



Concours Physique et Chimie Epreuve de Physique

Date : Lundi 06 Juin 2022 Heure : 8 H00 Durée : 4 H Nbre pages : 8

Barème : Problème 1 : 12 pts ; Problème 2 : 08 pts

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé

L'épreuve est constituée de deux problèmes indépendants.

Un candidat peut toujours se servir d'un résultat fourni par l'énoncé pour continuer sa composition.

On donne : $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F m}^{-1}$ et $\mu_0 = 12,56 \cdot 10^{-7} \text{ H m}^{-1}$.

Pour un champ vectoriel $\vec{U}$: $\text{rot}(\text{rot} \vec{U}) = \text{grad}(\text{div} \vec{U}) - \Delta \vec{U}$.

Problème 1 : Phénomènes de Diffusion

Ce problème s'intéresse à l'étude de différents phénomènes de diffusion régis par le même type d'équation et dont les comportements sont analogues mais avec la diversité de leurs manifestations.

On étudiera la diffusion des ondes électromagnétiques dans les conducteurs puis la diffusion thermique dans le sol terrestre. On s'intéressera ensuite à la diffusion de la quantité de mouvement lors d'un écoulement particulier d'un fluide visqueux.

L'espace est rapporté à un référentiel galiléen $\mathcal{R}(O, x, y, z)$ de base orthonormée directe $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

Partie I : Diffusion des ondes électromagnétiques dans les conducteurs

Une onde électromagnétique incidente plane harmonique se propage dans le vide vers les z croissants dans le demi-espace $z < 0$. En notation complexe, le champ électrique associé, s'écrit :

$\vec{E}(z, t) = E_0 \vec{u}_x \exp j(\omega t - k_0 z)$, avec E_0 et k_0 sont des réels positifs. En arrivant à la surface $z = 0$, l'onde rencontre un milieu conducteur occupant le demi-espace $z > 0$ (figure 1).

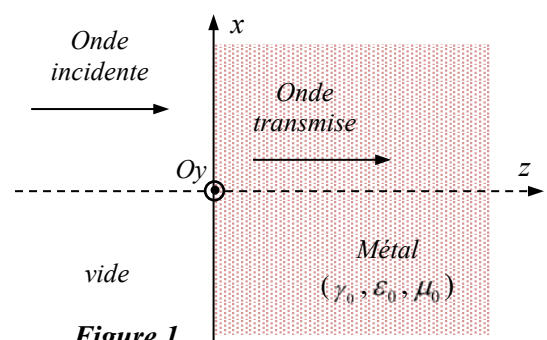


Figure 1

Ce conducteur, de conductivité électrique statique γ_0 , est caractérisé par la permittivité électrique et la perméabilité magnétique du vide (ε_0, μ_0) .

1- Ecrire les équations de Maxwell dans un conducteur.

2- Dans le modèle classique, la conduction électrique est assurée par le mouvement d'ensemble des électrons de masse m_e et de charge $q_e = -e$.

En régime sinusoïdal établi, ils effectuent des oscillations forcées de même pulsation que celle du champ électrique transmis $\vec{E}_t(z,t)$ dans le conducteur. Il en résulte un courant volumique $\vec{J}(z,t)$ dans le conducteur, de la forme : $\vec{J}(z,t) = \underline{\gamma}(\omega) \vec{E}_t(z,t)$ avec $\underline{\gamma}(\omega) = \frac{\gamma_0}{1 + j\omega\tau_1}$; τ_1 étant une constante

du temps caractéristique des interactions entre les électrons mobiles et leur environnement.

Indiquer la condition pour que la loi d'Ohm $\vec{J} = \gamma_0 \vec{E}_t$ reste valable dans le conducteur, appelé conducteur ohmique.

A.N : On donne pour le cuivre $\tau_1 = 2,4 \cdot 10^{-14} \text{ s}$. Préciser les domaines du spectre électromagnétique où cette condition est vérifiée.

On se place dans la suite, dans le cas d'un conducteur ohmique.

3-1 En exploitant l'équation de conservation de la charge électrique, établir l'équation différentielle vérifiée par la densité volumique de charge $\rho_e(z,t)$ dans le conducteur.

3-2- On suppose que, pour une position fixée, $\rho_e(z,t=0) = \rho_{0e}$. Trouver la loi de variation de $\rho_e(z,t)$. Exprimer la durée caractéristique τ_2 de la décroissance de la densité $\rho_e(z,t)$.

A.N : Calculer τ_2 dans le cas du cuivre $\gamma_0(\text{Cu}) = 5,7 \cdot 10^7 \text{ S m}^{-1}$. Conclure.

3-3- Que devient l'équation de Maxwell-Gauss dans le conducteur. Commenter.

4- Comparer le courant de déplacement $\vec{J}_D$ à celui de conduction $\vec{J}$ dans un conducteur ohmique.

5- Etablir l'équation de propagation dans un conducteur ohmique vérifiée par le champ électrique $\vec{E}_t(z,t)$. Quelle différence entre l'équation obtenue et celle de d'Alembert ? Commenter.

6- On cherche une solution de l'équation de propagation précédente sous la forme $\vec{E}_t(z,t) = E_{0t} \vec{u}_x \exp j(\omega t - \underline{k}z - \varphi)$, où $E_{0t} > 0$ représente l'amplitude du champ dans le conducteur, $\underline{k}$ le nombre d'onde complexe et φ le déphasage par rapport à l'onde incidente en $z = 0$.

Etablir la relation de dispersion $\underline{k}(\omega)$.

7- Ecrire le nombre d'onde complexe sous la forme : $\underline{k} = k_1 - jk_2$, où k_1 et k_2 sont des réels positifs à déterminer. Dédire, en notation réelle, l'expression du champ électrique $\vec{E}_t(z,t)$. Commenter.

8- Déterminer la distance δ_{em} caractéristique de la variation de l'amplitude du champ $\vec{E}_t(z,t)$. Qu'appelle-t-on cette distance ? Déterminer la vitesse de phase v_φ de l'onde dans le conducteur.

Pour le cuivre, calculer δ_{em} et v_φ relatives aux fréquences : $f = 100 \text{ Hz}$ et $f = 100 \text{ MHz}$. Conclure.

9- Déterminer le champ magnétique $\vec{B}_t(z,t)$ associé à $\vec{E}_t(z,t)$ dans le conducteur ohmique.

Dédire le vecteur de Poynting $\vec{I}_t(z,t)$ ainsi que sa valeur moyenne $\langle \vec{I}_t(z,t) \rangle$ en $z = 0$ et en $z = 5\delta_{em}$. En déduire la puissance moyenne $\langle \mathcal{P}_{transférée} \rangle$ transférée à un volume cylindrique du conducteur, de longueur $h = 5\delta_{em}$ et de section S située dans le plan (xOy) .

10- Exprimer la puissance volumique moyenne $\langle p_v(z,t) \rangle$ reçue par les charges du conducteur.

Dédire la puissance moyenne $\langle \mathcal{P}_{reçue} \rangle$ reçue par les charges contenues dans le volume cylindrique précédent. Conclure.

11- Découpage d'un métal : Une source laser de type YAG-Nd³⁺ émet un faisceau cylindrique de façon continue, de longueur d'onde $\lambda = 1,064 \mu\text{m}$, de puissance $\mathcal{P}_i = 700 \text{ W}$ et de diamètre $\Phi = 0,5 \text{ mm}$.

Il atteint une plaque métallique en Cuivre d'épaisseurs d sous incidence normale.

11-1- Définir l'enthalpie massique de fusion L_f . Déterminer la variation de l'enthalpie ΔH lors du chauffage et de la fusion du métal dans un volume cylindrique d'épaisseur d et de même section que le faisceau laser. Faire l'application numérique.

Cette plaque est animée d'un mouvement de translation rectiligne et uniforme à la vitesse V perpendiculaire à la direction du faisceau laser. L'objectif de ce processus est le découpage de la pièce.

11-2- Sachant que le coefficient de réflexion en puissance à la surface du métal est $R = 0,72$, calculer la puissance $\mathcal{P}_i$ absorbée par le métal.

11-3- En admettant que la puissance absorbée est totalement convertie en puissance thermique, établir le bilan d'énergie dans la zone ciblée de la plaque en mouvement. Déterminer l'expression de la vitesse maximale V_m de la plaque. Calculer V_m . En pratique, on obtient une valeur plus faible. Commenter.

Pour le cuivre, on donne :

la masse volumique $\rho_{Cu} = 8960 \text{ kg m}^{-3}$, la capacité thermique $c_{Cu} = 395,0 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$, la température de fusion $T_f = 1357,6 \text{ K}$, l'enthalpie massique de fusion $L_f = 205,4 \text{ kJ kg}^{-1}$ et l'épaisseur de la plaque $d = 2 \text{ mm}$.

Avant le perçage, la température de la plaque est $T_0 = 293 \text{ K}$.

Partie II : Diffusion des ondes thermiques dans le sol terrestre

La température au-dessus du sol varie de façon journalière (nuit/jour) et annuelle (été/hiver). On cherche à déterminer la loi de fluctuation de la température autour d'une valeur moyenne T_0 . Deux applications seront envisagées : L'enterrement des canalisations d'eau et l'implantation des caves.

La surface du sol coïncide avec le plan horizontal, de côté $z = 0$. L'axe (Oz) est orienté suivant la verticale descendante. Le sol occupe alors la zone de l'espace $z > 0$ (**figure 2**). Ce milieu est caractérisé par sa conductivité thermique λ , sa masse volumique ρ et sa capacité calorifique massique c , supposées constantes.

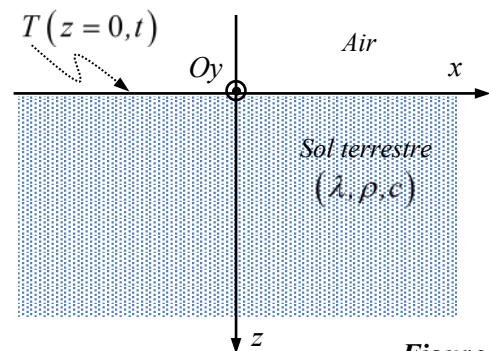


Figure 2

A une profondeur z , le champ de température est noté $T(z, t)$. Le phénomène étudié est supposé invariant par translation le long des axes (Ox) et (Oy) .

