



Concours Physique et Chimie Epreuve de Physique

Date : 05 Juin 2023

Heure : 8 H00

Durée : 4 H

Nbre pages : 8

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.

Tout résultat fourni dans l'énoncé peut être admis et utilisé par la suite, même s'il n'a pas été démontré par le candidat.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

L'épreuve comporte trois parties indépendantes.

Données	Formulaire Mathématique
- Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,10^8 \text{ ms}^{-1}$ - Compressibilité isentropique de l'eau : $\chi_s = 4,310^{-10} \text{ Pa}^{-1}$ - Masse volumique de l'eau de mer : $\rho_0 = 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ - Viscosité dynamique de l'eau de mer : $\eta = 10^{-3} \text{ Pl}$ - Constante des gaz parfaits : $R = 8,314 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$ - Masse molaire de l'ammoniac : $M_A = 17 \text{ g mol}^{-1}$ - Rapport des capacités thermiques : $\gamma = c_p / c_v = 1,33$	$\text{div}(\overrightarrow{\text{grad}} f) = \Delta f$ $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{grad}} f) = \vec{0}$ $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{u}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{u}) - \Delta \vec{u}$ $\text{div}(f \vec{u}) = f \text{div} \vec{u} + \vec{u} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} f$

Première partie : Cartographie sur terre

Le Lidar, acronyme de (Light Detection and Ranging), est une technologie de mesure à distance utilisant un rayonnement laser. Il envoie des impulsions Laser rapides vers un objet, puis mesure le temps qu'il faut à ces impulsions pour rebondir sur l'objet et retourner au dispositif. Le lidar peut déterminer la distance à l'objet avec une très grande précision.

Préliminaires : Ondes électromagnétiques dans le vide

On considère une onde électromagnétique se propageant dans le vide dépourvu de charges et de courants. Le champ électrique de cette onde s'écrit en notation complexe :

$$\vec{E}(M,t) = E_0 \exp j(\omega t - kz) \vec{u}_y \quad \text{où } E_0 \text{ et } k \text{ sont des réels positifs.}$$

Q1. Quelle est la nature de cette onde et quelles sont ses propriétés ?

Q2. Écrire les équations de Maxwell sous leurs formes locales. Que deviennent ces équations dans le vide dépourvu de charges et de courants.

Q3. Établir l'équation de propagation du champ $\vec{E}(M,t)$ dans le vide dépourvu de charges et de courants. En déduire la relation de dispersion. Le vide est-il un milieu dispersif ? Justifier votre réponse.

Q4. Déterminer l'expression du champ magnétique $\vec{B}(M,t)$ en notation réelle. En déduire l'expression du vecteur de Poynting $\vec{I}(M,t)$ ainsi que sa valeur moyenne $\langle \vec{I}(M,t) \rangle$.

Quelle est la signification physique du flux de $\vec{I}(M,t)$ à travers une surface S ?

Lidar atmosphérique embarqué

Le Lidar atmosphérique peut être utilisé à bord d'un avion ou d'un ballon stratosphérique pour des applications telles que la mesure de la hauteur et de la structure des couches de nuages, la détermination de la densité et de la distribution de la pollution de l'air, la mesure de la vitesse et de la direction des vents et la reconnaissance des gaz atmosphériques tels que le dioxyde de carbone et le méthane.

La source Laser d'un Lidar à bord d'un avion, émet un faisceau laser de section S et de puissance moyenne surfacique ϕ_0 vers le sol (figure 1). La puissance du faisceau est atténuée sous l'effet de la diffusion atmosphérique. On note $\phi(z)$ la puissance moyenne surfacique du faisceau à la cote z . L'axe des z est orienté suivant la verticale descendante.

Une molécule de la couche atmosphérique située entre z et $z + dz$, excitée par le faisceau Laser, diffuse une puissance proportionnelle à la puissance moyenne surfacique du faisceau laser : $p_{\text{diff}} = \sigma(\omega) \phi(z)$ avec $\sigma(\omega)$ est une fonction de la pulsation ω et des caractéristiques de la molécule.

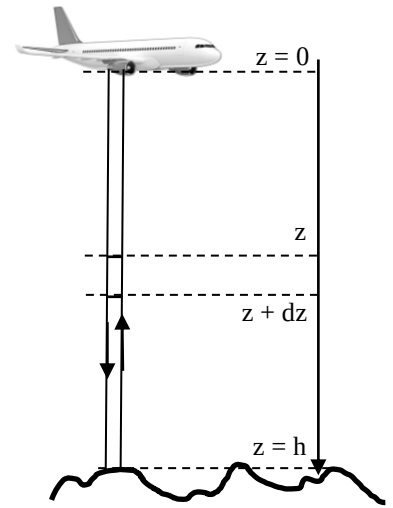


Figure 1

Q5. Montrer que la puissance moyenne diffusée par une couche de l'atmosphère située entre z et $z + dz$ et excitée par le faisceau Laser, s'écrit sous la forme : $d\mathcal{P}_{\text{diff}}(z) = n(z) \sigma(\omega) \phi(z) S dz$ où $n(z)$ est le nombre de molécules par unité de volume à la cote z .

Q6. En utilisant un bilan de puissance sur l'élément de volume de section S et situé entre z et $z + dz$:

- Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $\phi(z)$ s'écrit sous la forme :

$$\frac{d\phi(z)}{dz} = -\alpha(z) \phi(z) \text{ où } \alpha(z) \text{ est une fonction à déterminer.}$$

- En déduire que $\phi(z)$ s'écrit sous la forme : $\phi(z) = \phi_0 \exp\left(-\int_0^z \alpha(u) du\right)$.

Q7. Une impulsion Laser émise à l'instant t_0 et diffusée par une molécule située à la cote z est reçue par le lidar à l'instant $t = t_0 + \Delta t$. Pour éviter la superposition des signaux dus aux différentes impulsions rediffusées par les molécules d'air au niveau de la surface du sol à la cote h , la durée entre deux impulsions successives est supérieure au temps nécessaire à une impulsion pour rebondir sur la surface du sol et retourner au dispositif.

- Quelle est la durée de propagation Δt de cette impulsion ? On suppose que la vitesse de propagation c est constante en tout point du milieu.
- Déterminer la fréquence maximale d'émission des impulsions pour que le Lidar puisse sonder l'atmosphère jusqu'à une altitude de 10 km.
- Le signal reçu à la date t par le Lidar a été diffusé par des molécules se trouvant dans un cylindre de volume $S \Delta z$. Calculer Δz sachant que le lidar émet des impulsions de durée $t_\ell = 7 \text{ ns}$. Commenter.

Q8. La puissance rétrodiffusée par le volume $S \Delta z$ est proportionnelle à la puissance diffusée $\mathcal{P}_{diff}(z)$. Cette puissance rétrodiffusée retourne vers le détecteur de surface A en traversant à nouveau l'atmosphère. La puissance reçue par le détecteur est proportionnelle à la puissance diffusée $\mathcal{P}_{diff}(z)$ et à l'angle solide $\Omega = \frac{A}{z^2}$ sous lequel est vue la surface A du détecteur à partir du volume $S \Delta z$:

- Justifier que la puissance diffusée par le volume $S \Delta z$ sondé par l'impulsion laser et situé à la côte z , s'écrit sous la forme : $\mathcal{P}_{diff}(z) = \alpha(z) \phi(z) \Delta z$.
- Montrer que la puissance reçue par le détecteur s'écrit sous la forme :

$$\mathcal{P}_{reçue} = K \phi_0 S c t_\ell \frac{A}{z^2} \alpha(z) \exp\left(-2 \int_0^z \alpha(u) du\right); K \text{ est une constante.}$$

- Déterminer l'utilité du signal reçu par le détecteur.

Deuxième partie : Propagation des ondes acoustiques dans les milieux marins

Dans notre ère, les technologies de communications émergent dans un flux sans fin et sont constamment améliorées pour répondre aux besoins variés des industries et des applications. Les communications sous-marines sont cruciales pour de nombreuses applications, notamment la recherche océanique, la surveillance de la sécurité maritime ainsi que pour l'exploration pétrolière et gazière.

L'eau de l'océan est considérée comme un fluide homogène de compressibilité isentropique constante χ_s . Les champs de pression et de masse volumique caractérisant le fluide à l'équilibre sont supposés uniformes (P_0, ρ_0) . La vitesse du fluide est supposée uniformément nul $\vec{V} = \vec{0}$ en tout point du milieu.

Les champs de pression $P(M, t)$, de masse volumique $\rho(M, t)$ et de vitesse $\vec{v}(M, t)$ sont perturbés par la présence d'une onde acoustique : $P(M, t) = P_0 + p(M, t)$ et $\rho(M, t) = \rho_0 + \mu(M, t)$.

Modèle de propagation des ondes acoustiques sans pertes

On suppose que l'écoulement du fluide est parfait et on se place dans le cadre de l'approximation de l'acoustique linéaire. On négligera l'effet du champ de pesanteur.

Q9. Donner l'approximation de l'acoustique linéaire.

Q10. Rappeler la définition d'un écoulement parfait et préciser les conséquences de cette hypothèse.

Q11. Rappeler l'équation d'Euler et déduire la relation linéarisée :

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}(M, t)}{\partial t} = - \overrightarrow{\text{grad}} p(M, t) \quad (\text{eq I})$$

Q12. Les champs de masse volumique et de vitesse sont reliés par

$$\frac{\partial \rho(M, t)}{\partial t} + \text{div}(\rho(M, t) \vec{v}(M, t)) = 0.$$

Donner la signification physique de cette relation et effectuer sa linéarisation (eq II).

