



Concours Physique et Chimie
Epreuve de Physique

Date : Jeudi 13 Juin 2019 Heure : 8 H Durée : 4 H Nombre de pages : 8

Barème : Problème 1: 12 pt , Problème 2: 8 pts

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.

L'épreuve comporte deux problèmes indépendants, le candidat peut les résoudre dans l'ordre qui lui convient, en respectant néanmoins la numérotation des questions.

Un candidat peut toujours se servir d'un résultat fourni par l'énoncé pour continuer sa composition.

Données

$$h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J s} \quad k_B = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \quad \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H m}^{-1} ; \quad i^2 = -1$$
$$1 \text{ eV} = 1,6 \times 10^{-19} \text{ J} \quad \epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \times 10^{-9} \text{ F m}^{-1} \quad \Delta f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

Problème 1

Ce problème traite les différents aspects de la propagation des ondes électromagnétiques dans le vide, dans les milieux transparents et dans les cavités lasers. Il aborde aussi le processus d'amplification laser. L'étude sera faite dans un référentiel galiléen de base orthonormée $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

I- Onde électromagnétique plane dans un milieu transparent

- 1- Ecrire les équations de Maxwell dans le vide, dépourvu de charges et de courants, caractérisé par les permittivités diélectrique et magnétique ϵ_0 et μ_0 .
- 2- Dédurre l'équation de propagation du champ électrique $\vec{E}$ et exprimer la vitesse de propagation c des ondes électromagnétiques dans le vide.
- 3- Pour tenir compte du caractère diélectrique dans un milieu transparent, on remplace ϵ_0 par $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ dans les équations de Maxwell où ϵ_r est une constante positive. Exprimer en fonction de ϵ_r la vitesse v des ondes ainsi que l'indice de réfraction n du milieu défini par $n = \frac{c}{v}$.
- 4- Une onde électromagnétique se propage dans ce milieu ; son champ électrique en notation complexe s'exprime par : $\vec{E}(z, t) = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \vec{u}_x$ où E_0 est une amplitude constante réelle.
 - a- Caractériser cette onde. Que représente la grandeur k ? Donner son expression en fonction de n , ω et c .
 - b- A partir des équations de Maxwell, trouver la relation reliant $\vec{k}$, $\vec{E}$ et $\vec{B}$. Exprimer le champ magnétique $\vec{B}$ de cette onde.
 - c- Déterminer la densité d'énergie électromagnétique u_{em} et le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}$ et exprimer leur valeur moyenne dans le temps $\langle u_{em} \rangle$ et $\langle \|\vec{\Pi}\| \rangle$.

d- On note v_e la vitesse de l'énergie de l'onde. A partir d'un bilan d'énergie sur un cylindre de section S et de longueur $v_e dt$, exprimer la relation entre v_e , $\langle \|\vec{P}\| \rangle$ et $\langle u_{em} \rangle$. Exprimer alors v_e en fonction de n et c ; a-t-on $v_e v = c^2$?

e- Une onde laser d'intensité (puissance rayonnée par unité de surface) $I = 10^3 \text{ W m}^{-2}$ se propage dans un milieu transparent d'indice $n = 1,5$. Calculer les amplitudes E_0 et B_0 des champs de cette onde. On donne $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$.

II-Polarisation de l'onde plane

Dans cette partie, le milieu étudié est le vide ($n=1$), le champ électrique de l'onde possède maintenant deux composantes déphasées de φ : $\vec{E}(z, t) = E_1 e^{i(\omega t - kz)} \vec{u}_x + E_2 e^{i(\omega t - kz - \varphi)} \vec{u}_y$ où E_1 et E_2 sont des amplitudes réelles.

5- On note $A(X, Y)$ l'extrémité du champ électrique (**Figure 1**) tel que $\vec{OA} = \Re(\vec{E}(0, t))$.

a- Montrer qu'au cours du temps le point A décrit une ellipse d'équation :

$$\left(\frac{X}{E_1}\right)^2 + \left(\frac{Y}{E_2}\right)^2 - 2 \frac{X}{E_1} \frac{Y}{E_2} \cos \varphi = \sin^2 \varphi$$

b- On définit la grandeur scalaire $S = \vec{k} \cdot \left(\vec{OA} \wedge \frac{\partial \vec{OA}}{\partial t} \right)_{(t=0)}$. Calculer S et discuter le sens de rotation du point A en fonction de φ .

c- Quelle est la polarisation de l'onde dans les cas suivants ?

i- $\varphi = 0$ (respectivement $\varphi = \pi$) ;

ii- $\varphi = \pi/2$ (respectivement $\varphi = 3\pi/2$) avec $E_1 = E_2$.