A la surface de la Terre, la température est régie par la loi de variation $T(z = 0, t) = T_0 + \theta(t)$ avec $\theta(t) = \theta_0 \cos(\omega t)$, où θ_0 est l'amplitude de la fluctuation $\theta(t)$ de la température.

12- Justifier le fait qu'on peut se limiter à l'étude de variations sinusoïdales de la température.

13- On désigne par $\vec{J}_{th}$ le vecteur densité de flux thermique. Enoncer la loi de Fourier relative à la conduction thermique. Préciser les conditions de sa validité et donner les unités des grandeurs utilisées dans le système international (SI).

14- Ecrire le flux thermique élémentaire $\delta\varphi_{th}$ traversant une surface dS . Déduire le flux thermique φ_{th} à travers une surface S .

15- On s'intéresse à une tranche du sol de surface horizontale de section S comprise entre les côtes z et $z + dz$.

Déterminer l'énergie thermique élémentaire $\delta^2 Q_{th}$ reçue par cette tranche entre les instants t et $t + dt$.

16- En appliquant le premier principe de la thermodynamique à la tranche décrite précédemment, montrer que l'équation de la conduction thermique à une dimension s'écrit sous la forme

$$\frac{\partial T(z,t)}{\partial t} = D_{th} \frac{\partial^2 T(z,t)}{\partial z^2}.$$

Que représente le coefficient D_{th} ? Préciser son expression et sa dimension.

Quelle différence entre l'équation obtenue et celle de d'Alembert ?

17 - On cherche des solutions de l'équation de propagation en notation complexe sous la forme

$\underline{T}(z,t) = T_0 + \underline{\theta}(z,t) = T_0 + \theta_0 \exp j(\omega t - \underline{k}z)$, où $\underline{k}$ est le nombre d'onde à priori complexe.

17-1- Déterminer la relation de dispersion $\underline{k}(\omega)$. En déduire l'expression de $\underline{k}$ sous la forme $\underline{k} = k_1 - jk_2$ où k_1 et k_2 sont des réels positifs.

17-2- Déterminer l'expression de la solution réelle $T(z,t)$. Quels phénomènes physiques traduisent k_1 et k_2 ? Décrire le comportement de l'onde thermique dans le sol.

18- Évaluer la vitesse de phase v_ϕ de l'onde thermique ainsi que sa profondeur de pénétration δ_{th} . Commenter.

19- Calculer les grandeurs v_ϕ et δ_{th} dans les cas où l'on s'intéresse aux variations journalières ($T_j = 1 \text{ jour}$) de la température puis aux variations annuelles ($T_A = 1 \text{ an}$). Conclure.

On donne les caractéristiques du sol : $\rho = 3,15 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, $c = 870 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ et $\lambda = 1,80 \text{ SI}$.

20- Représenter les variations spatiales de la fluctuation de la température $\theta(z,t)$ à un instant t fixé. Interpréter la courbe obtenue.

21-1- Sachant que la SONEDE enterre les canalisations d'eau à une profondeur de l'ordre de 80 centimètres. Justifier l'utilité de ce choix.

21-2- Les caves de Matmata sont implantées à une profondeur de l'ordre 5 mètres. Justifier ce choix.

Partie III : Phénomène de diffusion dans les fluides en écoulement

On considère une plaque rigide et plane de dimensions supposées infinies suivant les directions (Ox) et (Oy) d'un référentiel galiléen $\mathcal{R}(O, x, y, z)$. La plaque est confondue avec le plan (xOy) . Un fluide visqueux et incompressible, de viscosité dynamique η et de masse volumique ρ , est déposé sur cette plaque sur une épaisseur h suffisamment élevée. Tout se passe comme si le fluide occupe le demi-espace $z > 0$ (*figure 3*).

Le champ de pesanteur est supposé uniforme.

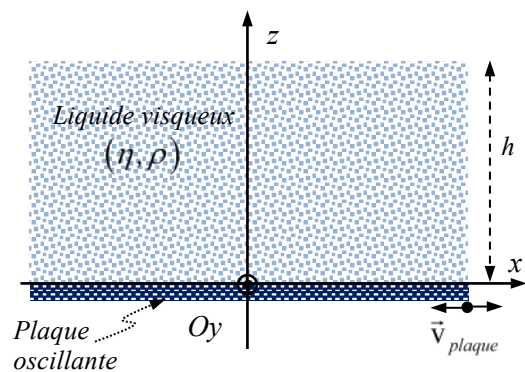


Figure 3

La plaque est animée d'un mouvement d'oscillations harmoniques suivant l'axe (Ox) à la pulsation ω . Sa vitesse peut s'écrire sous la forme $\vec{v}_{plaque} = V_0 \cos(\omega t) \vec{u}_x$.

Cette vibration longitudinale de la plaque génère un écoulement du fluide visqueux dont le champ de vitesse, à une position $M(x, y, z)$ du fluide s'écrit $\vec{v}(M, t) = v(M, t) \vec{u}_x$.

22- En analysant les invariances du système, préciser les variables dont dépendent les champs de vitesse et de pression.

23- Ecrire les forces volumiques et surfaciques appliquées sur une particule fluide en écoulement réel.

24- Expliquer brièvement l'origine de l'écoulement du fluide visqueux.

25- En appliquant le principe fondamental de la dynamique à une particule fluide en écoulement réel, retrouver l'équation de Navier-Stokes

$$\rho \left(\frac{\partial \vec{v}(M,t)}{\partial t} + (\vec{v}(M,t) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}) \vec{v}(M,t) \right) = \rho \vec{g} - \overrightarrow{\text{grad}} p(M,t) + \eta \Delta \vec{v}(M,t), \text{ où } \vec{g} = -g \vec{u}_z.$$

26- Montrer que le terme convectif de l'accélération est nul pour cet écoulement.

27- Montrer que le champ de pression $p(M,t)$ dans le fluide en écoulement est une fonction affine de la variable z . Sachant qu'au-delà de la hauteur h , la pression est identique à celle de l'atmosphère P_0 , déterminer $p(M,t)$.

28- Montrer que le champ de vitesse satisfait l'équation différentielle suivante

$$\frac{\partial \vec{v}(M,t)}{\partial t} = \nu_c \frac{\partial^2 \vec{v}(M,t)}{\partial z^2} \quad (*)$$

Que représente ν_c ? Préciser son expression, son unité et sa signification physique.

29- On cherche une solution de l'équation (*) décrivant le champ de vitesse sous la forme

$$\vec{v}(z,t) = \underline{f}(z) \exp j(\omega t) \vec{u}_x$$

29-1- Dédurre l'équation différentielle à laquelle obéit la fonction $\underline{f}(z)$.

Déterminer sa solution générale. On pose $\delta_f = \sqrt{\frac{2\nu_c}{\omega}}$.

29-2- En utilisant les conditions aux limites, déterminer en notation réelle l'expression du champ de vitesse $\vec{v}(z,t)$ dans le fluide visqueux.

29-3- Commenter l'expression du champ de vitesse obtenue $\vec{v}(z,t)$.

Que représente la grandeur δ_f ? Préciser son unité.

30- Pour réaliser une étude comparative du phénomène de diffusion, on considère deux fluides :

l'eau ($\eta_{\text{eau}} = 10^{-3} \text{ Pl}$ et $\rho_{\text{eau}} = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$) et le miel ($\eta_{\text{miel}} = 10 \text{ Pl}$ et $\rho_{\text{miel}} = 1,4 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$). Pour une fréquence d'oscillations de la plaque $f = 5 \text{ Hz}$, calculer la valeur de δ_f dans les deux cas. Conclure.

31- Les roches en fusion contenues dans le manteau terrestre constituent un fluide extrêmement visqueux de viscosité cinématique ν_c de l'ordre de 10^{-2} SI . Dédurre une caractéristique des ondes sismiques de cisaillement qui peuvent se produire au niveau du manteau terrestre pour des fréquences de quelques hertz ($f = 5 \text{ Hz}$).

Problème 2 : Filtrage par interférométrie

Partie I : Etude d'une lame à faces parallèles

On considère une lame mince de verre à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice de réfraction $n = 1,5$ plongée dans l'air (*figure 1*).

La lame est éclairée sous un angle d'incidence i par une source étendue monochromatique, de longueur d'onde λ , de pulsation ω , émettant une vibration lumineuse

$\underline{s}(M,t) = s_0 \exp j(\omega t - \vec{k} \cdot \overrightarrow{SM})$ où s_0 est l'amplitude supposée constante.

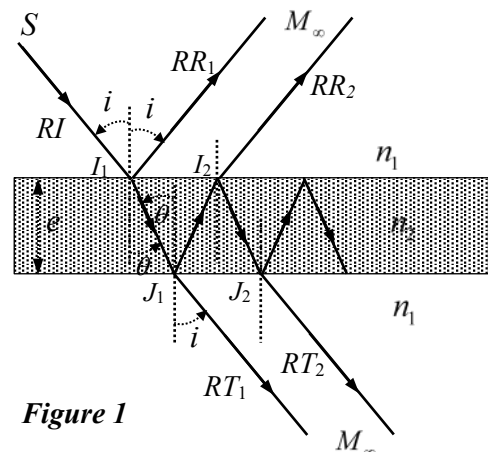


Figure 1

Le rayon lumineux incident est réfléchi plusieurs fois sur les faces internes de la lame et donne par la suite des rayons réfléchis (RR) et des rayons transmis (RT) dans l'air.

On supposera que les coefficients de réflexion et de transmission en amplitudes complexes sont les mêmes qu'en incidence normale et s'écrivent pour un rayon qui se propage d'un milieu d'indice n_1 vers un autre d'indice n_2 différents sous la forme suivante :

$$r_{1 \rightarrow 2} = r_{12} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \quad \text{et} \quad t_{1 \rightarrow 2} = t_{12} = \frac{2 n_1}{n_1 + n_2}$$

Etude des amplitudes des ondes en un point M à l'infini : Cas d'une lame non traitée

- 1- Déterminer les amplitudes des trois premières vibrations lumineuses successives transmises en fonction de s_0 , r_{21} , t_{12} et t_{21} .
- 2- Déterminer, de même, les amplitudes des trois premières vibrations lumineuses successives réfléchies en fonction de s_0 , r_{12} , r_{21} , t_{12} et t_{21} .
- 3- Reproduire et remplir le tableau ci-dessous sur votre copie et calculer les amplitudes des vibrations lumineuses en fonction de s_0 . On rappelle que l'indice de la lame est $n = 1,5$ et celui de l'air est $n_0 = 1$. Commenter les résultats obtenus.

