



Concours Physique et Chimie Epreuve de Physique

Date : Lundi 20 Juillet 2020 Heure : 8 H Durée : 4 H Nb pages : 8

Barème : Problème 1 : 10 pt ; Problème 2 : 10 pt

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.

Ce sujet comporte deux problèmes indépendants :

- Le premier problème porte sur l'étude d'une cavité électromagnétique menue d'un milieu amplificateur et de son équivalent électronique.
- Le deuxième problème est dédié à l'étude de quelques effets dynamiques induits par l'écoulement d'air sur une passerelle (un petit pont de piétons).

Le candidat peut utiliser un résultat donné par le texte même s'il n'a pas été démontré.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Données :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{X}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}\vec{X}) - \Delta\vec{X}; \quad j^2 = -1$$

$$\text{div}(\overrightarrow{\text{grad}}U) = \Delta U$$

$$\text{En coordonnées cylindriques : } \overrightarrow{\text{grad}}U = \frac{\partial U}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial U}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \frac{\partial U}{\partial z}\vec{u}_z$$

Problème 1

I- Onde électromagnétique dans une cavité vide à une dimension

On cherche l'existence d'une onde électromagnétique dans un volume vide de charges et de courants délimité par deux miroirs plans parfaitement réfléchissants parallèles, d'équations respectives $z = 0$ et $z = L$, constituant une cavité unidimensionnelle (figure 1).

I-1- Écrire les équations de Maxwell dans la cavité. Montrer que le champ électrique satisfait une équation de d'Alembert à la célérité c de la lumière dans le vide.

I-2- On cherche des solutions en régime sinusoïdal du champ électromagnétique dans la cavité de la forme, en notation complexe :

$$\vec{E} = E(x, z)e^{j\omega t}\vec{u}_x$$

Justifier que $E(x, z)$ est en réalité une fonction de z uniquement.

Quel nom donne-t-on à ce type de solutions ?

I-3- Écrire l'équation différentielle vérifiée par $E(z)$.

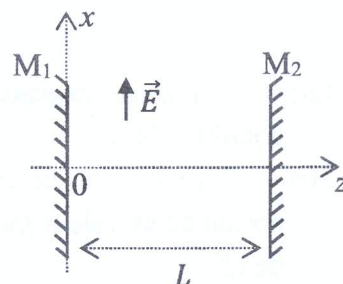


Figure 1

- I-4-** Les conditions aux limites du champ électrique s'écrivent : $\vec{E}(z=0, t) = \vec{0}$ et $\vec{E}(z=L, t) = \vec{0}$. Montrer que $E(z)$ est de la forme $E_0 \sin\left(\frac{\omega}{c}z\right)$, où E_0 est une constante arbitraire. Montrer que les seules pulsations possibles sont de la forme $\omega_n = n \omega_1$, où n est un entier ; exprimer ω_1 en fonction de la longueur L de la cavité et de la célérité c . Que représente ω_1 ? Quelle est l'utilité d'une telle cavité ?
- I-5-** Écrire l'expression d'une solution $\vec{E}_n(z, t)$ (mode propre) correspondant à une pulsation ω_n et montrer qu'elle se décompose en deux ondes planes progressives harmoniques : l'une incidente et l'autre réfléchie. Déterminer le champ magnétique $\vec{B}_n(z, t)$ correspondant.
- I-6-** Déterminer la différence de fréquence $\Delta\nu$ entre deux modes de résonance successifs de cette cavité (intervalle spectral libre). Calculer $\Delta\nu$ pour $L = 30 \text{ cm}$ et $c = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.
- I-7-** Calculer la moyenne temporelle $\langle u \rangle$ de la densité volumique d'énergie électromagnétique du mode n . En déduire l'énergie moyenne W emmagasinée dans la cavité fermée par les deux miroirs plans de surface S .
- I-8-** En réalité, une fraction de l'énergie est perdue par transmission à travers le miroir M_2 de coefficient de réflexion de puissance $R = 0.99$.
- a- Quelle conséquence pourrait avoir cette perte sur les ondes dans la cavité ?
 - b- Calculer l'énergie perdue par l'onde dans la cavité pendant une période $T = \frac{2\pi}{\omega}$.
 - c- On définit le facteur de qualité de la cavité par $Q = 2\pi \frac{\text{Energie emmagasinée}}{\text{Energie perdue par période}}$.
Montrer que $Q = 4\pi \frac{L}{\lambda(1-R)}$; où $\lambda = cT$.
 - d- Calculer numériquement la largeur d'un mode de la cavité $\Delta\nu_c = \frac{\nu}{Q}$. En déduire la finesse $\mathcal{F} = \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_c}$. Commenter.

