



Concours en Technologie  
Epreuve de Physique

Date : lundi 9 Juin 2003      Heure : 8 H      durée : 4 Heures      Nb pages : 6  
Barème :      Problème 1 : 12/20      Problème 2 : 8/20

*L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.*

*Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

**PROBLEME 1**

Données utiles

Charge élémentaire  
Masse d'un électron

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ Kg}$$

Permittivité du vide

$$\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} \cdot 10^{-9} \text{ Fm}^{-1}$$

Perméabilité du vide

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$$

Conductivité statique du cuivre

$$\gamma_0 = 5,88 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$$

Célérité de la lumière dans le vide

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$$

Opérateur laplacien en coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$  d'un champ scalaire  $f$  :

$$\Delta f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

L'approche classique permettant d'expliquer le phénomène de conduction dans un métal, consiste à considérer que les électrons libres (de densité volumique  $n$ , de charge  $-e$  et de masse  $m$ ) sont des particules qui obéissent aux lois de la mécanique classique.

Les interactions de ces électrons avec le réseau métallique sont modélisées par une force de frottement visqueux de densité volumique  $\vec{f}_{\text{vol}} = -n m \frac{\vec{v}}{\tau}$ , où  $\tau$  est une constante positive et  $\vec{v}(t)$  est la vitesse

associée au mouvement d'ensemble des électrons sous l'effet d'un champ électrique.

Le poids des électrons est négligeable devant les forces électrique et magnétique qui lui sont appliquées.

**PARTIE A : Modèle semi-macroscopique de la conductivité statique**

On considère un métal soumis à un champ électrique permanent et uniforme  $\vec{E}_0$ .

1- Préciser l'unité de  $\tau$  dans le système international. Quel est son sens physique ?

2-

2-a- Ecrire la relation fondamentale de la dynamique pour l'unité de volume du conducteur.

2-b- Montrer que lorsqu'on ne tient pas compte de la force de frottement, on trouve une contradiction avec l'expérience.

3-

3-a- Expliquer pourquoi la vitesse initiale d'ensemble  $\bar{v}(t=0)$  est nulle. Déterminer l'expression de la vitesse  $\bar{v}(t)$  en fonction de  $e$ ,  $m$ ,  $t$ ,  $\tau$  et  $\bar{E}_0$ .

3-b- Représenter graphiquement  $v(t)$ , module de  $\bar{v}(t)$ , en fonction du temps  $t$ .

3-c- En déduire l'existence, en régime permanent, d'une vitesse limite s'écrivant sous la forme  $\bar{v}_l(t) = \mu \bar{E}_0$ , où  $\mu$  est une constante, appelée mobilité. Exprimer  $\mu$  en fonction de  $e$ ,  $\tau$  et  $m$ .

4- Déterminer, en régime permanent, l'expression reliant le vecteur densité volumique de courant  $\bar{j}_0$  au champ électrique  $\bar{E}_0$ .

5- En déduire la conductivité statique  $\gamma_0$  en fonction de  $n$ ,  $m$ ,  $e$  et  $\tau$ .

6- Application : dans le cas du cuivre, on suppose qu'en moyenne il y a un électron libre par atome.

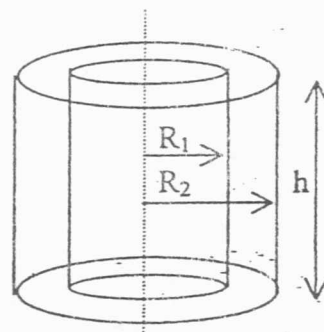
On donne : masse molaire  $M = 63,55 \text{ g.mol}^{-1}$ , masse volumique  $\rho_v = 8960 \text{ kg.m}^{-3}$  et nombre d'Avogadro  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ .

Calculer  $n$  et  $\tau$ . Conclure concernant l'établissement du régime permanent.

### PARTIE B : Résistance électrique - Effet de Magnétorésistance

On considère un conducteur cylindrique creux, de rayons intérieur  $R_1$  et extérieur  $R_2$ , de hauteur  $h$  et de conductivité statique  $\gamma_0$  (figure 1-1). La face intérieure est portée au potentiel constant  $V_1$  et la face extérieure est portée au potentiel constant  $V_2$ .

On note  $U = V_1 - V_2 > 0$  la différence de potentiel et  $I$  le courant qui circule du cylindre intérieur vers le cylindre extérieur en régime permanent. On néglige tout effet de bord ( $h \gg R_2$ ).



