d'adhérence à respecter lors du choix de la ventouse pour que le maintien soit efficace.

C – AUTOMATIQUE

L'objectif de cette partie est l'étude de l'asservissement de la vitesse du moteur utilisé dans le système de chargement des verres.

HYPOTHESE : Pour cette étude, on se place dans le cas d'un système linéaire, continu et invariant.

C.1. MODELISATION DU MOTEUR

Le plateau came (voir figure 1) est entraîné en rotation à travers un réducteur par un moteur à courant continu. En négligeant l'inductance et les différents frottements, le modèle de connaissance de ce moteur est décrit par les équations électromécaniques suivantes :

$$e(t) = u(t) - R i(t) = K_e \omega(t)$$

$$C_m(t) = K_t i(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt}$$

avec :

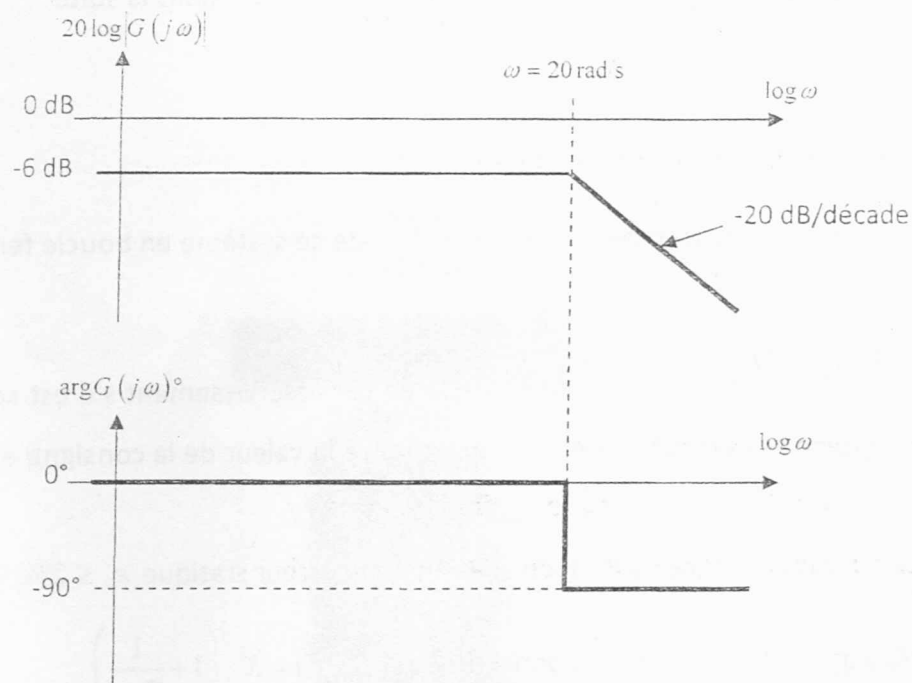
- $e(t)$ Force électromotrice en V.
- $u(t)$ Tension d'entrée en V.
- $i(t)$ Courant d'induit du moteur en A.
- $\omega(t)$ Vitesse angulaire de l'arbre du moteur en rad.s^{-1} .
- $C_m(t)$ Couple électromécanique délivré par le moteur en m.N.
- R Résistance de l'induit en Ω .
- K_e Constante de la force électromotrice V/rad.s^{-1} .
- K_t Constante du couple électromécanique en m.N.A^{-1} .
- J Moment d'inertie équivalent rapporté à l'arbre de sortie en Kg.m^2 .

C.1.1. Ecrire les quatre équations ci-dessus dans le domaine de Laplace (toutes les conditions initiales sont supposées nulles).

C.1.2. Compléter le schéma blocs proposé sur le document réponse.

C.1.3. Déterminer la fonction de transfert $H(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$ de ce moteur.

C.1.4. Lors du fonctionnement du moteur en charge, on a relevé les diagrammes de Bode (Modèle de comportement). A partir de ces courbes, on donne ci-après les diagrammes asymptotiques correspondants.