Amplitudes des vibrations lumineuses réfléchies	$s_{1r} = \dots$	$s_{2r} = \dots$	$s_{3r} = \dots$
Amplitudes des vibrations lumineuses transmises	$s_{1t} = \dots$	$s_{2t} = \dots$	$s_{3t} = \dots$

- 4-1- Si on considère les interférences éventuelles des deux premières ondes transmises, doit-on s'attendre à un contraste proche de l'unité ? Justifier votre réponse.
- 4-2- Mêmes questions pour les interférences des deux premières ondes réfléchies par la lame.
- 5- De quel type d'interféromètre une telle lame peut-elle être qualifiée ? S'agit-il d'une interférence à deux ondes ou à ondes multiples ?

Etude des phases des ondes transmises en un point M à l'infini : Cas d'une lame traitée

Pour diminuer les pertes, on augmente le pouvoir réflecteur de la lame en déposant sur chacune de ses faces une mince couche semi-réfléchissante non absorbante d'un diélectrique.

On s'intéresse pour la suite au phénomène d'interférence entre les multiples ondes transmises par la lame.

- 6- Montrer que la différence de marche en un point M à l'infini entre deux ondes transmises successives est : $\delta(M) = 2 n e \cos \theta$, où θ est l'angle de réfraction du rayon incident dans la lame, en déduire le déphasage $\varphi(M)$ entre ces deux ondes transmises. Faire un schéma explicatif.
- 7- A quelle condition obtient-on des interférences constructives ? Montrer que, pour une incidence normale, les seules longueurs d'ondes transmises par la lame vérifient : $\lambda = \frac{2 n e}{k}$, où $k \in \mathbb{N}^*$.
- 8- L'épaisseur de la lame considérée est $e = 200 \text{ nm}$. Quelle valeur de l'entier k permet de sélectionner une vibration lumineuse de longueur d'onde λ_k appartenant au domaine du visible correspondant à l'intervalle spectrale $[400 \text{ nm}, 800 \text{ nm}]$? Citer une application de ce phénomène.

Partie II : Etude de l'interféromètre à ondes multiples de Fabry-Pérot

L'interféromètre à ondes multiples de Fabry-Pérot est un instrument constitué de deux surfaces planes traitées, parallèles, limitant une lame d'air d'épaisseur e et d'indice $n_0 = 1$.

Tous les coefficients de réflexion en amplitude valent r et ceux de transmission t .

Le Fabry-Pérot est éclairé dans les mêmes conditions qu'en **Partie I**.

Etude de l'intensité transmise par le Fabry-Pérot

9- Expliquer pourquoi on place l'écran d'observation dans le plan focal image d'une lentille convergente. Faire un schéma.

10- Donner, sans faire de calcul, la différence de marche $\delta(M)$ entre deux ondes transmises successives en un point M de l'écran, en déduire la différence de phase $\varphi(M)$ et la nature des franges d'interférence.

11- Montrer que l'amplitude complexe de la $N^{\text{ième}}$ onde transmise s'écrit :

$\underline{s}_N(\varphi) = s_0 R^{N-1} T \exp(-j(N-1)\varphi)$, avec $R = r^2$, $T = t^2$ et $R + T = 1$. L'origine des phases est prise au niveau de la première onde transmise.

12- Montrer que l'amplitude complexe totale transmise $\underline{s}_T(\varphi)$ s'écrit :

$$\underline{s}_T(\varphi) = \frac{s_0 T}{1 - R \exp(-j\varphi)}. \text{ On donne : } \sum_{q=0}^{+\infty} \underline{\alpha}^q = \frac{1}{1 - \underline{\alpha}} \text{ lorsque } |\underline{\alpha}| < 1.$$

13- Exprimer l'intensité résultante transmise $I(\varphi) = \underline{s}_T(\varphi) \underline{s}_T^*(\varphi)$ en un point M de l'écran d'observation sous la forme $I(M) = I(\varphi) = \frac{I_0}{1 + m \sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$, expliciter les expressions de I_0 et du

facteur m en fonction de s_0 , T et R . On donne : $1 - \cos(2x) = 2 \sin^2 x$.

14- Pour quelles valeurs de φ l'intensité $I(\varphi)$ est-elle maximale ?

Dans la suite, on se place dans le cas des surfaces à pouvoir de réflexion important ($R \approx 1$ et $T \ll 1$).

La transmission du Fabry-Pérot $T_{FP}(\varphi)$ est définie

par $I(\varphi) = I_0 T_{FP}(\varphi)$ dont l'allure est représentée par la **figure 2**.

15- Donner les expressions de $T_{FP}^{\max}$ et $T_{FP}^{\min}$.

On définit la finesse du Fabry-Pérot par $F = \frac{2\pi}{\delta\varphi}$;

$\delta\varphi$ est la largeur à mi-hauteur d'un pic d'intensité maximale (voir la **figure 2**).

16- Déterminer la largeur à mi-hauteur $\delta\varphi$ d'un pic d'intensité d'ordre d'interférence k en fonction du coefficient de réflexion R . Pour $R \approx 1$, montrer que

la finesse devient $F \approx \frac{\pi}{T}$. Commenter.

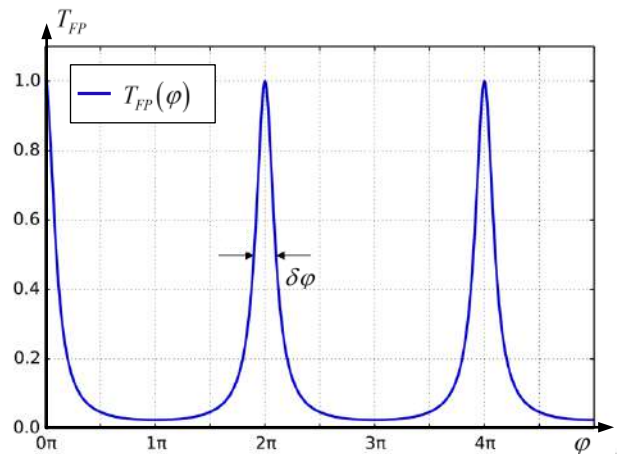


Figure 2

Pour la suite, on se place dans le cadre où l'épaisseur e et l'angle d'incidence i sont fixés.

17- On appelle *intervalle spectral libre (ISL)*, l'intervalle de fréquence $\Delta\nu_{ISL}$ entre deux pics successifs d'intensité maximale. Montrer que $\Delta\nu_{ISL} = \frac{c}{2e \cos i}$, c étant la célérité de la lumière dans le vide.

18- La résolution en fréquence du Fabry-Pérot $\delta\nu_{FP}$ est donnée par la largeur à mi-hauteur en fréquence d'un pic d'intensité.

Exprimer $\delta\nu_{FP}$ en fonction de la finesse F et de l'intervalle spectral libre $\Delta\nu_{ISL}$.

19- Quel est le pouvoir de résolution $R_{FP} = \frac{\nu_0}{\delta\nu_{FP}}$ du Fabry-Pérot pour un pic d'intensité de l'ordre d'interférence p_0 et de fréquence ν_0 ? Donner une interprétation physique de la finesse F .

20-1- Application numérique : Donner le pouvoir de résolution pour un Fabry-Pérot d'épaisseur $e = 2 \text{ mm}$ et de finesse $F = 150$ éclairé en incidence normale. On prendra $\lambda_0 = 500 \text{ nm}$.

20-2- Déterminer la largeur L d'un réseau de périodicité $n = 1200 \text{ traits/mm}$ et qui diffracte dans l'ordre $k = 1$ permettant d'atteindre la même résolution.

On rappelle que le pouvoir de résolution d'un réseau s'écrit $R_R = kN$, N étant le nombre de fentes.

20-3- Pour le même pouvoir de résolution, lequel de ces deux spectroscopes est le plus pratique ? Justifier votre réponse.

Filtrage de fréquence d'une raie parasite

Une application du Fabry-Pérot consiste à filtrer spectralement la lumière incidente. On peut ainsi se débarrasser de certaines raies gênantes.

Pour la suite, on se placera en incidence normale.

On considère le doublet de Sodium caractérisé par les deux raies de longueurs d'ondes $\lambda_1 = 589,0 \text{ nm}$ et $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$, d'intensités respectives I_{01} et I_{02} très proches. On se propose d'éliminer la deuxième raie de fréquence ν_2 . Pour cela on choisit un intervalle spectral libre $\Delta\nu_{ISL}$ tel que les raies ν_1 et ν_2 correspondent respectivement à un pic et à un minimum de transmission (**figure 3**).

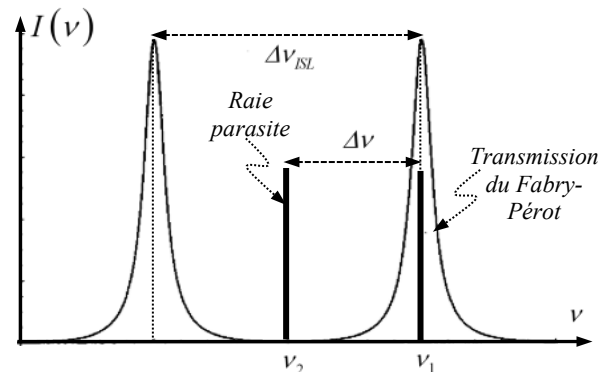


Figure 3

Dans cette situation on a : $\Delta\nu_{ISL} = 2\Delta\nu = 2(\nu_2 - \nu_1)$.

21- Comment choisir l'épaisseur e_0 du Fabry-Pérot de manière à éliminer le plus efficacement possible la raie de longueur d'onde $\lambda_2 = 589,6 \text{ nm}$? Exprimer e_0 en fonction de λ_1 , λ_2 et $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$.

22- Exprimer les intensités des deux raies à la sortie du Fabry-Pérot $I_1(\nu_1)$ et $I_2(\nu_2)$ en fonction de I_{01} , I_{02} , T_{FP}^{max} et T_{FP}^{min} .

23- Que vaut, en fonction de m , le rapport d'intensité entre les deux raies à la sortie du Fabry-Pérot ?

En déduire une valeur de m permettant d'avoir un rapport $\frac{I_1(\nu_1)}{I_2(\nu_2)} = 10^4$.

Déduire la valeur du coefficient de réflexion R .