7- Par des considérations de symétrie, montrer que le vecteur densité volumique de courant s'écrit, en coordonnées cylindriques :

$\bar{j} = j(r)\bar{e}_r$ , pour  $R_1 \leq r \leq R_2$ . Exprimer  $j(r)$ . En déduire l'expression du champ électrique  $\bar{E}$  à l'intérieur du conducteur et celle de  $U$ . Déterminer alors l'expression de la résistance électrique  $R$  de ce conducteur.

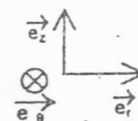


figure 1-1

8- Rappeler l'expression de la puissance volumique dissipée par effet joule à l'intérieur du matériau. En déduire l'expression de la puissance électrique totale  $P$  dissipée par effet Joule dans ce conducteur.

Retrouver l'expression de la résistance électrique  $R$ .

9- Le conducteur cylindrique est soumis en plus de la tension  $U = V_1 - V_2 > 0$  à un champ magnétique uniforme et indépendant du temps :  $\bar{B}_0 = B_0 \bar{e}_z$ .

9-a- Déterminer, en régime permanent, les deux composantes ( $j_r$ ,  $j_\theta$ ) du nouveau vecteur densité volumique de courant  $\bar{j}$  en fonction de  $\gamma_0$ ,  $E_0$ ,  $B_0$  et de la mobilité  $\mu$ .

9-b- Comment sont modifiées les lignes de courant ? les représenter qualitativement.

9-c- Quelle est dans ce cas l'expression de la nouvelle résistance électrique notée  $R_B$  ?

9-d- Calculer pour le cuivre la variation relative de la résistance  $R$  définie par :

$$\frac{R_B - R}{R}. \text{ Commenter le résultat. On donne } B_0 = 1 \text{ Tesla.}$$

### PARTIE C : Conduction thermique

Les surfaces intérieure et extérieure du conducteur cylindrique précédent, de masse volumique  $\rho_v$ , de conductivité thermique  $\lambda$  et de chaleur massique  $c$ , sont portées respectivement aux températures  $T_1$  et  $T_2$  constantes ( $T_1 > T_2$ ).

- 10- Rappeler la loi de Fourier relative à la conduction thermique, en précisant l'unité de chaque grandeur utilisée.
- 11- Par application du premier principe de la thermodynamique au volume élémentaire cylindrique de hauteur  $h$  et compris entre  $r$  et  $r + dr$  ( $R_1 \leq r \leq R_2$ ), établir l'équation dite «de la chaleur».
- 12- En déduire l'expression de la température  $T(r)$  en régime permanent et tracer son profil.
- 13- Exprimer la puissance thermique  $P_{th}$  traversant un cylindre de hauteur  $h$  et de rayon  $r$  compris entre les rayons  $R_1$  et  $R_2$  du conducteur. Définir la résistance thermique notée  $R_{th}$  et donner son expression en fonction de  $R_1, R_2, \lambda$  et  $h$ .

### PARTIE D : Action d'une onde électromagnétique sur un conducteur

L'espace est rapporté au repère orthonormé  $(O, x, y, z)$ . Un conducteur (de constantes électrique  $\epsilon_0$  et magnétique  $\mu_0$ ), occupant le demi-espace  $z \geq 0$  (figure 1-2), est éclairé sous incidence normale par une onde électromagnétique de pulsation  $\omega$  et dont le champ électrique en notation complexe s'écrit:

$$\vec{E}_i = E_{0i} \exp i(\omega t - K z) \vec{e}_x,$$

avec  $K = \omega/c$ ,  $E_{0i}$  réel et  $i^2 = -1$ .

Cette onde donne naissance à l'interface vide-conducteur, à une onde réfléchie et une onde transmise de champs électriques respectifs :

$$\vec{E}_r = E_{0r} \exp i(\omega t + K z) \vec{e}_x,$$

$$\vec{E}_t = E_{0t} \exp i(\omega t - K_t z) \vec{e}_x.$$

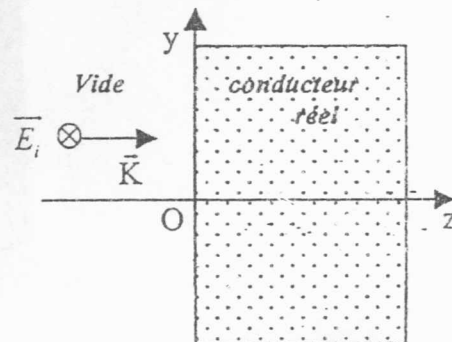


figure 1-2

Les amplitudes  $E_{0r}$ ,  $E_{0t}$  peuvent être complexes,  $\vec{K}_t$  est le vecteur d'onde de l'onde transmise.