II- Propagation dans un milieu amplificateur

Le milieu intra-cavité est maintenant un milieu diélectrique caractérisé par une constante diélectrique relative complexe $\underline{\epsilon}_r$. On admet que ce milieu se comporte en tout point comme le vide à condition de remplacer la permittivité du vide ϵ_0 par $\underline{\epsilon} = \epsilon_0 \underline{\epsilon}_r$.

- II-1-** Écrire dans ces conditions les équations de Maxwell.
- II-2-** Établir l'équation de propagation du champ électrique $\vec{E}$ dans le milieu.
- II-3-** On cherche une solution de l'équation d'onde telle que le champ électrique s'écrit en notation complexe : $\vec{E} = E_0 e^{j(\omega t - \underline{k}z)} \vec{u}_x$, avec $\underline{k}$ complexe et E_0 est une constante réelle. Établir l'équation de dispersion reliant $\underline{k}$ et ω .
- II-4-** On suppose que la constante diélectrique relative complexe s'écrit $\underline{\epsilon}_r = \epsilon'_r - j\epsilon''_r$, telle que $|\epsilon''_r| \ll \epsilon'_r \approx 1$. Montrer en faisant les approximations nécessaires que :

$$\underline{k} \simeq \frac{\omega}{c} \left(\sqrt{\epsilon'_r} - j \frac{\epsilon''_r}{2} \right)$$

- II-5-** Donner les expressions du champ électromagnétique $\vec{E}(z, t)$ et $\vec{B}(z, t)$ dans le milieu en notation réelle.
- II-6-** Calculer le vecteur de Poynting $\vec{\pi}(z, t)$ ainsi que l'intensité de l'onde définie par la norme de sa valeur moyenne : $I(z) = \|\langle \vec{\pi} \rangle\|$. Interpréter le résultat obtenu suivant le signe de ϵ''_r .

II-7- Le milieu est constitué d'un gaz dont chaque atome possède deux niveaux d'énergie $\mathcal{E}_1$ et $\mathcal{E}_2$ ($\mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$). On désigne par N_1 et N_2 les densités volumiques d'atomes respectivement au niveau d'énergie $\mathcal{E}_1$ et $\mathcal{E}_2$.

Décrire sommairement les trois processus d'interaction de l'onde avec la matière. Lesquels sont prépondérants dans un fonctionnement laser ?

II-8- On suppose que la pulsation de l'onde est telle que $\omega = \omega_0 = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1}{\hbar}$ ($\hbar = \frac{h}{2\pi}$, constante de Planck réduite) ; dans ces conditions, on montre que $\epsilon_r'' = \alpha (N_1 - N_2)$, avec $\alpha > 0$.
En déduire une condition sur $\Delta N = N_2 - N_1$ pour que l'onde soit amplifiée au cours de sa propagation. Qu'appelle-t-on cette condition ?

II-9- Dans un laser, on maintient les densités d'atomes du gaz constantes avec $\Delta N > 0$. La cavité laser est fermée du côté $z = 0$ par un miroir plan parfaitement réfléchissant et de l'autre côté, en $z = L$, par un miroir plan partiellement transparent de coefficient de réflexion en intensité $R = 0,99$. L'onde effectue des allers et retours.

-a- Soit $I(0)$ l'intensité de l'onde au départ de l'origine O dans le sens positif de l'axe Oz ; et soit $I'(0)$ l'intensité correspondante après un aller et retour. Montrer que :

$$\frac{I'(0)}{I(0)} = R \exp\left(-2L\epsilon_r'' \frac{\omega}{c}\right)$$

-b- Afin que l'onde puisse se former sans amortissement (condition d'accrochage des oscillations), montrer que $\Delta N \geq (\Delta N)_{\min}$, où $(\Delta N)_{\min}$ à exprimer en fonction R, L, c, ω et α .