24- Que vaut alors la finesse F du Fabry-Pérot ? Evaluer sa résolution en longueur d'onde $\delta\lambda_{FP}$? Commenter.

Fin de l'épreuve



Correction de l'épreuve de Physique
Concours Physique Chimie
Session Juin 2022

Problème 1 : Phénomènes de Diffusion

Partie I- Diffusion des ondes électromagnétiques dans les conducteurs

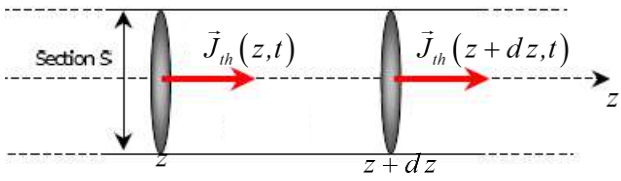
1-	En général, les équations de Maxwell dans le conducteur s'écrivent : $\text{div} \vec{E}(M,t) = \frac{\rho_e(M,t)}{\epsilon_0} \quad (1), \quad \text{div} \vec{B}(M,t) = 0 \quad (2),$ $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}(M,t) = -\frac{\partial \vec{B}(M,t)}{\partial t} \quad (3) \quad \text{et} \quad \overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}(M,t) = \mu_0 \left(\vec{J}(M,t) + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(M,t)}{\partial t} \right) \quad (4).$	0,5 x 4
2-	La loi d'Ohm classique est vérifiée si $\underline{\gamma}(\omega) = \frac{\gamma_0}{1 + j\omega\tau_1} \approx \gamma_0 \Rightarrow \omega\tau_1 \ll 1 \Rightarrow \omega \ll \frac{1}{\tau_1}$. A.N : $\omega \ll \frac{1}{\tau_1} = 4,2 \cdot 10^{13} \text{ rad s}^{-1}$; les domaines des ondes radios, T.V, télécommunications et relativement I.R peuvent garantir cette condition.	0,5 0,5
3-1-	L'équation de conservation de la charge : $\text{div} \vec{J}(M,t) + \frac{\partial \rho_e(M,t)}{\partial t} = 0$. (1) $\Rightarrow \rho_e(M,t) = \epsilon_0 \text{div} \vec{E}(M,t) = -\frac{\epsilon_0}{\gamma_0} \frac{\partial \rho_e(M,t)}{\partial t} \Rightarrow \frac{\partial \rho_e(M,t)}{\partial t} + \frac{\gamma_0}{\epsilon_0} \rho_e(M,t) = 0$.	1,5
3-2-	A une position M fixée, $\frac{d\rho_e}{\rho_e} = -\frac{\gamma_0}{\epsilon_0} dt = -\frac{dt}{\tau_2}$, $\tau_2 = \frac{\epsilon_0}{\gamma_0}$; homogène à une durée. $\Rightarrow \rho_e(M,t) = \rho_e(M,0) \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right) = \rho_{e0} \exp\left(-\frac{t}{\tau_2}\right)$. A.N : $\tau_2 = \frac{\epsilon_0}{\gamma_0} = \frac{8,85 \cdot 10^{-12}}{5,7 \cdot 10^7} = 1,55 \cdot 10^{-19} \text{ s}$, la durée décrivant la décroissance de la densité de charge est très faible. Instantanément, la densité de charge est considérée nulle.	1 0,5
3-3-	Puisque $\rho_e(M,t) = 0$, le milieu conducteur contient d'autant de charges positives que négatives : $\rho_e = \rho_-(e^-) + \rho_+(ions) = 0 \Rightarrow \text{div} \vec{E}(M,t) = 0$; en présence d'une onde électromagnétique, le conducteur demeure neutre.	1
4-	Dans le conducteur ohmique, on doit se limiter au domaine de pulsation où $\omega \ll 4,2 \cdot 10^{13} \text{ rad s}^{-1}$. * $\vec{J}(M,t) = \gamma_0 \vec{E}(M,t) \Rightarrow \vec{J}(M,t) = \gamma_0 \vec{E}(M,t) $. * $\vec{J}_D(M,t) = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(M,t)}{\partial t} = j\omega\epsilon_0 \vec{E}(M,t) \Rightarrow \vec{J}_D(M,t) = \omega\epsilon_0 \vec{E}(M,t) $. $\Rightarrow \frac{ \vec{J}(M,t) }{ \vec{J}_D(M,t) } = \frac{\gamma_0}{\omega\epsilon_0} = \frac{1}{\omega\tau_2} = \frac{6,44 \cdot 10^{18}}{\omega} \gg 1$ puisque $\omega \ll 4,2 \cdot 10^{13} \text{ rad s}^{-1}$.	0,5 1

	$ \vec{J}(M,t) \gg \vec{J}_D(M,t) $ Dans ce domaine de pulsation, le courant de conduction est dominant par rapport à celui de déplacement.	
5-	En tenant compte des conditions précédentes, les équations de Maxwell dans le conducteur se réduisent à : $\text{div} \vec{E}(M,t) = 0$ (1), $\text{div} \vec{B}(M,t) = 0$ (2), $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}(M,t) = -\frac{\partial \vec{B}(M,t)}{\partial t} \quad (3) \text{ et } \overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}(M,t) = \mu_0 \gamma_0 \vec{E}(M,t) \quad (4).$ $\Rightarrow \overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E}(M,t)) = -\Delta \vec{E}(M,t) = -\frac{\partial}{\partial t}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B}(M,t)) \stackrel{(4)}{=} -\frac{\partial}{\partial t}(\mu_0 \gamma_0 \vec{E}(M,t)).$ $\Rightarrow -\Delta \vec{E}(M,t) = -\mu_0 \gamma_0 \frac{\partial \vec{E}(M,t)}{\partial t}, \text{ enfin : } \Delta \vec{E}(M,t) - \mu_0 \gamma_0 \frac{\partial \vec{E}(M,t)}{\partial t} = \vec{0} \quad (*).$ C'est l'équation de diffusion de l'onde $E.M$ dans le conducteur puisqu'elle relie des dérivées partielles spatiales à des dérivées partielles temporelles du champ $\vec{E}_t(z,t)$. Cette équation de diffusion traduit le caractère irréversible du phénomène à cause de la dissipation de l'énergie. Elle est donc différente de celle de d'Alembert.	1 0,5
6-	$\vec{E}_t(z,t) = E_{0t} \vec{u}_x \exp j(\omega t - \underline{k} z - \varphi) = E_{0t} \vec{u}_x \exp j(\omega t - \underline{k} z),$ $(*) \Rightarrow -\underline{k}^2 \vec{E}_t(z,t) - \mu_0 \gamma_0 j \omega \vec{E}_t(z,t) = \vec{0} \Rightarrow \underline{k}^2 = -j \mu_0 \gamma_0 \omega = \mu_0 \gamma_0 \omega \exp\left(-j \frac{\pi}{2}\right).$	1,5
7-	$\underline{k}^2 = \mu_0 \gamma_0 \omega \exp\left(-j \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \underline{k} = \pm \sqrt{\mu_0 \gamma_0 \omega} \exp\left(-j \frac{\pi}{4}\right) = \pm (1-j) \sqrt{\frac{\mu_0 \gamma_0 \omega}{2}}$ $\underline{k} = \pm (k_1 - j k_2), \text{ avec } k_1 = k_2 = \sqrt{\frac{\mu_0 \gamma_0 \omega}{2}}. \text{ On choisit le signe (+) puisque la propagation est faite suivant les } z \text{ croissants.}$ $\text{Enfin : } \underline{k} = k_1 - j k_2 ; k_1 = k_2 = \sqrt{\frac{\mu_0 \gamma_0 \omega}{2}}.$ $\vec{E}_t(z,t) = E_{0t} \vec{u}_x \exp j(\omega t - (k_1 - j k_2) z - \varphi) = E_{0t} \vec{u}_x \exp(-k_2 z) \exp j(\omega t - k_1 z - \varphi).$ $\Rightarrow \Re(\vec{E}_t(z,t)) = \vec{E}_t(z,t) = E_{0t} \vec{u}_x \exp(-k_2 z) \cos(\omega t - k_1 z - \varphi).$ L'amplitude du champ électrique de l'onde $E.M$ décroît lors de la propagation.	1 1
8-	$\vec{E}_t(z,t) = E_{0t} \vec{u}_x \exp(-k_2 z) \cos(\omega t - k_1 z - \varphi) = E_{0t}(z) \vec{u}_x \cos(\omega t - k_1 z - \varphi).$ La décroissance de l'amplitude $E_{0t}(z)$ est due à la présence du facteur $\exp(-k_2 z)$. Si $z = \frac{1}{k_2} \Rightarrow E_{0t}\left(z = \frac{1}{k_2}\right) = \frac{E_{0t}}{\exp(1)} \Rightarrow$ cette distance caractéristique, décrivant la décroissance, est appelée profondeur de pénétration $\delta_{em} = \frac{1}{ k_2 } = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma_0 \omega}}$ en m. $\vec{E}_t(z,t)$ décrit une onde $E.M$ progressive. La vitesse de la phase associée, s'écrit : $v_\varphi = \frac{\omega}{\Re(\underline{k})} = \frac{\omega}{k_1} = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu_0 \gamma_0}}, \text{ exprimée en } m s^{-1}.$ A.N : $\gamma_0 = 5,7 \cdot 10^7 S m^{-1}$ et $\mu_0 = 12,56 \cdot 10^{-7} SI$ $* f = 100 Hz \Rightarrow \delta_{em} = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma_0 \omega}} = 6,67 \cdot 10^{-3} m = 6,67 mm \text{ et } v_\varphi = \sqrt{\frac{2\omega}{\mu_0 \gamma_0}} = 4,19 m s^{-1}.$ $* f = 10^8 Hz \Rightarrow \delta_{em} = 6,67 \cdot 10^{-6} m = 6,67 \mu m \text{ et } v_\varphi = 4,19 \cdot 10^3 m s^{-1}$	0,25 0,25 0,5 0,5

