

Session : Concours :

Signature des
enseignants

Ne rien écrire ici

Epreuve de :

Nom : Prénoms :

Institution d'origine :

Identifiant :

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Série :

--	--	--	--

Total des doubles
feuilles remises



Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles de Formation d'Ingénieurs

Session : Concours :

Epreuve de :

Numéro de la double feuille	Total des doubles feuilles

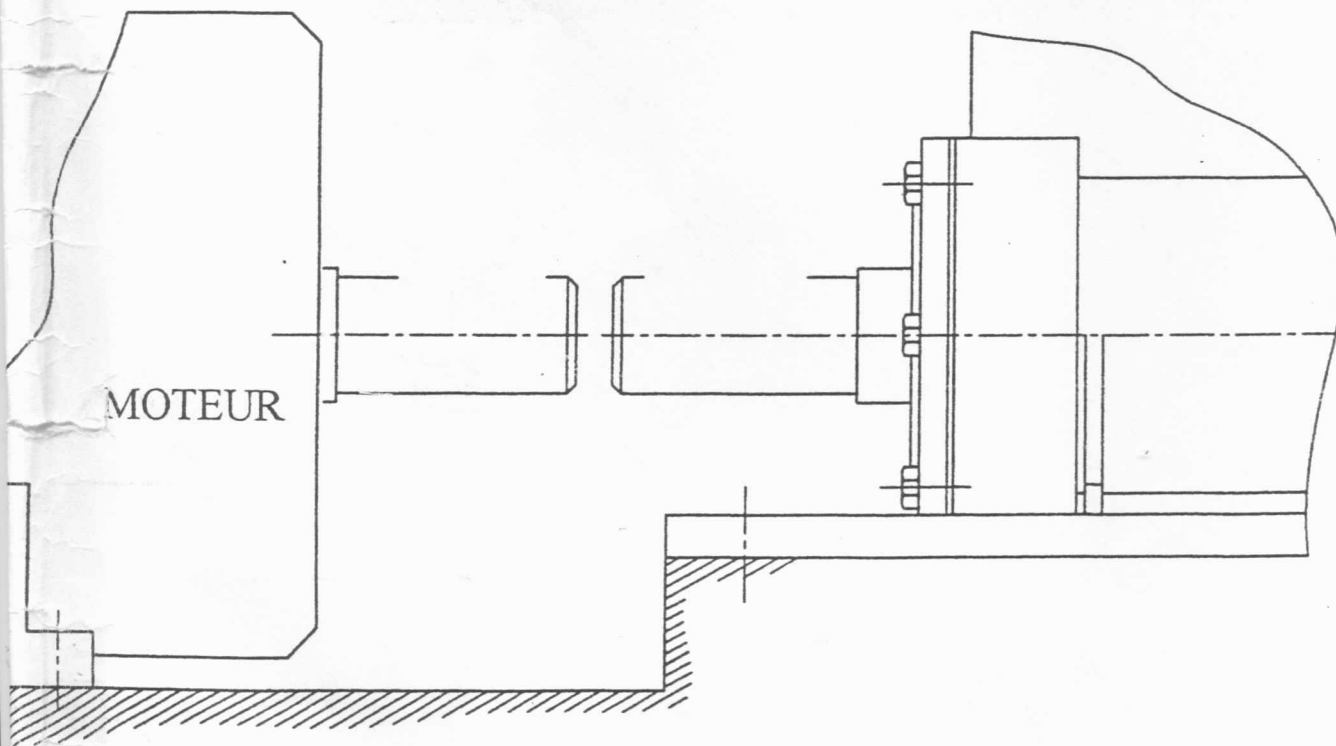


Plate-forme

Document 5

Ministère de l'Enseignement Supérieur

Document :

Concours Technologie : Epreuve STI

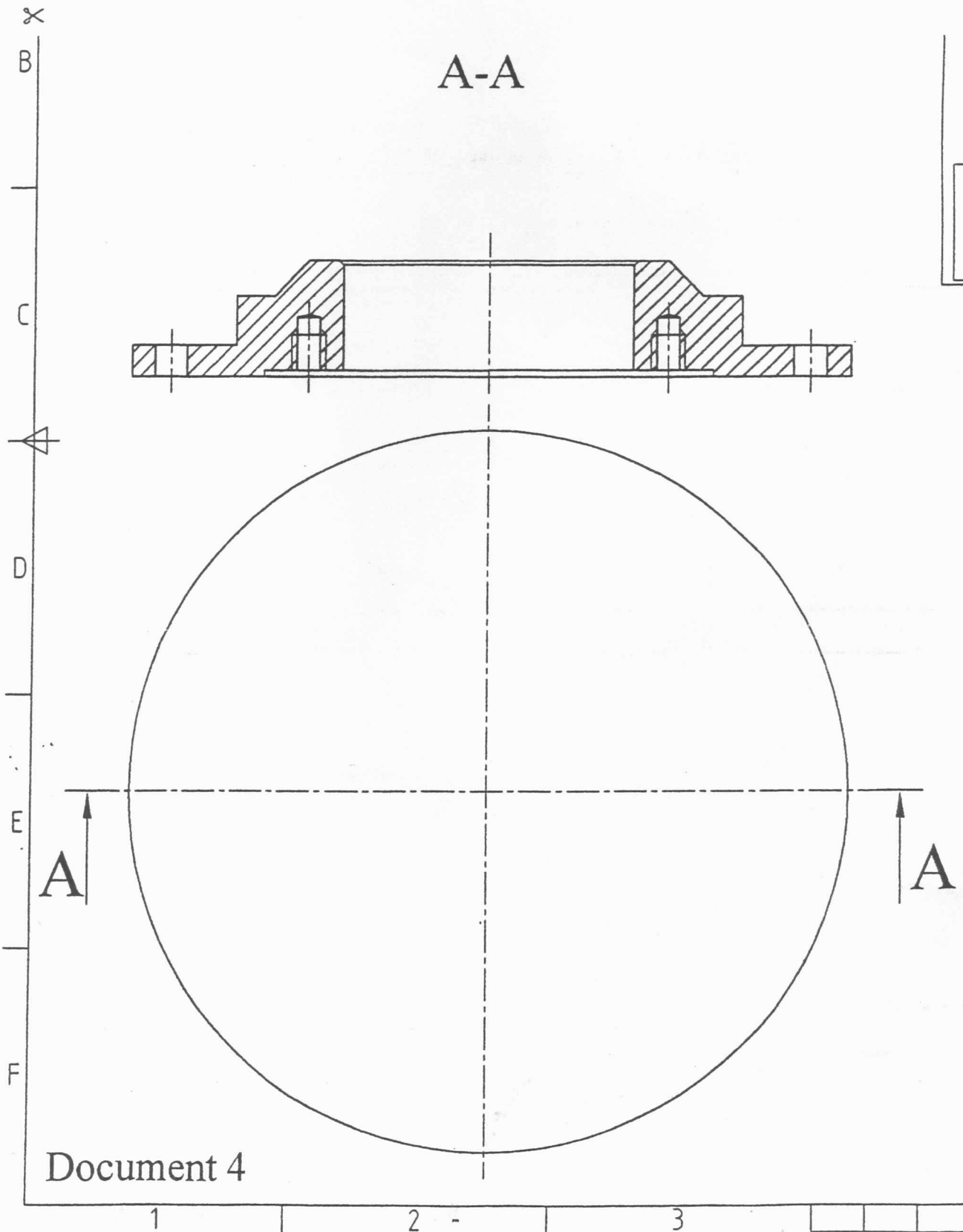


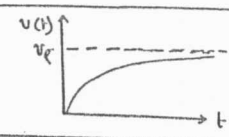
Ech : 2 : 5

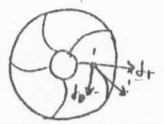
RADIOTELESCOPE
Conception

Date : 10/06/03

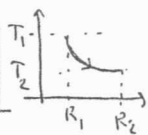
Ne rien écrire ici



$\vec{v}$ en s, temps moyen entre 2 chocs successifs ou temps caractéristique de régime transitoire	1
on a $\frac{d\vec{v}}{dt} = -m\vec{E}_0 - m\frac{\vec{v}}{\tau}$	1
$\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} = -\frac{e}{m}\vec{E}_0$	1
si $\vec{v}_{m0} = \vec{0}$ on aura $\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{e}{m}\vec{E}_0 \Rightarrow v(t) = -\frac{e}{m}E_0 t \xrightarrow{t \rightarrow \infty}$ modèle non relativiste.	1
à $t=0$, $\vec{E} = \vec{0}$ seule existe l'agitation thermique $\Rightarrow \langle \vec{v} \rangle = \vec{0}$. résolution $\vec{v}(t) = -\frac{e\tau}{m}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})\vec{E}_0$.	1
	0,5
$\vec{v}_e = -\frac{e\tau}{m}\vec{E}_0 = \mu\vec{E}_0$, $\mu = -\frac{e\tau}{m}$.	1
En régime permanent, $\vec{v} = \vec{v}_e$ et $\vec{j} = -ne\vec{v}_e$ $\vec{j} = \frac{ne^2\tau}{m}\vec{E}_0$	1
à partir de $\vec{j} = \sigma_0\vec{E}_0 \Rightarrow \sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m}$	1
Application $n = \frac{8}{H} \text{ cm}^{-3} = 848,7 \cdot 10^{26} \text{ cm}^{-3}$ $\sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m}$ $\tau = \frac{\sigma_0 \cdot m}{ne^2} = \frac{\sigma_0 \cdot m}{ne^2} = 2,46 \cdot 10^{-14} \text{ s}$ au bout de $t = 2\tau$, $v = 0,87 v_e$. le régime permanent est atteint au bout de quelques ns (très rapidement).	1

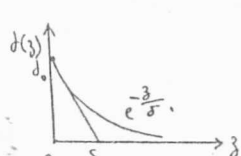
$\vec{j} \cdot \vec{dr}$ $\Rightarrow$ les lignes de courant s'incurvent.	1
	1
En remplaçant σ_0 par $\sigma = \frac{\sigma_0}{1 + \mu^2 B_0^2}$ on aura $R_B = \frac{\log \frac{R_2}{R_1}}{2\pi \sigma_0 h} (1 + \mu^2 B_0^2)$ $R_B = R(1 + \mu^2 B_0^2)$	1
$\frac{R_B - R}{R} = \mu^2 B_0^2$ A.N $\left\{ \begin{array}{l} B_0 = 1 \text{ T} \\ \mu^2 = \left(\frac{e\tau}{m}\right)^2 \approx 9 \cdot 10^{-6} \frac{\text{C}^2 \text{s}^2}{\text{kg}^2} \end{array} \right.$ conclusion: $\frac{R_B - R}{R} \approx 9 \cdot 10^{-6} \ll 1$, l'influence de B sur la résistance R est négligeable et $R_B \approx R$, est une bonne approximation bien pour B les, inférieure (40 Tesla).	1
Conduction thermique. $\vec{j} \cdot \vec{dr} = -\lambda \text{ grad } T$ $\left\{ \begin{array}{l} \lambda \text{ en } \text{W m}^{-1} \text{K}^{-1} \\ \lambda \text{ en } \text{W m}^{-1} \text{K}^{-1} \end{array} \right.$	1
Bilan 1 ^{er} principe: $\Delta U = W + Q$ $\oint \vec{j} \cdot \vec{dr} = \oint -\lambda \text{ grad } T \cdot \vec{dr} = -\lambda \oint \text{grad } T \cdot \vec{dr}$ $\text{div } \vec{j} = -\lambda \frac{dT}{dr}$	2

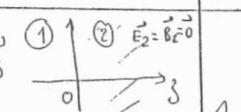
PARTIE B) Résistance électrique - Effet de magnéto-résistance. Symétrie cylindrique $\Rightarrow \vec{j} = j(r)\vec{e}_r$, $j(r) = \frac{I}{2\pi r h}$ $\vec{E} = \frac{I}{\sigma_0 2\pi r h} \vec{e}_r$ $U = V_1 - V_2 = \frac{I}{\sigma_0 2\pi h} \log \frac{R_2}{R_1} = RI$ $R = \frac{\log \frac{R_2}{R_1}}{\sigma_0 2\pi h}$	2
$\frac{dP}{dz} = \vec{j} \cdot \vec{E} = \frac{I^2}{\sigma_0 4\pi^2 h^2 r^2}$ $P = \int_{\text{cyl}} \frac{dP}{dz} dz = \int_{R_1}^{R_2} \frac{I^2}{\sigma_0 4\pi^2 h^2 r^2} \cdot 2\pi r h dr$ $= \frac{I^2}{\sigma_0 2\pi h} \log \frac{R_2}{R_1} = RI^2$ $\Rightarrow R = \frac{\log \frac{R_2}{R_1}}{\sigma_0 2\pi h}$	2
a) RFD $\Rightarrow m \frac{d\vec{v}}{dt} = -m\tau(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}_0) - m\tau \frac{\vec{v}}{\tau}$ $\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} = -\tau(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}_0)$ régime permanent $\frac{d\vec{v}}{dt} = 0 \Rightarrow \vec{v} = -\frac{\tau}{m}(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}_0)$ $\vec{j} = -ne\vec{v} = \sigma_0 \vec{E} + \mu \vec{j} \wedge \vec{B}_0$ $= \sigma_0 E_0 \vec{e}_r + \mu \left \begin{array}{l} j_\theta \\ j_z \end{array} \right \begin{array}{l} \vec{e}_\theta \\ \vec{e}_z \end{array} = (\sigma_0 E_0 + \mu j_\theta B_0) \vec{e}_r + (-\mu j_z B_0) \vec{e}_\theta$ $\vec{j} = (\sigma_0 E_0 + \mu j_\theta B_0) \vec{e}_r + (-\mu j_z B_0) \vec{e}_\theta$ (1) (2) $\Rightarrow \vec{j} = \frac{\sigma_0 E_0}{1 + \mu^2 B_0^2} \vec{e}_r - \frac{\mu B_0}{1 + \mu^2 B_0^2} j_z \vec{e}_\theta$	3