-c- En réalité, la plage de pulsation donnant lieu à la formation d'ondes non amorties est telle que : $\omega_0 - \Gamma \leq \omega \leq \omega_0 + \Gamma$. Sachant que seules sont sélectionnées les pulsations conduisant à des ondes stationnaires (voir question I-4), déterminer le nombre de modes d'ondes stationnaires pouvant exister sans amortissement. On donne :

$$\omega_0 = 3 \times 10^{15} \text{ rad.s}^{-1}, \Gamma = 9 \times 10^9 \text{ rad.s}^{-1}, L = 30 \text{ cm et } c = 3 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}.$$

III- Analogie électronique : oscillateur à filtre de Wien

Dans toute cette partie, on supposera l'amplificateur opérationnel (AO) idéal, fonctionnant en régime linéaire (courants d'entrée : $i^+ = i^- = 0$; tensions d'entrée : $V^+ = V^-$).

On réalise le montage de l'oscillateur à filtre de Wien (figure 2).

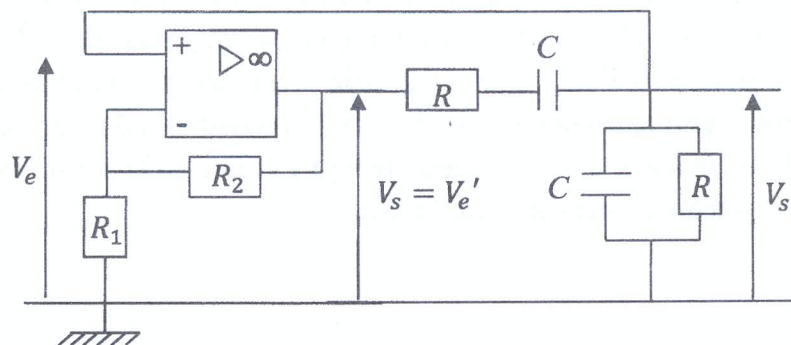


Figure 2

A- Montage amplificateur :

III-1- On considère la partie amplificatrice de l'oscillateur (figure 2). Déterminer en régime linéaire le gain de l'amplificateur $G = \frac{V_s}{V_e}$ en fonction des résistances R_1 et R_2 .

III-2- Lorsque $|V_e|$ est supérieur à une valeur critique V_0 , la tension de sortie de l'AO sature et prend les valeurs $V_s = \pm V_{sat}$. Exprimer V_0 en fonction de V_{sat} et G . Tracer le graphe représentant V_s en fonction de V_e .

B- Etude du filtre de Wien

III-3- Déterminer, en régime linéaire sinusoïdal, la fonction de transfert, $\underline{H} = \frac{V_s'}{V_e'}$, de la partie filtre, et la mettre sous la forme :

$$\underline{H} = \frac{H_0}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

où $H_0 = \frac{1}{3}$; ω_0 et Q deux quantités à déterminer.

III-4- Calculer le gain maximal du filtre, exprimer sa valeur en décibel (dB) et calculer le déphasage correspondant.

III-5- Tracer schématiquement le diagramme de Bode (gain et phase) associé à $\underline{H}$. On fera apparaître sur chacun des graphes le tracé asymptotique et le tracé réel. Quel est le type de ce filtre ?

C- Oscillateur à filtre de Wien :

Considérons maintenant le montage complet donné par la figure 2. On suppose que le régime linéaire est toujours établi.

III-6- Montrer que le système ne peut fonctionner en régime sinusoïdale que si $GH = 1$ (condition d'oscillation). En déduire les valeurs de la fréquence f d'oscillation et du rapport $r = \frac{R_2}{R_1}$.

III-7- Cherchons maintenant l'équation différentielle vérifiée par V_s' en régime quelconque.

- a- En utilisant la fonction de transfert du filtre de Wien $\underline{H}$, établir l'équation différentielle qui relie les tensions V_e' et V_s' (on peut utiliser la correspondance $j\omega \leftrightarrow d/dt$).
- b- En utilisant la relation imposée par l'amplificateur, montrer que la tension V_s' est régie par l'équation différentielle :

$$\frac{d^2 V_s'}{dt^2} + (3 - G)\omega_0 \frac{dV_s'}{dt} + \omega_0^2 V_s' = 0$$

III-8- Quelle condition doit-on satisfaire pour obtenir des oscillations harmoniques ? Préciser la fréquence f des oscillations. Calculer numériquement f pour $R = 10 \text{ k}\Omega$ et $C = 4,8 \text{ nF}$.

III-9- En pratique, on part d'une condition initiale constituée d'un bruit infinitésimal. Montrer que les oscillations n'apparaissent que si $R_2 > 2R_1$ (condition d'accrochage). En déduire la forme du signal de sortie de l'oscillateur. Indiquer le rôle de la non-linéarité (saturation du gain) dans le fonctionnement de l'oscillateur.

