



Concours Physique et Chimie Epreuve de Physique

Date : Lundi 29 Mai 2017 Heure : 8 H Durée : 4 H Nb pages : 07
Barème : Problème 1 : 13 pts Problème 2 : 7 pts

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.

L'épreuve comporte deux problèmes indépendants, le candidat peut les résoudre dans l'ordre qui lui convient en respectant néanmoins la numérotation des questions.

Un candidat peut toujours se servir d'un résultat fourni par l'énoncé pour continuer sa composition.

Données utiles

- Vitesse de la lumière dans le vide $c = 3 \times 10^8 \text{ ms}^{-1}$
- Perméabilité du vide $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ SI}$
- Constante de Planck $h = 6,626 \times 10^{-34} \text{ Js}$
- Constante de Boltzmann $k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$
- S.I. : Unité exprimée dans le système international
- $\text{rot}(\text{rot} \vec{u}) = \text{grad}(\text{div} \vec{u}) - \Delta \vec{u}$

Problème

Phénomènes Ondulatoires

Les phénomènes ondulatoires sont nombreux en physiques. Ce problème traite des phénomènes ondulatoires mécaniques et électromagnétiques

A- Corde vibrante

Une corde homogène et inextensible de masse linéique μ est tendue horizontalement avec une tension constante T_0 .

Un point M quelconque de la corde est repéré par ses coordonnées cartésiennes (x, y, z) de bases orthonormée $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$.

Déplacée de sa position d'équilibre, la corde acquiert un mouvement décrit par une elongation verticale faible $\psi(x, t)$. La corde reste toujours faiblement inclinée par rapport à l'horizontale (Fig. 1).

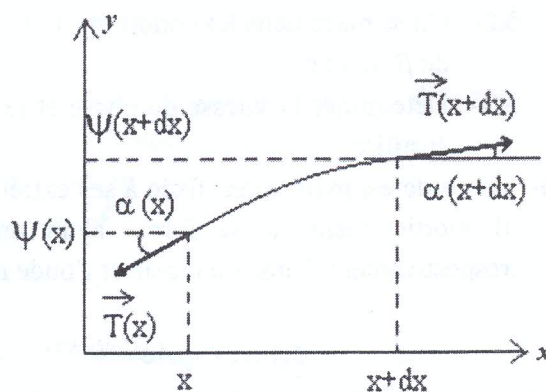


Figure 1

Un élément infinitésimal de la corde compris entre x et $x + dx$ est soumis respectivement aux tensions $\vec{T}(x, t)$ et $\vec{T}(x + dx, t)$. On négligera la force de pesanteur et les forces de frottements devant la tension.

- 1- En appliquant la relation fondamentale de la dynamique à cet élément, montrer que le déplacement transversal $\psi(x, t)$ obéit à l'équation d'onde de D'Alembert:

$$\frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1)$$

- 2- Vérifier la dimension de c et la calculer numériquement pour $\mu = 10 \text{ gm}^{-1}$ et $T_0 = 2 \text{ N}$.
- 3- La corde est supposée semi-infinie. Une onde plane progressive sinusoïdale de pulsation ω se propage dans le sens des x croissants telle que:

$$\psi(x, t) = A \cos(\omega t - kx)$$

A est une constante réelle représentant l'amplitude de l'onde.

- 3.1- Définir une onde plane.
- 3.2- Déterminer la relation de dispersion et exprimer la vitesse de phase.
- 4- Les forces de frottement de l'air sont désormais prises en compte et sont modélisées par une force de frottement fluide $-\Gamma \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} dx$ pour un élément de corde de longueur dx , avec Γ une constante positive.

- 4.1- Montrer que le déplacement transversal $\psi(x, t)$ obéit à l'équation suivante:

$$\frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial t^2} = \beta \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t} \quad (2)$$

β est une constante à expliciter.