En régime permanent $\frac{\partial T}{\partial t} = 0 \Rightarrow \Delta T = 0$. En coord. cylindriques $\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \frac{\partial T}{\partial r}) = 0$. $r \frac{\partial T}{\partial r} = C_1$ $dT = C_1 \frac{dr}{r} \Rightarrow T(r) = C_1 \log r + C_2$ $r = R_1 \Rightarrow T_1 = C_1 \log R_1 + C_2$ $r = R_2 \Rightarrow T_2 = C_1 \log R_2 + C_2 \Rightarrow T_1 - T_2 = C_1 \log \frac{R_1}{R_2}$ $C_1 = \frac{T_1 - T_2}{\log \frac{R_1}{R_2}}$ $r = R_2$ $T_2 = \frac{T_1 - T_2}{\log \frac{R_1}{R_2}} \log R_2 + C_2 \Rightarrow C_2 = T_2 - C_1 \log R_2$ $T(r) = C_1 \log r + T_2 - C_1 \log R_2$ $\frac{T(r) - T_2}{T_1 - T_2} = \frac{\log \frac{r}{R_2}}{\log \frac{R_1}{R_2}}$ 	2
$P_{th} = \vec{j} \cdot \vec{H} \cdot \vec{S}$ avec $\left\{ \begin{array}{l} \vec{j} = -\lambda \text{ grad } T = -\lambda \frac{T_1 - T_2}{\log \frac{R_1}{R_2}} \frac{1}{r} \vec{e}_r \\ \vec{S} = 2\pi r h \vec{e}_r \end{array} \right.$ $P_{th} = -\frac{2\pi \lambda h}{\log \frac{R_1}{R_2}} (T_1 - T_2) = \frac{T_1 - T_2}{R_{th}}$ $R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{P_{th}}$ $R_{th} = \frac{\log \frac{R_2}{R_1}}{2\pi \lambda h}$	2

Partie D Action d'un on sur un conducteur. a) $\vec{E} = E_0 \exp i(\omega t - Kz) \vec{e}_x$ o.p.p.c. monochromatique et propagant suivant $\vec{e}_z$ à la vitesse c polarisation rectiligne suivant $\vec{e}_x$. avec $\vec{B} = \vec{e}_z \wedge \frac{\vec{E}}{c} \vec{e}_x = \frac{E_0}{c} \exp i(\omega t - Kz) \vec{e}_y$.	2
b) $\vec{F}_e = q \vec{E}_t$ $\vec{F}_m = q \vec{v} \wedge \vec{B}_t$ } $\Rightarrow \frac{F_m}{F_e} \sim \frac{v}{c} \ll 1 \Rightarrow F_m \ll F_e$.	1
5) $\vec{E}_t$ sinusoïdal $\Rightarrow$ En régime sinusoïdal forcé, $\vec{v}$ sinusoïdal de même pulsation ω. R.F.D $\Rightarrow$ avec $F_m \ll F_e$. $m m \frac{d\vec{v}}{dt} = -m e \vec{E}_t - m m \frac{\vec{v}}{\tau}$ $\frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{e}{m} \vec{E}_t - \frac{\vec{v}}{\tau}$ $\frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\vec{v}}{\tau} = -\frac{e}{m} \vec{E}_t$ $i\omega \vec{v} + \frac{\vec{v}}{\tau} = -\frac{e}{m} \vec{E}_t$ $(i\omega\tau + 1) \frac{\vec{v}}{\tau} = -\frac{e}{m} \vec{E}_t$ $\vec{v} = -\frac{e\tau}{m(1+i\omega\tau)} \vec{E}_t$ $\vec{J} = -n e \vec{v} = \frac{\gamma_0}{1+i\omega\tau} \vec{E}_t = \gamma \vec{E}_t$ $\gamma = \frac{\gamma_0}{1+i\omega\tau}$ $\gamma \approx \gamma_0$ pour $\omega\tau \ll 1 \Rightarrow \omega \ll \frac{1}{\tau} \sim 10^9 \text{ rad s}^{-1}$ $\Rightarrow f \sim \text{MHz}$.	2

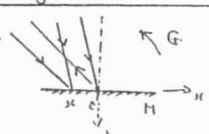
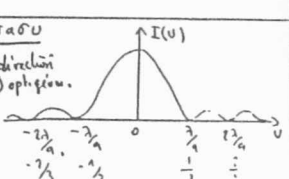
16) H.G: $\text{div } \vec{E} = 0$ H.F: $\text{rot } \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ H. ϕ $\text{div } \vec{B} = 0$ H.A: $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	1
17) ARQS $\vec{J}_0 = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \ll \vec{J} = \gamma_0 \vec{E}$. et H.A: $\text{rot } \vec{B} = \mu_0 \vec{J} = \mu_0 \gamma_0 \vec{E}$. $\text{rot}(\text{rot } \vec{E}) = \text{grad div } \vec{E} - \Delta \vec{E} = -\Delta \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}$. avec $\vec{J} = \gamma_0 \vec{E} \Rightarrow \Delta \vec{J} = \gamma_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t}$	1
18) avec $\begin{cases} \Delta \rightarrow -K^2 \\ \frac{\partial}{\partial t} \rightarrow i\omega \end{cases} \Rightarrow -K^2 \vec{J} = i\omega \gamma_0 \mu_0 \vec{J}$ $K^2 = -i\omega \gamma_0 \mu_0$ $K_t = \pm \sqrt{\gamma_0 \mu_0 \omega} e^{-i\frac{\pi}{4}}$ $= \pm \sqrt{\gamma_0 \mu_0 \omega} \left(\frac{1-i}{\sqrt{2}} \right) = \pm \frac{1-i}{\delta}$ la solution: $K_t = -\frac{1-i}{\delta} \Rightarrow \vec{E}_t = \frac{E_0}{\delta} e^{\frac{\gamma}{\delta} i(\omega t + \frac{z}{\delta})} \vec{e}_x$ (propagation selon $-\vec{e}_z$) à l'extérieur: $K_t = \frac{1-i}{\delta} \Rightarrow \vec{E}_t = E_0 e^{-\frac{\gamma}{\delta} i(\omega t - \frac{z}{\delta})} \vec{e}_x$ (à l'intérieur)	2

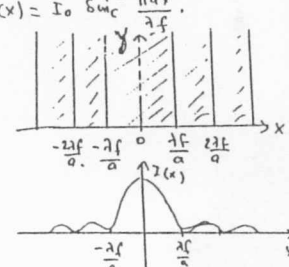
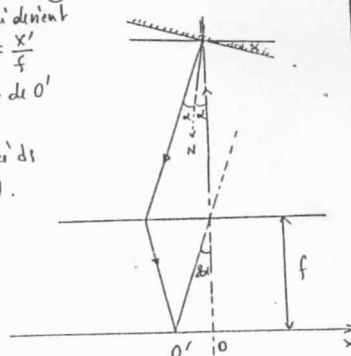
page (7)	page (7)
1) $\vec{J}(z,t) = \gamma_0 \vec{E}_t = \gamma_0 E_0 e^{-\frac{z}{\delta}} e^{i(\omega t - \frac{z}{\delta})} \vec{e}_x$ $= \gamma_0 E_0 e^{-\frac{z}{\delta}} e^{-i\frac{z}{\delta}} e^{i\omega t} \vec{e}_x$ amplit. $\gamma(z) = \gamma_0 e^{-\frac{z}{\delta}}$ phase $\phi = -\frac{z}{\delta}$	1
$\gamma = \frac{\gamma_0}{\delta}$ Sans dimension $\Rightarrow [\delta] = L$ longueur en m. $\delta = \sqrt{\frac{2}{\gamma_0 \mu_0 \omega}} = \sqrt{\frac{2}{5,88 \cdot 10^7 \cdot 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^9}} \approx 10^{-7} \text{ m} < \mu\text{m}$  Effet de peau.	1

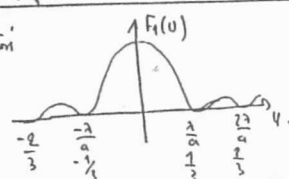
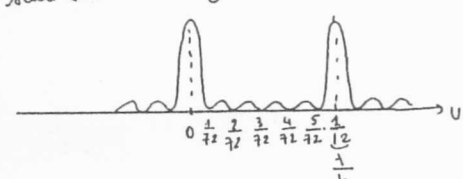
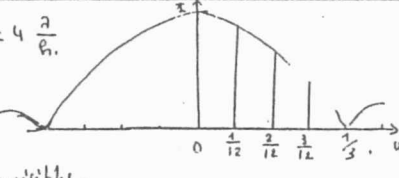
MODÈLE DU CONDUCTEUR PARFAIT. 1 conducteur parfait $\sigma \rightarrow \infty$, conductivité infinie.	1
2) c.l. $\begin{cases} (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \cdot \vec{n}_{12} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \\ (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \cdot \vec{n}_{12} = 0 \end{cases} \Rightarrow \vec{n}_{12} = \vec{e}_y$ $\omega \gamma = 0$ $\begin{cases} E_0 + E_r = 0 \\ -(\vec{B}_i + \vec{B}_r) = \mu_0 \vec{J}_s \wedge \vec{e}_y \end{cases}$ 	1

page (8)	page (8)
23) $\vec{E}_r = -E_0 e^{i(\omega t + Kz)} \vec{e}_x$ aléatoire: $\vec{B}_r = \frac{\vec{K} \wedge \vec{E}_r}{\omega} = -\vec{e}_z \wedge -\frac{E_0}{c} e^{i(\omega t + Kz)} \vec{e}_x = \frac{E_0}{c} e^{i(\omega t + Kz)} \vec{e}_y$ $\vec{B}_r = \frac{E_0}{c} e^{i(\omega t + Kz)} \vec{e}_y$ $\vec{E} = \vec{E}_i + \vec{E}_r = E_0 [e^{iKz} - e^{-iKz}] e^{i\omega t} \vec{e}_x$ $\vec{E} = -2i E_0 \sin(Kz) e^{i\omega t} \vec{e}_x$ $\vec{E} = 2 E_0 \sin(Kz) \sin(\omega t) \vec{e}_x$ De même $\vec{B} = \vec{B}_i + \vec{B}_r = \frac{E_0}{c} [e^{-iKz} + e^{iKz}] e^{i\omega t} \vec{e}_y$ $\vec{B} = 2 \frac{E_0}{c} \cos(Kz) \cos(\omega t) \vec{e}_y$ variables espace (z) et temps (t) séparées $\Rightarrow$ onde stationnaire.	2
24) $\vec{R} = \vec{E} \wedge \frac{\vec{B}}{\mu_0} = 4 \frac{E_0^2}{\mu_0 c} \sin(Kz) \cos(Kz) \sin(\omega t) \cos(\omega t) \vec{e}_y$ $\langle \vec{R} \rangle = 0$, il n'y a pas en moyenne propagation d'énergie.	1
25) d'après c.l. $\Rightarrow \vec{B} = \mu_0 \vec{J}_s \wedge (-\vec{e}_y)$ $\omega \gamma = 0$ $\left \vec{B}(z=0) \right = \mu_0 \left \frac{dJ_x}{dz} \right = \mu_0 \left \frac{dJ_x}{dz} \right _{z=0} = \mu_0 \left \frac{dJ_x}{dz} \right _{z=0} = \mu_0 \left \frac{dJ_x}{dz} \right _{z=0} = \mu_0 \left \frac{dJ_x}{dz} \right _{z=0}$ $\vec{J} = \frac{2 E_0}{\mu_0 c} \cos(\omega t) \vec{e}_x$	1

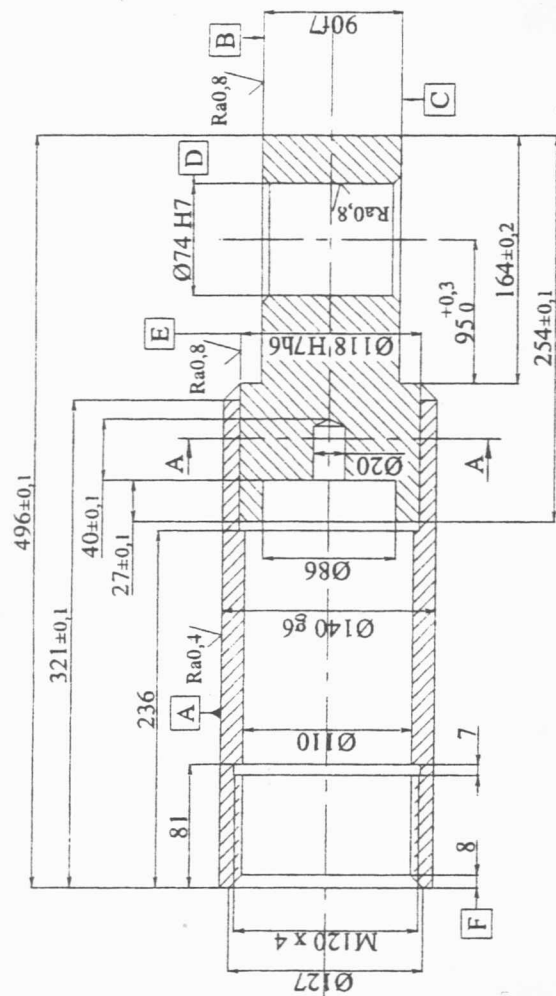
26	l'élément de du conducteur subit l'action du champ extérieur. donc l'action du champ total diminue de celui qui agit sur ds lui-même ce qui justifie le facteur $\frac{1}{2}$ de l'expression de $d\vec{F}$.	1
b	avec $\vec{v}_s = 0$, la force subit par l'élément ds est: $d\vec{F} = d\vec{s} \times d\vec{v} \times \vec{B} \wedge \frac{\mu_0}{2} \vec{e}_y$ $d\vec{F} = \frac{1}{2} (d\vec{s} \wedge \vec{B}) ds$ la pression: $p = \frac{\ d\vec{F}\ }{ds}$ avec $B(z=0) = \mu_0 j_s$ $p = \frac{\mu_0 j_s^2}{2} = \frac{1}{2} \frac{E_0^2}{\mu_0 c^2} (\cos^2 \omega t)$ en moyenne $\langle p \rangle = \frac{\epsilon_0 E_0^2}{2}$ $\langle p \rangle = 2 \langle \epsilon \rangle$	2
c	pour une onde plane: $\langle \vec{R} \rangle = c \langle \epsilon \rangle$; $\langle P_i \rangle = c \langle \epsilon \rangle S$ puissance moyenne. $\Rightarrow \langle \epsilon \rangle = \frac{\langle P_i \rangle}{cS}$ $p = \frac{2 \langle P_i \rangle}{cS} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ Pa} \ll P_{atmosphère}$ on ne peut la visualiser qui sous vide poussé ou hors atmosphère.	1
27	en $z = -\frac{\lambda}{2}$ { nous pour $\vec{E}$ } { ventre pour $\vec{B}$ } les c.l. ne sont pas perturbées par la présence du 2 ^e conducteur.	2
a	en incidence normale: cavité résonante.	
b	$l \neq 0$: guide d'onde.	