Q13. On rappelle que la compressibilité isentropique est décrite par le coefficient

$$\chi_s = \frac{1}{\rho(M, t)} \left(\frac{\partial \rho(M, t)}{\partial p(M, t)} \right)_s. \text{ Etablir une relation linéaire (eq III) liant } \mu(M, t), p(M, t), \rho_0 \text{ et } \chi_s.$$

Q14. Etablir l'équation de propagation vérifiée par la perturbation $p(M, t)$. En déduire l'expression de la célérité c_a des ondes acoustiques. Calculer la valeur de c_a dans le cas où la propagation se produit dans l'eau.

Q15. Comparer cette célérité à celles des ondes acoustiques dans les gaz et dans les solides. Interpréter.

Q16. Montrer que l'écoulement de l'eau de l'océan est irrotationnel en présence de l'onde acoustique. En déduire l'équation de propagation du champ de vitesse $\vec{v}(M,t)$.

Q17. Montrer qu'à partir des trois équations régissant l'écoulement du fluide, on obtient :

$$\frac{\partial}{\partial t}(e(M,t)) + \text{div}(\vec{\Pi}_a(M,t)) = 0 \text{ avec } \vec{\Pi}_a(M,t) = p(M,t) \vec{v}(M,t)$$

Où $e(M,t)$ est une grandeur dont on déterminera l'expression. Donner les significations physiques et les dimensions de $e(M,t)$ et $\vec{\Pi}_a(M,t)$.

Dans la suite, on considère une onde acoustique plane harmonique, de pulsation ω , se propageant dans l'eau de l'océan suivant une direction, de vecteur unitaire $\vec{u}$, tel que : $\vec{k} = \frac{\omega}{c_a} \vec{u}$.

Q18. Préciser le caractère transversal ou longitudinal des ondes acoustiques. Justifier votre réponse.

Q19. Donner l'expression de $p(M,t)$ associée à cette onde acoustique progressive. On note p_m son amplitude. Déterminer l'expression du champ de vitesse correspondant $\vec{v}(M,t)$. Que représente le coefficient de proportionnalité entre $p(M,t)$ et $\vec{v}(M,t)$?

Q20. Donner les expressions de $e(M,t)$ et de $\vec{\Pi}_a(M,t)$ pour l'onde acoustique plane progressive harmonique. En déduire la vitesse de propagation de l'énergie acoustique.

Validité et discussion de certaines hypothèses adoptées

Les ondes acoustiques (sonores et ultrasonores) utilisées par les Sonars pour cartographier les fonds marins ou pour détecter les sous-marins ont des fréquences comprises entre 3kHz et 300kHz .

L'intensité acoustique I est définie par : $I = \left\langle \vec{\Pi}_a(M,t) \right\rangle$, où $\left\langle \vec{\Pi}_a(M,t) \right\rangle$ représente la valeur moyenne temporelle de $\vec{\Pi}_a(M,t)$. L'intensité acoustique exprimée en décibel est définie par :

$I_{dB} = 10 \log \left(\frac{I}{I_{ref}} \right)$, où I_{ref} est l'intensité de référence ou seuil de l'audible associée à une surpression acoustique harmonique d'amplitude $p_{m,ref} = 10^{-6} \text{Pa}$.

On cherche à vérifier à l'aide de quelques ordres de grandeurs la validité de certaines approximations adoptées. On considère une onde acoustique plane progressive harmonique de fréquence $f = 10\text{kHz}$ et d'intensité $I_{dB} = 100\text{dB}$.

Q21. Déterminer la valeur de l'amplitude p_m de la surpression acoustique associée à cette onde.

En déduire la valeur de l'amplitude μ_m de la perturbation de la masse volumique. Conclure à propos de l'hypothèse de l'acoustique linéaire.

Q22. Pour linéariser l'équation d'Euler, l'accélération convective est supposée négligeable par rapport à l'accélération locale. En déduire une condition imposée à la vitesse $v(M,t)$ pour laquelle cette approximation est valable. Evaluer l'amplitude v_m du champ de vitesses et la comparer à la célérité c_a de l'onde. Conclure.

Pour les questions de **Q23** à **Q25**, on tient compte de l'effet de pesanteur où $\vec{g} = g \vec{u}_z$. On note (Oz) l'axe vertical descendant. L'origine O est située à la surface libre de l'eau de l'océan.

Q23. En se basant sur la relation fondamentale de l'hydrostatique, déterminer la loi de variation de la pression statique $P_{stat}(z)$ en fonction de la profondeur z dans l'océan. On note P_0 la pression à sa surface et on suppose que l'eau est incompressible.

Q24. En présence de l'onde acoustique, le champ de pression est : $P(M,t) = P_{stat}(z) + p(M,t)$. Montrer que l'équation (eq I) obtenue à la question **Q11** doit être corrigée sous la forme :

$$\rho_0 \frac{\partial \vec{v}(M,t)}{\partial t} = - \overrightarrow{grad} p(M,t) + \mu(M,t) \vec{g}.$$

Déterminer la condition sur la fréquence f de l'onde acoustique pour pouvoir négliger le terme correctif.

Q25. Conclure à propos de l'effet de la pesanteur sur la propagation horizontale ou verticale de l'onde acoustique.

Atténuation des ondes acoustiques dans l'océan

Dans cette partie, on tient compte de la viscosité de l'eau de l'océan considérée comme un fluide newtonien. L'équation d'Euler est remplacée alors par l'équation de Navier-Stokes :

$$\rho(M,t) \left(\frac{\partial \vec{v}(M,t)}{\partial t} + \left(\vec{v}(M,t) \overrightarrow{grad} \right) \vec{v}(M,t) \right) = - \overrightarrow{grad} p(M,t) + \eta \Delta \vec{v}(M,t)$$

où η est la viscosité dynamique de l'eau de l'océan et Δ est l'opérateur laplacien.

L'équation de conservation de la masse ainsi que l'équation liant $p(M,t)$ et $\mu(M,t)$ restent inchangées.

Q26. Linéariser l'équation de Navier-Stokes en tenant compte de l'approximation de l'acoustique linéaire.

Q27. En exploitant les équations régissant l'écoulement de l'eau de l'océan, montrer que le champ $p(M,t)$ obéit à l'équation de propagation suivante :

$$\Delta p(M,t) - \frac{1}{c_a^2} \frac{\partial^2 p(M,t)}{\partial t^2} + \tau_0 \frac{\partial}{\partial t} (\Delta p(M,t)) = 0$$

où c est la célérité de l'onde acoustique et τ_0 est une constante homogène à une durée à exprimer en fonction de χ_s et η . Déterminer la valeur de τ_0 . Conclure.

Q28. On cherche des solutions sous la forme de pseudo ondes planes progressives harmoniques se propageant suivant l'axe (Oz) dans le sens des z croissants. Le champ de surpression s'écrit en représentation complexe sous la forme : $\underline{p}(z,t) = p_m \exp j(\omega t - \underline{k}z)$, où $\underline{k}$ est à priori complexe.

Déterminer la relation de dispersion.

Q29. Sachant que le développement limité à l'ordre 2 de la fonction $(1+x)^{-\frac{1}{2}} \approx 1 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{8}x^2$ pour $x = \omega\tau_0 \ll 1$, déterminer l'expression approchée du nombre d'onde $\underline{k}(\omega) = k_1(\omega) - j k_2(\omega)$ avec k_1 et k_2 sont des réels positifs. Donner l'interprétation physique des termes k_1 et k_2 .

Q30. Relier la vitesse de phase v_ϕ de l'onde à la célérité c_a de l'onde acoustique. Conclure.

Dans le domaine de fréquence de fonctionnement du Sonar, déterminer la variation relative maximale des vitesses $\frac{v_\phi - c_a}{c_a}$. Conclure.

Q31. Exprimer le champ de surpression en notation réelle $p(z, t)$. Décrire le comportement de l'onde.

A partir de quelle profondeur δ , l'amplitude de $p(z, t)$ se réduit d'un facteur e ?

Calculer δ pour les fréquences suivantes : $f = 3 \text{ kHz}$ et $f = 300 \text{ kHz}$.

Q32. Déterminer l'expression du taux d'atténuation de l'intensité acoustique $\alpha = \left| \frac{dI_{dB}}{dz} \right|$.

Quelle relation existe-t-elle entre δ et α ? Calculer la valeur de α , exprimé en dB.km^{-1} pour les fréquences $f = 3 \text{ kHz}$ et $f = 300 \text{ kHz}$. Commenter.

Q33. Pour une onde acoustique émise par un Sonar de fréquence $f = 30 \text{ kHz}$ et d'intensité $I_{dB} = 60 \text{ dB}$, déterminer la profondeur limite de l'océan pour que le signal acoustique de retour soit reçu par ce Sonar.

Troisième partie : Système de réfrigération fonctionnant à l'ammoniac

On se propose d'étudier quelques aspects relatifs à l'ammoniac en tant qu'un corps pur ainsi que son utilisation en tant que fluides frigorigènes.

Diagramme de phase de l'ammoniac

Les équilibres solide $\rightleftharpoons$ gaz et liquide $\rightleftharpoons$ gaz de l'ammoniac sont régies respectivement par les lois empiriques suivantes :

- Pour la sublimation : $\ln\left(\frac{P_s(T)}{P_0}\right) = 16,41 - \frac{3754}{T}$ avec $P_0 = 1 \text{ bar}$
- Pour la vaporisation : $\ln\left(\frac{P_v(T)}{P_0}\right) = 12,87 - \frac{3063}{T}$.