- 4.2- On considère une solution de la forme $\underline{\psi}(x, t) = A e^{i(\omega t - \underline{k}x)}$. Déterminer la nouvelle relation de dispersion.
- 5- On pose $\underline{k} = k_1 - i k_2$ et on s'intéresse à l'onde progressive se propageant selon les x croissants.
 - 5.1- Montrer que lors de sa propagation cette onde illustre un amortissement sur une distance caractéristique d'atténuation δ . Quelle est la signification physique de δ ? L'exprimer en fonction de k_2 .
 - 5.2- On se place dans les conditions telles que $\omega \gg \beta c^2$. Exprimer k_1 et k_2 en fonction de β , ω et c .
 - 5.3- Déterminer la vitesse de phase et la vitesse de groupe. Le milieu est-il dispersif? Justifier.
- 6- La corde est maintenant fixée à ses extrémités $x = 0$ et $x = L$ et on néglige toute cause d'amortissement. Il se forme alors un système d'ondes stationnaires. On notera respectivement l'onde incidente et l'onde réfléchie par :

$$\underline{\psi}_i(x, t) = A e^{i(\omega t - kx)} \quad \text{et} \quad \underline{\psi}_r(x, t) = A_r e^{i(\omega t + kx)}.$$

- 6.1- Le coefficient de réflexion r en amplitude est égal à -1, exprimer A_r en fonction A .
- 6.2- Dédire l'onde résultante qui s'établit dans la corde.
- 6.3- Expliquer le qualificatif "stationnaire" attribué à cette onde.

- 7- Déterminer les fréquences propres f_n de l'onde stationnaire en fonction d'un entier naturel n , de la vitesse c et de la longueur L de la corde.
- 8- Dessiner l'aspect de la corde vibrante correspondant aux modes suivants : $n = 1$ et $n = 2$.
- 9- La corde d'un violon ou d'une contrebasse peut être assimilée à une corde vibrante homogène de masse linéique μ et de longueur L fixée à ses extrémités.
 - 9.1- Le son d'un violon et d'une contrebasse sont respectivement « aigu » et « grave ». Comparer les longueurs de deux instruments.
 - 9.2- La tension T_0 de la corde du violon peut être ajustée à l'aide d'une cheville. On accorde ce violon à la fréquence fondamentale $f_1 = 196\text{Hz}$. Calculer la tension T_0 . On donne $\mu = 2,5\text{ gm}^{-1}$, $L = 30\text{ cm}$.

B- Ondes électromagnétiques et conducteurs

- 10- Pour un métal dans les domaines des radiofréquences et des micro-ondes, le courant de déplacement est négligeable par rapport au courant de conduction
 - 10.1- Ecrire les équations de Maxwell dans un milieu conducteur de conductivité γ constante. On suppose par ailleurs que la densité de charges est nulle.
 - 10.2- Etablir l'équation de propagation (notée (3)) vérifiée par le champ électrique.
- 11- On considère une onde plane progressive monochromatique se propageant dans le vide et rencontrant en incidence normale la surface plane d'un conducteur en aluminium de conductivité $\gamma = 3,8 \cdot 10^7\text{ S.m}^{-1}$ occupant l'espace $x > 0$. On cherche une solution de l'équation (3) sous la forme:

$$\vec{E} = E_0 e^{\alpha x - i\omega t} \vec{e}_y$$
 - 11.1- Déterminer α en faisant apparaître une distance caractéristique δ .
 - 11.2- Exprimer le champ électrique de cette onde en fonction de δ . Donner sa vitesse de phase.
 - 11.3- Une feuille d'aluminium alimentaire d'épaisseur $500\text{ }\mu\text{m}$ empêche-t-elle l'écoute d'une onde radio de fréquence $f_1 = 100\text{ MHz}$? Justifier.
- 12- Lorsqu'une onde électromagnétique est émise par une source située dans une cavité, il se produit un phénomène de résonance pour certaines fréquences. Ceci permet d'amplifier l'onde par émission stimulée.
Un laser hélium-néon émet un faisceau lumineux cylindrique de rayon $r = 0,75\text{ mm}$, de longueur d'onde $\lambda = 632,6\text{ nm}$, de puissance moyenne $\langle P \rangle = 2\text{ mW}$, assimilé à une onde plane progressive monochromatique de la forme :

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

- 12.1- Déterminer l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\pi}$ de cette onde. Calculer son intensité I .
- 12.2- En déduire les valeurs des amplitudes des champs électrique et magnétique de l'onde rayonnée par ce laser.
- 12.3- Déterminer le nombre n de photons émis par seconde par ce laser.