(10) Problème 2 PARTIE A		
1	énoncé correct et détaillé exigé.	2
2	b) a donc pas de diffraction suivant oy	1
3	$\delta = x(\sin \alpha + \sin \theta)$ $dA = \alpha S_0 e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \delta} b dx$ $A = \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} dA$ $A = \alpha S_0 b a \text{sinc} \left(\frac{\pi a (\sin \alpha + \sin \theta)}{\lambda} \right)$ $= \alpha S_0 b a \text{sinc} (\pi a \sin \theta)$ $I = \frac{A^2}{A_0^2} = I_0 \text{sinc}^2 (\pi a \sin \theta)$ 	2
4	max principal avec $\varphi = \pi a \sin \theta$ $u = 0$ et $I = I_0$ soit dans la direction $(\theta = 0)$ optique. min. nulli $\frac{\pi a u}{\lambda} = k\pi \Rightarrow u = k \frac{\lambda}{a}$ max. second. sol. de $\tan \varphi = \varphi \Rightarrow \varphi = (k + \frac{1}{2}) \frac{\pi}{2} = \frac{\pi a u}{\lambda}$ $u_{k1} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2a}$ 	2
5	1 ^{er} max. second: $k' = 1 \Rightarrow \varphi = \frac{3\pi}{2}$ $I_1 = I_0 \left(\frac{1}{3} \right)^2$ $\frac{I_1}{I_0} = \frac{1}{9} \approx 0.11$ 2 ^{er} max. second $k' = 2$ $\frac{I_2}{I_0} = \frac{1}{25} \approx 0.04$ Donc $\frac{1}{4}$ d'énergie est concentrée dans la frange centrale laquelle est de largeur double.	2

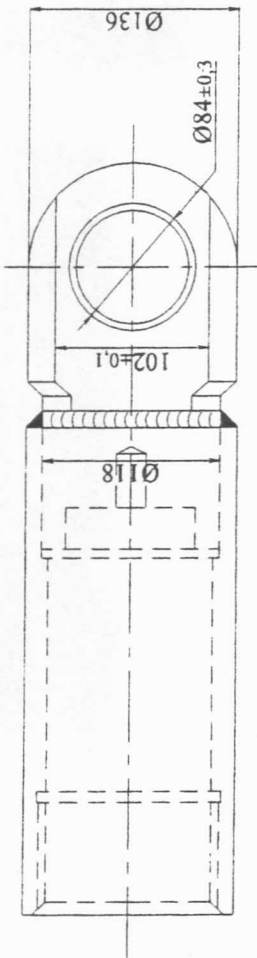
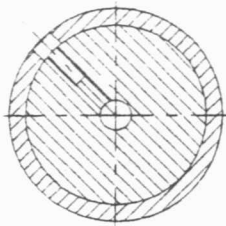
28	On observe une fig. de diff. par un réseau donc des franges rectilignes parallèles à oy alternativement sombres et brillantes, la frange centrale est 2 fois plus large et beaucoup plus brillante que les autres en $x=0$ (c'est-à-dire $\theta=0$).	2
a	avec $u = \sin \theta = \frac{x}{f}$, $I(x) = I_0 \text{sinc}^2 \left(\frac{\pi x}{\lambda f} \right)$ 	2
b	- une translation de H n'entraîne aucune modification - une rotation de α petit autour de oy entraîne une translation en bloc de la fig. de diffraction qui devient centrée en θ' tq $\sin \theta' = \alpha = \frac{x'}{f}$ $x' = 2\alpha f$ abscisse de O' (la lentille L_2 étant utilisée dans les conditions de Gauss). 	3

PARTIE B		
7	$I = I_0 \text{sinc}^2 \left(\frac{\pi a u}{\lambda} \right) \left(\frac{\sin \left(\frac{N \pi h u}{\lambda} \right)}{N \sin \left(\frac{\pi h u}{\lambda} \right)} \right)^2$	3
8	$F_1 = \text{sinc}^2 \left(\frac{\pi a u}{\lambda} \right)$ fonction de diffraction F_1 s'obtient seule de l'étude de la diffraction 	1
9	$F_2 = \left(\frac{\sin \left(\frac{N \pi h u}{\lambda} \right)}{N \sin \left(\frac{\pi h u}{\lambda} \right)} \right)^2$ fonction d'interférence. s'obtient seule de l'étude de l'interférence.  minima nuls: $\left\{ \begin{array}{l} N \frac{\pi h u}{\lambda} = p\pi, p \in \mathbb{Z} \Rightarrow u = p \cdot \frac{\lambda}{N h} = p \cdot \frac{\lambda}{N 4a} = p \cdot \frac{1}{12 N} \\ p \neq kN \end{array} \right.$ on compte $\left\{ \begin{array}{l} (N-1) \text{ min. nuls} = 5 \\ (N-1) \text{ max. second.} = 4 \end{array} \right., \quad I \propto \frac{1}{N^2 \sin^2 \left(\frac{\pi h u}{\lambda} \right)} \sim \frac{1}{N^2}$	1
10	$\frac{h}{a} = 4 \Rightarrow \frac{\lambda}{a} = 4 \frac{\lambda}{h}$ quand N augmente les franges deviennent plus fines de largeur $2 \left(\frac{\lambda}{N h} \right)$ et les max. second. inutilisables. 	

de question	page	var time
(11) a)	ordre p correspond $\delta = p\lambda = h\nu$ $u = p \frac{\lambda}{h}$ $du = \frac{p}{h} d\lambda \dots$ $\Delta U = \frac{p}{h} \Delta \lambda$	2
(b)	critère de Rayleigh. $\Delta U = \frac{\lambda}{Nh} = \frac{p}{h} \Delta \lambda$ $R = \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = pN$	2
(c)	$\lambda = 634,8 \text{ nm}$ $\Delta \lambda = 1,93 \cdot 10^{-2} \text{ nm}$ $\left. \begin{array}{l} \lambda = 634,8 \text{ nm} \\ \Delta \lambda = 1,93 \cdot 10^{-2} \text{ nm} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\lambda}{\Delta \lambda} = \frac{634,8 \cdot 10^2}{1,93} = 32891$ $R = 2 \cdot 10^4$ $\left. \begin{array}{l} p=1 \\ p=2 \end{array} \right\} R = 2 \cdot 10^4 < \frac{\lambda}{\Delta \lambda} \cdot \text{non résolu}$ $\text{pour } \left\{ \begin{array}{l} p=2 \\ p=4 \end{array} \right. , R = 4 \cdot 10^4 > \frac{\lambda}{\Delta \lambda} \Rightarrow \text{résolution}$	2



A-A



$\begin{matrix} -0,036 \\ \text{Ø90 f7} = 90 \\ -0,071 \end{matrix}$

$\begin{matrix} +0,03 \\ \text{Ø74 H7} = 74 \\ -0 \end{matrix}$

$\begin{matrix} +0 \\ \text{Ø118 h6} = 118 \\ -0,022 \end{matrix}$

$\begin{matrix} +0,035 \\ \text{Ø118 H7} = 118 \\ -0 \end{matrix}$

$\begin{matrix} -0,014 \\ \text{Ø140 g6} = 140 \\ -0,039 \end{matrix}$

Rugosité générale : $Ra=3,2 \mu m$
Tolérance générale : $IT=\pm 0,3$

Ministère de l'Enseignement Supérieur
Concours Technologie : Epreuve STI

Document 2

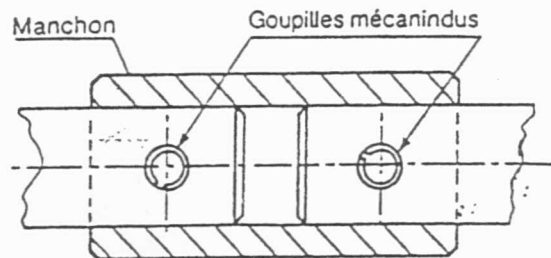
RADIOTELESCOPE
TIGE



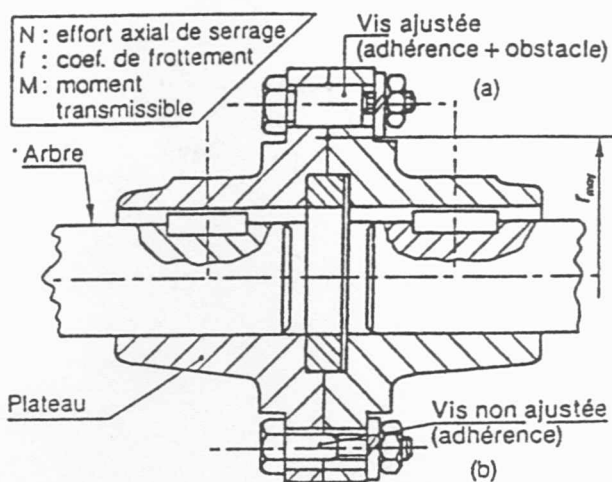
Ech 15

Date 10/06/03

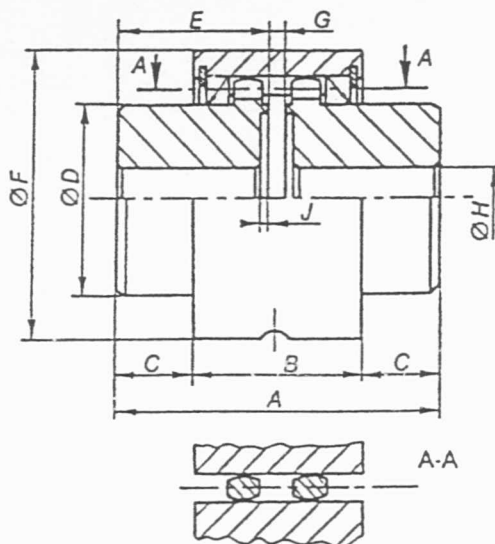
8



— Manchon d'accouplement.



— Accouplement à plateaux.



Type	Moment daN.m	A	B	C	D	E	F	G	H max	J
MD28	18	93	45	24	42	45	70	3	28	2
MD38	28	103	62	20,5	55	50	85	3	38	2
MD45	72	123	64	29,5	64	60	100	3	45	3
MD55	180	134	70	32	80	65	120	4	55	3
MD65	290	154	78	38	95	75	140	4	65	3
MD85	500	155	92	39,5	122	75	175	5	85	3
MD100	860	196	98	49	145	95	195	6	100	3

Accouplement

Couple nominal daN.m	A
0,25	45
1	58
2	84
4	115

Couple nominal daN.m	Vitesse Ntr/mn
0,25	10000
1	9000
2	7000
4	4000

Accouplement

Couple nominal daN.m	A	F
3	80	8
5	100	10
8	115	12
12	125	14
16	150	15
52	200	20
90	250	25

Couple nominal daN.m	N tr/mn
3	7000
5	6500
8	6000
12	5500
16	5500
52	4500
90	4000

ents « Miniflex ».

Cotes en mm

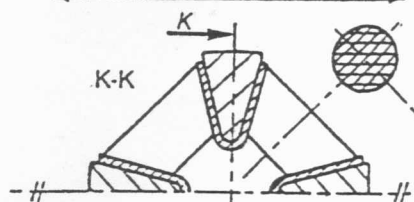
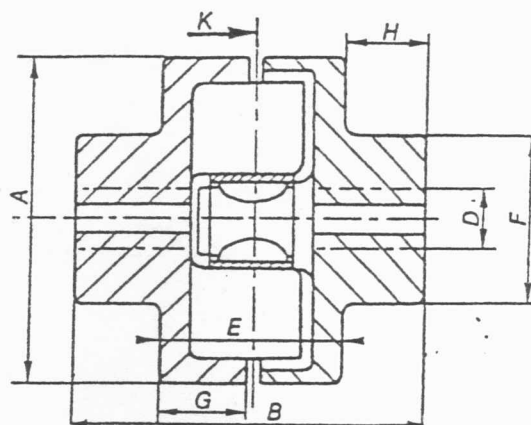
B	D	E	F	G	H
41	14	21	28	9,5	14
61	19	31	36	14,5	20
88	28	40	52	18	30
116	38	51	62	22,5	40

θ_a	K_x	K_y	K_z	K_a	Masse fonte
25	0,4	2	0,01	0,01	0,25
33	1,3	5	0,03	0,06	0,60
20	1,5	10	0,10	0,1	1,50
16	2,5	12	0,25	0,2	3,50

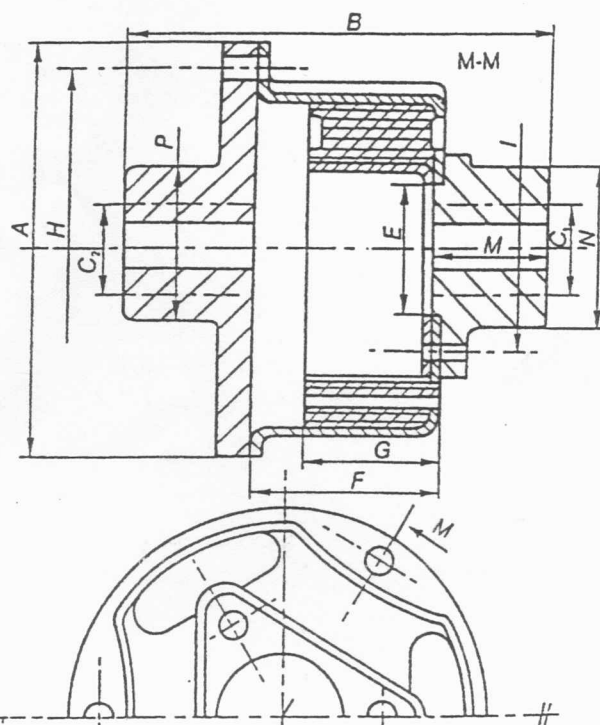
ents « Cardaflex »⁽¹⁾ :

C_1	C_2	E	F	G	H	I	N	P
16	24	24	32	26	68	30	26	40
19	28	30	40	28	86	52	32	45
20	30	30	45	35	100	52	34	50
25	36	36	50	35	108	64	40	55
32	42	42	55	43	130	76	49	60
42	56	56	73	57	175	100	67	80
55	70	70	90	72	225	127	86	100

θ_a	K_x	K_y	K_z	K_a	Masse fonte
30°	30	100	0,5	0,2	0,4
7°	16	65	0,7	0,2	0,7
5°	30	90	1,5	0,2	1
3°	25	80	1,5	0,4	1,2
2°	22	90	3	0,8	2
°	40	150	7	2	5
°	55	200	14	4,5	10



— Accouplement "Miniflex."