- 14-
  - 14-a- Caractériser l'onde incidente.
  - 14-b Montrer que l'action du champ magnétique de l'onde incidente sur les électrons de conduction est négligeable devant celle du champ électrique.
- 15- Par application de la relation fondamentale de la dynamique, montrer qu'en régime sinusoïdal forcé, la conductivité complexe s'écrit :  $\gamma = \frac{\gamma_0}{1 + i\omega\tau}$ . En déduire le domaine de fréquences pour lequel cette conductivité peut être prise égale à  $\gamma_0$ .

Dans la suite du problème on prendra :  $\gamma = \gamma_0$ .

- 16- Ecrire les équations de Maxwell dans le conducteur métallique supposé localement neutre.

17- Définir l'approximation des régimes quasi stationnaires (A.R.Q.S.). Montrer que dans ce cas le vecteur densité volumique de courant  $\vec{j}$  est solution de l'équation différentielle :

$$\Delta \vec{j} = \gamma_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{j}}{\partial t}.$$

18- En déduire la relation de dispersion :  $K_z^2 = f(\omega)$ . En justifiant qu'une seule solution est physiquement acceptable pour  $K_z$ , exprimer la solution retenue en fonction de  $\delta = \sqrt{\frac{2}{\gamma_0 \mu_0 \omega}}$ .

19- Ecrire l'expression de  $\vec{j}$  sous la forme complexe :  $\vec{j}(z,t) = \underline{j}(z) \exp(i\omega t) \vec{e}_x$ .

Exprimer alors l'amplitude  $j(z)$  et la phase  $\phi$  de  $\underline{j}(z)$ .

20- Préciser l'unité de  $\delta$  dans le système international. Calculer sa valeur pour le cuivre, éclairé en lumière visible de pulsation  $\omega \approx 10^{15} \text{ rad s}^{-1}$ . Représenter l'allure de la courbe  $j(z)$ .

De quel effet s'agit-il ?

### Modèle du conducteur parfait

On suppose maintenant que le conducteur occupant le demi espace ( $z \geq 0$ ) est parfait (figure 1-3).

21- Qu'appelle-t-on conducteur parfait ?

22- Ecrire les conditions aux limites vérifiées par les champs résultants électrique  $\vec{E}$  et magnétique  $\vec{B}$  à l'interface vide-conducteur parfait.

23- En déduire les expressions des champs électrique et magnétique de l'onde réfléchie  $\vec{E}_r$  et  $\vec{B}_r$ . Exprimer, en notation complexe, les champs électrique  $\vec{E} = \vec{E}_i + \vec{E}_r$  et magnétique  $\vec{B} = \vec{B}_i + \vec{B}_r$  de l'onde résultante ainsi que leurs expressions en notation réelle. Préciser la nature de cette onde.

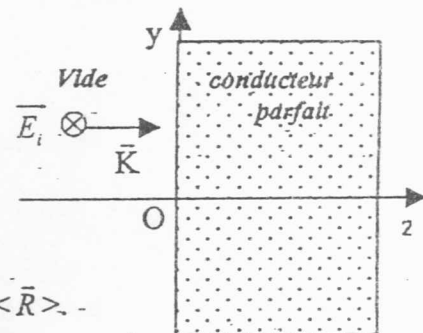


figure 1-3

24- Exprimer le vecteur de Poynting  $\vec{R}$  et calculer sa valeur moyenne  $\langle \vec{R} \rangle$ . Conclure.

25- Exprimer la densité surfacique de charge  $\sigma_s$  et le vecteur densité de courant surfacique  $\vec{j}_s$  qui apparaissent à la surface du conducteur.

26- L'onde électromagnétique exerce sur une surface  $ds$  du conducteur une force :

$$d\vec{F} = \frac{1}{2} (\sigma_s \vec{E} + \vec{j}_s \wedge \vec{B}) ds.$$

26-a- Proposer une explication de la présence du facteur  $\frac{1}{2}$  dans l'expression de  $d\vec{F}$ .

26-b- En déduire que l'onde exerce une pression de radiation  $p$  dont on donnera la valeur moyenne  $\langle p \rangle$  en fonction de la densité volumique moyenne d'énergie  $\langle e_i \rangle$  de l'onde incidente.