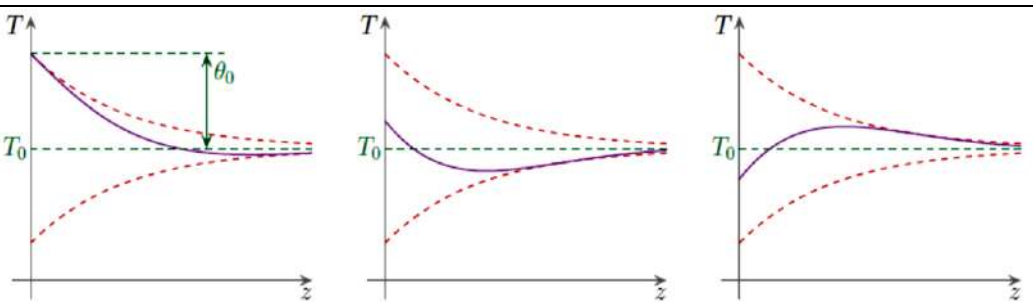
	La propagation de l'onde $E.M$ dans le conducteur est dispersive $v_\phi = f(\omega)$. L'atténuation de l'onde est importante pour les pulsations élevées.	0,5
9-	Il s'agit d'une pseudo-onde plane progressive harmonique, $\vec{B}_t(z,t)$ s'écrit : $\vec{B}_t(z,t) = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}_t(z,t)}{\omega} = \frac{(k_1 - j k_2) \vec{u}_z \wedge E_{0t} \vec{u}_x \exp(-k_2 z) \exp j(\omega t - k_1 z - \phi)}{\omega}$ $\Re(\vec{B}_t(z,t)) = \vec{B}_t(z,t) = \frac{k_1 E_{0t} \exp(-k_2 z)}{\omega} \vec{u}_y [\cos(\omega t - k_1 z - \phi) + \sin(\omega t - k_1 z - \phi)]$ $\vec{H}_t(z,t) = \frac{\vec{E}_t(z,t) \wedge \vec{B}_t(z,t)}{\mu_0}$ $= \frac{k_1 E_{0t}^2 \exp(-2k_2 z)}{\omega \mu_0} \vec{u}_z [\cos^2(\omega t - k_1 z - \phi) + \cos(\omega t - k_1 z - \phi) \sin(\omega t - k_1 z - \phi)]$ $\langle \vec{H}_t(z,t) \rangle = \frac{1}{2} \frac{k_1 E_{0t}^2 \exp(-2k_2 z)}{\omega \mu_0} \vec{u}_z = \frac{1}{2} \frac{E_{0t}^2}{\omega \mu_0 \delta_{em}} \exp\left(-2 \frac{z}{\delta_{em}}\right) \vec{u}_z ; k_2 = \frac{1}{\delta_{em}} = \sqrt{\frac{2}{\mu_0 \gamma_0 \omega}}$ $\langle \vec{H}_t(z=0,t) \rangle = \frac{1}{2} \frac{E_{0t}^2}{\omega \mu_0 \delta_{em}} \vec{u}_z$ et $\langle \vec{H}_t(z=5 \delta_{em}, t) \rangle = \frac{1}{2} \frac{E_{0t}^2}{\omega \mu_0 \delta_{em}} \exp(-10) \vec{u}_z$ $\langle \mathcal{P}_{transf} \rangle = \oint_{S_f} \langle \vec{H}_t(z,t) \rangle dS \vec{n}_{ext} = \iint_S \langle \vec{H}_t(z=0,t) \rangle dS (-\vec{u}_z) + \iint_S \langle \vec{H}_t(z=5 \delta_{em}, t) \rangle dS \vec{u}_z$ $\langle \mathcal{P}_{transf} \rangle = -\frac{1}{2} \frac{E_{0t}^2}{\omega \mu_0 \delta_{em}} S + \frac{1}{2} \frac{E_{0t}^2}{\omega \mu_0 \delta_{em}} \exp(-10) S = -\frac{1}{2} \frac{E_{0t}^2}{\omega \mu_0 \delta_{em}} (1 - \exp(-10)) S$ $\exp(-10) \ll 1 \Rightarrow \langle \mathcal{P}_{transf} \rangle \simeq -\frac{1}{2} \frac{E_{0t}^2}{\omega \mu_0 \delta_{em}} S = -\frac{1}{2} \frac{E_{0t}^2}{\omega \mu_0 \delta_{em}} S \sqrt{\frac{\mu_0 \gamma_0 \omega}{2}} = -\sqrt{\frac{\gamma_0}{8 \mu_0 \omega}} E_{0t}^2 S$	0,5 0,5 0,5 0,25 0,25 0,25 0,75
10-	$p_v(z,t) = \vec{J}(z,t) \cdot \vec{E}_t(z,t) = \gamma_0 E_t^2(z,t) = \gamma_0 E_{0t}^2 \exp\left(-2 \frac{z}{\delta_{em}}\right) \cos^2(\omega t - k_1 z - \phi)$ $\Rightarrow \langle p_v(z,t) \rangle = \frac{1}{2} \gamma_0 E_{0t}^2 \exp\left(-2 \frac{z}{\delta_{em}}\right)$ $\langle \mathcal{P}_{reque} \rangle = \iiint_{V=5 \delta_{em} S} \langle p_v(z,t) \rangle d\tau = S \int_{z=0}^{5 \delta_{em}} \frac{1}{2} \gamma_0 E_{0t}^2 \exp\left(-2 \frac{z}{\delta_{em}}\right) dz$ $\langle \mathcal{P}_{reque} \rangle = \frac{1}{2} \gamma_0 S E_{0t}^2 \left(-\frac{\delta_{em}}{2}\right) \left[\exp\left(-2 \frac{z}{\delta_{em}}\right) \right]_0^{5 \delta_{em}} = -\frac{\delta_{em}}{4} \gamma_0 S E_{0t}^2 [\exp(-10) - 1]$ $\Rightarrow \langle \mathcal{P}_{reque} \rangle \simeq \frac{\delta_{em}}{4} \gamma_0 S E_{0t}^2 = \sqrt{\frac{\gamma_0}{8 \mu_0 \omega}} S E_{0t}^2$ On peut vérifier aisément que : $\langle \mathcal{P}_{reque} \rangle = \sqrt{\frac{\gamma_0}{8 \mu_0 \omega}} S E_{0t}^2 = -\langle \mathcal{P}_{transf} \rangle$ Ce résultat constitue le bilan d'énergie électromagnétique dans le volume du conducteur. $\left\langle \frac{dU_{em}}{dt} \right\rangle = -\langle \mathcal{P}_{reque} \rangle - \langle \mathcal{P}_{transf} \rangle = 0$: l'énergie $E.M$ moyenne reçue par le conducteur est entièrement dissipée par effet Joule.	0,5 1 0,5
11-1-	L_f : Energie thermique massique nécessaire pour changer de l'état thermodynamique d'un corps pur de l'état solide à l'état liquide à pression et température constantes. Le métal subit un chauffage de la température T_0 jusqu'à la température de fusion T_f. Le volume du métal qui a subi la fusion $\tau = S d$.	1

	$\Delta H = \rho_{Cu} S d \left[c_{Cu} (T_f - T_0) + L_f \right]$, avec $S = \pi \frac{\Phi^2}{4}$. A.N : $\Delta H = 2,2024 J$.	0,75 0,25
11-2-	Puissance transmise dans le conducteur : $\mathcal{P}_t = T \mathcal{P}_i = (1 - R) \mathcal{P}_i = (1 - 0,72) 700 = 196 W$.	1
11-3-	La puissance EM absorbée par le conducteur est automatiquement dissipée par effet Joule c-à-d en puissance thermique. Pendant la durée dt, la plaque métallique se déplace de la distance $d\ell = V_m dt$. Le volume du métal découpé correspondant est : $d\tau = d\ell \Phi d = V_m d \cdot \Phi dt$. Le bilan d'énergie associé, s'écrit : $\rho_{Cu} V_m d \cdot \Phi dt \left[c_{Cu} (T_f - T_0) + L_f \right] = (1 - R) \mathcal{P}_i dt$. $\Rightarrow V_m = \frac{(1 - R) \mathcal{P}_i}{\rho_{Cu} \Phi d \left[c_{Cu} (T_f - T_0) + L_f \right]}$. A.N : $V_m = 3,49 cm s^{-1}$. En pratique, la valeur de V_m est plus faible. Ce comportement s'explique par le fait qu'une partie de l'énergie absorbée par la plaque est transférée par conduction à l'extérieur de la zone cible.	1 0,5 0,5

Partie II : Diffusion des ondes thermiques dans le sol terrestre

12-	Lorsqu'il s'agit d'un phénomène physique qui obéit à une réponse linéaire, grâce au théorème de Fourier, tout signal périodique peut se décomposer en une somme de fonctions sinusoïdales. Les variations journalières ou annuelles de la température de l'atmosphère constituent des exemples des variations sinusoïdales.	1
13-	Loi phénoménologique de Fourier : $\vec{J}_{th} = -\lambda \overrightarrow{grad} T(M, t)$. J_{th} densité de flux thermique, exprimée en $W m^{-2}$, $T(M, t)$ champ de température, en K. λ conductivité thermique, exprimée en $W m^{-1} K^{-1}$. <u>Conditions de validité :</u> * La loi de Fourier est valide dans l'hypothèse d'un faible gradient de température. * La loi est linéaire si l'on suppose que λ est indépendante de la température. * Enfin, pour pouvoir utiliser la loi de Fourier, il faut que le matériau soit isotrope sinon la conductivité thermique λ varie selon la direction du transfert thermique. * Variation non rapide de la température en fonction du temps.	0,5 0,5 0,25 0,25 0,25 0,25
14-	Flux thermique élémentaire à travers une surface dS : $\delta \varphi_{th} = \vec{J}_{th} dS \vec{n}$. Pour une surface S, $\varphi_{th}(t) = \iint_S \vec{J}_{th}(M, t) dS \vec{n}$; $\vec{n}$ vecteur unitaire normal à la surface S.	0,5 0,5
15-	Pendant la durée dt, l'énergie thermique transférée à travers S, s'écrit : $\delta Q_{th}(t) = \varphi_{th}(t) dt = \iint_S \vec{J}_{th}(M, t) dS \vec{n} dt$. Le transfert thermique effectué suivant $(Oz) \Rightarrow \vec{J}_{th} = J_{th} \vec{u}_z = -\lambda \frac{\partial T(z, t)}{\partial z} \vec{u}_z$.  $\delta Q_{th}(t) = - \oiint_{trans} \vec{J}_{th}(M, t) dS \vec{n}_{ext} dt$ $= - \iint_{S(z+dz)} \vec{J}_{th}(z + dz, t) \vec{u}_z (dS \vec{u}_z) dt - \iint_{S(z)} \vec{J}_{th}(z, t) (-dS \vec{u}_z) dt$ On néglige le flux à travers la surface latérale. $\delta^2 Q_{th}(t) = - \iint_S (J_{th}(z + dz, t) - J_{th}(z, t)) dS dt = - \frac{\partial J_{th}(z, t)}{\partial z} S dz dt$.	1