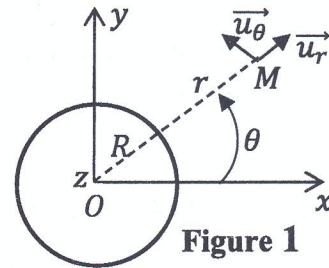
Problème 2

I- Portance sur une passerelle

Afin de mettre en évidence l'effet du vent sur une passerelle on se ramène à un modèle d'écoulement permanent et irrotationnel d'un fluide parfait incompressible autour d'un cylindre de longueur infinie, de rayon R et d'axe Oz . Loin du cylindre, l'écoulement est uniforme à la vitesse $\vec{v}_0 = v_0 \vec{u}_x$ ($v_0 > 0$) et à la pression P_0 (figure 1). On notera ρ la masse volumique du fluide et on négligera les forces de pesanteur.

I-A- Écoulement autour du cylindre fixe

Dans ce paragraphe, on considère que le cylindre est fixe dans le référentiel $\mathcal{R}(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ galiléen. On repère un point M de l'espace par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z) .



I-1- Montrer que le champ des vitesses dérive d'un potentiel scalaire φ .

I-2- A quelle équation aux dérivées partielles obéit φ ?

I-3- Quelles sont les deux conditions aux limites vérifiées par $\vec{v}$?

I-4- On définit le potentiel des vitesses φ associé à l'écoulement par :

$$\varphi(r, \theta) = (v_0 r + \frac{k}{2\pi r}) \cos \theta, \text{ où } k \text{ est une constante.}$$

-a- Donner les expressions des composantes du champ de vitesse v_r et v_θ .

-b- A partir des conditions aux limites vérifiées par ce champ de vitesses en déduire k en fonction de R et v_0 .

-c- Tracer l'allure des lignes de courant et indiquer la position des points d'arrêt.

I-5- Appliquer la relation de Bernoulli entre un point loin du cylindre et un point à la surface de celui-ci. En déduire le champ de pression $P(r = R, \theta)$ à la surface du cylindre, en fonction de ρ , v_0 , θ et P_0 .

I-6- Montrer à l'aide d'arguments de symétrie, que la résultante $\vec{F}_p$ des forces de pression est nulle. Pourquoi ce modèle ne permet pas d'expliquer la portance et la traînée sur le cylindre ?

I-B- Écoulement autour du cylindre en rotation

On considère maintenant que le cylindre est animé d'un mouvement de rotation uniforme de vitesse angulaire $\vec{\Omega} = \Omega \vec{u}_z$ autour de son axe Oz . On admet que le potentiel des vitesses est désormais donné par la loi :

$$\varphi(r, \theta) = v_0 \left(r + \frac{R^2}{r} \right) \cos \theta + R^2 \Omega \theta$$

I-7- Déterminer la nouvelle expression du champ de vitesse.

I-8- L'écoulement présente deux points d'arrêt à la surface du cylindre de coordonnées (R, θ) , telles que $|\sin \theta| = \frac{1}{2}$. Montrer que $|\Omega| = \frac{v_0}{R}$.

I-9- En déduire le champ de pression $P(r = R, \theta)$ à la surface du cylindre, en fonction de ρ , R , Ω , v_0 , θ et P_0 .

I-10- Montrer, à l'aide d'arguments de symétrie, que la résultante $\vec{F}_p$ des forces de pression s'exerçant sur le cylindre est dirigée selon la direction $\vec{u}_y$.

I-11- Déterminer la force de pression $\vec{F}_p$ exercée par le fluide sur une portion de cylindre de longueur L en fonction de ρ , v_0 , R , Ω et L .

$$\text{On donne : } \int_0^{2\pi} \sin^3 \theta d\theta = 0 \text{ et } \int_0^{2\pi} \sin^2 \theta d\theta = \pi.$$

I-12- Mettre la force $\vec{F}_p$, dite force de Magnus, sous la forme $\vec{F}_p = \Gamma \vec{v}_0 \wedge \vec{\Omega}$ en exprimant la constante Γ en fonction des données.

I-13- Commenter le sens de la force $\vec{F}_p$ selon le sens choisi pour le vecteur rotation $\vec{\Omega}$.

I-14- Donner une valeur approchée du module de $\vec{F}_p$ pour les valeurs numériques suivantes :

$L = 70 \text{ m}$, $R = 1 \text{ m}$, $v_0 = 15 \text{ m.s}^{-1}$ et $\rho = 1,3 \text{ Kg.m}^{-3}$.