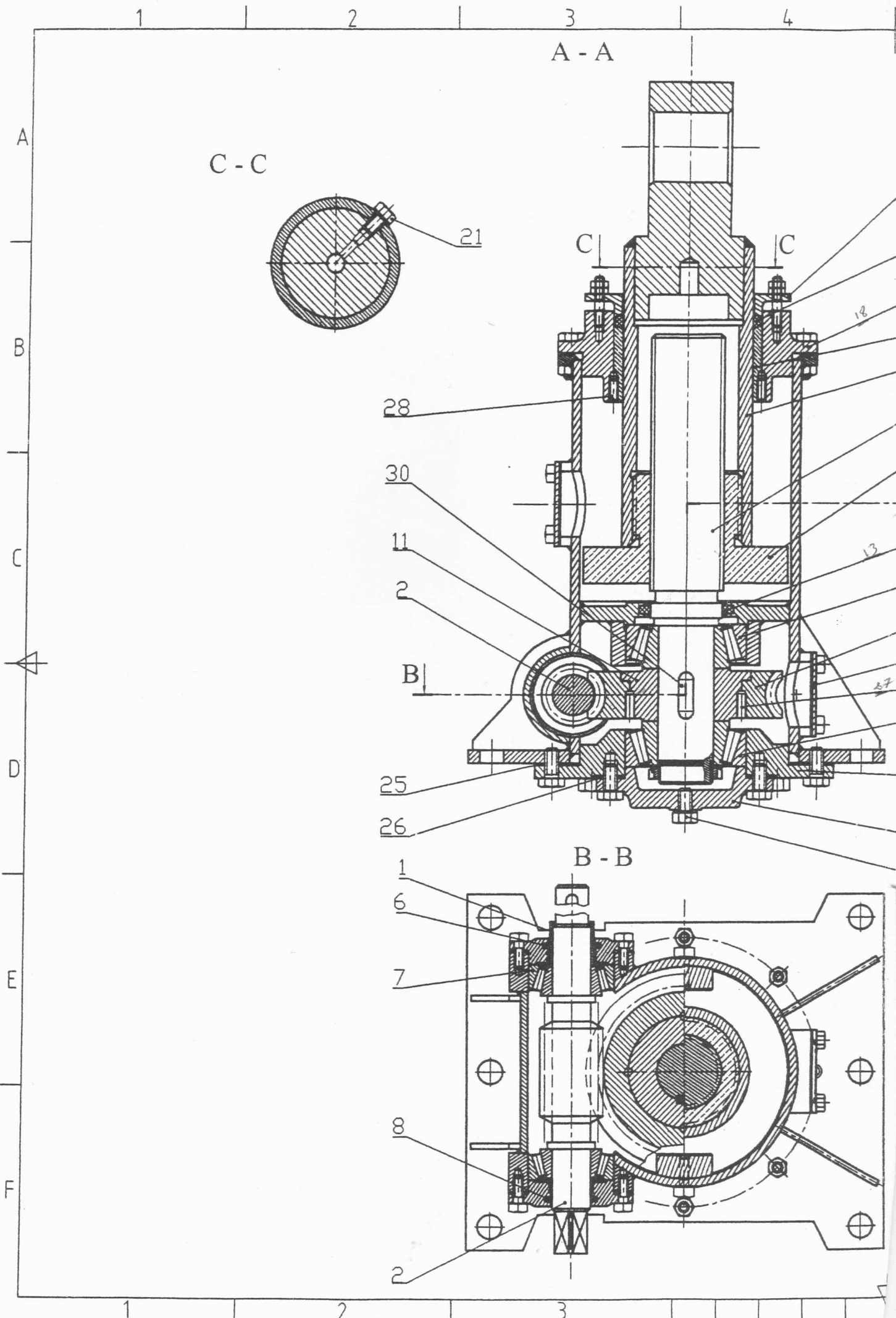
Ministère de l'Enseignement Supérieur

Document : 3

Concours Technologie : Epreuve STI

RADIOTELESCOPE
DOCUMENTS-TECHNIQUES

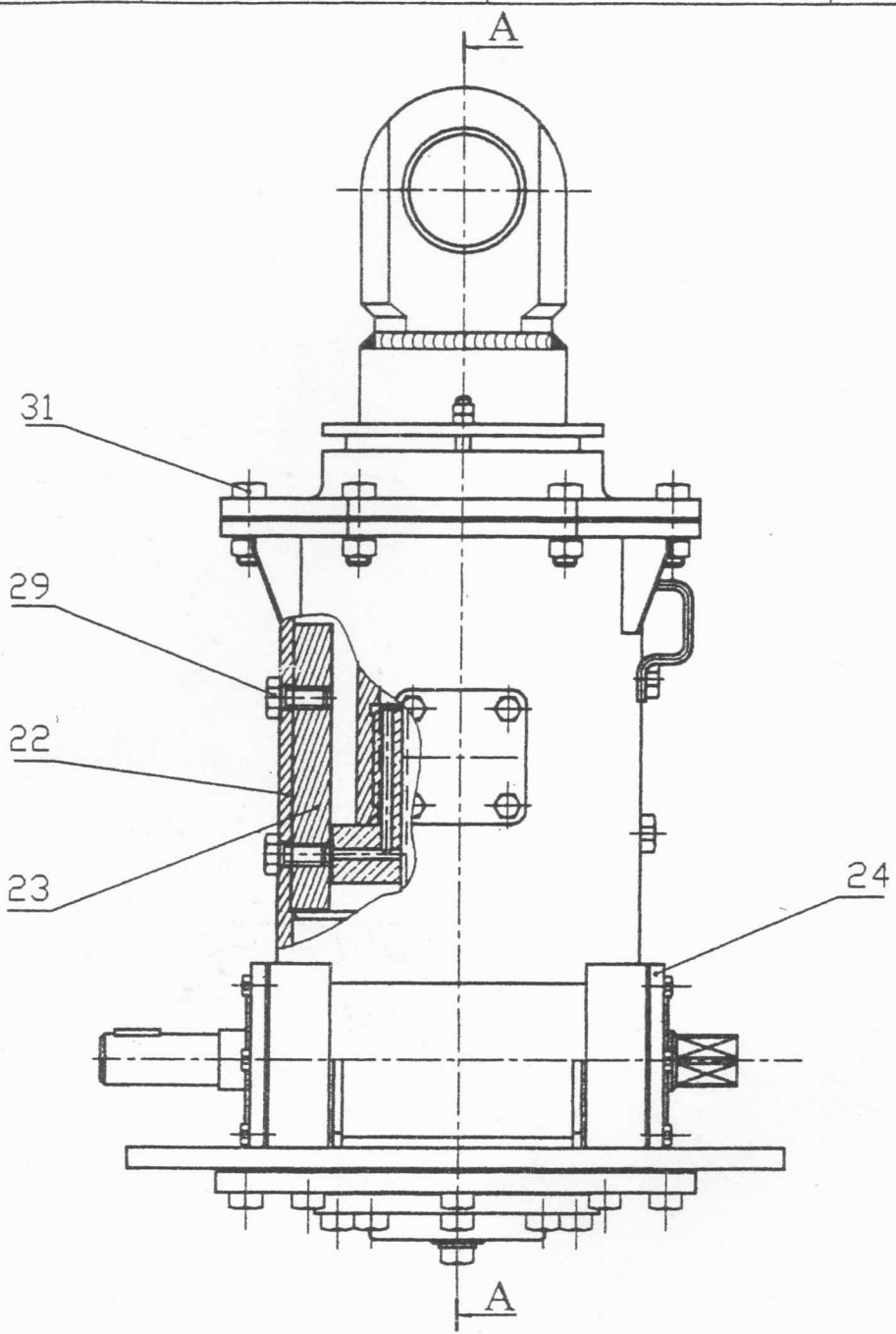
Date : 10/06/03

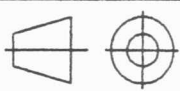


20
19
18
17
16
15
14
13
12
11
10
9
8
7
6
5
4
3

A
B
C
D
E

F



Ministère de l'Enseignement Supérieur		Document : 1
Concours Technologie : Epreuve STI		
 Ech : 1 : 5	RADIOTELESCOPE VERIN ELECTROMECHANIQUE	Date : 10/06/03

6 7 8

Session : Concours :

Ne rien écrire ici

Epreuve de :

Nom : Prénom (s) :

Institution d'origine :

Identification : Série :

Numéro de la double feuille	Total des doubles feuilles



Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles de Formation d'Ingénieurs

Ne rien écrire ici

Session : Concours :

Epreuve de :

Numéro de la double feuille	Total des doubles feuilles

PARTIE A : TECHNOLOGIE DE CONCEPTION TECHNOLOGIE DE PRODUCTION

A.1) ANALYSE FONCTIONNELLE

A.1.1) La figure 3 représente le diagramme pieuvre du radiotélescope. Recenser les fonctions de service de ce système.

FP1	Mesurer les caractéristiques des ondes électromagnétiques
FC1	Capter des ondes électromagnétiques
FC2	Adapter et être capable d'explorer l'installation
FC3	Energie d'alimentation

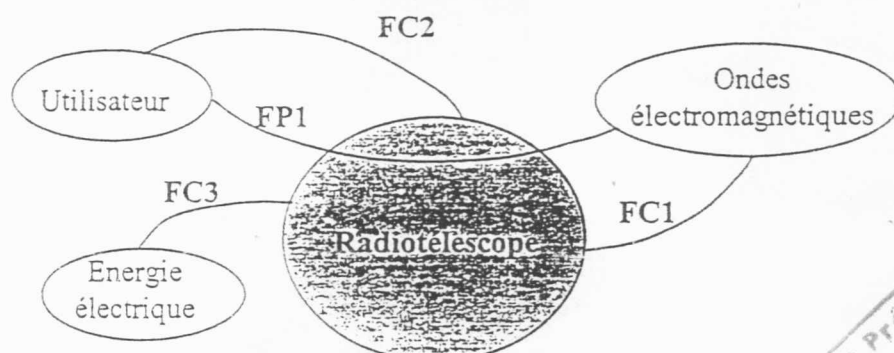
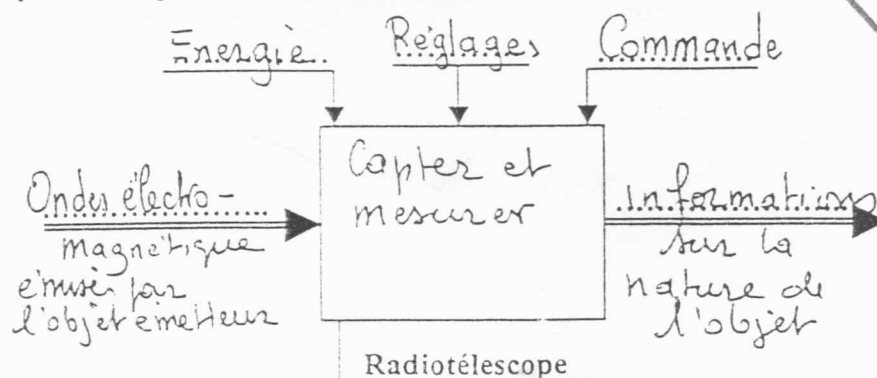
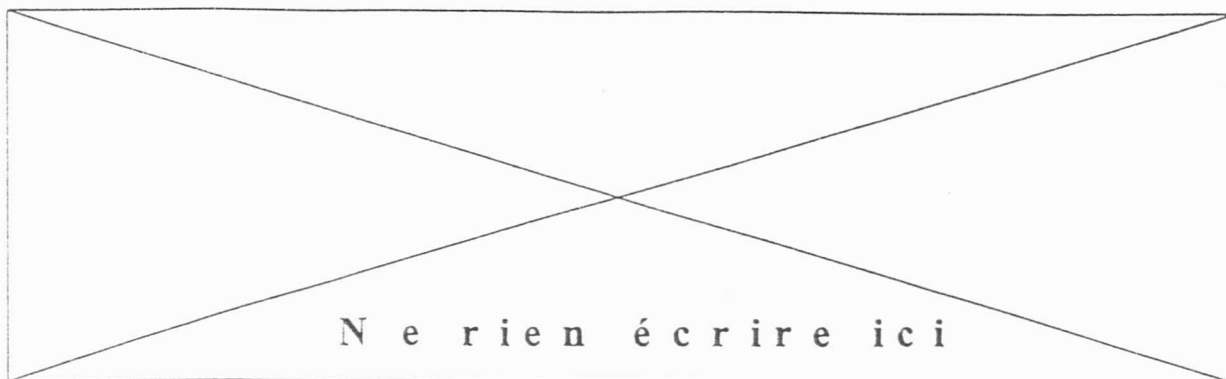


Figure 3 : Diagramme pieuvre du radiotélescope.

A.1.2) Compléter l'actigramme A-0 du radiotélescope





A.2.3) Choisir le matériau convenable pour chacune des pièces indiquées dans le tableau suivant. Justifier votre choix.

Pièce	Matériau	Justification
Vis sans fin (2)	EN-GJL-150 EN AB 21000 [AlCu4 Mg Ti] 42 Cr Mo 4 CW 453 K [Cu Sn 8]	42 Cr Mo 4. Pour assurer une résistance élevée (solicitation torsion, flexion, compression).
Roue globique (10)	S185 CW 453 K [Cu Sn 8] EN-GJMB-300-6 42 Cr Mo 4	CW 453 K. Supporte l'usure au niveau des dents (en contact avec la vis sans fin 2)
Carter principal (22)	EN AB 21000 [AlCu4 Mg Ti] C25 X 5 Cr Ni 18-10 25 Cr Mo 4	C25. Conception en mécanisme.

A.2.4) Etude de la transmission de la puissance mécanique

On se place dans le cas où la tige du vérin progresse contre la charge.

Données :

-moteur :

- puissance $P_m = 7,5 \text{ KW}$
- vitesse de rotation en charge : $N_m = 2875 \text{ tr/min.}$

-roue et vis sans fin (10, 2) :

- vis à un filet
- roue : $Z_{10} = 31 \text{ dents}$
- rendement : $\eta_1 = 0,60$

-système vis-écrou (15, 14) :

- filetage trapézoïdal (Tr80x10):
 - pas hélicoïdal $Pas = 10\text{mm}$,
 - $d = 80\text{mm}$ et $d_{\text{moy}} = 75\text{mm}$,
 - angle au sommet $\beta = 30^\circ$.
- rendement : $\eta_2 = 0,40$

A.2.4.1) Calculer la vitesse de translation de la tige du vérin, exprimée en m/s.

$$V = \frac{pas}{2\pi} \frac{\pi}{30} \frac{Z_e}{Z_{10}} \cdot N_m = \frac{10}{60} \frac{1}{31} \cdot 2875 \quad V = 0,0154 \text{ m/s}$$

$$V = 927,4 \text{ mm/min}$$

A.2.4.2) Calculer la puissance transmise à la tige du vérin.

$$P_s = \eta_1 \eta_2 P_m = 0,6 \times 0,4 \times 7,5 \quad P_s = 1,8 \text{ KW}$$

N e r i e n é c r i r e i c i

A.2) ETUDE TECHNOLOGIQUE

On se limitera à l'étude de la partie opérative du vérin électromécanique représentée par le dessin d'ensemble du document 1 à l'échelle 1:5 Ce mécanisme se compose essentiellement :

- d'un moteur non représenté qui assure la rotation de la vis sans fin (2),
- d'un réducteur à roue et vis sans fin (10, 2),
- d'un système de transformation de mouvement par vis-écrou (15,14).