26-c- Calculer  $\langle p \rangle$  pour une onde incidente fournie par un laser de puissance moyenne  $\langle P_i \rangle = 3 \text{ mW}$  et dont la section droite est  $s = 0,4 \text{ mm}^2$ . La comparer à la pression atmosphérique.

Comment peut-on visualiser au laboratoire l'effet de cette pression de radiation ?

27- On place en  $z = -\lambda/2$  ( $\lambda = 2\pi/K$  étant la longueur d'onde) un 2<sup>ème</sup> conducteur parfait.

Sans faire de calcul, dire en le justifiant ce que constitue l'ensemble des deux conducteurs pour :

27-a- une onde en incidence normale;

27-b- une onde en incidence quelconque ( $i \neq 0$ ).

## PROBLEME 2

### Etude du phénomène de diffraction

#### PARTIE A : Diffraction par un miroir

Un miroir  $M$  est utilisé pour étudier la diffraction de la lumière. Pour cela, on considère un miroir plan rectangulaire, de centre  $O$ , de largeur  $a$  et de longueur  $b$  (figure 2-1).

Ce miroir est éclairé sous l'incidence  $i$  par un faisceau de lumière parallèle monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ . On s'intéresse à la figure de diffraction à l'infini dans la direction  $\theta$  (figure 2-2).

On prendra :  $a = 3\lambda$  et  $b \gg a$ .

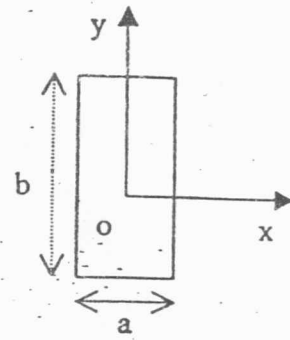


figure 2-1

- 1- Enoncer clairement le principe de Huygens-Fresnel.
- 2- Expliquer pourquoi il n'est pas nécessaire de tenir compte de la diffraction dans la direction  $oy$ .
- 3- Par application du principe de Huygens-Fresnel, montrer que l'intensité diffractée dans la direction  $\theta$  s'écrit :

$$I(u) = I_0 \left( \frac{\sin(\pi a \sigma u)}{\pi a \sigma u} \right)^2$$

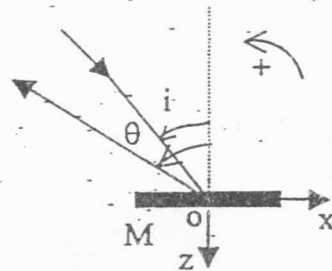


figure 2-2

avec:  $I_0$  l'intensité maximale,  $\sigma = 1/\lambda$  le nombre d'onde et  $u = \sin \theta + \sin i$ .

- 4- Représenter l'allure de la fonction  $I(u)$  en fonction de  $u$  tout en précisant les abscisses des minima nuls et des maxima secondaires.
- 5- Calculer le rapport  $(I / I_0)$  pour les deux premiers maxima secondaires. Commenter.
- 6- Afin d'observer la figure de diffraction par le miroir  $M$ , on réalise le montage de la figure 2-3:

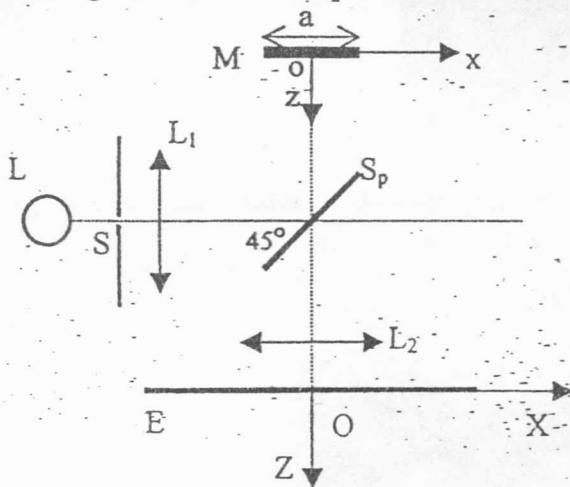


figure 2-3

$M$  étant le miroir étudié précédemment de largeur  $a$  et de longueur  $b \gg a$ .

$L$  : une lampe émettant une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$ .