6- On interpose sur le chemin de l'onde un polariseur d'axe privilégié Ox_p perpendiculaire à Oz et faisant un angle θ avec l'axe Ox (**Figure 1**). Le champ électrique émergent est la projection du champ électrique incident sur Ox_p . Le grand axe de l'ellipse fait un angle β avec l'axe Ox . Le champ électrique émergent du polariseur s'écrit :

$\vec{E}_s(z, t) = E'_0 e^{i(\omega t - kz - \varphi')} \vec{u}_p$, où E'_0 est une amplitude réelle, $\vec{u}_p$ est le vecteur unitaire porté par Ox_p et φ' est une phase constante.

a- Exprimer le produit scalaire $\vec{E} \cdot \vec{u}_p$ et en déduire E'_0 en fonction de E_1 , E_2 , θ et φ .

b- On montre que l'intensité de l'onde émergente peut s'écrire : $I_s = I_0 [1 + F \cos(2(\theta - \beta))]$ où I_0 et F s'expriment en fonction de E_1 , E_2 et β . Pour quelle valeur de θ , obtient-on une intensité maximale $I_{\max}$, (respectivement minimale $I_{\min}$) ? Donner les expressions de $I_{\max}$ et $I_{\min}$ en fonction de I_0 et F .

c- Décrire un protocole expérimental permettant de reconnaître la polarisation de l'onde.

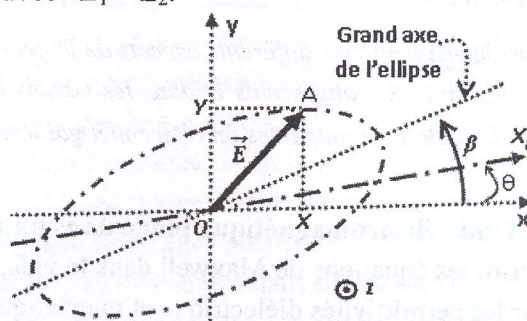


Figure 1

III- Onde plane à la traversée d'une interface

7- On se propose d'étudier la réflexion et la transmission d'une onde électromagnétique qui arrive sous incidence normale sur l'interface $z=0$ séparant deux milieux transparents

d'indices respectifs n_1 et n_2 (Figure 2). Le champ électrique de l'onde incidente s'écrit : $\vec{E}_i = E_{0i} \cos(\omega t - k_i z) \vec{u}_x$.

- a- Exprimer les vecteurs $\vec{k}_i$, $\vec{k}_r$ et $\vec{k}_t$ en fonction de n_1 , n_2 , ω et c .
- b- Déterminer le champ magnétique $\vec{B}_i$ de l'onde incidente.

8- On note $(\vec{E}_r, \vec{B}_r)$ et $(\vec{E}_t, \vec{B}_t)$ respectivement les champs électromagnétiques des ondes réfléchi et transmise par l'interface $z=0$. Les coefficients de réflexion r et de transmission t en amplitude sont définis par: $E_{0r} = rE_{0i}$ et $E_{0t} = tE_{0i}$.

- a- Ecrire les expressions des champs $\vec{E}_r$ et $\vec{E}_t$. Trouver celles de $\vec{B}_r$ et $\vec{B}_t$ en fonction de n_1 , n_2 , r , t et E_{0i} .
- b- On admet que les champs électriques et magnétiques sont continus à l'interface $z=0$. Ecrire les équations reliant r et t aux indices n_1 et n_2 . En déduire r et t en fonction de n_1 et n_2 . Préciser le déphasage entre les ondes incidente et réfléchi dans les cas $n_1 < n_2$ et $n_1 > n_2$.
- c- Déterminer en $z = 0$ les valeurs moyennes des vecteurs de Poynting des ondes incidente, réfléchi et transmise. En déduire les coefficients de réflexion et de transmission en énergie définis respectivement par $R = \frac{\langle \|\vec{\Pi}_r\| \rangle}{\langle \|\vec{\Pi}_i\| \rangle}$ et $T = \frac{\langle \|\vec{\Pi}_t\| \rangle}{\langle \|\vec{\Pi}_i\| \rangle}$. Calculer $R+T$, conclure.