Où P_s et P_v représentent respectivement les pressions des équilibres solide $\rightleftharpoons$ gaz et liquide $\rightleftharpoons$ gaz, exprimées en bar. T est la température exprimée en Kelvin (K).

Les coordonnées (T_C, P_C) du point critique C du corps pur ammoniac sont : $T_C = 405,40 \text{ K}$ et $P_C = 113,33 \text{ bar}$.

Pour déterminer l'enthalpie massique $\ell_{1 \rightarrow 2}(T)$ de changement de phase (1) $\rightarrow$ (2) d'un corps pur à la température T , on utilise l'équation de Clapeyron : $\frac{dp}{dT} = \frac{\ell_{1 \rightarrow 2}(T)}{T(v_2 - v_1)}$, où v_1 et v_2 désignent les volumes massiques du corps pur respectivement dans les phases (1) et (2).

Q34. Définir le point triple du corps pur ammoniac et déterminer ses coordonnées (T_T, P_T) .

Q35. Tracer le diagramme de phase $P = P(T)$ de l'ammoniac. Préciser les zones où le corps pur est à l'état solide, liquide ou vapeur. Définir le point critique et caractériser brièvement une compression isotherme $T > T_C$.

Q36. Exprimer le volume massique v_g de la phase gazeuse de l'ammoniac se comportant comme un gaz parfait en fonction de T et P .

Justifier qu'on peut négliger le volume massique d'une phase condensée (c), solide ou liquide, devant celui d'une phase gazeuse (g).

Q37. Etablir l'expression de $\ell_{c \rightarrow g}(T)$ en fonction de $\frac{dP}{dT}$, P , T et R puis en fonction de $\frac{d \ln(P)}{dT}$, T et R .

Q38. Calculer les enthalpies massiques de vaporisation $\ell_{vap}(T)$, de sublimation $\ell_{sub}(T)$ et de fusion $\ell_{fus}(T)$ au point triple. On suppose que $\ell_{1 \rightarrow 2}$ est indépendante de la température T .

Etude d'une machine frigorifique

On considère une machine frigorifique utilisant l'ammoniac comme un fluide frigorifique.

La figure 2 décrit le fonctionnement d'une machine frigorifique réelle. Elle comporte un compresseur, un condenseur, un détendeur et un évaporateur.

Dans cette partie on néglige le travail des forces de pesanteur ainsi que la variation d'énergie cinétique d'une unité de masse du fluide devant les autres quantités d'énergies échangées.

Q39. Pour un fluide en écoulement stationnaire, le premier principe de la thermodynamique, relatif à l'unité de masse

s'écrit sous la forme : $\Delta \left(h + \frac{c_f^2}{2} + g z \right) = w_u + q_{th}$,

avec h l'enthalpie massique du système, c_f la vitesse macroscopique du fluide, z l'altitude et g l'accélération de la pesanteur. Que représente les grandeurs thermodynamiques w_u et q_{th} ?

Que devient cette équation en respectant les hypothèses de l'énoncé ?

Le fluide utilisé décrit un cycle de transformations schématisé par le digramme entropique (T, s) sur lequel la courbe de saturation est représentée en pointillé (figure 3).

- A l'état gazeux, l'ammoniac se comporte comme un gaz parfait.
- A la sortie de l'évaporateur, l'ammoniac se trouve en phase vapeur saturante : Etat (1) (T_1, P_1).
- L'ammoniac subit ensuite, dans le compresseur, une transformation qui l'amène à l'état (2) (T_2, P_2).
- La vapeur subit, dans le condenseur, une transformation à pression constante jusqu'à l'état (3). Ensuite, elle se condense jusqu'à la liquéfaction totale (état 4).
- Dans le détendeur, l'ammoniac liquide subit une détente isenthalpique qui le ramène à l'état (5) ($T_5, P_5 = P_1$). Pendant cette phase, le fluide ne reçoit aucun travail mécanique utile.
- La vaporisation du liquide restant se termine dans l'évaporateur pour retrouver l'état (1).

On note x la fraction massique en vapeur du corps pur.

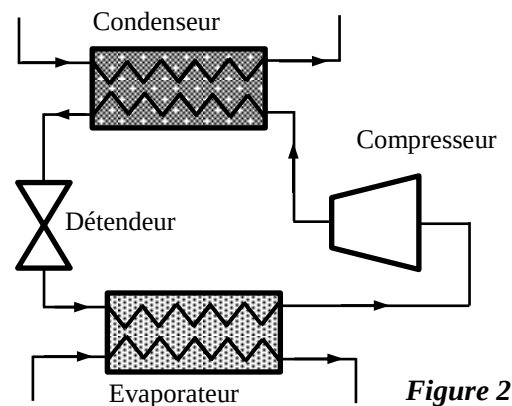


Figure 2

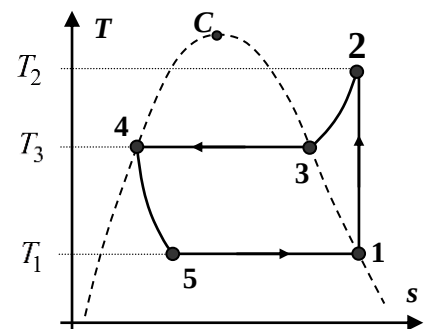


Figure 3

Q40. Reproduire le diagramme de la figure 3, nommer les deux parties de la courbe de saturation et préciser l'état physique du fluide dans les différentes régions du diagramme entropique (T,s) . Indiquer sur ce même diagramme la nature des différentes transformations réalisées lors du cycle.

Q41. Représenter le cycle de transformations sur le diagramme de Clapeyron (P,v) , v est le volume massique du fluide.

Q42. Justifier que la transformation ayant lieu dans le détendeur est isenthalpique.

Q43. Donner les valeurs numériques des fractions massiques en vapeur x_1 , x_3 et x_4 respectivement aux états (1), (3) et (4).

Etat	1	2	3	4	5
$T \text{ (K)}$	$T_1 = 263$	T_2	T_3	T_4	T_5
$P \text{ (bar)}$	$P_1 = 2,9$	$P_2 = 10$	$P_3 = 10$	$P_4 = 10$	$P_5 = 2,9$
x	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
$h \text{ (kJ kg}^{-1}\text{)}$	$h_1 = 1450$	$h_2 = 1620$	$h_3 = 1490$	$h_4 = 320$	$h_5 = 320$

Q44. En exploitant les propriétés de la transformation entre les états (1) et (2), déterminer l'expression de la température T_2 en fonction de T_1 , P_1 , P_2 et γ . Calculer la température T_2 à la fin de la compression.

Q45. Exprimer la variation de l'enthalpie massique $\Delta h_{2 \rightarrow 3}$ entre les états (2) et (3) en fonction de T_2 , T_3 , M_A , R et γ . Calculer la température T_3 à la fin du refroidissement de la vapeur d'ammoniac.

Q46. Exprimer la variation d'enthalpie massique $\Delta h_{5 \rightarrow 1}$ en fonction de x_5 et $\ell_{vap}(T_1)$. En déduire l'expression de x_5 et calculer sa valeur.

On donne : $\Delta h_{vap}(T_1) = \ell_{vap}(T_1) = 1450 \text{ kJ.kg}^{-1}$.

Q47. Au cours de quelle transformation du cycle, le transfert thermique massique q_f est reçu par le fluide ? Exprimer q_f en fonction des enthalpies massiques du fluide et calculer sa valeur.

Q48. A quelle étape du cycle de transformation, le transfert thermique massique q_c est cédé par le fluide ? Déterminer son expression ainsi que sa valeur.

Q49. Calculer le travail massique utile de compression w_u lors du cycle.

Q50. Déterminer l'expression de l'efficacité η du réfrigérateur réel. Calculer sa valeur.

Comparer η à l'efficacité théorique du cycle de Carnot η_c pour les températures des sources chaude et froide T_c et T_f respectivement. Commenter.