	En tenant compte de la loi de Fourier, $\delta^2 Q_{th}(t) = \frac{\partial J_{th}(z,t)}{\partial z} S dz dt = - \frac{\partial}{\partial z} \left(- \lambda \frac{\partial T(z,t)}{\partial z} \right) S dz dt = \lambda \frac{\partial^2 T(z,t)}{\partial z^2} S dz dt.$ $\delta^2 Q_{th}(t) = \lambda \frac{\partial^2 T(z,t)}{\partial z^2} d\tau dt ; d\tau = S dz : \text{volume de la tranche.}$	0,5
16-	L'énergie interne relative à la tranche est : $\delta U = dm c T(z,t) = \rho d\tau c T(z,t)$. Premier principe appliqué à la tranche élémentaire de volume $d\tau$ subit une transformation élémentaire pendant dt échangeant $\delta^2 W$ et $\delta^2 Q_{th}$ avec l'extérieur : $d(\delta U) = \delta U(t+dt) - \delta U(t) = \rho d\tau c (T(z,t+dt) - T(z,t)) = \delta^2 Q_{th} + \delta^2 W$ $\Rightarrow \rho d\tau c \frac{\partial T(z,t)}{\partial t} dt = \delta^2 Q_{th} + \delta^2 W.$ Ce bilan d'énergie élémentaire est fait à volume constant $\delta^2 W_{pression} = 0$. En plus, il n'y a pas des termes sources $\delta^2 W_{autres} = 0 \Rightarrow \rho d\tau c \frac{\partial T(z,t)}{\partial t} dt = \delta^2 Q_{th} = \lambda \frac{\partial^2 T(z,t)}{\partial z^2} d\tau dt.$ $\Rightarrow \frac{\partial T(z,t)}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c} \frac{\partial^2 T(z,t)}{\partial z^2} \quad (*) \text{ équation de propagation de l'onde thermique.}$ $D_{th} = \frac{\lambda}{\rho c} : \text{c'est le coefficient de diffusion thermique, exprimé en } m^2 s^{-1}.$ L'équation (*) est linéaire. Elle est irréversible car variante par renversement du temps. Elle est différente de celle de D'Alembert. La solution de cette équation décrit une pseudo onde plane dont le nombre d'onde est a priori complexe.	0,5 0,75 0,5 0,25
17-1-	Les solutions sont de la forme : $\underline{T}(z,t) = T_0 + \theta_0 \exp j(\omega t - \underline{k} z)$. $\frac{\partial \underline{T}(z,t)}{\partial t} = j\omega \underline{\theta}(z,t) \text{ et } \frac{\partial^2 \underline{T}(z,t)}{\partial z^2} = (-j\underline{k})^2 \underline{\theta}(z,t) = -\underline{k}^2 \underline{\theta}(z,t)$ $(*) \Rightarrow j\omega \underline{\theta}(z,t) = \frac{\lambda}{\rho c} (-\underline{k}^2) \underline{\theta}(z,t) \Rightarrow \underline{k}^2 = -j \frac{\rho c \omega}{\lambda} ; \text{relation de dispersion.}$ $\underline{k}^2 = \frac{\rho c \omega}{\lambda} \exp\left(-j \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \underline{k} = \pm \sqrt{\frac{\rho c \omega}{\lambda}} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - j \frac{1}{\sqrt{2}}\right), k_1 = k_2 = \sqrt{\frac{\rho c \omega}{2\lambda}} = \sqrt{\frac{\omega}{2D_{th}}}$ $\Rightarrow \underline{k} = \pm (1-j) \sqrt{\frac{\rho c \omega}{2\lambda}} = \pm (k_1 - j k_2), \text{ on choisit (+) car la propagation est faite suivant}$ les $z \nearrow (\Re(\underline{k}) > 0)$. Enfin : $\underline{k} = \sqrt{\frac{\rho c \omega}{2\lambda}} (1-j) = \sqrt{\frac{\omega}{2D_{th}}} (1-j).$	1 0,5
17-2-	$\underline{T}(z,t) = T_0 + \theta_0 \exp j(\omega t - (k_1 - j k_2) z) = T_0 + \theta_0 \exp(-k_2 z) \exp j(\omega t - k_1 z)$ $\Re(\underline{T}(z,t)) = T(z,t) = T_0 + \theta_0 \exp(-k_2 z) \cos(\omega t - k_1 z)$ $\theta(z,t) = \theta_0 \exp(-k_2 z) \cos(\omega t - k_1 z) = \theta_0(z) \cos(\omega t - k_1 z).$ Lors de la propagation de $T(z,t)$, les fluctuations $\theta(z,t)$ autour de la valeur moyenne T_0 subissent une décroissance à cause de la présence du facteur $\exp(-k_2 z)$. Il en résulte que k_1 est lié au phénomène de propagation qui peut être dispersif et le terme k_2 indique l'amortissement de l'amplitude de l'onde thermique.	1 0,5
18-	* Vitesse de phase : $v_\varphi = \frac{\omega}{\Re(\underline{k})} = \frac{\omega}{k_1} = \sqrt{\frac{2\lambda\omega}{\rho c}}$, exprimée en $m s^{-1}$.	0,75

	* La distance caractéristique δ_{th} de la décroissance de $\theta(z,t)$, appelée de même profondeur de pénétration, est définie pour laquelle l'amplitude θ_0 est divisée par $\exp(1)$. $\theta_0(z = \delta_{th}) = \frac{\theta_0}{\exp(1)} = \theta_0 \exp(-k_2 \delta_{th}) \Rightarrow \delta_{th} = \frac{1}{k_2} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\rho c \omega}}$, exprimée en m.	0,75
19-	A.N : $\rho = 3,15 \cdot 10^3 \text{ kg m}^{-3}$, $c = 870 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$ et $\lambda = 1,80 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$ * Variations journalières : $T_j = 86400 \text{ s} \Rightarrow \omega_j = 7,27 \cdot 10^{-5} \text{ rad s}^{-1}$. $\delta_{th,j} = \sqrt{\frac{2\lambda}{\rho c \omega_j}} = 0,1344 \text{ m} = 13,44 \text{ cm}$ et $v_{\varphi,j} = \sqrt{\frac{2\lambda \omega_j}{\rho c}} = 0,98 \cdot 10^{-5} \text{ m s}^{-1}$. * Variations annuelles : $T_A = 31536000 \text{ s} \Rightarrow \omega_A = 1,99 \cdot 10^{-7} \text{ rad s}^{-1}$. $\delta_{th,A} = 2,57 \text{ m}$ et $v_{\varphi,A} = 0,46 \cdot 10^{-6} \text{ m s}^{-1}$. - On remarque que $\delta_{th,j} < \delta_{th,A}$; Les variations journalières de la température pénètrent moins profondément dans le sol que les variations annuelles : Le sol se comporte comme un filtre passe bas. - La vitesse de phase décroît avec la pulsation. Ainsi, les variations journalières de la température pénètrent plus vite dans le sol que les variations annuelles.	0,75 0,75 0,5
20-	 Représentation de la fonction d'onde $T(z,t)$ pour différents instants fixés. Il s'agit d'une variation sinusoïdale autour de la valeur moyenne T_0 muni d'une décroissance exponentielle. L'aspect sinusoïdal est peu visible sur la courbe car la longueur d'amortissement δ_{th} est plus faible que la longueur d'onde : $\lambda = \frac{2\pi}{k_1} = 2\pi \sqrt{\frac{2\lambda}{\rho c \omega}} = 2\pi \delta_{th}$.	1 0,5
21-1-	Pour les variations journalières de la température, la profondeur de pénétration est : $\delta_{th,j} = 13,44 \text{ cm}$. Au-delà de quelques $\delta_{th,j}$, L'atténuation de la fluctuation $\theta(z,t)$ de la température est importante de telle sorte qu'on peut supposer que la température ne varie plus. C'est la raison pour laquelle les canalisations sont enterrées à cette profondeur.	1
21-2-	Pour les variations annuelles de la température, la profondeur de pénétration est : $\delta_{th,A} = 2,57 \text{ m}$. A une profondeur de quelques $\delta_{th,A}$, les variations annuelles de la température ne sont plus appréciables. Pour cette raison les caves sont creusées à des profondeurs de l'ordre de 5 mètres.	1

Partie III : Phénomène de diffusion en dynamique des fluides

22-	Suivant les directions (Ox) et (Oy), les dimensions du fluide sont supposées infinies. Le champ de vitesses $\vec{v}(M,t)$ est invariant lors des translations des plans de symétrie (xOz) et (yOz) respectivement suivant les axes (Oy) et (Ox). $\vec{v}(M,t)$ ne dépend ni de y ni x : $\vec{v}(M,t) = \vec{v}(z,t)$ et $\vec{v}(M,t) = \vec{v}(z,t) \vec{u}_x$. De même pour le champ de pression $P(M,t) = P(z,t)$.	1 0,5
-----	---	----------