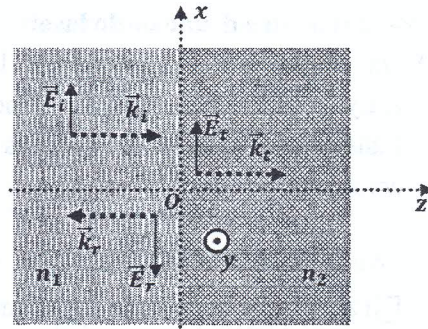


Figure 2

IV- Couche antireflet

9- Une couche transparente d'indice n_2 et d'épaisseur d sépare l'air d'indice $n_1=1$ occupant la région $z < 0$ d'un 3^{ème} milieu d'indice $n_3 > n_2$ occupant la région $z > d$ (Figure 3).

Une onde plane incidente de longueur d'onde λ arrive sous incidence normale sur l'interface 1-2. Elle donne lieu à une onde **réfléchi 1** et une onde transmise qui, par réflexion sur l'interface 2-3 puis par transmission à travers l'interface 2-1 donne l'onde **réfléchi 2**.

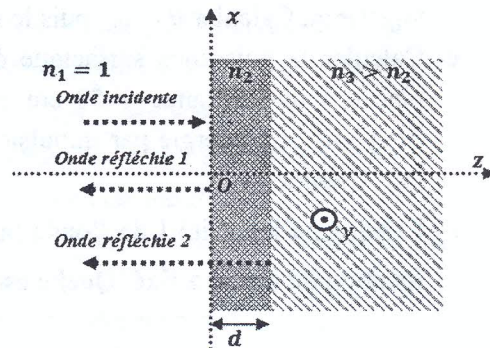


Figure 3

On se limite seulement aux ondes réfléchies 1 et 2. Le coefficient de transmission de l'interface $z=0$ est supposé égal à l'unité. On note E_0 l'amplitude de l'onde incidente, celles des ondes réfléchies 1 et 2 s'écrivent respectivement: $E_{01} = r_{12}E_0$ et $E_{02} = r_{23}E_0$.

- a- Exprimer E_{01} et E_{02} en fonction de n_1 , n_2 , n_3 et E_0 .
- b- Donner en fonction de d et n_2 le déphasage φ entre les ondes réfléchies 1 et 2. Exprimer en notation complexe le champ $\vec{E}$ résultant de leur superposition. On prendra l'origine des phases en $z=0$ pour l'onde incidente.
- c- Exprimer l'intensité de l'onde résultante $I = \vec{E} \cdot \vec{E}^*$ en fonction de r_{12} , r_{23} , E_0 et φ .
- d- Pour quelle valeur de φ l'interférence des deux ondes réfléchies est-elle destructive ? Donner alors l'expression de d en fonction de n_2 , λ et un entier p non nul.

- e- Pour réaliser une couche antireflet il faut que l'intensité résultante soit nulle. Quelle est alors la condition sur r_{12} et r_{23} ? En déduire que $n_2 = \sqrt{n_3}$.

V- Structure d'une onde laser

- 10- On se propose de déterminer la structure du faisceau lumineux dans une cavité laser. L'hypothèse selon laquelle l'onde laser est plane est irréaliste en raison des dimensions transverses limitées des miroirs de la cavité. Dans l'approximation scalaire, l'amplitude complexe du champ électrique dans le vide intra-cavité peut s'écrire en coordonnées

cylindriques sous la forme $\underline{E}_0(r, z) = \underline{E}_0(z) e^{-\frac{2r^2}{w(z)^2}}$.

$\underline{E}_0(z)$ est une amplitude dépendant de la position z du faisceau sur l'axe Oz de la cavité. La fonction $w(z)$ donne la dimension transversale du faisceau (rayon de la section du faisceau)

donnée par $w(z) = w_0 \left[1 + \left(\frac{z}{z_0} \right)^2 \right]^{1/2}$ avec $z_0 = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ où $w_0 = w(z=0)$ est la dimension du faisceau à l'abscisse $z=0$ et λ la longueur d'onde du laser (Figure 4).

- a- Déterminer l'angle de divergence θ du faisceau en utilisant le comportement asymptotique de $w(z)$ pour $z \gg z_0$ et l'exprimer en fonction de λ et w_0 . Quelle est l'origine de cette divergence? Que représente w_0 ?