I-15- Si on prend en compte la viscosité de l'air ($\eta = 1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa.s}$), calculer le nombre de Reynolds et en déduire le régime d'écoulement autour du cylindre. Expliquer alors la force de traînée.

II- Vibration transversale

Afin d'étudier les vibrations transversales de la passerelle, qu'on assimile à un cylindre homogène d'axe Oz , de masse volumique ρ_s , de section S et de longueur L , on adoptera le modèle de la corde de masse linéique, $\mu = \rho_s S$, uniforme.

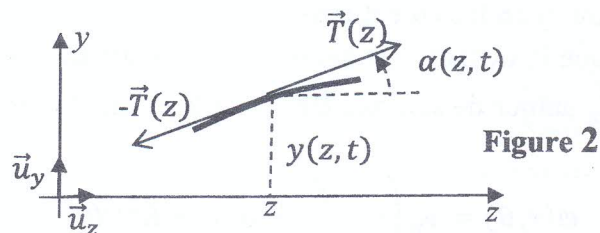
II-A- Equation de propagation de la corde

La corde (ici sans raideur) est tendue avec la tension T_0 . On se limite aux petits mouvements transversaux de la corde dans le plan yOz , autour de sa position d'équilibre supposée horizontale d'axe Oz et de vecteur unitaire $\vec{u}_z$. On note $y(z, t)$ le déplacement d'un point de la corde d'abscisse z à l'instant t . L'axe Oy est l'axe vertical ascendant de vecteur unitaire $\vec{u}_y$.

On fait les hypothèses suivantes :

- La longueur de la corde ne varie pas et chaque point n'est déplacé que selon la verticale.
- Le déplacement $y(z, t)$ est infiniment petit d'ordre un, de même que l'angle $\alpha(z, t)$ que fait la tangente à la corde au point d'abscisse z avec l'axe Oz à l'instant t , ce qui suppose que : $\sin \alpha \simeq \alpha \simeq \frac{\partial y}{\partial z}$ et $\cos \alpha \simeq 1$.
- On néglige les effets de la pesanteur ainsi que toute cause d'amortissement.

En un point d'abscisse z , la partie droite de la corde exerce sur la partie gauche une tension $\vec{T}(z)$ tangente à la corde et la partie gauche exerce sur la partie droite la force opposée $-\vec{T}(z)$.



II-1- On considère l'élément de corde de longueur dz situé entre les plans d'abscisses z et $z + dz$. Appliquer le principe fondamental de la dynamique à cet élément de corde et le projeter sur $\vec{u}_y$ et $\vec{u}_z$. Montrer que, sous les hypothèses effectuées, le module de la tension de la corde est indépendant de z et vaut T_0 . En déduire que le déplacement $y(z, t)$ vérifie l'équation de propagation :

$$\frac{\partial^2 y}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

où c est une grandeur à exprimer en fonction de T_0 et μ .

II-2- Donner sans démonstration la forme générale des solutions de cette équation. Quelle est la signification physique de c .

II-3- Pourquoi l'onde est dite transversale ? Donner un exemple d'onde longitudinale.

II-B- Corde fixée à ses deux extrémités, modes propres

La corde est fixée à ses deux extrémités, $z = 0$ et $z = L$, ce qui impose les conditions aux limites : $y(0, t) = y(L, t) = 0$.

II-4- Modes propres.

-a- Qu'appelle-t-on mode propre ?

- b- On cherche des solutions physiquement acceptables de l'équation de propagation de la forme : $y(z, t) = y_0 \cos(kz + \varphi) \cos(\omega t)$, où y_0 est une amplitude arbitraire.

Quelle est la relation entre ω et k ?

- c- Donner l'expression des pulsations propres ω_n (valeurs de ω admissibles) et les fréquences f_n associées en fonction de L , c et d'un entier positif n .

- d- Définir les nœuds et les ventres de vibration. Quelle est la distance entre deux nœuds consécutifs et entre un nœud et un ventre consécutifs pour un mode n donné ?

- e- Tracer l'allure de la corde à différents instants pour $n = 1$ et $n = 2$.

II-5- On montre que la densité linéique d'énergie mécanique de la corde est :

$$e(z, t) = \frac{1}{2} \mu \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{2} T_0 \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)^2$$

- a- Calculer la valeur moyenne temporelle $\langle e \rangle$ en un point z quelconque de la corde, pour le mode de vibration fondamental.