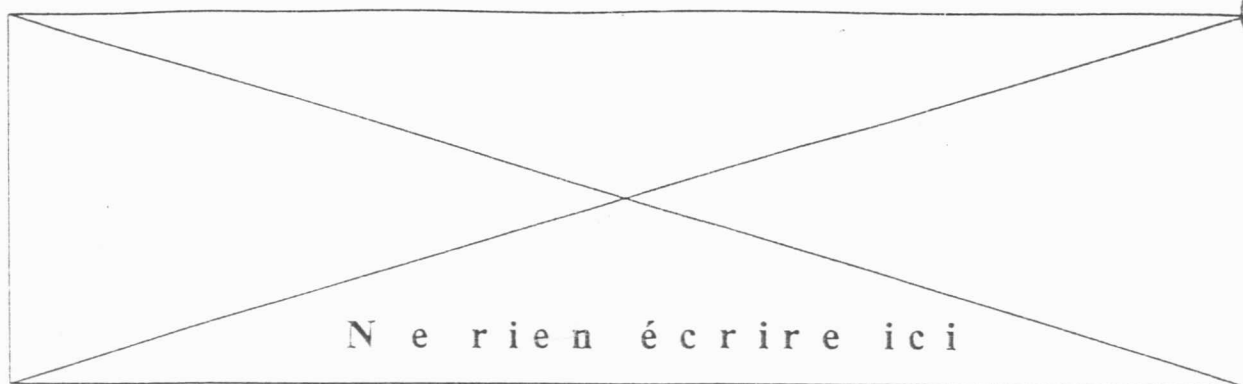
L'écrou (14) entraîne en translation la tige (16) par rapport au carter principal (22) du vérin.

A.2.1) Compléter le tableau suivant :

Assemblage des pièces	Type de la liaison	Assurée par
(2) / (22)	...P.V.S.F. (C. guidage en rotation)...	...2 rouleaux à rouleaux coniques...
(10) / (11)	...Encastrement...	...ajustement serré vis entre cuir et chaîne...
(16) / (14)	...Encastrement par vis-écrou...	...serrage par écrou...
(16) / (22)	...Pivotement...	...bague en cuivre (17)...
(17) / (22)	...Encastrement...	...Ajustement serré avec (18) qui est encastré avec (22)...

A.2.2) Donner la fonction de chacune des pièces ou des groupes de pièces indiqués dans le tableau suivant :

Pièces	Fonctions
Cales (25)	...Règlage de la position de roulement (jeu interne réglé) et de la position de la vis sans fin...
Cales (26)	...Règlage de la position de roulement et de la vis sans fin...
(17)	...Bague de guidage et support de la vis...
(20)	...Presser le joint d'étanchéité (20)...
(21)	...Vis pour serrage du bouchon...
(27)	...Vis d'assemblage entre cuir et chaîne...
(13)	...Joint d'étanchéité...



A.2.4.3) En déduire la force transmise à la tige du vérin.

$$F \cdot V = P_3 \rightarrow F = \frac{P_3}{V} = \frac{1800}{0,2154} \quad F = 116883,15$$

A.2.4.4) Calculer le couple exercé par la vis (15) sur l'écrou (14).

$$C_{15} = \frac{30 P_r}{\pi N_{15}} = \frac{30 P_m}{\pi N_{15}} = \frac{30 \times 0,16 \times 715 \cdot 10^3}{\pi \times \frac{1}{30} \times 2875} \quad C_{15} = 4633 \text{ mN}$$

A.2.4.5) Déterminer l'angle apparent de frottement entre la vis (15) et l'écrou (14). Déduire le coefficient de frottement.

$$C_{15} = F_{14,15} \frac{d_{\text{moy}}}{2} \tan(\alpha + \varphi') \quad \tan(\alpha + \varphi') = \frac{C_{15}}{F_{14,15} \frac{d_{\text{moy}}}{2}} = \frac{4633}{78 \times 116883,15} \rightarrow \varphi' = 3,6$$

$$\tan \alpha = \frac{f}{\pi \times r} \quad \tan \varphi' = \frac{f}{\pi \times r} \quad \alpha = 2,4 \quad f = \tan 3,6 = 0,061$$

A.2.4.6) Calculer la pression de contact entre la clavette (23) et l'écrou (14). Mesurer les cotes utiles sur le dessin d'ensemble.

$$p = \frac{F_t}{S} \quad S = h \cdot l \quad F_t = \frac{C_{15}}{R_{\text{moy}}} \quad R_{\text{moy}} \approx 100 \quad h = 20 \quad l = 100 \quad p = 5,73 \text{ N/mm}^2 \text{ clavette}$$

$$p = 28,9 \text{ N/mm}^2$$

A.2.5) Etude du mécanisme d'orientation du réflecteur

Le mécanisme d'orientation du support du réflecteur est défini par le schéma cinématique de

la figure 4. On donne : $\overline{AB} = r_1 \overline{Y}_1 + r_2 \overline{Z}_1$; $\overline{BC} = l_1 \overline{Y}_1 - l_2 \overline{Z}_1$; $\overline{FE} = h \overline{Z}_1$

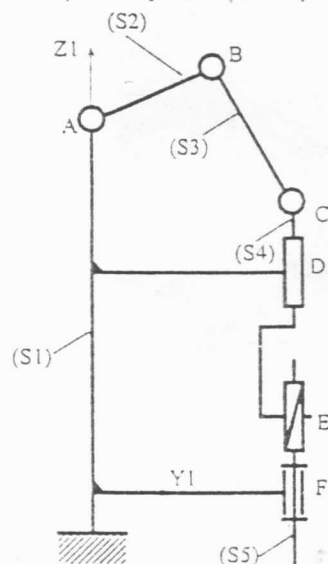


Figure 4 : Schéma cinématique du mécanisme d'orientation du support du réflecteur.

Signatures des surveillants

Ne rien écrire ici

Institution d'origine : _____

Série :

--	--	--

Nombre de la double famille	Total des doubles familles

Ne rien écrire ici

Encreve de: _____

Nombre de la double feuille	Total des doubles feuilles

Diagram illustrating a network structure with nodes S_1, S_2, S_3, S_4, S_5 and their relationships:

- S_2/S_1 pivot
- S_3/S_2 pivot
- S_4/S_3 pivot
- S_4/S_1 glomère
- S_4/S_5 hétéridale
- S_5/S_1 pivot

A.2.5.2) En appliquant la composition des torseurs cinématiques à la chaîne S_1 - S_4 - S_5 - S_1 au point F, écrire les équations entre les inconnues cinématiques.

$\Delta \tilde{z}_1$

$\{V_{4/1}\}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ w_{41} \end{bmatrix}_0 ; \{V_{4/5}\}_E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \gamma_{45} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{hcn}{2n} \gamma_{45} \end{bmatrix}$

$\{V_{5/1}\}_E = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \gamma_{51} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$\{V_{5/4}\}_E = \{V_{4/5}\}_E + \{V_{5/1}\}_E$

$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ w_{41} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \gamma_{45} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{hcn}{2n} \gamma_{45} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \gamma_{51} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} =$

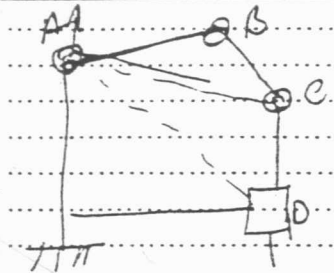
$\Rightarrow \begin{cases} \gamma_{45} + \gamma_{51} = 0 \\ w_{41} + \frac{hcn}{2n} \gamma_{45} = 0 \end{cases}$

2 équations à 3 inconnues.



N e r i e n é c r i r e i c i

A.2.5.3) En appliquant la composition des torseurs cinématiques à la chaîne $S_1-S_2-S_3-S_4-S_1$ au point A, écrire les équations entre les inconnues cinématiques.



$$\begin{aligned} \{V_{2/1}\}_A &= \begin{pmatrix} d_{21} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} ; \{V_{3/2}\}_B = \begin{pmatrix} d_{32} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \{V_{4/3}\}_C &= \begin{pmatrix} d_{43} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} ; \{V_{4/1}\}_D = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ w_{41} \end{pmatrix} \\ \{V_{4/1}\}_A &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ w_{41} \end{pmatrix} ; \{V_{4/3}\}_A = \begin{pmatrix} d_{43} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -l_1 \\ -l_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{43} \\ 0 \\ -l_1 d_{43} - l_2 d_{43} \end{pmatrix} \\ \{V_{3/2}\}_A &= \begin{pmatrix} d_{32} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -r_1 \\ -r_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_{32} \\ 0 \\ -r_1 d_{32} - r_2 d_{32} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} d_{21} + d_{32} + d_{43} = 0 \\ -l_1 d_{43} - l_2 d_{43} - r_1 d_{32} - r_2 d_{32} = 0 \end{cases} \quad \begin{matrix} 2 \text{ équations à 4 inconnues} \end{matrix}$$

A.2.5.4) Déterminer les degrés de mobilité et d'hyperstatisme du mécanisme.

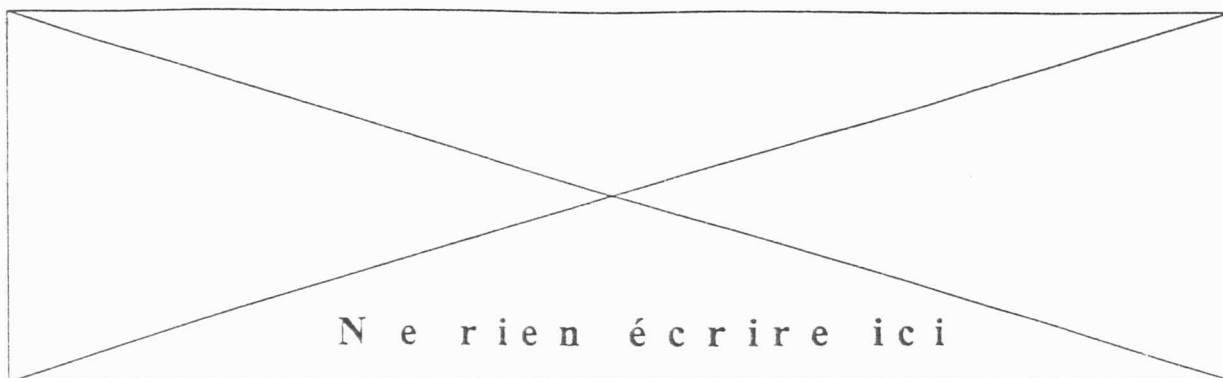
Rang du système $r_c = 5$ | $m = N_c - r_c = 6 - 5 = 1$ $m = 1$
 5 eqs indépendantes | $-h = N_c - E_c - m = 6 - 7 - 1 = -2$ $h = 2$
 $N_c = 6$

A.2.5.5) En déduire la loi entrée-sortie exprimant la rotation de (S_2) par rapport à (S_1) en fonction de la rotation de (S_3) par rapport à (S_1) .

$$\begin{aligned} w_{41} &= \frac{\text{pas}}{2\pi} \dot{\gamma}_{51} = l_1 d_{43} + r_1 d_{32} = \left(r_1 + r_2 \frac{l_1}{l_2} \right) d_{32} \\ d_{21} &= -(d_{32} + d_{43}) = -\left(1 + \frac{r_2}{r_1} \right) d_{32} \end{aligned}$$

$$d_{21} = - \left(1 + \frac{r_2}{r_1} \right) \frac{1}{\left(r_1 + r_2 \frac{l_1}{l_2} \right)} \frac{\text{pas}}{2\pi} \dot{\gamma}_{51}$$

$$d_{21} = - \frac{l_2 + r_2}{r_1 l_2 + r_2 l_1} \frac{\text{pas}}{2\pi} \dot{\gamma}_{51}$$



A.2.6) Cotation fonctionnelle

Donner les ajustements qualitatifs des assemblages indiqués dans le tableau suivant.

Assemblage	Ajustement (normalisé)
(22)/(4)	$\phi d_{H7/h6} \dots d = 220$
(4)/(32)	$\phi d_{H7/h6} \dots d = 130$
(32)/(15)	$\phi d_{H7/h6} \dots d = 60$
(15)/(11)	$\phi d_{H7/h6} \dots d = 60$

A.2.7) Etude de conception

A.2.7.1) Le document 4 représente le dessin de définition incomplet du boîtier (4), à l'échelle 1:3. On demande:

A.2.7.1.1) de compléter la vue de dessus,

A.2.7.1.2) d'indiquer les tolérances géométriques et les rugosités des surfaces fonctionnelles.

A.2.7.2) Compléter, sur le document 5 et à l'échelle 1:3, le dessin de conception de l'accouplement de l'arbre moteur avec la vis sans fin (2). On donne le diamètre de l'arbre moteur : $d = 38 \text{ k6}$

A.2.7.2.1) en utilisant l'accouplement approprié choisi à partir du document technique (document 3),

A.2.7.2.2) en indiquant la cotation des assemblages fonctionnels.

8

Session : _____ Concours : _____

Ne rien écrire ici

Epreuve de : _____

Nom : _____ Prénom (s) : _____

Institution d'origine : _____

Identification : Série :

Numéro de la double feuille	Total des doubles feuilles

Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles de Formation d'Ingénieurs

Ne rien écrire ici

Session : _____ Concours : _____

Epreuve de : _____

Numéro de la double feuille	Total des doubles feuilles

A.3) TECHNOLOGIE DE PRODUCTION

La tige (16) dont le dessin de définition est donné dans le document 2, est constituée de deux pièces qui sont assemblées. Le matériau utilisé dans la fabrication de ces deux pièces est le C25.

A.3.1) Assemblage des pièces

A.3.1.1) Quel est le procédé d'assemblage utilisé dans la fabrication de la tige (16), donner la présentation symbolique d'un tel procédé.

Soudage en bouchon

A.3.1.2) Justifier l'utilisation d'un tel procédé.