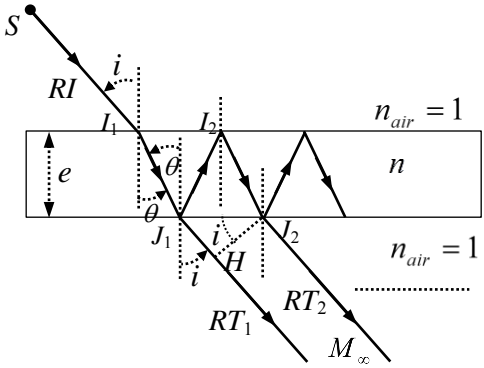
23-	Le fluide est en écoulement réel. Les forces volumiques et surfaciques appliquées sur une particule fluide sont : * Force volumique de pesanteur : $\vec{f}_v = \rho \vec{g}$. * Equivalent volumique de la force surfacique de pression : $\vec{f}_{s,p} = -\overrightarrow{grad}P(z,t)$. * Equivalent volumique de la force de viscosité : $\vec{f}_{s,visco} = \eta \Delta \vec{v}(z,t) \vec{u}_x = \eta \frac{\partial^2 \vec{v}(z,t)}{\partial z^2} \vec{u}_x$.	0,5 0,5 0,5
24-	Lorsque la plaque est mise en mouvement, les particules de fluide de la couche de fluide au-dessus de la plaque s'accroche et se mettent en mouvement. Il y a diffusion de la quantité de mouvement dans la mesure où c'est l'hétérogénéité du champ des vitesses qui est à l'origine de la mise en mouvement de toutes les couches de fluide. Cette diffusion tend à homogénéiser le plus possible le champ de vitesses, compte tenu des conditions aux limites. Elle s'effectue dans la direction (Oz), perpendiculairement à l'écoulement.	1,5
25-	On applique le PFD à une particule fluide en écoulement visqueux. $\sum d\vec{F}_{ext \rightarrow particule} = d\vec{F}_v + d\vec{F}_s = dm \frac{D\vec{v}(z,t)}{Dt} = \rho d\tau \left(\frac{\partial \vec{v}(z,t)}{\partial t} + (\vec{v}(z,t) \overrightarrow{grad}) \vec{v}(z,t) \right).$ $\Rightarrow \rho d\tau \left(\frac{\partial \vec{v}(z,t)}{\partial t} + (\vec{v}(z,t) \overrightarrow{grad}) \vec{v}(z,t) \right) = \rho \vec{g} d\tau - \overrightarrow{grad}P(z,t) d\tau + \eta \Delta \vec{v}(z,t) d\tau$ $\Rightarrow \rho \left(\frac{\partial \vec{v}(z,t)}{\partial t} + (\vec{v}(z,t) \overrightarrow{grad}) \vec{v}(z,t) \right) = \rho \vec{g} - \overrightarrow{grad}P(z,t) + \eta \Delta \vec{v}(z,t) \quad (*)$ Equation de Navier-Stokes. $(\vec{v}(z,t) \overrightarrow{grad}) \vec{v}(z,t) = (\vec{v}(z,t) \vec{u}_x \overrightarrow{grad}) \vec{v}(z,t) \vec{u}_x$: accélération convective.	1,5
26-	$\Rightarrow (\vec{v}(z,t) \overrightarrow{grad}) \vec{v}(z,t) = \left(\vec{v}(z,t) \frac{\partial}{\partial x} \right) \vec{v}(z,t) \vec{u}_x = \vec{v}(z,t) \frac{\partial \vec{v}(z,t)}{\partial x} \vec{u}_x = \vec{0}.$ $\Rightarrow$ L'accélération convective est nulle.	1
27-	On projette l'équation (*) suivant la direction (Oz). $-\rho g - \frac{\partial P(z,t)}{\partial z} = 0 \quad \text{car} \quad \left(\frac{\partial \vec{v}(z,t)}{\partial t} \right)_z = \vec{0} \quad \text{et} \quad (\Delta \vec{v}(z,t))_z = \vec{0}.$ $\Rightarrow \frac{\partial P(z,t)}{\partial z} = -\rho g \Rightarrow \underline{P(z,t) = -\rho g z + K(t)}.$ Pour $z \geq h \Rightarrow P(z,t) = P_0 = -\rho g h + K(t) \Rightarrow K(t) = P_0 + \rho g h$. Enfin : $P(z,t) = P(z) = \rho g (h - z) + P_0$; $P(z)$ varie linéairement en fonction de z.	1 0,5
28-	La projection de l'équation (*) suivant la direction (Ox) aboutit à : $\rho \frac{\partial \vec{v}(z,t)}{\partial t} \vec{u}_x = \eta \Delta \vec{v}(z,t) \vec{u}_x = \eta \frac{\partial^2 \vec{v}(z,t)}{\partial z^2} \vec{u}_x \Rightarrow \underline{\frac{\partial \vec{v}(z,t)}{\partial t} = \nu_c \frac{\partial^2 \vec{v}(z,t)}{\partial z^2}} \quad (**);$ $\nu_c = \frac{\eta}{\rho}$: constitue la viscosité cinématique, exprimée en $m^2 s^{-1}$. On obtient une grandeur comparable au coefficient de diffusion thermique D_{th}. Ce résultat provient d'un mécanisme microscopique (agitation thermique) associé aux phénomènes de transport diffusif de la quantité de mouvement dans les fluides visqueux. $\nu_c = D_{visc}$ décrit donc l'aptitude à la diffusion de la quantité de mouvement.	0,5 0,5 0,5
29-1-	En notation complexe, la solution de l'équation (**) est de la forme : $\underline{\vec{v}}(z,t) = \underline{f}(z) \exp(j\omega t) \vec{u}_x$;	

	$\frac{\partial^2 \underline{\bar{v}}(z,t)}{\partial z^2} = \frac{d^2 \underline{f}(z)}{dz^2} \exp(j\omega t) \vec{u}_x \text{ et } \frac{\partial \underline{\bar{v}}(z,t)}{\partial t} = (j\omega) \underline{f}(z) \exp(j\omega t) \vec{u}_x.$ Dans l'équation (**) $\Rightarrow v_c \frac{d^2 \underline{f}(z)}{dz^2} \exp(j\omega t) \vec{u}_x - (j\omega) \underline{f}(z) \exp(j\omega t) \vec{u}_x = \vec{0}.$ $\Rightarrow \frac{d^2 \underline{f}(z)}{dz^2} - \frac{j\omega}{v_c} \underline{f}(z) = 0, \text{ équation différentielle de second ordre.}$ Polynôme caractéristique : $r^2 - \frac{j\omega}{v_c} = 0 \Rightarrow r^2 = \frac{j\omega}{v_c} = \frac{\omega}{v_c} \exp j \frac{\pi}{2}$ $\Rightarrow r = \pm \sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} \exp j \frac{\pi}{4} = \pm \sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} (1+j).$ $\Rightarrow \underline{f}(z) = A_1 \exp\left(\sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} (1+j) z\right) + A_2 \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} (1+j) z\right)$ $\underline{\bar{v}}(z,t) = \left[A_1 \exp\left(\sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} z\right) \exp j \left(\omega t + \sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} z \right) \right] \vec{u}_x + \left[A_2 \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} z\right) \exp j \left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} z \right) \right] \vec{u}_x$ A_1 et A_2 sont des constantes d'intégration.	1 1
29-2-	Le terme $A_1 \exp\left(\sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} z\right) \exp j \left(\omega t + \sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} z \right)$ peut diverger si z augmente. Pour éliminer cette condition, on choisit $A_1 = 0$. D'où : $\underline{\bar{v}}(z,t) = A_2 \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} z\right) \exp j \left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} z \right) \vec{u}_x.$ Les particules de fluide, en contact immédiat avec la plaque oscillante, sont en écoulement à la vitesse $\underline{\bar{v}}(z=0,t) = A_2 \exp(j\omega t) \vec{u}_x = \underline{\bar{v}}_{\text{plaque}} = V_0 \exp(j\omega t) \vec{u}_x$ $\Rightarrow A_2 = V_0.$ $\Rightarrow \underline{\bar{v}}(z,t) = V_0 \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} z\right) \exp j \left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} z \right) \vec{u}_x.$ $\Re(\underline{\bar{v}}(z,t)) = \bar{v}(z,t) = V_0 \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} z\right) \cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} z\right) \vec{u}_x.$	0,5 1
29-3-	$\bar{v}(z,t) = V_0 \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} z\right) \cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} z\right) \vec{u}_x = v_0(z) \cos\left(\omega t - \sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} z\right) \vec{u}_x.$ Le champ de vitesses $\bar{v}(z,t)$ décrit une pseudo onde plane progressive ; L'amplitude $v_0(z)$ décroît exponentiellement (facteur $\exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} z\right)$). La propagation est faite à une vitesse de phase v_ϕ qui dépend a priori de la pulsation ω donc dispersive. On caractérise la décroissance de l'amplitude par la distance caractéristique δ_f pour laquelle l'amplitude $v_0(z)$ est divisée par $\exp(1)$. $v_0(z = \delta_f) = V_0 \exp\left(-\sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} \delta_f\right) = V_0 \exp(-1) \Rightarrow \sqrt{\frac{\omega}{2v_c}} \delta_f = 1 \Rightarrow \delta_f = \sqrt{\frac{2v_c}{\omega}} \text{ en m.}$	1 0,5
30-	On a : $\delta_f = \sqrt{\frac{2v_c}{\omega}} = \sqrt{\frac{2\eta}{\omega \rho}}.$	

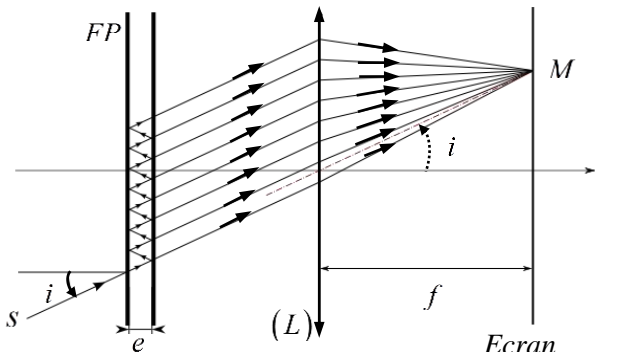
	Cas de l'eau : $\delta_f(eau) = \sqrt{\frac{2\eta_{eau}}{\omega \rho_{eau}}} = 0,25 \cdot 10^{-3} m = 0,25 mm$. Cas du miel : $\delta_f(miel) = \sqrt{\frac{2\eta_{miel}}{\omega \rho_{miel}}} = 0,0213 m = 21,3 mm$. La mise en mouvement d'un fluide sous l'effet d'un couplage visqueux est d'autant plus rapide que sa viscosité η est grande pour des masses volumiques comparables. Pour l'eau, la longueur de diffusion d'une perturbation de vitesse est de l'ordre de $0,25 mm$. Dans ce cas, l'effet de la diffusion est négligeable.	0,5 0,5 0,5
31-	$\delta_f = \sqrt{\frac{2\nu_c}{\omega}} = \sqrt{\frac{210^{-2}}{2\pi \cdot 5}} = 0,025 m = 25 mm$; Pratiquement, les ondes sismiques de cisaillement ne se propagent pas dans le manteau terrestre.	1