- b- En déduire l'énergie totale associée à la vibration du mode fondamental. On exprimera le résultat en fonction de T_0 , L et y_0 .

II-C- Prise en compte de la raideur

La corde, modélisant un cylindre, de rayon R , de longueur L , de masse volumique ρ_s et de module d'Young E , n'étant pas parfaitement souple. Pour des contraintes modérées, induisant des petites déformations transversales $y(z, t)$, on peut alors se placer dans une extension du modèle de la corde sans raideur. La force exercée en un point d'abscisse z par la partie droite sur la partie gauche de la corde est, dans ce cas, de la forme :

$$\vec{F}(z) = \vec{T}(z) - E \frac{\pi R^4}{4} \frac{\partial^3 y}{\partial z^3} \vec{u}_y$$

où $\vec{T}(z)$ est la tension tangente à la corde définie dans la partie II-A.

II-6- Préciser la dimension de E ainsi que son unité.

II-7- En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la tranche de la corde comprise entre z et $z + dz$, montrer que $y(z, t)$ vérifie l'équation d'onde suivante :

$$T_0 \frac{\partial^2 y}{\partial z^2} - \mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - E \frac{\pi R^4}{4} \frac{\partial^4 y}{\partial z^4} = 0$$

II-8- Les solutions cherchées sont sous la forme : $y(z, t) = y_0 \cos(kz + \varphi) \cos(\omega t)$.

Etablir la relation entre ω et k .

II-9- Les conditions aux limites s'écrivent : $y(0, t) = y(L, t) = 0$. Donner les valeurs, k_n , possibles de k , et montrer que les pulsations propres se mettent sous la forme :

$$\omega_n = n \frac{\pi c}{L} \sqrt{1 + \beta n^2}$$

où c est la célérité des ondes dans la corde sans raideur et β une constante à exprimer en fonction de E , R , T_0 et L . Commenter en comparant aux pulsations propres de la corde sans raideur.

II-10- Supposons que $T_0 = 0$, montrer que $\omega_n = \frac{n^2 \pi^2}{L^2} \sqrt{\frac{ER^2}{4\rho_s}}$. Calculer la pulsation propre ω_1

de vibration transversale d'une passerelle en aluminium en appui simple à ses extrémités.

On donne : $\rho_s = 2700 \text{ Kg. m}^{-3}$, $R = 1 \text{ m}$, $L = 70 \text{ m}$ et $E = 69 \times 10^9 \text{ (SI)}$.

III- Vibration longitudinale

On étudie maintenant les petits mouvements de vibration longitudinale dans la passerelle représentée par un cylindre homogène d'axe Oz , de section S , de longueur L , de masse volumique ρ_s et de module d'Young E . On désigne par $\xi(z, t)$ le déplacement par rapport à la position du repos d'un plan d'abscisse z (figure 3). La force exercée par la partie droite du cylindre sur la partie gauche à l'abscisse z est donnée par la loi de Hooke :

$$\vec{F}(z, t) = ES \frac{\partial \xi(z, t)}{\partial z} \vec{u}_z$$

On négligera l'action de la pesanteur.

III-1- Appliquer le principe fondamental de la dynamique à la tranche comprise entre z et $z + dz$ et en déduire que $\xi(z, t)$ vérifie une équation de d'Alembert. Exprimer la célérité v en fonction de E et ρ_s .

III-2- On suppose que le cylindre est encastré en $z = 0$; l'autre extrémité, en $z = L$, est libre. Quelles sont les conditions aux limites imposées au déplacement $\xi(z, t)$ en $z = 0$ et à sa dérivée $\frac{\partial \xi(z, t)}{\partial z}$ en $z = L$?

III-3- On cherche des solutions de la forme : $\xi(z, t) = \xi_0 \cos(kz + \varphi) \cos(\omega t)$.

Montrer que les fréquences propres de vibrations longitudinales sont :

$$f_n = \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{E}{\rho_s}}$$

où n entier strictement positif. Calculer f_1 .

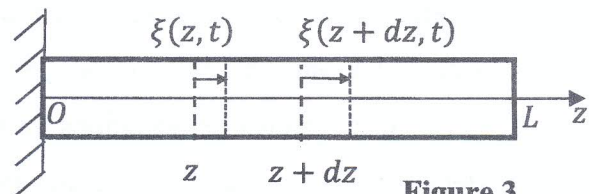


Figure 3

Fin de l'épreuve