13- Le rayonnement de ce laser correspond à une transition électronique faisant passer l'atome de Néon d'un niveau d'énergie E_2 à une autre d'énergie $E_1 < E_2$.

13.1- On note N_1 et N_2 le nombre d'atomes ayant respectivement les énergies E_1 et E_2 . Calculer le rapport $\frac{N_2}{N_1}$ à $T = 300 \text{ K}$. Commenter.

13.2- Suite à l'interaction entre la matière atomique et le rayonnement électromagnétique, trois processus de conversion d'énergie peuvent avoir lieu: Définir ces processus et donner une figure explicative.

14- On s'intéresse ici à un modèle simple de cavité vide sans perte à une dimension. Elle est constituée de deux conducteurs parfaits dont les surfaces planes sont parallèles (Fig. 2).

14.1- Etablir l'équation de propagation vérifiée par le champ électrique dans la cavité.

14.2- On cherche une solution pour le champ électrique dans le conducteur sous la forme: $\vec{E} = E_0 f(z) e^{-i\omega t} \vec{e}_x$. Trouver $f(z)$ à une constante multiplicative près.

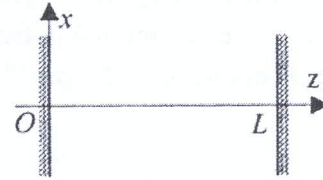


Figure 2

14.3- Exprimer les fréquences propres f_n de l'onde stationnaire en fonction d'un entier naturel n , de la vitesse c et de la longueur L de la cavité.

14.4- En pratique, une cavité possède des pertes en énergie, en donner une cause possible. Décrire qualitativement l'évolution de l'amplitude du champ électrique dans la cavité réelle.

15- Dans cette cavité le champ électrique de l'onde laser peut se mettre sous la forme :

$$\vec{E} = E_0 \vec{e}_x e^{-i(\omega t - \underline{k}z)} \quad \text{où } \underline{k} = k_1 + i \frac{\alpha}{2} \text{ avec } \alpha \text{ et } k_1 \text{ sont deux nombres réels.}$$

15.1- L'onde se propage selon les z croissants. Quels sont les signes de α et k_1 ? Justifier.

15.2- L'intensité I du laser est proportionnelle à la valeur moyenne temporelle du carré du champ électrique. Un milieu amplificateur de longueur d est introduit dans la cavité résonnante. Exprimer le gain $G = \frac{I(d)}{I(0)}$ de l'amplificateur en fonction de α et d en précisant le signe de α .

C- Fonction d'onde associée à une particule

16- Le mouvement d'une particule quantique est décrit par une fonction d'onde $\psi(x, t)$ dont $|\psi(x, t)|^2$ représente la densité de probabilité de présence de la particule. Cette fonction est une solution de l'équation de Schrödinger:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} = i\hbar \frac{\partial \psi(x, t)}{\partial t}$$

16.1- Donner la relation de De Broglie reliant la quantité de mouvement p et la longueur d'onde λ pour une particule libre de masse m .

16.2- En déduire la relation entre l'énergie E de cette particule et le nombre d'onde k .

16.3- Représenter la courbe $\omega = f(k)$. Le milieu est-il dispersif? Justifier.

17- La particule est piégée dans l'espace $0 < x < L$. On définit ce puits de potentiel (Fig. 3) par :

$$V(x) = \begin{cases} 0 & 0 < x < L \\ +\infty & x < 0 \text{ et } x > 0 \end{cases}$$

La fonction d'onde associée à cette particule peut être écrite sous la forme:

$$\psi(x, t) = \varphi(x) e^{-i \frac{Et}{\hbar}}$$

17.1- Pourquoi un tel état est appelé état stationnaire?