$S$  : un trou percé dans un écran opaque et placé au foyer objet de la lentille convergente  $L_1$ . ( $S$ , éclairé par  $L$ , constitue une source ponctuelle).

$E$  : un écran placé au plan focal image d'une lentille convergente  $L_2$  de distance focale  $f$ .

$S_p$  : une lame semi-transparente, semi-réfléchissante, faisant un angle de  $45^\circ$  respectivement avec les axes de  $L_1$  et  $L_2$ .



6-a- Décrire, avec précision, ce qu'on observe sur l'écran E placé au plan focal image de la lentille convergente  $L_2$ . Tracer la courbe d'intensité  $I(X)$ ; X désigne l'abscisse d'un point M de l'écran suivant l'axe OX.

6-b- Quelles seront les modifications observées sur l'écran par :

- une translation de M de distance d suivant ox ?
- une rotation de M d'un angle  $\alpha$ , supposé très faible, autour de oy ? Faire un schéma clair.

### PARTIE B : Réseau par réflexion

Un réseau constitué par N miroirs plans identiques au miroir M, parallèles, coplanaires et régulièrement espacés de la distance h appelée pas du réseau (figure 2- 4).

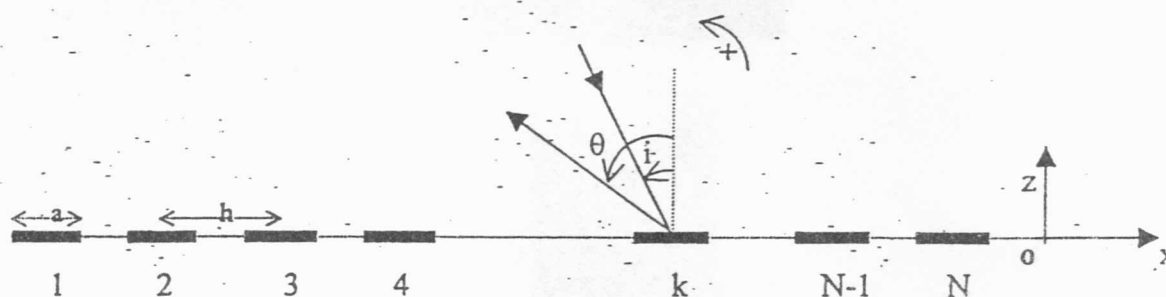


figure 2- 4

Ce réseau est éclairé sous l'incidence  $i \neq 0$  dans le plan xz par un faisceau de lumière parallèle monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  dans le vide.

7- Montrer, en le justifiant, que l'intensité de l'onde lumineuse diffractée à l'infini par le réseau dans la direction  $\theta$  est proportionnelle au produit  $F_1(\Phi) F_2(\varphi)$ , où :  $\Phi = \frac{a\pi u}{\lambda}$  et  $\varphi = \frac{h\pi u}{\lambda}$ .

8- Que représente la fonction  $F_1$  ? tracer la courbe  $F_1(u)$ .

9- Que représente la fonction  $F_2$  ? tracer la courbe  $F_2(u)$ , on prendra  $N = 6$ . Pour ce tracé combien a-t-on de maxima secondaires entre deux maxima principaux ? Montrer que leur intensité est de l'ordre  $\frac{1}{N^2}$ .

10- Dans la pratique N est très grand (quelques milliers), tracer dans ce cas l'allure de la courbe de l'intensité lumineuse  $I(u)$ . On prendra  $\frac{h}{a} = 4$ .

11- Le réseau est maintenant éclairé par une lampe L à vapeur de cadmium qui émet une radiation rouge de longueur d'onde  $\lambda = 634,8 \text{ nm}$ .

Soumise à un champ magnétique de 1 Tesla, cette lampe émet trois radiations de longueurs d'ondes  $\lambda$ ,  $\lambda + \Delta\lambda$  et  $\lambda - \Delta\lambda$ , avec :  $\Delta\lambda = 1,93 \cdot 10^{-2} \text{ nm}$  (effet Zeeman).

11-a- Calculer pour l'ordre d'interférence p, la variation  $\Delta u$  de u qui résulte de la variation  $\Delta\lambda$  de la longueur d'onde  $\lambda$ .

11-b- En se basant sur le critère de Rayleigh, exprimer le pouvoir de résolution théorique du réseau défini par :  $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ .

11-c- Déterminer l'ordre p pour lequel les radiations précédentes sont résolues.

On prendra :  $N = 2 \cdot 10^4$ .

Fin de l'épreuve