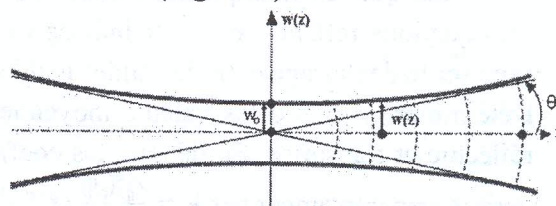


Figure 4

- b- Les pointeurs lasers émettant dans le rouge ($\lambda=700$ nm), ont un waist de valeur typique $w_0=1$ mm. Calculer θ et z_0 , puis le rayon w du faisceau à la distance $z=1$ km. Conclure.
- c- Calculer la puissance surfacique d'une lampe à incandescence de puissance $P=100$ W placée à une distance $d=50$ cm et celle d'un laser impulsionnel de durée d'impulsion $\Delta t=10$ ns et d'énergie par impulsion $E=100$ mJ focalisé sur une surface de diamètre $D=1$ μ m. Commenter.
- d- Exprimer l'intensité I de l'onde laser définie par $|\underline{E}_0(r, z)|^2$ et représenter son allure en fonction de r pour z fixé. Quelle est le profil de cette intensité? Exprimer I pour $r = w(z)$
- 11- On se propose de déterminer l'expression du champ électrique de l'onde laser.
- a- Ecrire l'équation de propagation du champ électrique $\underline{E}$ dans le vide intra-cavité.
- b- La cavité présente une symétrie cylindrique, nous pouvons chercher une solution en coordonnées cylindriques de la forme $\underline{E} = \underline{E}_0(r, z) e^{i(\omega t - kz)}$ où $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$. En se plaçant dans le cas où $\left| \frac{d^2 \underline{E}_0}{dz^2} \right| \ll \left| k \frac{d \underline{E}_0}{dz} \right|$, montrer que $\underline{E}_0$ est régi par l'équation suivante :
- $$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \underline{E}_0}{\partial r} \right) - 2ik \frac{\partial \underline{E}_0}{\partial z} = 0$$
- 12- On cherche une solution de cette équation de la forme $\underline{E}_0(r, z) = \underline{A}(z) e^{-i \frac{kr^2}{2q(z)}}$ avec $\underline{A}(z)$ et $q(z)$ sont des fonctions complexes.

a- Montrer que l'on peut aboutir à l'équation $\frac{Ak^2}{q^2} \left[\frac{dq}{dz} - 1 \right] r^2 - 2ik \left[\frac{dA}{dz} + \frac{A}{q} \right] = 0$

b- Cette équation est valable quelque soit r ; chercher l'expression de $q(z)$. On donne $q(z=0) = iz_0$.

c- Montrer que $A(z)$ peut s'écrire $A(z) = \frac{C_1}{w(z)} e^{i\varphi(z)}$ avec $\tan \varphi(z) = \frac{z}{z_0}$ et C_1 est une constante complexe. Déduire l'expression finale du champ électrique de l'onde laser.

VI- Effet laser

On considère un système atomique à deux niveaux d'énergie E_1 et E_2 non dégénérés. On note N_1 et N_2 (en m^{-3}) les populations des niveaux 1 et 2. A l'équilibre thermodynamique à la température T , le rapport des populations des deux niveaux est donné par la loi de Boltzmann $\frac{N_2}{N_1} = e^{-\frac{E_2-E_1}{k_B T}}$ où k_B est la constante de Boltzmann.

13- L'écart d'énergie entre les niveaux est $E_2-E_1 = 1,8 \text{ eV}$.

a- Calculer la fréquence en Hz et la longueur d'onde en μm correspondant à la transition entre les niveaux 1 et 2. Quel est le domaine spectral concerné?

b- Calculer la valeur du rapport N_2/N_1 à la température $T=300 \text{ K}$. Conclure.

c- Quels sont les trois processus radiatifs pouvant se produire dans ce système de niveaux d'énergie ? Faire un schéma de niveaux représentatif de ces processus. Expliquer le phénomène d'émission induite.

14- Le milieu étudié est traversé par un rayonnement lumineux monochromatique de densité u , de fréquence $\nu = \frac{E_2-E_1}{h}$, de section unité, et se propageant selon l'axe Oz. On désigne par :

- $(dN_1/dt)_{ab} = -B u N_1$ la variation de population du niveau 1 due à l'absorption
- $(dN_2/dt)_{in} = -B u N_2$ la variation de population du niveau 2 due à l'émission induite.