17.2- Donner les conditions aux limites vérifiées par la fonction $\varphi(x)$ en $x = 0$ et $x = L$.

17.3- Déterminer l'équation différentielle vérifiée par $\varphi(x)$.

17.4- Montrer que $\varphi(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} x\right)$ pour $0 \leq x \leq L$.

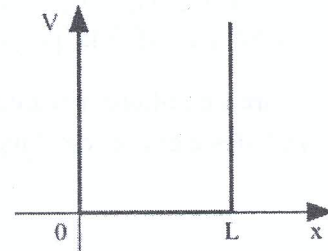


Figure 3

17.5- Donner alors les expressions de l'énergie E et de la quantité de mouvement p en faisant apparaître un nombre quantique n .

17.6- Quelle est l'origine de ces diverses quantifications ?

17.7- Déterminer la différence d'énergie ΔE entre les niveaux $(n + 1)$ et n .

17.8- Représenter $\varphi(x)$ correspondant aux modes $n = 1$ et $n = 2$.

Problème 2

Phénomènes de transport

Les phénomènes de transport ont pour origine l'inhomogénéité d'une grandeur physique. Ainsi ce type de phénomène décrit certaines propriétés comme : la diffusion de particules, la diffusion thermique, la conductivité électrique,... On note D la diffusivité particulaire, λ la conductivité thermique et γ la conductivité électrique

A- Etude préliminaire

1. Donner les lois d'Ohm, de Fick et de Fourier. Décrire très brièvement le phénomène de transport associé à chaque loi.
2. Un phénomène de transport est un phénomène irréversible. Ces lois traduisent-elles cette irréversibilité?
3. Préciser les dimensions de D , λ et γ .

B- Modèle de l'atmosphère isotherme

Dans cette partie, l'atmosphère terrestre est supposée isotherme et que les molécules d'air sont toutes identiques et obéissent au modèle des gaz parfaits.

L'air, de masse volumique ρ , sera toujours considéré en équilibre thermodynamique local.

Soit $n(z)$ le nombre de particules par unité de volume à l'altitude z et $n_0 = n(z=0)$ celui au niveau du sol. On désignera par $p(z)$ la pression à l'altitude z (Fig. 4).

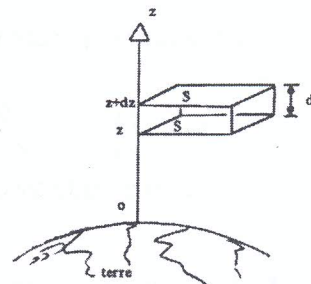


Figure 4

- 4- Ecrire l'équilibre mécanique d'une tranche d'épaisseur dz de surface S comprise entre les altitudes z et $z + dz$. En déduire que $p(z)$ peut se mettre sous la forme:

$$p(z) = p(z=0)e^{\frac{-Mgz}{RT}}$$

M est la masse molaire des molécules d'air de l'atmosphère, g la constante de pesanteur, R la constante des gaz parfait et T la température.

- 5- En déduire la loi d'évolution de $n(z)$ en fonction de z , g , T , de la constante de Boltzmann k_B et la masse m d'une particule.
- 6- Représenter l'allure de l'évolution de $n(z)$ pour deux températures T_1 et T_2 avec $T_2 > T_1$.
- 7- En déduire l'existence d'un courant diffusif dont on précisera l'expression et le sens.

C- Transferts thermiques

On considère un solide homogène de masse volumique ρ , de conductivité thermique λ et de capacité thermique massique C (Fig.5). Le solide est supposé infini dans les directions y et z . Il occupe le volume compris entre $x = 0$ et $x = e$. On note $T(x)$ la température en un point du solide et $\vec{j} = j(x)\vec{e}_x$ le vecteur densité de courant thermique.