Concours Physique et Chimie

CORRIGÉ DE L'ÉPREUVE DE PHYSIQUE

PREMIERE PARTIE : CARTOGRAPHIE SUR TERRE

Préliminaires : Ondes électromagnétiques dans le vide

Q1.	$\vec{E}(M,t) = E_0 \exp j(\omega t - kz) \vec{u}_y$: champ électrique d'une onde plane progressive et monochromatique. Cette onde se propage suivant la direction de l'axe (Oz) dans le sens des z croissants. Elle est polarisée rectilignement suivant (Oy).
Q2.	• Équations de Maxwell : $\left \begin{array}{l} \text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (M.G.) \\ \text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (M.F.) \end{array} \right \quad \left \begin{array}{l} \text{div} \vec{B} = 0 \quad (M.\Phi.) \\ \text{rot} \vec{B} = \mu_0 \left(\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \quad (M.A.) \end{array} \right $ • Dans le vide dépourvu de charges et de courants ($\vec{j} = \vec{0}$; $\rho = 0$), les équations de Maxwell s'écrivent : $\left \begin{array}{l} \text{div} \vec{E} = 0 \quad (M.G.) \\ \text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (M.F.) \end{array} \right \quad \left \begin{array}{l} \text{div} \vec{B} = 0 \quad (M.\Phi.) \\ \text{rot} \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (M.A.) \end{array} \right $
Q3.	(M.F.): $\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \text{rot}(\text{rot} \vec{E}) = \text{rot} \left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) \Rightarrow \text{grad}(\text{div} \vec{E}) - \Delta \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \text{rot}(\vec{B})$ $\frac{\text{div} \vec{E} = 0 (M.G.)}{\text{rot}(\vec{B}) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} (M.A.)} \rightarrow \Delta \vec{E} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) \rightarrow \Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$ $\left \begin{array}{l} \Delta \vec{E} = -k^2 \vec{E} \\ \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 \vec{E} \end{array} \right$ donc $\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \Rightarrow k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \Rightarrow k = \frac{\omega}{c}$. Le vide est un milieu non dispersif. En effet, la vitesse de phase $v_\phi = \frac{\omega}{k} = c$ est une constante qui ne dépend pas de ω.
Q4.	$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} (M.F.) \Rightarrow \vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} = \frac{\vec{u}_z \wedge \vec{E}}{c} \Rightarrow \vec{B} = -\frac{E_0}{c} \exp j(\omega t - kz) \vec{u}_x$ Soit en notation réelle : $\vec{B} = -\frac{E_0}{c} \cos(\omega t - kz) \vec{u}_x$ Vecteur de Poynting : $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$ Donc $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \cos^2(\omega t - kz) \vec{u}_z = c \epsilon_0 E_0^2 \cos^2(\omega t - kz) \vec{u}_z$ $\Rightarrow \langle \vec{\Pi} \rangle = c \epsilon_0 E_0^2 \langle \cos^2(\omega t - kz) \rangle \vec{u}_z = c \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2} \vec{u}_z$ Le vecteur de Poynting représente la densité de flux liée à la propagation de l'onde électromagnétique. Le flux du vecteur de Poynting à travers une surface S est égal à la puissance véhiculée par l'onde à travers S.

Lidar atmosphérique embarqué

Q5.	La puissance moyenne diffusée par une couche de l'atmosphère située entre z et $z + dz$ est : $d\mathcal{P}_{diff}(z) = dN(z) p_{diff}$ avec $dN(z) = n(z) S dz$ est le nombre de molécules dans un volume de surface S, de longueur dz est située à la côte z. $d\mathcal{P}_{diff}(z) = n(z) p_{diff} S dz = n(z) \sigma(\omega) \phi(z) S dz$
Q6.	Bilan de puissance sur l'élément de volume de section S et situé entre z et $z + dz$: $\phi(z) S - \phi(z + dz) S = d\mathcal{P}_{diff}(z) \Rightarrow -\frac{d\phi(z)}{dz} S dz = d\mathcal{P}_{diff}(z)$ $\Rightarrow \frac{d\phi(z)}{dz} = -n(z) \sigma(\omega) \phi(z) = -\alpha(z) \phi(z) ; \alpha(z) = n(z) \sigma(\omega)$ $\frac{d\phi(z)}{dz} = -\alpha(z) \phi(z) \Rightarrow \int_0^z \frac{d\phi(u)}{\phi(u)} du = -\int_0^z \alpha(u) du \Rightarrow \ln\left(\frac{\phi(z)}{\phi_0}\right) = -\int_0^z \alpha(u) du$ $\Rightarrow \phi(z) = \phi_0 \exp\left(-\int_0^z \alpha(u) du\right).$
Q7.	Durée de propagation de l'impulsion : $\Delta t = \frac{2z}{c}$. Pour éviter la superposition des signaux, la période d'émissions des impulsions doit être supérieure à la durée de maximale de propagation des impulsions : $\Delta t_{max} = \frac{2h}{c} \Rightarrow T_{imp} > \Delta t_{max} = \frac{2h}{c}$. La fréquence d'émission des impulsions est telle que : $f_{imp} = \frac{1}{T_{imp}} < \frac{c}{2h} = f_{imp,max}$ A.N : $f_{imp,max} = 15 \text{ kHz}$ Au cours de la durée t_i, l'impulsion interagit avec les molécules situées en z et $z + \Delta z$ tel que $\Delta z = ct_i$; A.N : $\Delta z = 2,1 \text{ m}$. Cette valeur est relativement faible, ce qui permet de supposer $n(z)$ constante entre z et $z + \Delta z$.
Q8.	$d\mathcal{P}_{diff}(z) = n(z) p_{diff} S dz = n(z) \sigma(\omega) \phi(z) S dz = \alpha(z) \phi(z) S dz \Rightarrow \mathcal{P}_{diff}(z) = \alpha(z) \phi(z) S \Delta z$ - La puissance diffusée par le volume $S \Delta z$ revient vers le détecteur en traversant de nouveau l'atmosphère - La puissance reçue est proportionnelle à l'angle solide sous lequel est vue la surface A du détecteur $\mathcal{P}_{re\acute{c}ue}(z) = K \frac{A}{z^2} \mathcal{P}_{diff}(z) \exp\left(-\int_0^z \alpha(u) du\right) = K \frac{A}{z^2} \alpha(z) \phi(z) \exp\left(-\int_0^z \alpha(u) du\right) S \Delta z$. $\Rightarrow \mathcal{P}_{re\acute{c}ue}(z) = K \phi_0 S ct_i \frac{A}{z^2} \alpha(z) \exp\left(-2\int_0^z \alpha(u) du\right).$ L'étude du signal reçu permet de remonter à la fonction $\alpha(z)$ et donc à la composition de l'atmosphère.

DEUXIEME PARTIE : PROPAGATION DES ONDES ACOUSTIQUES DANS LES MILIEUX MARINS

Modèle de propagation des ondes acoustiques sans pertes

Q9.	L'approximation de l'acoustique linéaire consiste à négliger les perturbations dues à la présence de l'onde acoustique : $p(M, t) \ll P_0$, $\mu(M, t) \ll \rho_0$ et $v(M, t) \ll c$.
Q10.	Un écoulement parfait est un écoulement où tous les phénomènes diffusifs (viscosité, diffusion thermique) sont négligés : l'écoulement est alors adiabatique et réversible donc isentropique.
Q11.	Equation d'Euler en négligeant l'effet de pesanteur : $\rho(M, t) \left(\frac{\partial \vec{v}(M, t)}{\partial t} + (\vec{v}(M, t) \cdot \overrightarrow{grad}) \vec{v}(M, t) \right) = -\overrightarrow{grad} P(M, t)$ $(\vec{v}(M, t) \cdot \overrightarrow{grad}) \vec{v}(M, t)$ est un terme infiniment petit d'ordre 2 à négliger. Par contre, $\frac{\partial \vec{v}(M, t)}{\partial t}$ est un terme

	infinitement petit d'ordre 1 $\Rightarrow (\rho_0 + \mu(M, t)) \frac{\partial \vec{v}(M, t)}{\partial t} \simeq \rho_0 \frac{\partial \vec{v}(M, t)}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad}} p(M, t)$ $\Rightarrow \rho_0 \frac{\partial \vec{v}(M, t)}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad}} p(M, t). \quad (\text{I})$
Q12.	Il s'agit de l'équation de continuité ou équation locale de conservation de la masse. $\frac{\partial(\rho_0 + \mu(M, t))}{\partial t} + \text{div}((\rho_0 + \mu(M, t))\vec{v}(M, t)) = 0 \Rightarrow \frac{\partial \mu(M, t)}{\partial t} + \rho_0 \text{div} \vec{v}(M, t) = 0. \quad (\text{II})$
Q13.	On cherche la variation de ρ autour de ρ_0 lorsque la pression P varie lors de l'évolution isentropique. $\rho = \rho_0 + (P - P_0) \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_s = \rho_0 + (P - P_0) \rho \chi_s ; \rho - \rho_0 = \mu(M, t) \quad \text{et} \quad P - P_0 = p(M, t) \Rightarrow$ $\mu(M, t) = p(M, t) (\rho_0 + \mu(M, t)) \chi_s \simeq \rho_0 \chi_s p(M, t) \Rightarrow \mu(M, t) = \rho_0 \chi_s p(M, t) \quad (\text{III}).$
Q14.	On applique l'opérateur divergence à l'équation (I) : $\rho_0 \text{div} \left(\frac{\partial \vec{v}(M, t)}{\partial t} \right) = -\text{div}(\overrightarrow{\text{grad}} p(M, t))$ $\Rightarrow \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} (\text{div} \vec{v}(M, t)) \stackrel{(\text{II})}{=} \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(-\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \mu(M, t)}{\partial t} \right) \stackrel{(\text{III})}{=} -\rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 p(M, t)}{\partial t^2} = -\Delta p(M, t).$ $\Rightarrow \Delta p(M, t) - \rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 p(M, t)}{\partial t^2} = 0.$ Il s'agit de l'équation de propagation d'Alembert. On pose $c_a^2 = \frac{1}{\rho_0 \chi_s} \Rightarrow c_a = \sqrt{\frac{1}{\rho_0 \chi_s}}.$ Dimension de c_a^2 : $[c_a^2] = \left[\frac{M T^{-2} L^{-1}}{M L^{-3}} \right] = L^2 T^{-2} \Rightarrow [c_a] = L T^{-1} ; c$ est homogène à une vitesse. $c_a = \sqrt{\frac{1}{\rho_0 \chi_s}}$ représente donc la vitesse de l'onde acoustique dans le milieu considéré. A.N : $\chi_s = 4,3 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$ et $\rho_0 = 10^3 \text{ kg m}^{-3} \Rightarrow c_a = \sqrt{\frac{1}{\rho_0 \chi_s}} = 1525 \text{ m s}^{-1}.$ En pratique, la célérité de l'onde acoustique dans l'océan dépend de la température, de la pression et de la salinité du milieu. Il en résulte qu'elle varie entre 1450 m s^{-1} et $1530 \text{ m s}^{-1}.$
Q15.	La célérité de l'onde acoustique dans l'air est de l'ordre de 340 m s^{-1} et dans les solides est de l'ordre de quelques milliers de m s^{-1} ($\approx 4000 \text{ m s}^{-1}$). Les variations de ρ_0 et χ_s expliquent ces différences : l'air est moins dense que l'eau mais beaucoup plus compressible : la célérité dans l'air est plus faible. Pour les solides, la densité est plus grande que celle de l'eau mais la compressibilité est plus faible : $c_a(\text{air}) < c_a(\text{eau}) < c_a(\text{solide}).$
Q16.	On applique l'opérateur rotationnel à l'équation (I) : $\rho_0 \overrightarrow{\text{rot}} \left(\frac{\partial \vec{v}(M, t)}{\partial t} \right) = -\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{grad}} p(M, t)) \Rightarrow \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} (\overrightarrow{\text{rot}} \vec{v}(M, t)) = -\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{grad}} p(M, t)) = \vec{0} ;$ car $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{grad}} f) = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{\text{rot}} \vec{v}(M, t) = \vec{K}(t).$ Le champ de vitesse $\vec{v}(M, t)$ décrivant l'onde acoustique dépend à la fois de l'espace et du temps. Il est nécessaire de choisir $\vec{K}(t) = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{\text{rot}} \vec{v}(M, t) = \vec{0}.$ L'écoulement de l'eau en présence de l'onde est irrotationnel. Puisque $\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{v}(M, t)) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{v}) - \Delta \vec{v} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{v}) = \Delta \vec{v}.$ On dérive par rapport au temps l'équation (I), $\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial \vec{v}(M, t)}{\partial t} \right) = -\frac{\partial}{\partial t} (\overrightarrow{\text{grad}} p(M, t))$