B est le coefficient d'Einstein pour l'absorption et l'émission induite.

a- En faisant un bilan du nombre de photons émis (émission induite) et absorbés par les atomes, déterminer la variation d'intensité $dI = I(z+dz) - I(z)$ du faisceau sur une tranche dz en fonction de B , N_1 , N_2 , I ($I=cu$), de la fréquence ν et de la célérité c de la lumière.

b- Pourquoi a-t-on négligé l'émission spontanée dans le bilan d'énergie ?

c- On pose $\alpha = B \frac{h\nu}{c} (N_2 - N_1)$. On donne $I(z=0) = I_0$, montrer que $I(z) = I_0 e^{\alpha z}$. Justifier que le milieu devient amplificateur si on crée une inversion de population.

15- Cherchons s'il est possible d'aboutir à une inversion de population avec un système atomique à deux niveaux. On note $N = N_1 + N_2$ la population totale de ce système, et on désigne par $(dN_2/dt)_{sp} = -A N_2$ la variation de population du niveau 2 due à l'émission spontanée où A est le coefficient d'Einstein pour cette émission.

a- On pose $\Gamma = B u$. Ecrire la variation par rapport au temps de la population du niveau 2 de ce système en tenant compte des trois processus radiatifs entre les niveaux 1 et 2.

b- Montrer qu'en régime stationnaire les populations sont reliées par : $N_2 = \frac{\Gamma}{A+\Gamma} N_1$.

c- Trouver alors l'expression de N_1 et N_2 en fonction de A , Γ et N .

d- Tracer leur évolution en fonction de Γ . Peut-on obtenir un effet laser avec ce système ?

Justifier.

Problème 2

Ce problème traite les écoulements des fluides parfaits dans différentes conduites ainsi que certains phénomènes associés à ces écoulements. La dernière partie aborde l'émission des ondes acoustiques et l'effet thermoélectrique. L'étude sera faite dans la base orthonormée $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ d'un référentiel galiléen.

I- Dynamique des fluides

Considérons l'écoulement stationnaire d'un fluide parfait de masse volumique ρ dans le champ de pesanteur $\vec{g} = -g\vec{u}_z$ supposé uniforme. $\vec{u}_z$ est le vecteur unitaire porté par la verticale ascendante.

Pour un fluide de champ de vitesse $\vec{v}(M, t)$ et de champ de pression $p(M, t)$, l'équation d'Euler s'écrit: $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} = -\frac{1}{\rho} \text{grad} p + \vec{g}$

1- Donner la définition d'un fluide parfait.

2- On donne l'identité $(\vec{v} \cdot \text{grad}) \vec{v} = \text{grad} \left(\frac{v^2}{2} \right) + \text{rot} \vec{v} \wedge \vec{v}$. Montrer que pour un écoulement irrotationnel et incompressible p, v et z sont liés par la relation : $\frac{p}{\rho} + gz + \frac{v^2}{2} = \text{cte}$.

Qu'appelle-t-on cette relation?

3- Donner une interprétation énergétique de cette relation.

4- Pour mesurer la vitesse de l'écoulement on utilise un tube de Pitot (Figure 5). Les petits orifices A et B ont quasiment la même altitude. La masse volumique, la vitesse et la pression du fluide loin du tube sont notées respectivement ρ, v et p . On suppose que ce dispositif ne perturbe pas l'écoulement de sorte que $p = p_B$.

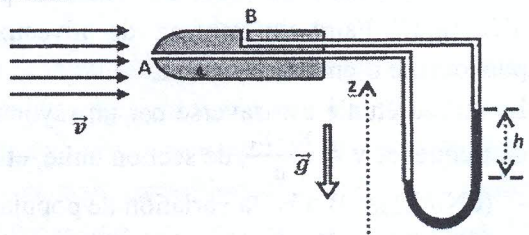


Figure 5

a- Donner la vitesse au point A. Qu'appelle-t-on ce point ?

b- On mesure une dénivellation h entre les deux niveaux du liquide de masse volumique ρ_0 dans le tube en U. Exprimer $p_A - p_B$ en fonction de ρ_0, ρ, g et h . En déduire alors la vitesse v de l'écoulement. Evaluer la vitesse de l'air de masse volumique $\rho = 1,3 \text{ kg m}^{-3}$ pour $h = 20 \text{ cm}$ et $\rho_0 = 0,9 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$.