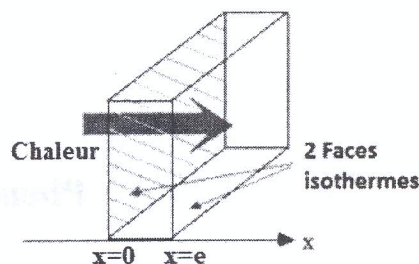


Figure 5

Les seuls transferts d'énergie à l'intérieur du solide sont des transferts par conduction.

- 8- Pour un volume compris entre x et $x + dx$, de section S , effectuer un bilan d'énergie entre les instants t et $t + dt$, en déduire l'équation aux dérivées partielles vérifiées par la température:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} - a \frac{\partial T}{\partial t} = 0$$

Exprimer la constante a en fonction de ρ , C et λ .

- 9- Dans la suite on se place en régime est stationnaire. La paroi en $x = 0$ est maintenue à la température constante T_1 , celle en $x = e$ est maintenue à la température constante $T_2 < T_1$. Trouver le profil de température.

- 10- Exprimer la puissance thermique transmise à travers la surface S du solide en fonction de S, e, λ, T_1 et T_2 .
- 11- Dresser une analogie entre les grandeurs intervenant dans les lois d'Ohm et de Fourier.
- 12- Définir la résistance thermique notée R_{th} . Exprimer R_{th} en fonction de S, e et λ .
- 13- Justifier l'appellation « résistance thermique » attribuée à R_{th} .
- 14- On se propose d'étudier l'intérêt du double vitrage dans la maîtrise des pertes d'énergie dans un appartement dont les parois vitrées sont formées de trois couches à faces parallèles : deux lames de verre d'épaisseur e chacune séparées par une couche d'air de même épaisseur. Les faces externes de ce système sont maintenues à des températures constantes $T(x = 0) = T_0$, et $T(x = 3e) = T_{ext}$ avec $T_0 > T_{ext}$. L'air sec de conductivité constante, est considéré comme un matériau obéissant à la loi de Fourier.
- 14.1- Etablir la relation liant les écarts de températures $T_0 - T_{ext}$, $T_0 - T(x = e)$, $T(x = e) - T(x = 2e)$ et $T(x = 2e) - T_{ext}$.
- 14.2- Exprimer $T_0 - T_{ext}$ en fonction de $\lambda_v, \lambda_A, e, S$, et ϕ_{double} le flux thermique à travers le double vitrage. En déduire l'expression de la résistance thermique $R_{th\ double}$ du système.
- 14.3- Calculer le rapport $\frac{\phi_{double}}{\phi_{simple}}$ où ϕ_{simple} est le flux thermique à travers le simple vitrage. Commenter.
- Données : $\lambda_v = 1,3 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$, $\lambda_A = 2,6 \cdot 10^{-2} \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$.

D- Ligne électrique

- 15- On considère un fil conducteur cylindrique d'axe (Ox) , de section circulaire de rayon R , de longueur L et de conductivité électrique γ . Ce conducteur est parcouru par un courant électrique d'intensité I constante. Entre le fil et l'air ambiant à la température T_0 , il s'établit des échanges thermiques superficiels définis par la loi de Newton:
 $\phi = hS[T(R) - T_0]$ où h le coefficient de transfert et S est la surface latérale du fil.
 On néglige les effets de bords et on se place en régime stationnaire.
- 15.1- De quel type de transfert thermique s'agit-il ? Donner la dimension de h .
- 15.2- Définir une résistance thermique pour ce type de transfert.
- 16- Déterminer la puissance dissipée par effet Joule en fonction de I, γ, R et L .
- 17- En écrivant la conservation de puissance, déterminer $T(R)$ en fonction de T_0, I, γ, h et R .
- 18- Un fil conducteur en Plomb de rayon $R = 0,25 \text{ mm}$ et de conductivité électrique $\gamma = 0,6 \cdot 10^7 \text{ S}$. Il est parcouru par un courant d'intensité 1 A . Calculer $T(R)$. Conclure. On donne la température de fusion du Plomb $T_f = 600 \text{ K}$, $T_0 = 298 \text{ K}$ et $h = 1,3 \text{ SI}$.

Fin de l'épreuve