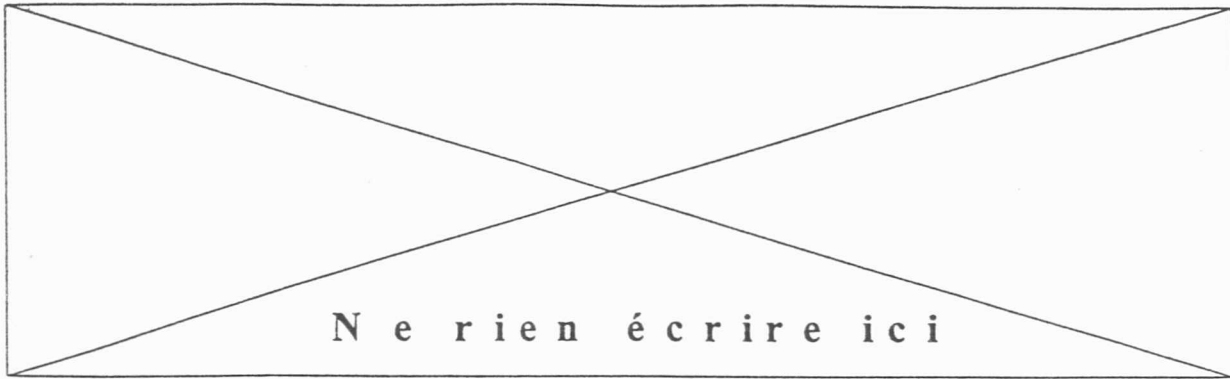
Faible encombrement – Résistance mécanique

A.3.1.3) Donner les définitions des spécifications suivantes

Spécification	Définition
	Le plan de symétrie de B et C doit être situé entre 2 plans distants de 0.05 et disposés symétriquement par rapport à l'axe de A
	Coaxialité L'axe de E doit être situé dans un cylindre de diamètre 0.05 ayant pour axe celui de A
	L'axe de D doit être situé dans un cylindre de diamètre 0.1 d'axe perpendiculaire à B

A.3.1.4) Préciser l'ordre de réalisation des différents usinages indiqués dans le tableau suivant et permettant de réaliser les spécifications de la question précédente (numéroter les opérations de 1 à 4 dans l'ordre de réalisation).

Opération	Ordre (de 1 à 4)
Usinage de A	1
Usinage de E	2
Usinage de B et C	4
Assemblage	3



A.3.2) Usinage

On s'intéresse à l'usinage des surfaces B et C de la tige (16). On utilisera un outil en carbure métallique.

A.3.2.1) Dans le tableau suivant choisir l'outil et la machine à utiliser pour l'usinage de ces deux surfaces. Mettre une croix dans la case correspondante.

Outil	Choix	Machine	Choix
Fraise deux tailles : $D_f = \Phi 200, z=8$ dents	*****	Fraiseuse horizontale	
Outil à charioter couteau		Fraiseuse verticale	*****
Fraise trois tailles : $D_f = \Phi 200, z=8$ dents		Tour parallèle	

A.3.2.2) Utiliser la figure 5 pour exprimer le temps effectif d'usinage t_c en minutes lors d'une passe en fonction de la profondeur e (mm), de l'avance par dent f_z (mm/tr/dent), de la vitesse de coupe V_c (m/min), du diamètre de la pièce D (mm), du diamètre de la fraise D_f (mm) et du nombre de dents z . La profondeur e représente la position de l'outil suivant $\bar{Y}$, à partir du point O. t_c représente le temps pendant lequel l'outil enlève de la matière.

$$L = 2\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{D}{2} - e\right)^2}$$

$$t_c = \frac{L + \frac{D_f}{2}}{V_f} = \frac{2\sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - \left(\frac{D}{2} - e\right)^2} + \frac{D_f}{2}}{\frac{1000 V_c}{\pi D_f} z f_z} = \frac{2\pi D_f (\sqrt{(D)^2 - (D-2e)^2} + D_f)}{2000 V_c z f_z}$$

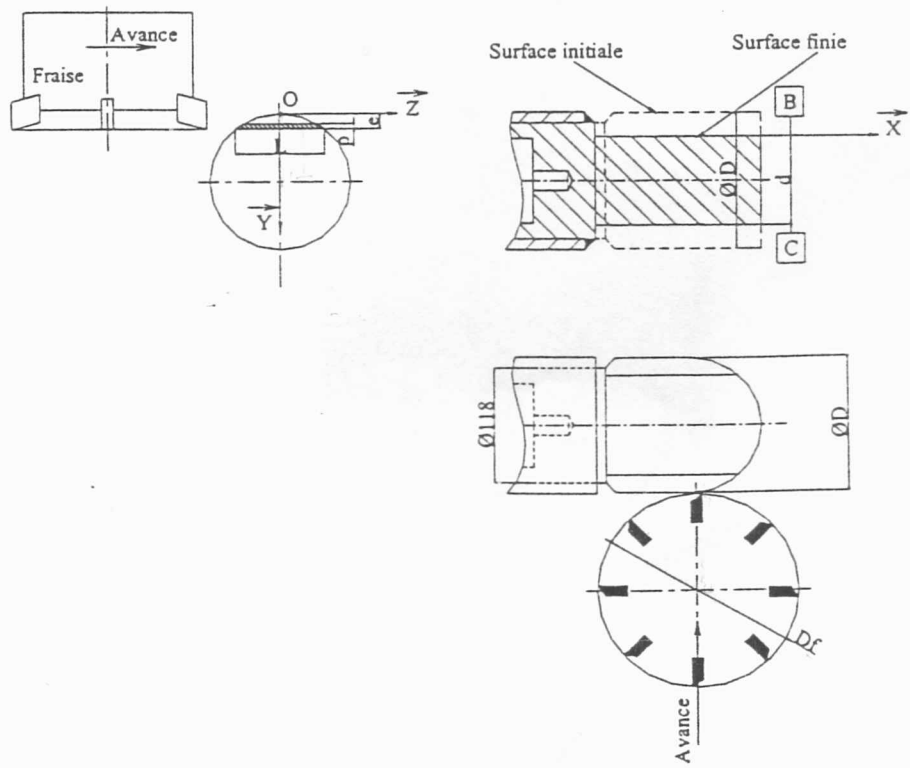
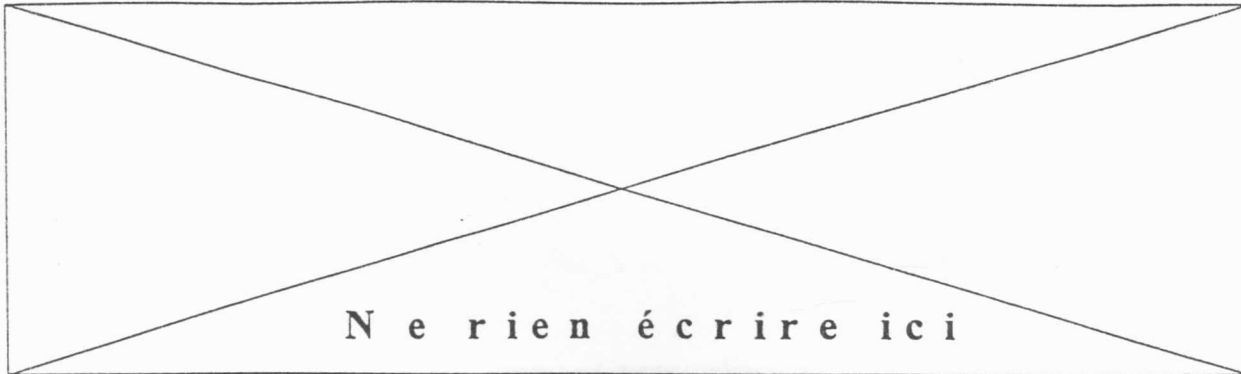


Figure 5 : Usinage de la surface B en fraisage.



L'usinage de la surface B de la tige (16) se fait en trois opérations : ébauche, demi finition et finition. Les paramètres de coupe utilisés sont les suivants :

	vitesse de coupe	avance par dent	profondeur de passe
	$V_c (m/min)$	$f_z (mm/tr/dent)$	$p (mm)$
Ebauche (éb)	100	0.10	5.0
Demi finition (f/2)	120	0.05	2.5
Finition (f)	160	0.05	0.5

On notera par : n le nombre de passes d'ébauche, $e_{iéb}$ la position de l'outil lors d'une passe d'ébauche i ($1 \leq i \leq n$), $e_{f/2}$ la position de l'outil lors de l'opération de demi finition et e_f la position de l'outil lors de l'opération de finition.

A.3.2.3) Exprimer et calculer le nombre de passes d'ébauche n .

$$n = \frac{\frac{D-d}{2} - p_{f/2} - p_f}{p_{éb}} \dots$$

A.3.2.4) Exprimer la position de l'outil :

A.3.2.4.1) en ébauche $e_{iéb}$ ($1 \leq i \leq n$) en fonction de i et de la profondeur de passe d'ébauche $p_{éb}$.

$$\begin{aligned} e_1 &= p_{éb} \dots \dots \dots \\ e_{iéb} &= i p_{éb} \dots \dots \dots \end{aligned}$$

A.3.2.4.2) en demi finition $e_{f/2}$ en fonction du nombre de passes n , de la profondeur de passe de demi finition $p_{f/2}$ et de la profondeur de passe d'ébauche $p_{éb}$.

$$e_{f/2} = n p_{éb} + p_{f/2} \dots \dots \dots$$

A.3.2.4.3) en finition e_f en fonction du nombre de passes n , de la profondeur de passe de finition p_f , de la profondeur de passe de demi finition $p_{f/2}$ et de la profondeur de passe d'ébauche $p_{éb}$.

$$e_f = n p_{éb} + p_{f/2} + p_f \dots \dots \dots$$

A.3.2.5) pour une passe d'ébauche i , exprimer le temps $t_{uéb}(i)$ en fonction de e_i , en déduire le temps d'usinage $t_{uéb}$ en minutes de la surface B en ébauche.

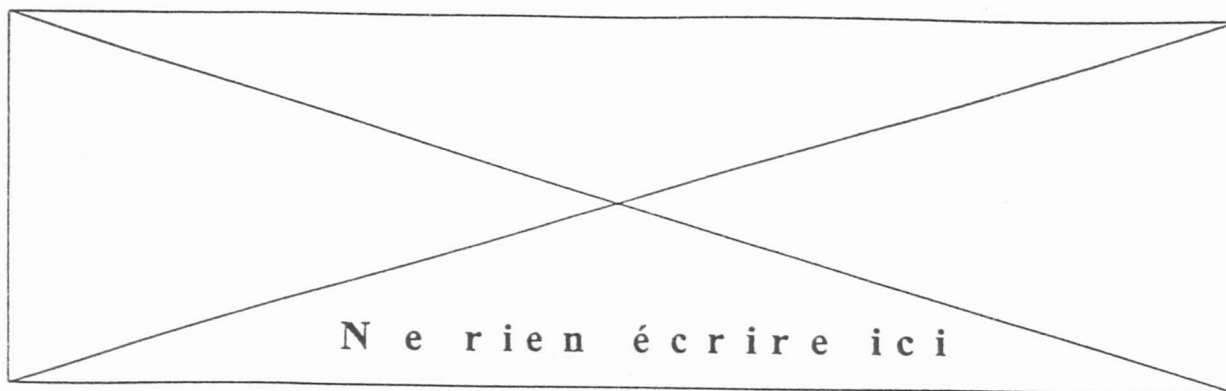
$$t_{uéb} = \frac{2\pi D_f (\sqrt{(D)^2 - (D - 2e_{iéb})^2} + D_f)}{2000 V_c z f_z} \quad t_{céb} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{2\pi D_f (\sqrt{(D)^2 - (D - 2e_{iéb})^2} + D_f)}{2000 V_c z f_z} \dots t_{céb} = 4.33 \text{ min}$$

A.3.2.6) Calculer le temps d'usinage $t_{cf/2}$ en minutes de la surface B en demi finition.

$$t_{cf/2} = \frac{2\pi D_f (\sqrt{(D)^2 - (D - 2e_{f/2})^2} + D_f)}{2000 V_c z f_z} = 1.96 \text{ min} \dots$$

A.3.2.7) Calculer le temps d'usinage t_{cf} en minutes de la surface B en finition.

$$t_{cf} = \frac{2\pi D_f (\sqrt{(D)^2 - (D - 2e_f)^2} + D_f)}{2000 V_c z f_z} = 1.48 \text{ min} \dots \dots \dots$$



A.3.2.8) Calculer le temps total t_c en minutes d'usinage des surfaces B et C.

... $t_c(B+C) = 15.56 \text{ min}$

A.3.3) Cotation de fabrication

Pour usiner les surfaces B et C, on positionne la pièce sur les surfaces A et F du document 2.

A.3.3.1) Établir la cotation de fabrication le long de l'axe $\bar{X}$ sur la figure 6.

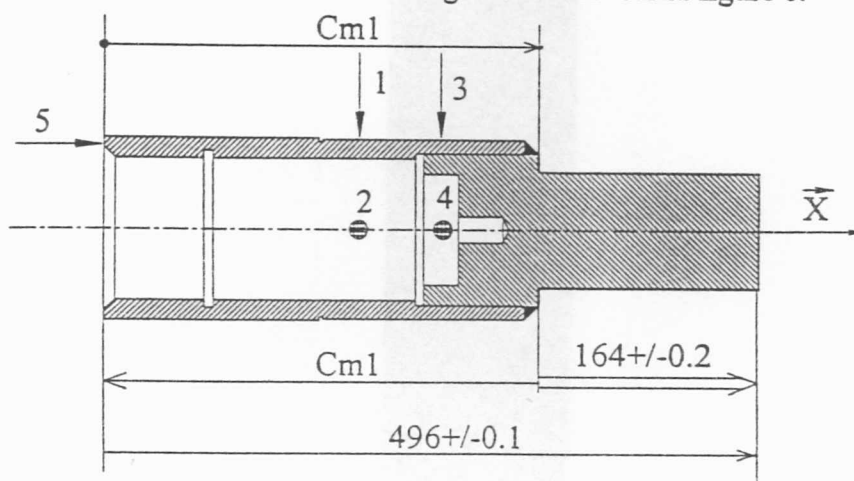


Figure 6 : Cotation de fabrication.

A.3.3.2) Calculer les cotes de fabrication définies suivant $\bar{X}$.