Problème 2 : Filtrage par interférométrie

Partie I : Etude d'une lame à faces parallèles

1-	$s_{1t} = t_{12} t_{21} s_0$; $s_{2t} = t_{12} t_{21} r_{21}^2 s_0$; $s_{3t} = t_{12} t_{21} r_{21}^4 s_0$.				0,5 x 3
2-	$s_{1r} = r_{12} s_0$; $s_{2r} = t_{12} t_{21} r_{21} s_0$; $s_{3r} = t_{12} t_{21} r_{21}^3 s_0$				0,5 x 3
3-	Amplitudes des vibrations réfléchies	$s_{1r} = 0,2 s_0$	$s_{2r} = 0,19 s_0$	$s_{3r} = 0,0076 s_0$	0,25 x 7
	Amplitudes des vibrations transmises	$s_{1t} = 0,96 s_0$	$s_{2t} = 0,0038 s_0$	$s_{3t} = 0,0015 s_0$	
	• $s_{3r} \approx 0$; • $s_{2t} \approx s_{3t} \approx 0$.				
4-1-	• $s_{1t} \gg s_{2t} \Leftrightarrow C \approx 0$.				0,5
4-2-	• $s_{1r} \approx s_{2r} \Leftrightarrow C \approx 1$.				0,5
5-	La lame est un dispositif interférentiel par division d'amplitude, l'interférence est à deux ondes.				0,25 x 2
6-	• $\delta(M) = 2n[J_1 I_2] - [J_1 H]$; • $2n[J_1 I_2] = \frac{2ne}{\cos \theta}$; • $[J_1 J_2] = 2e \operatorname{tg} \theta$; • $[J_1 H] = [J_1 J_2] n \sin \theta = 2ne \frac{\sin^2 \theta}{\cos \theta}$; • $\delta(M) = 2ne \cos \theta \Rightarrow \varphi(M) = \frac{4\pi ne \cos \theta}{\lambda}$				0,5 x 7
7-	On a des interférences constructives si : $\varphi(M) = 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$				1
	Pour $i = 0 \Rightarrow \theta = 0$; $\varphi(M) = \frac{4\pi ne}{\lambda} = 2k\pi \Rightarrow \lambda = \frac{2ne}{k}$ avec $k \in \mathbb{N}^*$.				1
8-	• $\lambda_1 = 600 \text{ nm}$ pour $k = 1$; la seule longueur d'onde transmise dans le domaine du visible. • Il s'agit d'un filtre interférentiel.				0,5 0,5

Partie II : Etude de l'interféromètre à ondes multiples de Fabry-Pérot :

9-	Les rayons transmis par le Fabry-Pérot sont parallèles, la figure d'interférence est alors localisée à l'infini ou dans le plan focal image d'une lentille convergente.		0,5 0,5
10-	On a une lame d'air ; $n=1 \Rightarrow \theta=i$; $\delta(M)=2e \cos i \Rightarrow \varphi(M)=\frac{4\pi e \cos i}{\lambda}$ $\varphi(M)=cte \Rightarrow i=cst$; franges d'égale inclinaison, donc des anneaux d'interférences.		0,25 0,5 x 3
11-	On a : $\underline{s}_1=t^2 s_0=T s_0$ $\underline{s}_2=t^2 r^2 \exp(-j\varphi) s_0=T R \exp(-j\varphi) s_0$ $\underline{s}_3=t^2 r^4 \exp(-2j\varphi) s_0=T R^2 \exp(-2j\varphi) s_0$ $\underline{s}_N=T R^{(N-1)} \exp(-j(N-1)\varphi) s_0$		0,5 x 4
12-	L'amplitude totale transmise est : $\underline{s}_T=\underline{s}_1+\underline{s}_2+\underline{s}_3+\dots+\underline{s}_q+\dots$ $\Rightarrow \underline{s}_T=s_0 T\left(1+R e^{-j\varphi}+\left(R e^{-j\varphi}\right)^2+\dots+\left(R e^{-j\varphi}\right)^q+\dots\right).$ $\Rightarrow \underline{s}_T(M)=\underline{s}_T(\varphi)=s_0 T \sum_{q=0}^{+\infty}\left(R \exp(-j\varphi)\right)^q=s_0 \frac{T}{1-R \exp(-j\varphi)}$		0,5 0,5
13-	$I(M)=\underline{s}_T \underline{s}_T^*=s_0^2 T^2 \frac{1}{\left(1-R \exp(-j\varphi)\right)\left(1-R \exp(j\varphi)\right)}=s_0^2 T^2 \frac{1}{\left(1-R\right)^2+2 R\left(1-\cos \varphi\right)}.$ $=s_0^2 T^2 \frac{1}{\left(1-R\right)^2+4 R \sin ^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \Rightarrow I(M)=\frac{I_0}{1+m \sin ^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)} ;$ $I_0=s_0^2 \quad ; \quad m=\frac{4 R}{\left(1-R\right)^2}.$		1 0,5 x 2
14-	L'intensité lumineuse est maximale pour : $\varphi(M)=2 k \pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.		0,5
15-	$T_{FP}(\varphi)=\frac{1}{1+m \sin ^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)} \Rightarrow T_{FP}^{\max }=1 \text { et } T_{FP}^{\min }=\frac{1}{1+m}.$		0,5 x 3
16-	La largeur à mi-hauteur d'un pic d'intensité d'ordre k est donnée pour : • $\varphi=2 k \pi \pm \frac{\delta \varphi}{2}$; on a alors : $T_{FP}(\varphi)=\frac{1}{1+m \sin ^2\left(k \pi+\frac{\delta \varphi}{4}\right)}=\frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow \sin ^2\left(\frac{\delta \varphi}{4}\right)=\frac{1}{m} \Leftrightarrow \sin \left(\frac{\delta \varphi}{4}\right) \approx \frac{\delta \varphi}{4}=\frac{1}{\sqrt{m}}, \delta \varphi=\frac{4}{\sqrt{m}}=\frac{2(1-R)}{\sqrt{R}}.$ • La finesse : $\mathcal{F}=\frac{2 \pi}{\delta \varphi}=\frac{\pi \sqrt{R}}{(1-R)}$; pour $R \approx 1$, $\mathcal{F}=\frac{\pi}{T}$. • La finesse dépend uniquement des caractéristiques des miroirs, elle est indépendante		0,5 x 2 0,5 0,5 x 2 0,25

	des conditions d'utilisation (l'angle d'incidence i).	
17-	• $\varphi(\nu) = \frac{4\pi e \cos i}{\lambda} = \frac{4\pi e \cos i}{c} \nu$. • Entre deux pics d'intensité successifs : $\Delta\varphi = 2\pi$, • Pour e et i fixées, on a : $\Delta\varphi = \frac{4\pi e \cos i}{c} \Delta\nu_{ISL} \Leftrightarrow \Delta\nu_{ISL} = \frac{c}{2e \cos i}$.	0,5 x 4
18-	• On peut écrire : $\varphi = \frac{4\pi e \cos i}{c} \nu = 2\pi \frac{\nu}{\Delta\nu_{ISL}}$. • La largeur à mi-hauteur s'écrit alors : $\delta\varphi = 2\pi \frac{\delta\nu_{FP}}{\Delta\nu_{ISL}}$. • La finesse : $\mathcal{F} = \frac{2\pi}{\delta\varphi} = \frac{\Delta\nu_{ISL}}{\delta\nu_{FP}} \Rightarrow \delta\nu_{FP} = \frac{\Delta\nu_{ISL}}{\mathcal{F}}$.	0,5 0,5 0,5
19-	• $\varphi(\nu_0) = 2\pi p_0 = 2\pi \frac{\nu_0}{\Delta\nu_{ISL}} \Leftrightarrow p_0 = \frac{\nu_0}{\Delta\nu_{ISL}}$. • $\Re_{FP} = \frac{\nu_0}{\delta\nu_{FP}} = \frac{\nu_0}{\Delta\nu_{ISL}} \mathcal{F} \Leftrightarrow \Re_{FP} = p_0 \mathcal{F}$. • La finesse $\mathcal{F}$ peut être interpréter comme étant le nombre d'ondes qui interfèrent.	0,5 1 0,25
20-1	En incidence normale : $i = 0$, $p_0 = \frac{2e}{\lambda_0} \Leftrightarrow \Re_{FP} = \frac{2e}{\lambda_0} \mathcal{F}$, A.N : $\Re_{FP} = 1,2 \cdot 10^6$.	0,5 x 2
20-2	Pour le réseau : $\Re_R = k N$, avec $k = 1$ et $N = L n \Leftrightarrow L = \frac{\Re}{n}$, A.N : $L = 1 m$.	0,5 x 2
20-3	Dans les conditions du laboratoire, on ne peut pas concevoir un réseau de largeur $L = 1 m$ permettant d'avoir un pouvoir de résolution aussi élevé, le Fabry-Pérot est beaucoup plus pratique.	1
21-	$\Delta\nu_{ISL} = 2(\nu_1 - \nu_2) \Leftrightarrow \frac{c}{2e_0} = 2c \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) = 2c \left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_2 \lambda_1} \right)$ $\Leftrightarrow e_0 = \frac{\lambda_2 \lambda_1}{4 \Delta\lambda} \quad \text{A.N : } e_0 = 144,7 \mu m.$	0,5 0,5 0,5
22-	$I_1(\nu_1) = I_{01} T_{FP}^{\max} = I_{01}$ et $I_2(\nu_2) = I_{02} T_{FP}^{\min} = \frac{I_{02}}{1+m}$.	0,5 x 2
23-	• $\frac{I_1(\nu_1)}{I_2(\nu_2)} = \frac{I_{01}}{I_{02}} (1+m) = 10^4$; • $I_{01} \approx I_{02} \Leftrightarrow m \approx 10^4$ $\Rightarrow R = 1 - \sqrt{\frac{4}{m}}$, A.N : $R = 0,98$.	0,5 0,5 0,5 x 2
24-	• $\mathcal{F} = \frac{\pi \sqrt{R}}{(1-R)} \approx \frac{\pi}{(1-R)} \approx 157$. • $\delta\lambda_{FP} = \lambda^2 \frac{\delta\nu_{FP}}{c} = \lambda^2 \frac{\Delta\nu_{ISL}}{c \mathcal{F}} = \frac{\lambda^2}{2e_0 \mathcal{F}}$; A.N : $\delta\lambda_{FP} = 0,76 \cdot 10^{-2} nm$. • La résolution en longueur d'onde est très faible d'où la très grande capacité du Fabry-Pérot à séparer des raies ayant des longueurs d'ondes très voisines.	0,5 0,5 x 2 0,5