	$\Rightarrow \rho_0 \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial t^2} = - \overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)_{(\text{III})} = - \frac{1}{\rho_0 \chi_s} \overrightarrow{\text{grad}} \left(\frac{\partial \mu}{\partial t} \right)_{(\text{III})} = - \frac{1}{\rho_0 \chi_s} \overrightarrow{\text{grad}} (-\rho_0 \text{div} \vec{v})$ $\Rightarrow \rho_0 \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial t^2} = \frac{1}{\chi_s} \overrightarrow{\text{grad}} (\text{div} \vec{v}) = \frac{1}{\chi_s} \Delta \vec{v} \Rightarrow \Delta \vec{v}(M, t) - \rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 \vec{v}(M, t)}{\partial t^2} = \vec{0}.$
Q17.	On part de l'équation (I) $\Rightarrow \vec{v} \left(\rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho_0 v^2 \right) = \vec{v} (-\overrightarrow{\text{grad}} p) = -\vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} p.$ Puisque $\text{div}(p\vec{v}) = p \text{div} \vec{v} + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} p$ $\Rightarrow \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} p = \text{div}(p\vec{v}) - p \text{div} \vec{v} \stackrel{(\text{II})}{=} \text{div}(p\vec{v}) + p \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \mu}{\partial t} \stackrel{(\text{III})}{=} \text{div}(p\vec{v}) + p \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial(\rho_0 \chi_s p)}{\partial t}$ $\Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho_0 v^2 \right) = -\text{div}(p\vec{v}) - \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \chi_s p^2 \right) \Rightarrow \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{2} \rho_0 v^2 + \frac{1}{2} \chi_s p^2 \right) + \text{div}(p\vec{v}) = 0.$ Cette équation traduit le bilan local de l'énergie acoustique. En faisant une identification, on trouve : $e(M, t) = \frac{1}{2} \rho_0 v^2(M, t) + \frac{1}{2} \chi_s p^2(M, t).$ * $e(M, t)$: constitue l'énergie acoustique volumique, exprimée en $J m^{-3}$. $e_c(M, t) = \frac{1}{2} \rho_0 v^2(M, t)$ l'énergie cinétique volumique due à l'écoulement du fluide. $e_p(M, t) = \frac{1}{2} \chi_s p^2(M, t)$ l'énergie potentielle volumique due à la compression du fluide. * $\vec{I}_a(M, t) = p(M, t) \vec{v}(M, t)$: densité de flux d'énergie acoustique, exprimée en $W m^{-2}$.
Q18.	Les ondes acoustiques planes harmoniques sont des ondes longitudinales. En présence d'une onde acoustique, le fluide subit un écoulement irrotationnel : $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{v}(M, t) = \vec{0}$ $\Rightarrow \overrightarrow{\text{rot}} \vec{v}(M, t) = j \vec{k} \wedge \vec{v}(M, t) = \vec{0}.$ $\Rightarrow \vec{k} \text{ et } \vec{v}(M, t) \text{ sont colinéaires : } \vec{v}(M, t) = v(M, t) \vec{u}, \vec{u} \text{ vecteur unitaire de la direction de propagation.}$
Q19.	La perturbation de la pression, s'écrit : $p(M, t) = p_m \cos(\omega t - \vec{k} \vec{r}) = p_m \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c_a} \vec{u} \vec{r}\right).$ Le champ de vitesse est de même forme que la perturbation de la pression $\vec{v}(M, t) = \underline{v}_m \exp j \left(\omega t - \frac{\omega}{c_a} \vec{u} \vec{r} \right) \vec{u} ; \underline{v}_m = v_m \exp(-j\varphi).$ Eq.I : $\rho_0 \frac{\partial \vec{v}(M, t)}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad}} p(M, t) \Rightarrow \rho_0 (j\omega) \vec{v}(M, t) = -(-j\vec{k}) p(M, t).$ $\Rightarrow \vec{v}(M, t) = \frac{1}{\rho_0 c_a} \vec{u} p(M, t) \Rightarrow \vec{v}(M, t) = \frac{1}{\rho_0 c_a} p(M, t) \vec{u} = \frac{p_m}{\rho_0 c_a} \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c_a} \vec{u} \vec{r}\right) \vec{u}.$ $\vec{v}(M, t) = v_m \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c_a} \vec{u} \vec{r}\right) \vec{u} ; v_m = \frac{p_m}{\rho_0 c_a}.$ $p(M, t) = \rho_0 c_a \vec{v}(M, t) \vec{u} = \rho_0 c_a v(M, t),$ en faisant l'analogie avec l'électrocinétique, le coefficient de proportionnalité $\rho_0 c_a$ est homogène à une impédance : C'est l'impédance acoustique $Z_a = \rho_0 c_a$ exprimée en $kg m^{-2} s^{-1}$.
Q20.	$e(M, t) = \frac{1}{2} \rho_0 v^2 + \frac{1}{2} \chi_s p^2 = \frac{1}{2} \rho_0 \left(\frac{p_m}{\rho_0 c_a} \right)^2 \cos^2\left(\omega t - \frac{\omega}{c_a} \vec{u} \vec{r}\right) + \frac{1}{2} \chi_s p_m^2 \cos^2\left(\omega t - \frac{\omega}{c_a} \vec{u} \vec{r}\right) ; c_a = \sqrt{\frac{1}{\rho_0 \chi_s}}.$ $\Rightarrow e(M, t) = \chi_s p_m^2 \cos^2\left(\omega t - \frac{\omega}{c_a} \vec{u} \vec{r}\right) \Rightarrow \langle e(M, t) \rangle = \frac{1}{2} \chi_s p_m^2.$ $\vec{I}_a(M, t) = p(M, t) \vec{v}(M, t) = p_m \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c_a} \vec{u} \vec{r}\right) \frac{p_m}{\rho_0 c_a} \cos\left(\omega t - \frac{\omega}{c_a} \vec{u} \vec{r}\right) \vec{u} = c_a \chi_s p_m^2 \cos^2\left(\omega t - \frac{\omega}{c_a} \vec{u} \vec{r}\right) \vec{u}.$

	$\langle \vec{I}_a(M, t) \rangle = \frac{1}{2} c_a \chi_s p_m^2 \vec{u} = \left\ \langle \vec{I}_a(M, t) \rangle \right\ \vec{u} ; \left\ \langle \vec{I}_a(M, t) \rangle \right\ = c_a \frac{1}{2} \chi_s p_m^2 = c_a \langle e(M, t) \rangle .$ $c_a = \frac{\left\ \langle \vec{I}_a(M, t) \rangle \right\ }{\langle e(M, t) \rangle} : \text{vitesse de propagation de l'énergie acoustique d'une onde acoustique p.p.h.}$
--	---