$It(Cm1) = 0.2 \text{ mm}$

$Cm1(\text{min}) = 496.1 - 164.2 = 331.9$

$Cm1 = 332^{+0.1}$

A.3.4) Métrologie

Préciser les instruments utilisés pour le contrôle des spécifications suivantes :

Spécification	Instrument
$B \mid C \mid \frac{\text{—}}{\text{—}} \mid 0.05 \mid A$	Montage de contrôle : - marbre - cylindre étalon - Comparateur.
$\Phi 140 \text{ g6}$	Calibre mâchoires entre n'entre pas/micromètre
M120x4	Calibre fileté
Ra0,8	Rugotest /rugosimètre
$\Phi 74 \text{ H7}$	Tampon cylindrique

MECANIQUE

12

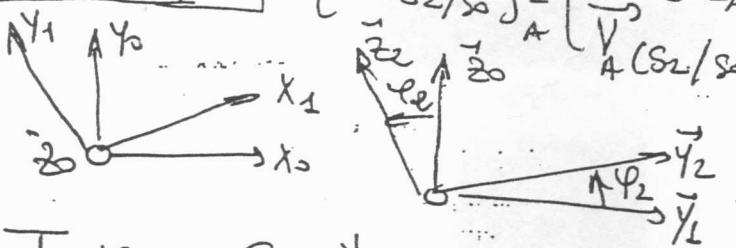
B.11) Torseurs cinématiques au pt A

$\boxed{mvt \text{ de } S_1/S_0}$

$$\{V_{S_1/S_0}\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}(S_1/S_0) \\ \vec{V}_A(S_1/S_0) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\varphi}_1 \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A$$

$\boxed{mvt \text{ de } S_2/S_0}$

$$\{V_{S_2/S_0}\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\Omega}(S_2/S_0) \\ \vec{V}_A(S_2/S_0) \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\varphi}_1 \vec{z}_0 + \dot{\varphi}_2 \vec{x}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_A$$



B.12) Torseurs cinématiques et dynamiques au pt A

$\boxed{mvt \text{ de } S_1/S_0}$

$$\{C_{S_1/S_0}\}_A = \left\{ \begin{array}{c} m_1 \vec{V}(G_1/R_0) \\ \vec{\sigma}_A(S_1/S_0) \end{array} \right\}$$

$$\vec{V}(G_1/R_0) = \vec{0} \quad G_1 \in (0, \vec{z}_0) \text{ fixe}$$

$$\vec{\sigma}_A(S_1/S_0)_{/x_1 y_1 z_0} = \begin{pmatrix} A_1 & -F_1 & -E_1 \\ -F_1 & B_1 & -D_1 \\ -E_1 & -D_1 & C_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\varphi}_1 \end{pmatrix} = \dot{\varphi}_1 \begin{pmatrix} -E_1 \\ -D_1 \\ C_1 \end{pmatrix}_{/x_1 y_1 z_0}$$

$$\{D_{S_1/S_0}\} = \left\{ \begin{array}{c} m_1 \vec{V}(G_1/R_0) \\ \frac{d}{dt}(\vec{\sigma}_A(S_1/S_0))_{/R_0} \end{array} \right\} \quad \text{A et un pt fixe.}$$

$$\frac{d}{dt}[\vec{\sigma}_A(S_1/S_0)]_{/R_0} = \dot{\varphi}_1 \begin{pmatrix} -E_1 \\ -D_1 \\ C_1 \end{pmatrix}_{/x_1 y_1 z_0} + \dot{\varphi}_1 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\varphi}_1 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -E_1 \\ -D_1 \\ C_1 \end{pmatrix}_{/x_1 y_1 z_0} = \begin{pmatrix} -E_1 \ddot{\varphi}_1 + D_1 \dot{\varphi}_1^2 \\ -D_1 \ddot{\varphi}_1 - E_1 \dot{\varphi}_1^2 \\ C_1 \ddot{\varphi}_1 \end{pmatrix}_{/x_1 y_1 z_0}$$

$$\{C_{S_1/S_0}\}_A = \begin{pmatrix} 0 & -E_1 \dot{\varphi}_1 \\ 0 & -D_1 \dot{\varphi}_1 \\ 0 & C_1 \dot{\varphi}_1 \end{pmatrix}_{/x_1 y_1 z_0} ; \{D_{S_1/S_0}\}_A = \begin{pmatrix} 0 & D_1 \dot{\varphi}_1^2 - E_1 \ddot{\varphi}_1 \\ 0 & -E_1 \dot{\varphi}_1^2 - D_1 \ddot{\varphi}_1 \\ 0 & C_1 \ddot{\varphi}_1 \end{pmatrix}_{/x_1 y_1 z_0}$$

B.2) Expression de l'énergie Cinétique

$$E_c(S/R_0) = E_c(S_1/R_0) + E_c(S_2/R_0)$$

$$2E_c(S_1/R_0) = \{C_{S_1/S_0}\} \cdot \{V_{S_1/S_0}\} \rightarrow \boxed{2E_c(S_1/S_0) = \frac{1}{2} C_1 \dot{\varphi}_1^2}$$

$$2E_c(S_2/S_0) = \{C_{S_2/S_0}\} \cdot \{V_{S_2/S_0}\} \rightarrow 2E_c(S_2/S_0) = A_2 \dot{\varphi}_2^2 + (B_2 \sin^2 \varphi_2 + C_2 \cos^2 \varphi_2 - D_2 \sin 2\varphi_2) \dot{\varphi}_1^2$$

$$\boxed{E_c(S/S_0) = \frac{1}{2} \left[A_2 \dot{\varphi}_2^2 + (C_1 + B_2 \sin^2 \varphi_2 + C_2 \cos^2 \varphi_2 - D_2 \sin 2\varphi_2) \dot{\varphi}_1^2 \right]}$$

B.3) INVENTAIRE DES ACTIONS MÉCANIQUES

- Appliquées sur (S_1) en $mvt / (S_0)$.

$$\{C_{pes \rightarrow S_1}\}_{G_1} = \begin{Bmatrix} -m_1 g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{G_1}, \{C_{mot_1 \rightarrow S_1}\}_A = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_{m_1} \vec{z}_0 \end{Bmatrix}_A$$

$$\{C_{mot_2 \rightarrow S_1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ -C_{m_2} \vec{x}_1 \end{Bmatrix}, \{C_{S_2 \rightarrow S_1}\}_A = \begin{Bmatrix} X_{21} & 0 \\ Y_{21} & M_{21} \\ Z_{21} & N_{21} \end{Bmatrix}_{(x_1, y_1, z_0)} \text{ pivot}$$

$$\{C_{S_0 \rightarrow S_1}\}_A = \begin{Bmatrix} X_{01} & L_{01} \\ Y_{01} & M_{01} \\ Z_{01} & 0 \end{Bmatrix}_{(x_1, y_1, z_0)}$$

- Appliquées sur (S_2) en $mvt / (S_0)$

$$\{C_{pes \rightarrow S_2}\}_{G_2} = \begin{Bmatrix} -m_2 g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}, \{C_{mot_2 \rightarrow S_2}\}_A = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ C_{m_2} \vec{x}_1 \end{Bmatrix}$$

$$\{C_{S_1 \rightarrow S_2}\} = \begin{Bmatrix} -X_{21} & 0 \\ -Y_{21} & -M_{21} \\ -Z_{21} & -N_{21} \end{Bmatrix}$$

B.1.4) Application du théorème de la résultante dynamique:

- Au mot de (S_1/S_0) :

$$m_1 \vec{\gamma}_{(S_1/S_0)} = \sum \vec{R}_{ext \rightarrow S_1} \Rightarrow \begin{cases} X_{01} + X_{21} = 0 \\ Y_{01} + Y_{21} = 0 \\ Z_{01} + Z_{21} - m_1 g = 0 \end{cases}$$

- Au mot de (S_2/S_0)

$$m_2 \vec{\gamma}_{(S_2/S_0)} = \sum \vec{R}_{ext \rightarrow S_2} \Rightarrow \begin{cases} -X_{21} = 2\dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 = m_2 R \ddot{\varphi}_1 \sin \varphi_2 \\ -Y_{21} = \\ +Z_{21} - m_2 g = \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -X_{21} = m_2 R [\ddot{\varphi}_1 \sin \varphi_2 + 2\dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 \cos \varphi_2] \\ -Y_{21} = m_2 R [-\ddot{\varphi}_2 \cos \varphi_2 + (\dot{\varphi}_1^2 + \dot{\varphi}_2^2) \sin \varphi_2] \\ -Z_{21} - m_2 g = -m_2 R [\ddot{\varphi}_1 \sin \varphi_2 + \dot{\varphi}_2^2 \cos \varphi_2] \end{cases}$$

B.1.5) Application du théorème du moment dynamique

- Au mot de (S_1/S_0) :

$$\vec{S}_A(S_1/S_0) = \sum \vec{M}_{A \rightarrow S_1} \Rightarrow \begin{cases} L_{01} - C_{m2} = -E_1 \ddot{\varphi}_1 + D_2 \ddot{\varphi}_1 \\ M_{01} + M_{21} = -D_1 \ddot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_1^2 E \\ N_{21} + C_{m1} = C_1 \ddot{\varphi}_1 \end{cases}$$

- Au mot de (S_2/S_0)

$$\vec{S}_A(S_2/S_0) = \sum \vec{M}_{A \rightarrow S_2} \Rightarrow \begin{cases} C_{m2} + m_2 g R \sin \varphi_2 = \vec{S}_A(S_2/S_0) \cdot \vec{x}_1 \\ -M_{21} = \vec{S}_A(S_2/S_0) \cdot \vec{y}_1 \\ -N_{21} = \vec{S}_A(S_2/S_0) \cdot \vec{z}_1 \end{cases}$$

B.16) Equations de mvs:

$$\begin{cases} C_1 \ddot{\varphi}_1 + \vec{S}_A(S_2/S_0) \cdot \vec{Z}_0 = C_{m1} \\ \vec{S}_A(S_2/S_0) \cdot \vec{X}_1 = C_{m2} + m_2 g R \sin \varphi_2 \end{cases}$$

avec: $\vec{S}_A(S_2/S_0) \cdot \vec{Z}_0 = (C_2 \cos \varphi_2 - D_2 \sin \varphi_2) \ddot{\varphi}_1 - (C_2 \sin \varphi_2 + D_2 \cos \varphi_2) \dot{\varphi}_1^2$

$$\vec{S}_A(S_2/S_0) \cdot \vec{X}_1 = A_2 \ddot{\varphi}_2 + (B_2 \cos \varphi_2 - B_2 \sin \varphi_2) \dot{\varphi}_1^2$$

on obtient donc les équations différentielles suivantes:

$$\begin{cases} [C_1 + (C_2 \cos \varphi_2 - D_2 \sin \varphi_2)] \ddot{\varphi}_1 - (C_2 \sin \varphi_2 + D_2 \cos \varphi_2) \dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 = C_{m1} \\ A_2 \ddot{\varphi}_2 + (B_2 \cos \varphi_2 - B_2 \sin \varphi_2) \dot{\varphi}_1^2 = C_{m2} + m_2 g R \sin \varphi_2 \end{cases}$$

B.2) RESISTANCE DES MATERIAUX.

B21) Etude de l'équilibre de la poutre:

$$\left\{ \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix} \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ Y_A \\ Z_A \end{matrix} \right\}_A ; \left\{ \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix} \right\}_C = \left\{ \begin{matrix} X_C \\ Y_C \\ Z_C \end{matrix} \right\}_C ; \left\{ \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} 726 \\ -1885 \\ -5148 \end{matrix} \right\}_B$$

$$\left\{ \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix} \right\}_D = \left\{ \begin{matrix} -116883 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\}_D / (\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$$

$$\left\{ \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix} \right\}_A + \left\{ \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix} \right\}_C + \left\{ \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix} \right\}_B + \left\{ \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix} \right\}_D = \left\{ \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix} \right\}_L = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\}_L$$

condition d'équilibre statique.

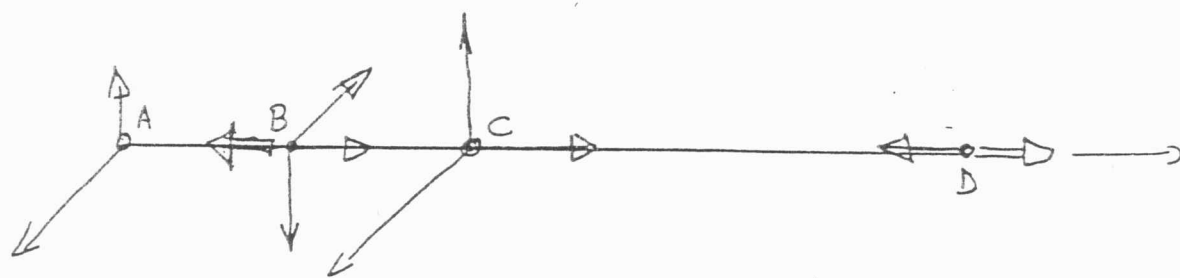
$$\left\{ \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix} \right\}_A = \left\{ \begin{matrix} 0 \\ Y_A \\ Z_A \end{matrix} \right\}_A ; \left\{ \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix} \right\}_B = \left\{ \begin{matrix} 726 \\ -1885 \\ -5148 \end{matrix} \right\}_B$$

$$\left\{ \begin{matrix} X \\ Y \\ Z \end{matrix} \right\}_D = \left\{ \begin{matrix} -116883 \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\}_D$$

Equations d'équilibre

$$\left\{ \begin{array}{l} X_C + 726 - 116883 = 0 \\ Y_A + Y_C - 1885 = 0 \\ Z_A + Z_C - 5148 = 0 \\ -463 + 463 = 0 \\ 2a Z_A - 5148a = 0 \\ -2a Y_A + 1885a - 65 = 0 \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} X_C = 116157 \\ Y_C = 1592,5 \\ Z_C = 2574 \\ Y_A = 292,5 \\ Z_A = 2574 \end{array} \right.$$

avec $a = 50 \text{ mm} = 0,05 \text{ m}$.



$$A < G < B$$

$$\begin{Bmatrix} N \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} m_t \\ m_{fy} \\ m_{fz} \end{Bmatrix}_G = - \begin{Bmatrix} 0 \\ 292,5 \\ 2574 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 292,5 \\ 2574 \end{Bmatrix} \wedge \begin{Bmatrix} x \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad \text{AG}$$

$$\begin{cases} N=0 \\ T_y = -292,5 \\ T_z = -2574 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} m_t = 0 \\ m_{fy} = -2574x \\ m_{fz} = 292,5x \end{cases}$$