Déterminer l'ordre du système ainsi que la constante de temps τ et le gain statique K_s .

Ecrire numériquement la fonction de transfert $H(p)$ du moteur sous sa forme canonique.

C.1.5. Les caractéristiques techniques du moteur indiquées par le constructeur sont :

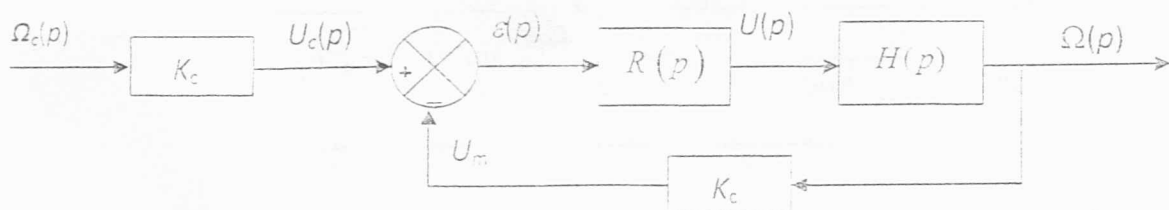
$$R = 3,4 \, \Omega \quad \text{et} \quad K_t = 0,85 \, \text{m.N.A}^{-1}$$

Calculer la valeur de K_e (V/rad.s^{-1}) et de J (Kg.m^2).

C.1.6. Tracer la réponse temporelle de ce moteur s'il est soumis à un échelon de tension d'amplitude $U_0 = 220 \, \text{V}$.

C.2. ASSERVISSEMENT DE LA VITESSE DE ROTATION DU MOTEUR

Pour assurer l'asservissement de la vitesse de rotation du moteur (donc la rotation du plateau), on place dans la chaîne d'asservissement un régulateur de fonction de transfert $R(p)$. La vitesse de rotation est mesurée par un capteur tachymétrique de gain $K_c = 0,06 \, \text{V/rad.s}^{-1}$. Le schéma fonctionnel de l'asservissement est donné ci-dessous.



Indépendamment des résultats trouvés précédemment on prendra dans la suite :

$$H(p) = \frac{0,5}{1+0,05p}$$

C.2.1. Cas d'un régulateur proportionnel $R(p) = K_a$.

C.2.1.1. Calculer la fonction de transfert $F(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)}$ de ce système en boucle fermée en fonction de K_a .

C.2.1.2. Pour $K_a = 800$, tracer la réponse temporelle de cet asservissement s'il est soumis à un échelon $\Omega_c = 100 \text{ rad.s}^{-1}$. En déduire l'erreur statique ε_s (écart entre la valeur de la consigne et de la valeur réelle quand $t \rightarrow \infty$).

C.2.1.3. Quelle valeur faut-il donner à K_a si on souhaite une erreur statique $\varepsilon_s \leq 2\%$?

C.2.2. Cas d'un régulateur de type proportionnel intégral $R(p) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i p} \right)$.

C.2.2.1. Calculer la fonction de transfert du système en boucle fermée muni de ce régulateur.

C.2.2.2. Etudier la stabilité du système en boucle fermée en fonction de K_p et T_i .

C.2.2.3. Quel est l'intérêt d'utiliser ce type de régulateur ?

Les transformées de Laplace utiles sont données dans le tableau suivant :

$F(p)$	$f(t)$ pour $t > 0$
$\frac{1}{p}$	1
$\frac{1}{p^2}$	t
$\frac{1}{(p+a)}$	e^{-at}
$\frac{1}{(p+a)(p+b)}$	$\frac{1}{b-a} (e^{-at} - e^{-bt})$
$\frac{K \omega_0^2}{p^2 + 2\xi \omega_0 p + \omega_0^2}$	$\frac{K \omega_0}{\sqrt{1-\xi^2}} e^{-\xi \omega_0 t} \sin(\omega_0 \sqrt{1-\xi^2} t)$