Validité et discussion de certaines hypothèses adoptées

Q21.	On a : $I = \left\ \langle \vec{I}_a(M, t) \rangle \right\ = c_a \frac{1}{2} \chi_s p_m^2$ et $I_{ref} = \left\ \langle \vec{I}_{a,ref}(M, t) \rangle \right\ = \frac{1}{2} c_a \chi_s p_{m,ref}^2$ $I(dB) = 10 \log \left(\frac{I}{I_{ref}} \right) = 10 \log \left(\frac{p_m^2}{p_{m,ref}^2} \right) = 20 \log \left(\frac{p_m}{p_{m,ref}} \right) = 20 \log(p_m) - 120$ $\Rightarrow \log(p_m) = \frac{I(dB) - 120}{20} \text{ pour } I(dB) = 100 dB \Rightarrow \log(p_m) = -1 \text{ et } p_m = 10^{-1} Pa .$ D'après l'équation (III) $\Rightarrow \mu_m = \rho_0 \chi_s p_m = \frac{1}{c_a^2} p_m = 4,310^{-8} kg m^{-3} .$ Ces valeurs montrent bien que : $\mu_m \ll \rho_0$ et $p_m = P_0$. L'approximation de l'acoustique linéaire est vérifiée.
Q22.	La linéarisation de l'équation d'Euler consiste à négliger l'accélération convective $(\vec{v} \cdot \overrightarrow{grad}) \vec{v}$ devant celle locale $\frac{\partial \vec{v}}{\partial t}$; $\frac{ \overrightarrow{(\vec{v} \cdot \overrightarrow{grad}) \vec{v}} }{ \partial \vec{v} / \partial t } \approx \frac{v^2 / \lambda}{v / T} = \frac{v}{c_a} \ll 1 \Rightarrow v \ll c_a$ c'est le cas d'un écoulement subsonique. D'après l'équation d'Euler $v_m = \frac{p_m}{\rho_0 c_a} = 6,56 10^{-8} m s^{-1} \Rightarrow v_m \ll c_a$: l'hypothèse est largement vérifiée.
Q23.	L'équation fondamentale de la statique de fluide, s'écrit : $\rho \vec{g} = \overrightarrow{grad} P(M) = \overrightarrow{grad} P_{stat} .$ $\rho g \vec{u}_z = \frac{dP_{stat}(z)}{dz} \vec{u}_z \Rightarrow dP_{stat}(z) = \rho g dz .$ Pour les fluides incompressibles $\rho = \rho_0$, on obtient la relation : $P_{stat}(z) = P_0 + \rho_0 g z .$
Q24.	En tenant compte de l'effet de pesanteur, l'équation d'Euler s'écrit : $\rho(M, t) \left(\frac{\partial \vec{v}(M, t)}{\partial t} + (\vec{v}(M, t) \cdot \overrightarrow{grad}) \vec{v}(M, t) \right) = - \overrightarrow{grad} P(M, t) + \rho(M, t) \vec{g} .$ $P(M, t) = P_{stat}(M) + p(M, t) = P_0 + \rho_0 g z + p(M, t) ,$ $\overrightarrow{grad} P(M, t) = \overrightarrow{grad} (P_0 + \rho_0 g z + p(M, t)) = \rho_0 g \vec{u}_z + \overrightarrow{grad} p(M, t) = \rho_0 \vec{g} + \overrightarrow{grad} p(M, t)$ Dans le cadre de l'approximation de l'acoustique linéaire, $\rho_0 \frac{\partial \vec{v}(M, t)}{\partial t} = - (\rho_0 \vec{g} + \overrightarrow{grad} p(M, t)) + (\rho_0 + \mu(M, t)) \vec{g} = - \overrightarrow{grad} p(M, t) + \mu(M, t) \vec{g} .$ Enfin : $\rho_0 \frac{\partial \vec{v}(M, t)}{\partial t} = - \overrightarrow{grad} p(M, t) + \mu(M, t) \vec{g} .$ La conservation de la masse ne dépend pas de la pression. L'équation correspondante reste donc inchangée. Si on néglige les variations de χ_s avec la pression, la relation liant μ et p reste la même. Le terme correctif $\mu(M, t) \vec{g}$ dû à l'effet de pesanteur est négligeable par rapport à $\overrightarrow{grad} p(M, t)$ lorsque $\frac{ \mu(M, t) \vec{g} }{ \overrightarrow{grad} p(M, t) } \ll 1 \Rightarrow \frac{ \mu(M, t) \vec{g} }{ \overrightarrow{grad} p(M, t) } \approx \frac{\rho_0 \chi_s p(M, t) g}{p(M, t) / \lambda} = \frac{\lambda g}{c_a^2} \ll 1 \Rightarrow \frac{\lambda g}{c_a^2} = \frac{g}{c_a f} \ll 1 .$ $\Rightarrow f \gg \frac{g}{c_a} = 6,42 10^{-3} Hz .$ Les ondes acoustiques vérifient largement cette condition. C'est la raison pour laquelle il est possible de négliger l'effet de pesanteur lors de la propagation des ondes acoustiques.
Q25.	En tenant compte des hypothèses adoptées, les caractéristiques de l'onde acoustique sont pratiquement non affectées lorsque la propagation est faite suivant les directions verticale ou horizontale.

Atténuation d'une onde acoustique dans l'océan

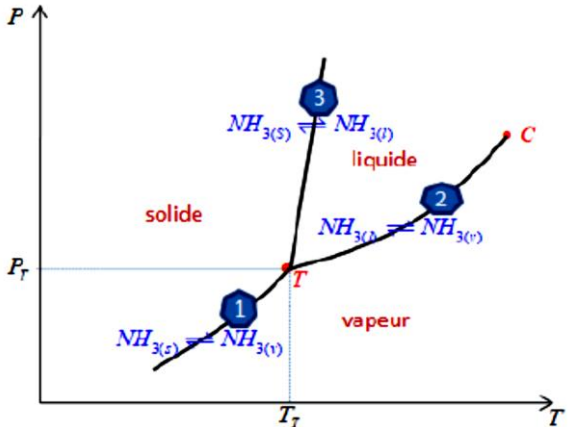
Q26.	La linéarisation du terme de gauche de l'équation de Navier-Stokes est identique à celui de l'équation d'Euler. Le terme de droite contient un facteur supplémentaire $\eta \Delta \vec{v}(M, t)$ infiniment petit d'ordre 1. $\rho_0 \frac{\partial \vec{v}(M, t)}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad}} p(M, t) + \eta \Delta \vec{v}(M, t).$
Q27.	Les équations caractérisant l'écoulement réel en présence de l'onde acoustique sont : $\rho_0 \frac{\partial \vec{v}(M, t)}{\partial t} = -\overrightarrow{\text{grad}} p(M, t) + \eta \Delta \vec{v}(M, t) \quad (\text{I}') , \quad \frac{\partial \mu(M, t)}{\partial t} + \rho_0 \text{div} \vec{v}(M, t) = 0 \quad (\text{II})$ et $\mu(M, t) = \rho_0 \chi_s p(M, t) \quad (\text{III})$ On applique l'opérateur divergence à l'équation de Navier-Stokes linéarisée : $\rho_0 \frac{\partial}{\partial t} (\text{div} \vec{v}) = -\text{div} (\overrightarrow{\text{grad}} p) + \eta \Delta (\text{div} \vec{v}) = -\Delta p + \eta \Delta (\text{div} \vec{v})$ D'autre part, $\text{div} \vec{v} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial \mu}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial}{\partial t} (\rho_0 \chi_s p) = -\chi_s \frac{\partial p}{\partial t} \Rightarrow \rho_0 \frac{\partial}{\partial t} \left(-\chi_s \frac{\partial p}{\partial t} \right) = -\Delta p + \eta \Delta \left(-\chi_s \frac{\partial p}{\partial t} \right).$ $\Rightarrow \Delta p(M, t) - \rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 p(M, t)}{\partial t^2} + \chi_s \eta \frac{\partial}{\partial t} (\Delta p(M, t)) = 0 ; \quad \rho_0 \chi_s = \frac{1}{c_a^2}.$ Le produit $\eta \chi_s$ est homogène à une durée. On pose $\tau_0 = \eta \chi_s$ en seconde. A.N : $\eta = 10^{-3} \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$, $\chi_s = 4,310^{-10} \text{ Pa}^{-1} \Rightarrow \tau_0 = \eta \chi_s = 4,310^{-13} \text{ s}.$ La valeur faible de τ_0 montre que l'écoulement d'eau de l'océan est de faible viscosité.
Q28.	$\Delta p(z, t) - \rho_0 \chi_s \frac{\partial^2 p(z, t)}{\partial t^2} - \chi_s \eta \frac{\partial}{\partial t} (\Delta p(z, t)) = 0 \quad (*) ; \quad p(z, t) = p_m \exp(j(\omega t - \underline{k} z)).$ $\Delta p(z, t) = -\underline{k}^2 p(z, t) ; \quad \frac{\partial}{\partial t} (\Delta p(z, t)) = -j\omega \underline{k}^2 p(z, t) \text{ et } \frac{\partial^2 p(z, t)}{\partial t^2} = -\omega^2 p(z, t).$ $(*) \Rightarrow (-\underline{k}^2) p(z, t) - \frac{1}{c_a^2} (-\omega^2) p(z, t) + \tau_0 (-j\omega \underline{k}^2) p(z, t) = 0 ; \quad p(z, t) \neq 0,$ $(-\underline{k}^2) + \frac{\omega^2}{c_a^2} - j\tau_0 \omega \underline{k}^2 = 0 \Rightarrow \underline{k}^2 = \frac{\omega^2}{c_a^2 (1 + j\tau_0 \omega)} ; \quad \underline{k} \in \mathbb{C}.$
Q29.	On réalise un développement limité à l'ordre 2 de $\underline{k}^2$ dans le cas où le fluide faiblement visqueux $\tau_0 \omega \ll 1$. $\underline{k}^2 = \frac{\omega^2}{c_a^2 (1 + j\tau_0 \omega)} = \frac{\omega^2}{c_a^2} (1 + j\tau_0 \omega)^{-1} \Rightarrow \underline{k} = \pm \frac{\omega}{c_a} (1 + j\tau_0 \omega)^{-\frac{1}{2}} \approx \pm \frac{\omega}{c_a} \left(1 - \frac{1}{2} (j\tau_0 \omega) + \frac{3}{8} (j\tau_0 \omega)^2 \right) \tau_0.$ $\underline{k} = \pm \frac{\omega}{c_a} \left(1 - \frac{3}{8} \tau_0^2 \omega^2 - j \frac{\tau_0 \omega}{2} \right) = k_1 - j k_2 \Rightarrow k_1 = \pm \frac{\omega}{c_a} \left(1 - \frac{3}{8} \tau_0^2 \omega^2 \right) \text{ et } k_2 = \pm \frac{\omega}{c_a} \frac{\tau_0 \omega}{2}.$ La propagation est faite suivant les z croissants, en plus k_1 et k_2 sont de même signe : $k_1 > 0$ et $k_2 > 0$. $k_1 = \frac{\omega}{c_a} \left(1 - \frac{3}{8} \tau_0^2 \omega^2 \right) \text{ et } k_2 = \frac{\tau_0 \omega^2}{2 c_a}.$ Le terme k_1 décrit le comportement de l'onde lors de la propagation dans l'océan puisqu'il est lié à la vitesse de phase $v_\varphi = \frac{\omega}{\text{Re}(\underline{k})} = \frac{\omega}{k_1}$. La dépendance de la vitesse de phase avec la pulsation montre que le milieu de propagation est dispersif. Le terme k_2 est lié à l'absorption de l'onde lors de la propagation dans le milieu.
Q30.	$v_\varphi = \frac{\omega}{k_1} = \omega \frac{c_a}{\omega} \left(1 - \frac{3}{8} \tau_0^2 \omega^2 \right)^{-1} \approx c_a \left(1 + \frac{3}{8} \tau_0^2 \omega^2 \right) : \text{La vitesse de phase est fonction de la pulsation } \omega. \text{ A priori, le milieu de propagation est dispersif.}$ $\frac{v_\varphi - c_a}{c_a} = \frac{1}{c_a} \left(c_a \left(1 + \frac{3}{8} \tau_0^2 \omega^2 \right) - c_a \right) = \frac{3}{8} \tau_0^2 \omega^2. \text{ Dans le domaine de fonctionnement du Sonar, la fréquence}$