II- Etude d'une tuyère

On étudie maintenant l'écoulement stationnaire, adiabatique et réversible d'un gaz parfait dans une conduite cylindrique d'axe Ox et de section droite $S(x)$ variable (Figure 6). L'écoulement est décrit par un champ de vitesse $\vec{v} = v(x)\vec{u}_x$, un champ de pression $p(x)$ et un champ de masse volumique $\rho(x)$.

Ce gaz ne reçoit aucun travail mécanique autre que le travail des forces de pression.

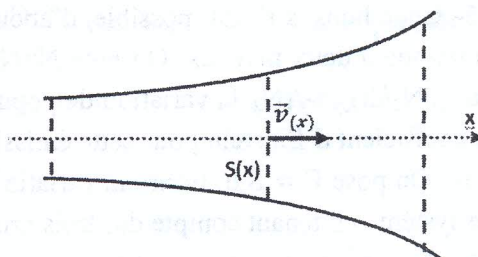


Figure 6

Le rapport $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ des capacités thermiques massiques isobare et isochore est supposé constant.

On définit le nombre de Mach $M_a = \frac{v}{c}$, où $c = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}}$ est la vitesse du son.

- 5- Exprimer le débit massique en fonction de $\rho(x)$, $S(x)$ et $v(x)$. Montrer qu'il est constant.
- 6- Ecrire la relation de Laplace reliant p , ρ et γ . Montrer que $\frac{dp}{p} = -\gamma \left(\frac{ds}{s} + \frac{dv}{v} \right)$
- 7- En projetant l'équation d'Euler sur l'axe Ox, montrer que $\frac{ds}{s} = (M_a^2 - 1) \frac{dv}{v}$
- 8- Comment évolue la vitesse le long de la tuyère en fonction de $S(x)$ selon que l'écoulement est subsonique ($M_a < 1$) ou supersonique ($M_a > 1$) ?
- 9- Montrer que pour $M_a \ll 1$, le débit volumique se conserve. Commenter.

III- Ondes acoustiques dans un tuyau

On se propose d'étudier la propagation du son produit par les gaz d'échappement dans un tuyau rigide de section S , de longueur L , d'axe Ox et rempli d'un fluide parfait (Figure 7). Au repos, le fluide a une masse volumique ρ_0 et une pression uniforme p_0 identiques à la pression extérieure.

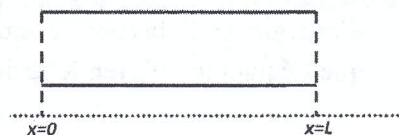


Figure 7

On considère la propagation suivant Ox d'une perturbation de faible amplitude de cet état de repos. Les champs de vitesse, de pression, et de masse volumique s'expriment sous la forme $\vec{v} = v_1(x, t) \vec{u}_x$, $p(x, t) = p_0 + p_1(x, t)$, $\rho(x, t) = \rho_0 + \rho_1(x, t)$ où $v_1(x, t)$, $p_1(x, t)$ et $\rho_1(x, t)$ sont les perturbations du milieu.

- 10- Rappeler l'approximation acoustique.
- 11- Dans le cadre de cette approximation, donner la forme linéarisée de l'équation d'Euler et en déduire une 1^{ère} équation différentielle reliant $\frac{\partial v_1}{\partial t}$ et $\frac{\partial p_1}{\partial x}$.
- 12- Linéariser l'équation locale de conservation de la masse. En admettant que la compressibilité isentropique du fluide $\chi_s = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_s$ reste constante, montrer que :

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} = -\frac{1}{\chi_s} \frac{\partial v_1}{\partial x}$$

- 13- En déduire que $p_1(x, t)$ et $v_1(x, t)$ obéissent à une équation de type d'Alembert. Donner l'expression de la célérité c de l'onde sonore en fonction de χ_s et ρ_0 .
- 14- Pour un gaz parfait de masse molaire M et de rapport des capacités thermiques γ , donner l'expression de c en fonction de γ , M et de la température T . Calculer la valeur de c pour l'air à $T = 298 \text{ K}$. On donne $\gamma = 1,4$; $R = 8,32 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$; $M = 29 \text{ g mol}^{-1}$.
- 15- On se place dans le cas d'un tuyau ouvert en $x = 0$ et en $x = L$. Justifier que ces conditions aux limites imposent $p_1(0, t) = 0$ et $p_1(L, t) = 0$.
- 16- On veut chercher des solutions sinusoïdales de pulsation ω de l'équation de d'Alembert sous la forme : $p_1(x, t) = p_M \cos(kx + \psi) \cos(\omega t)$, avec p_M et ψ sont des constantes.
 - a- Quelle est la nature de cette solution ? Justifier ce choix.
 - b- Etablir la relation de dispersion reliant ω et k .
 - c- Exprimer le champ de vitesse $v_1(x, t)$.
 - d- Déterminer l'expression des pulsations propres ω_n , avec n un entier naturel. Qu'appelle-t-on le mode $n = 1$ et les autres modes ?