	maximale $f = \frac{\omega}{2\pi} \leq 300 \text{ kHz} \Rightarrow \omega \leq 6\pi 10^5 \text{ rad s}^{-1}$. $\Rightarrow \frac{v_\varphi - c_a}{c_a} = \frac{3}{8} \tau_0^2 \omega^2 = 0,25 10^{-12} \ll 1$. Dans la gamme de fréquence utilisée pour les Sonars, variation relative des vitesses est très faible. Le caractère dispersif du milieu est pratiquement négligeable : $v_\varphi \approx c_a$.
Q31.	$\underline{p}(z,t) = p_m \exp j(\omega t - (k_1 - jk_2)z) \Rightarrow \underline{p}(z,t) = p_m \exp(-k_2 z) \exp j(\omega t - k_1 z)$ $\Rightarrow p(z,t) = \text{Re } \underline{p}(z,t) = p_m \exp(-k_2 z) \cos(\omega t - k_1 z) = p_m(z) \cos(\omega t - k_1 z)$. L'expression de la surpression montre qu'elle décrit une onde acoustique progressive sans dispersion et dont l'amplitude ne cesse de décroître à cause de la présence du terme $\exp(-k_2 z)$. Si $z = \delta \Rightarrow p_m(z = \delta) = \frac{p_m}{\exp 1} = p_m \exp\left(-\frac{\delta}{k_2}\right) \Rightarrow \delta = \frac{1}{k_2} = \frac{2c_a}{\tau_0 \omega^2}$: distance caractéristique d'amortissement. <u>A.N</u> : si $\omega = 6\pi 10^3 \text{ rad s}^{-1} \Rightarrow \delta_1 = \frac{2c_a}{\tau_0 \omega^2} = 19963,1 \text{ km}$ et pour $\omega = 6\pi 10^5 \text{ rad s}^{-1} \Rightarrow \delta_2 = \frac{2c_a}{\tau_0 \omega^2} = 1,996 \text{ km}$.
Q32.	On a : $I = \left\ \left\langle \vec{I}_a(M,t) \right\rangle \right\ = c_a \chi_s \left\langle p^2(z,t) \right\rangle = c_a \chi_s \left\langle p_m^2 \exp(-2k_2 z) \cos^2(\omega t - k_1 z) \right\rangle$, $\Rightarrow I(z) = \frac{1}{2} c_a \chi_s p_m^2 \exp(-2k_2 z) \Rightarrow I(\text{dB}) = 10 \log \left(\frac{p_m^2}{p_{m,\text{ref}}^2} \exp(-2k_2 z) \right)$, $\Rightarrow I(\text{dB}) = 20 \log \left(\frac{p_m}{p_{m,\text{ref}}} \right) + 10 \log \left(\exp(-2k_2 z) \right) \Rightarrow I(\text{dB}) = 20 \log \left(\frac{p_m}{p_{m,\text{ref}}} \right) - \frac{20 k_2}{\ln 10} z$ $\frac{dI(\text{dB})}{dz} = -\frac{20}{\ln 10} \frac{\tau_0 \omega^2}{2c_a} = -\frac{10}{\ln 10} \frac{\tau_0 \omega^2}{c_a} \Rightarrow \left \frac{dI(\text{dB})}{dz} \right = \alpha = \frac{10}{\ln 10} \frac{\tau_0 \omega^2}{c_a}$. $\alpha = \frac{10}{\ln 10} \frac{\tau_0 \omega^2}{c_a}$; $\delta = \frac{2c_a}{\tau_0 \omega^2} \Rightarrow \alpha = \frac{20}{\ln 10} \frac{1}{\delta}$. <u>A.N</u> : * $\omega = 6\pi 10^3 \text{ rad s}^{-1} \Rightarrow \alpha = \frac{10}{\ln 10} \frac{\tau_0 \omega^2}{c_a} = 4,35 10^{-7} \text{ dB m}^{-1} = 4,35 10^{-4} \text{ dB km}^{-1}$. * $\omega = 6\pi 10^5 \text{ rad s}^{-1} \Rightarrow \alpha = \frac{10}{\ln 10} \frac{\tau_0 \omega^2}{c_a} = 4,35 10^{-3} \text{ dB m}^{-1} = 4,35 \text{ dB km}^{-1}$. Le taux d'atténuation de l'intensité acoustique est nettement plus important pour les fréquences élevées du domaine de fonctionnement du Sonar. Surtout pour les eaux profondes des océans, l'opération de cartographie est faite avec des Sonars utilisant des basses fréquences pour minimiser l'amortissement de l'onde acoustique se propageant dans l'eau de l'océan.
Q33.	$f = 30 \text{ kHz} \Rightarrow \omega = 6\pi 10^5 \text{ rad s}^{-1} \Rightarrow \alpha = \frac{10}{\ln 10} \frac{\tau_0 \omega^2}{c_a} = 4,4 \text{ dB km}^{-1}$ $I(\text{dB}) = 2h\alpha = 60 \text{ dB} \Rightarrow h = \frac{I(\text{dB})}{2\alpha} = \frac{60}{2 \cdot 4,4} = 6,82 \text{ km}$.

TROISIEME PARTIE : SYSTEME DE REFRIGERATION FONCTIONNANT A L'AMMONIAC

Diagramme de phase de l'ammoniac

Q34.	Le point triple T (T_T, P_T) est l'état où les phases du corps pur coexistent en équilibre. Au point triple, on a : $P_T = P_s(T_T) = P_v(T_T)$. $\Rightarrow \ln \left(\frac{P_s(T_T)}{P_0} \right) = 16,41 - \frac{3754}{T_T} = \ln \left(\frac{P_v(T_T)}{P_0} \right) = 12,87 - \frac{3063}{T_T}$. $\Rightarrow 16,41 - \frac{3754}{T_T} = 12,87 - \frac{3063}{T_T} \Rightarrow 3,54 = \frac{691}{T_T} \Rightarrow T_T = 195,2 \text{ K}$.
------	---

	$\ln\left(\frac{P_v(T_T)}{P_0}\right) = 12,87 - \frac{3063}{T_T} \Rightarrow P_v(T_T) = P_s(T_T) = P_0 \exp\left(12,87 - \frac{3063}{T_T}\right) = 0,0595 \text{ bar}.$
Q35.	* Le gaz est stable pour les basses pressions et aux hautes températures. * Le solide est stable pour les hautes pressions et aux basses températures. * (1) : courbe d'équilibre solide – vapeur (sublimation). * (2) : courbe d'équilibre liquide – vapeur (vaporisation). * (3) : courbe d'équilibre solide – liquide (fusion). C : point critique et T : point triple.  Au point critique C, le liquide et le gaz ont les mêmes propriétés, le changement d'état liquide – vapeur s'y produit sans chaleur latente ($\ell_{vap}(T > T_c) = 0$).
Q36.	Pour un gaz parfait, l'équation d'état s'écrit : $P \frac{1}{\rho_g} = P v_g = \frac{R}{M_a} T \Rightarrow v_g = \frac{R}{M_a} \frac{T}{P}$. Puisque $\frac{1}{v_c} = \rho_g \ll \rho_c = \frac{1}{v_c} \Rightarrow v_g \gg v_c$. La phase condensée peut solide ou liquide. Ainsi, le volume massique d'une phase condensée est négligeable devant celui d'une phase gazeuse.
Q37.	La transformation entre les phases condensée et gazeuse obéit à l'équation de Clapeyron : $\ell_{c \rightarrow g}(T) = T(v_g - v_c) \frac{dP}{dT} \simeq T v_g \frac{dP}{dT} = \frac{R}{M_a} \frac{T^2}{P} \frac{dP}{dT}$ $\Rightarrow \ell_{c \rightarrow g}(T) = \frac{R}{M_a} \frac{T^2}{P} \frac{dP}{dT} = \frac{R}{M_a} T^2 \frac{d(\ln P)}{dT}.$
Q38.	Au point triple, l'enthalpie massique de vaporisation, s'écrit : $\ell_v(T_T) = \ell_{l \rightarrow g}(T_T) = \frac{R}{M_a} T_T^2 \frac{d(\ln P)}{dT} = \frac{R}{M_a} T_T^2 \frac{3063}{T_T^2} = \frac{3063 R}{M_a} = 1498 \text{ kJ kg}^{-1}.$ $\ell_s(T_T) = \ell_{s \rightarrow g}(T_T) = \frac{R}{M_a} T_T^2 \frac{d(\ln P)}{dT} = \frac{R}{M_a} T_T^2 \frac{3754}{T_T^2} = \frac{3754 R}{M_a} = 1835,9 \text{ kJ kg}^{-1}.$ On réalise un cycle contournant le point triple : $\ell_{vap}(T_T) - \ell_{sub}(T_T) + \ell_{fus}(T_T) = 0 \Rightarrow \ell_{fus}(T_T) = \ell_{sub}(T_T) - \ell_{vap}(T_T) = 1835,9 - 1498 = 337,9 \text{ kJ kg}^{-1}.$

Etude d'une machine frigorifique

	Les grandeurs thermodynamiques w_u et q_{th} représentent respectivement le travail utile massique autre celui de la pression et le transfert thermique massique.
Q39.	Lors du cycle de transformations de la machine frigorifique, le travail des forces de pesanteur $e_{pm} = g z$ ainsi que la variation d'énergie cinétique $e_{cm} = \frac{c_f^2}{2}$ subie par une unité de masse du fluide sont négligeables. Il en résulte que le premier principe relatif à un système ouvert, s'écrit : $\Delta h \simeq w_u + q_{th}$.

Q40.	* La transformation (1) → (2) : Compression isentropique. * La transformation (2) → (3) : Refroidissement isobare dans le condenseur. * La transformation (3) → (4) : Condensation isobare. * La transformation (4) → (5) : Détente isenthalpique. * La transformation (5) → (1) : Vaporisation isobare.	
Q41.		
Q42.	La transformation (4) → (5) dans le détendeur est adiabatique ($q_{th} = 0$) et sans échange de travail utile ($w_u = 0$) $\Rightarrow \Delta h_{4 \rightarrow 5} = 0 \Rightarrow h_4 = h_5 = cte$. Cette transformation est isenthalpique.	
Q43.	A l'état (1), la totalité du corps pur est sous forme vapeur $\Rightarrow x_1 = 1$, A l'état (3), le corps pur est sous forme vapeur $\Rightarrow x_3 = 1$, A l'état (4), situé sur la courbe d'ébullition, le corps pur est sous forme liquide $\Rightarrow x_4 = 0$.	
Q44.	La transformation (1) → (2) est isentropique (adiabatique est réversible) ; Elle obéit à la loi de Laplace $P_1^{1-\gamma} T_1^\gamma = P_2^{1-\gamma} T_2^\gamma = cte \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} : \text{température } T_2 \text{ à la fin de la compression isentropique.}$	
	$\text{On a : } \frac{1-\gamma}{\gamma} = \frac{-0,30}{1,30} = -0,23 \Rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^{-0,23} = 263 \left(\frac{2,9}{10} \right)^{-0,23} = 349,6 \text{ K}.$	
Q45.	La vapeur à l'état (2) subit, dans le condenseur, une transformation à pression c ^{te} jusqu'à l'état (3). $\Delta h_{2 \rightarrow 3} = c_p (T_3 - T_2) ; c_p - c_v = \frac{R}{M_A} \text{ et } \gamma = \frac{c_p}{c_v} \Rightarrow c_p - c_v = \frac{\gamma R}{(\gamma - 1) M_A} \cdot \Delta h_{2 \rightarrow 3} = \frac{\gamma R}{(\gamma - 1) M_A} (T_3 - T_2).$	
	$\Delta h_{2 \rightarrow 3} = \frac{\gamma R}{(\gamma - 1) M_A} (T_3 - T_2) \Rightarrow T_3 = T_2 + \frac{(\gamma - 1) M_A}{\gamma R} \Delta h_{2 \rightarrow 3} ;$ $\Delta h_{2 \rightarrow 3} = h_3 - h_2 = 1490 - 1620 = -1,30 \cdot 10^5 \text{ J kg}^{-1} \Rightarrow T_3 = 288,2 \text{ K}.$	
Q46.	A l'état (5), le corps pur est constitué de deux phases (liquide + gaz) dont la fraction massique en vapeur est x_5 . Le liquide restant dans l'évaporateur se transforme totalement en vapeur à la température T_1 . $\Delta h_{5 \rightarrow 1} = x_{\ell 5} \ell_{vap}(T_1) = (1 - x_5) \ell_{vap}(T_1)$.	
	$\Delta h_{5 \rightarrow 1} = x_{\ell 5} \ell_{vap}(T_1) = (1 - x_5) \ell_{vap}(T_1) \Rightarrow x_5 = \frac{\ell_{vap}(T_1) - \Delta h_{5 \rightarrow 1}}{\ell_{vap}(T_1)} ;$ $\Delta h_{5 \rightarrow 1} = h_1 - h_5 = 1450 - 320 = 1130 \Rightarrow x_5 = 0,22.$	
Q47.	Le fluide reçoit de l'énergie thermique de la part du milieu extérieur dont la température est supérieure à la température T_1 du fluide situé dans l'évaporateur (le transfert thermique est réalisé du corps le plus chaud vers le corps le plus froid). Ce transfert thermique massique q_f est effectué lors de la transformation (5) → (1).	

	$q_f = \Delta h_{5 \rightarrow 1} = h_1 - h_5 = 1130 \text{ kJ kg}^{-1}.$
Q48.	Lors des transformations (isobares) (2) $\rightarrow$ (3) et (3) $\rightarrow$ (4) la température du fluide dans le condenseur est plus élevée que l'extérieur. Le transfert thermique est fait vers l'extérieur. $q_c = \Delta h_{2 \rightarrow 3} + \Delta h_{3 \rightarrow 4} = (h_3 - h_2) + (h_4 - h_3) = (-130) + (-1170) = -1300 \text{ kJ kg}^{-1} < 0.$ $q_c < 0$, le transfert thermique est cédé au milieu extérieur.
Q49.	Lors du cycle de transformation du cycle frigorifique, on a : $\Delta h_{\text{cycle}} = 0 = \Delta h_{1 \rightarrow 2} + \Delta h_{2 \rightarrow 3} + \Delta h_{3 \rightarrow 4} + \Delta h_{4 \rightarrow 5} + \Delta h_{5 \rightarrow 1}.$ La transformation (1) $\rightarrow$ (2) dans le compresseur est isentropique : $\Delta h_{1 \rightarrow 2} = w_u$; $q_{th} = 0.$ Les transformations (2) $\rightarrow$ (3) et (3) $\rightarrow$ (4) : $\Delta h_{2 \rightarrow 4} = q_c.$ La transformation (4) $\rightarrow$ (5) est isenthalpique : $\Delta h_{4 \rightarrow 5} = 0.$ La transformation (5) $\rightarrow$ (1) : $\Delta h_{5 \rightarrow 1} = q_f.$ $\Rightarrow \Delta h_{\text{cycle}} = w_u + q_c + q_f = 0 \Rightarrow w_u = -(q_c + q_f) = -((-1300) + 1130) = 170 \text{ kJ kg}^{-1}.$
	L'efficacité est le rapport entre la grandeur énergétique valorisable sur l'énergie dépensée. $\eta_r = \frac{q_f}{w_u} = -\frac{q_f}{q_c + q_f} = \frac{1130}{170} = 6,65.$
Q50.	Pour un cycle de Carnot, constitué par deux isentropiques et deux isothermes, le premier et deuxième principe de la thermodynamique, s'écrivent : $w_u + q_c + q_f = 0$ et $\frac{q_c}{T_c} + \frac{q_f}{T_f} = 0$; T_c et T_f sont respectivement les températures des sources chaude et froide respectivement. L'efficacité idéale de Carnot est : $\eta_c = \frac{q_f}{w_u} = -\frac{q_f}{q_c + q_f} = \frac{T_f}{T_c - T_f},$ $T_c = T_3 = 288,2 \text{ K}$ et $T_f = T_1 = 263 \text{ K} \Rightarrow \eta_c = \frac{T_f}{T_c - T_f} = 10,44 > \eta_r.$ L'efficacité de Carnot η_c devrait être plus grande que celle η_r puisqu'il n'y a aucune source d'irréversibilité dans le cycle, contrairement au cycle réel qui comprend au moins les irréversibilités de l'étape (2) $\rightarrow$ (3) (échange thermique entre deux sources à températures différentes), et de l'étape (4) $\rightarrow$ (5) (détente de Joule-Thomson).