IV- Couplage thermoélectrique

17- L'effet thermoélectrique est un phénomène physique présent dans certains matériaux dans lesquels une différence de potentiel (d.d.p) ΔU peut apparaître si le matériau est soumis à un gradient de température. Considérons un barreau semi-conducteur de masse volumique ρ , de conductivité thermique λ , de capacité thermique massique c et de conductivité électrique σ . L'extrémité $x=0$ du barreau est reliée à une source chaude de température T_c . L'autre extrémité $x=L$ est reliée à une source froide de température T_f . Il s'établit alors un gradient de température suivant Ox (Figure 8).

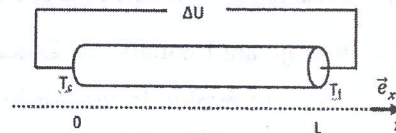


Figure 8

- a- Ecrire la loi de Fourier reliant la densité de flux thermique $\vec{J}_Q$ au gradient de température.
- b- On néglige le transfert thermique à travers la surface latérale du barreau. En faisant un bilan d'énergie, en l'absence de source interne, dans la tranche comprise entre x et $x + dx$, montrer que l'équation différentielle de diffusion thermique s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D_{th} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

D_{th} est le coefficient de diffusion thermique à exprimer en fonction de ρ , c et λ . Quelle est son unité ?

- c- Résoudre l'équation précédente en régime stationnaire et exprimer $T(x)$ en fonction de x , T_c , T_f et L .
- d- Exprimer $\vec{J}_Q$ en fonction de λ , T_c , T_f et L . Donner les unités de $\vec{J}_Q$ et de λ .

18- Le nombre de porteurs de charge est plus élevé du côté chaud du barreau, on note $n(x)$ ce nombre à l'abscisse x . Une migration de ces porteurs aura lieu vers l'extrémité froide engendrant une accumulation de charges de signes opposés sur les deux extrémités.

- a- Justifier l'apparition de la d.d.p entre les deux extrémités du barreau.
- b- Faire un schéma représentant le sens du champ électrique $\vec{E}$ dans :
 - un barreau semi-conducteur de type n (porteurs de charges négatives).
 - un barreau semi-conducteur de type p (porteurs de charges positives).

19- La loi de Fick donne la densité de flux des porteurs de charges dans le barreau :

$$\vec{J}_N = -D \cdot \text{grad} n(x) \text{ avec } D \text{ le coefficient de diffusion des porteurs de charges.}$$

- a- Donner les unités de $\vec{J}_N$ et D . Justifier la présence du signe (-) dans la loi de Fick.
- b- On note $\vec{J}_d = q \vec{J}_N$ la densité volumique du courant électrique de diffusion associée à la migration des porteurs de charge q . Un courant de conduction électrique inverse $\vec{J}_e = \sigma \vec{E}$ s'établit dans le barreau. Ecrire la condition d'équilibre électrique vérifiée par $\vec{J}_d$ et $\vec{J}_e$. En déduire alors l'expression du champ électrique sous la forme:

$$\vec{E} = \frac{qD}{\sigma} \frac{\partial n}{\partial T} \frac{\partial T}{\partial x} \vec{u}_x$$

20- Dans la plage de température envisagée, on peut écrire $n = n_0 + aT$, où a est une constante réelle dont on donnera l'unité.

- a- Montrer alors qu'on peut écrire : $\vec{E} = \varepsilon \text{grad} T$, où ε est un coefficient à exprimer en fonction de q , σ , D et a . Donner son unité.
- b- Exprimer ΔU en fonction de ε et $\Delta T = T_c - T_f$. L'évaluer pour $\Delta T = 400^\circ \text{C}$ et $\varepsilon = 2 \times 10^{-4} \text{ SI}$.

Fin de l'épreuve