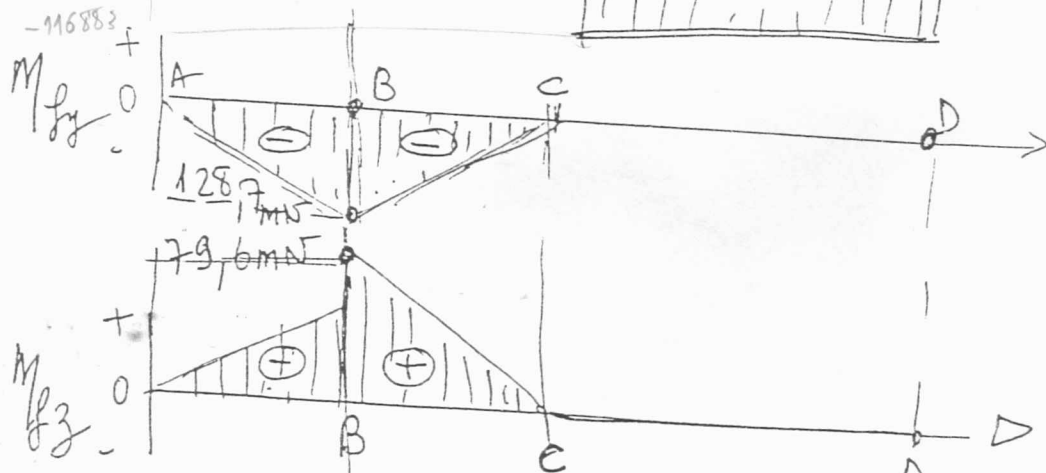
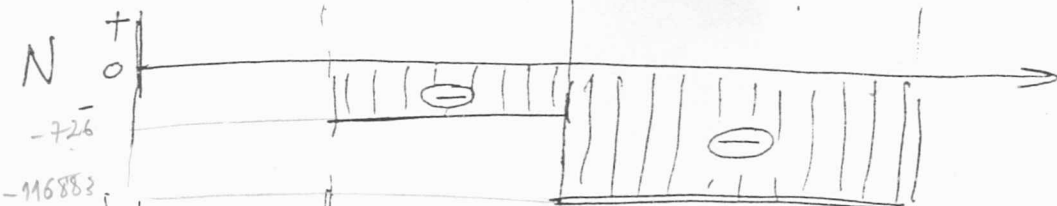
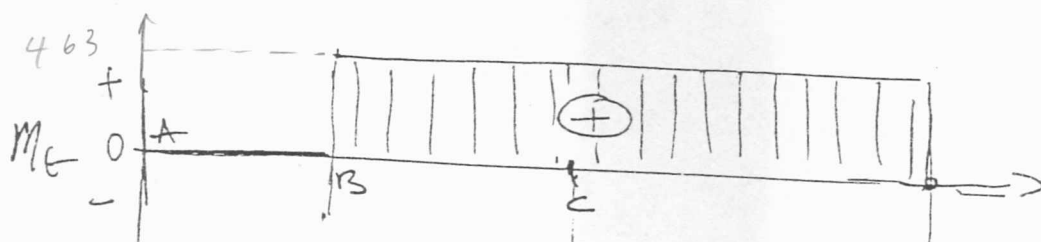
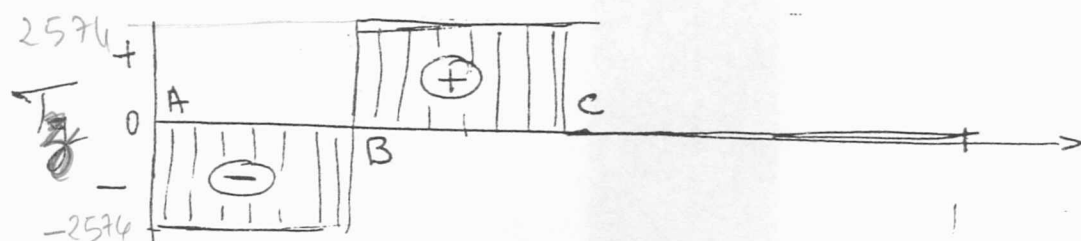
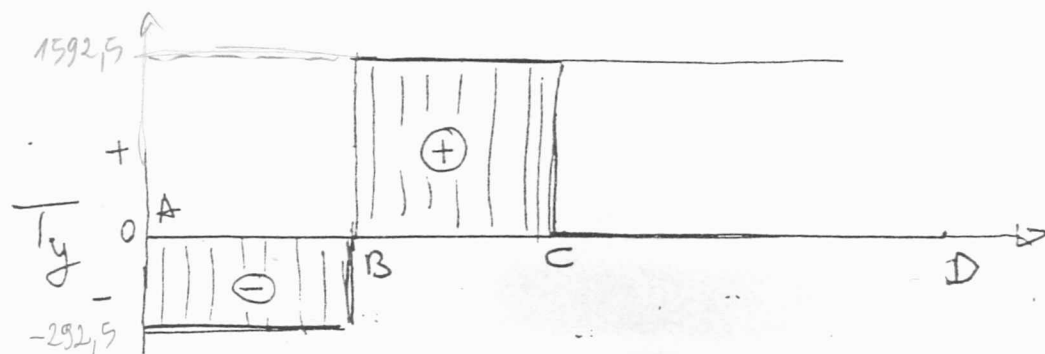
$$B < G < C$$

$$\begin{Bmatrix} N \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} m_t \\ m_{fy} \\ m_{fz} \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} 116157 - 116883 \\ +1592,5 \\ 2574 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 463 \\ -2574x(2a-x) \\ 1592,5x(2a-x) \end{Bmatrix} \quad \text{G}$$

$$\begin{cases} N = -726 \\ T_y = 1592,5 \\ T_z = 2574 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} m_t = 463 \\ m_{fy} = 2574x(x - 0,1) \\ m_{fz} = 1592,5(0,1 - x) \end{cases}$$

$$C < G < D$$

$$\begin{Bmatrix} N \\ T_y \\ T_z \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} m_t \\ m_{fy} \\ m_{fz} \end{Bmatrix}_G = \begin{Bmatrix} -116883 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} 463 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

B. 2.3) Diagrammes des effets de cohésionSollicitation
àcisaillement
produit par
les efforts tranchants
et
le moment de
flexion.Sollicitation
àla traction
et
compression.
produits par
l'effet normal
et
le moment
de
flexion.

B.24) Dimensionnement

(20)

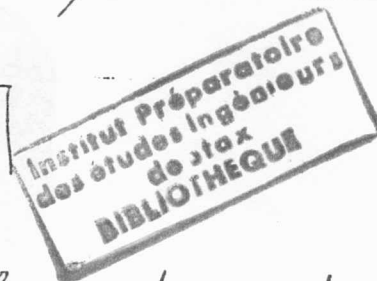
Résistance à la torsion

$$\tau = \frac{M_t}{\frac{\pi}{32} d^4} \cdot \frac{d}{2} \leq \tau_{\max ad} \rightarrow d \geq \left(\frac{16 M_t}{\pi \tau_{\max ad}} \right)^{1/3}$$

$$d \geq \left(\frac{16 \times 463 \cdot 10^3}{\pi \times 50} \right)^{1/3}$$

$$\boxed{d \geq 36,13 \text{ mm}}$$

Choix $\boxed{d = 37 \text{ mm}}$



Résistance à la contrainte normale produite par l'effort normal

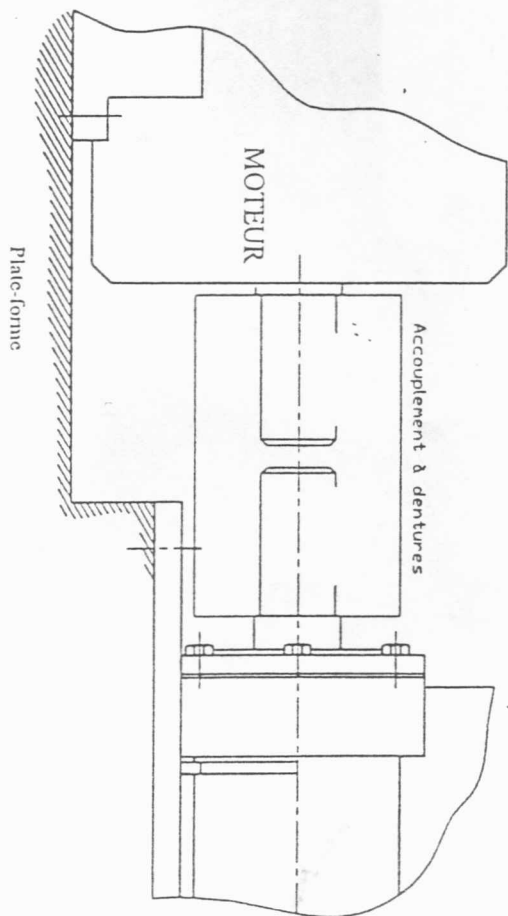
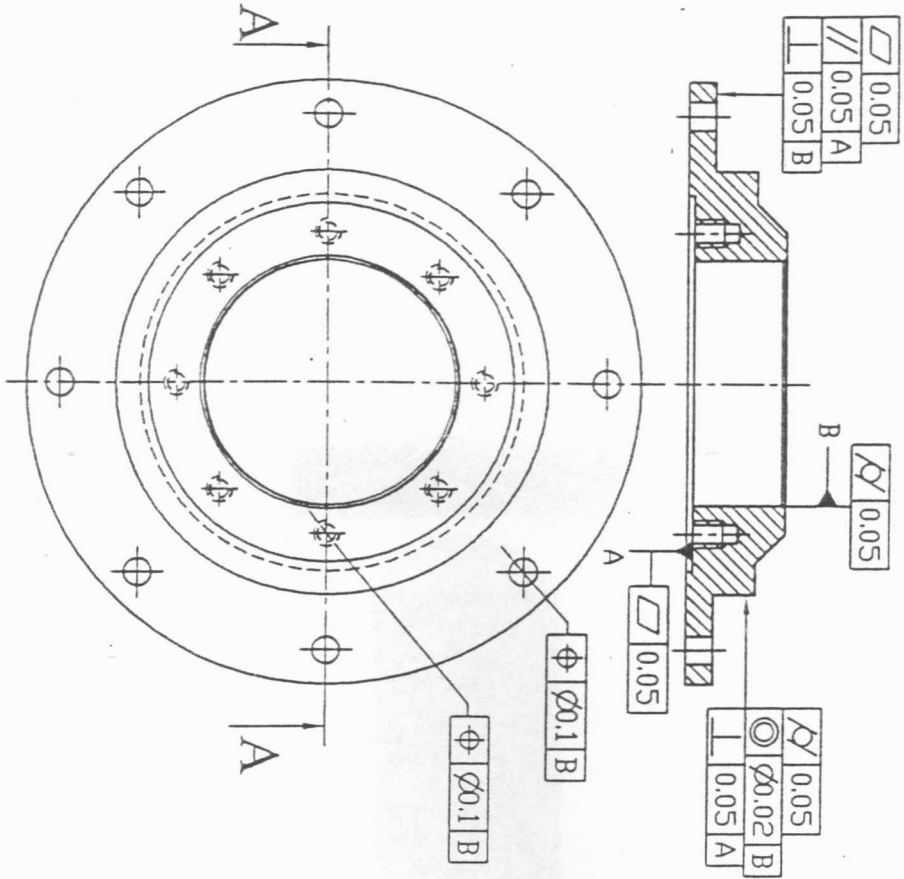
$$\sigma = \frac{N}{S} = \frac{4N}{\pi d^2} \leq \sigma_{\max adm.}$$

$$d \geq \left(\frac{4 \times 116883}{\pi \times 200} \right)^{1/2}$$

$$\boxed{d \geq 27,28 \text{ mm}}$$

Donc la valeur du diamètre choisie par la cond. lin de résistance à la torsion respecte la résistance à l'effort normal.

A-A



Corrigé de la partie C : Automatique

Partie C.1 : Etude Combinatoire du codeur incrémental

C.1.1)

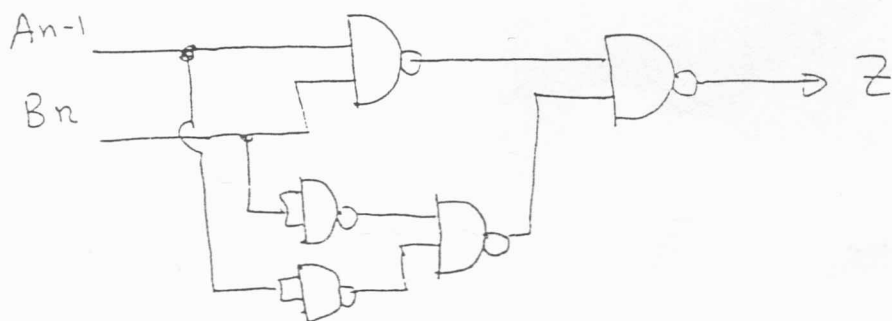
$A_{n-1}B_n$				
A_nB_n	00	01	11	10
00	$\emptyset$	1	$\emptyset$	0
01	0	$\emptyset$	1	$\emptyset$
11	$\emptyset$	0	$\emptyset$	1
10	1	$\emptyset$	0	$\emptyset$

Z

C.1.2)

$$\begin{aligned} Z &= A_{n-1}B_n + \overline{A_{n-1}}\overline{B_n} = \overline{A_{n-1} \oplus B_n} \\ &= (A_{n-1}/B_n) / (\overline{A_{n-1}}/\overline{B_{n-1}}) \end{aligned}$$

C.1.3)



2) Asservissement de position angulaire

C.2.1) Modélisation et identification

C.2.1.1) Calcul de l'expression de $\Theta_c(p)$ en fonction de $Q(p)$ et de $Cr(p)$.

D'après les équations :

- des débits : $q = C \frac{d\theta}{dt} + \frac{C^2}{k_n} \frac{d\Delta p}{dt} \quad (1)$

- des couples : $C \Delta p = Cr + f \frac{d\theta}{dt} + J \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (2)$

On suppose que les conditions initiales sont nulles :

$\Delta p(0) = 0, \quad \theta(0) = 0 \quad \text{et} \quad \theta'(0) = 0$

On applique la transformée de Laplace aux équations

$(1) \Rightarrow Q(p) = C \cdot p \cdot \Theta(p) + \frac{C^2}{k_n} p \Delta p$

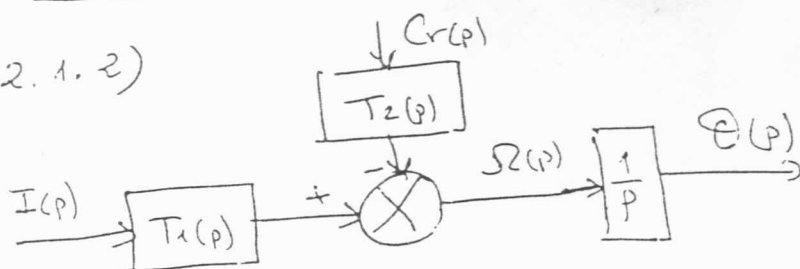
$(2) \Rightarrow C \cdot \Delta p(p) = Cr(p) + p(f + Jp) \Theta(p)$

$\Rightarrow Q(p) = p \left[C + \frac{C}{k_n} p(f + Jp) \right] \Theta(p) + \frac{C}{k_n} p Cr(p)$

D'où

$$\Theta(p) = \frac{1}{p \left[C + \frac{Cf}{k_n} p + \frac{CJ}{k_n} p^2 \right]} Q(p) - \frac{\frac{C}{k_n} p}{p \left[C + \frac{Cf}{k_n} p + \frac{CJ}{k_n} p^2 \right]} Cr(p)$$

C.2.1.2)



$\Theta(p) = \frac{1}{p} \Omega(p)$

$$\Theta(p) = \frac{1}{p} \left[T_1(p) I(p) - T_2(p) C_r(p) \right] = \frac{1}{p} \Omega(p)$$

D'où

$$T_1(p) = \frac{K_s}{\frac{CJ}{k_e} p^2 + \frac{C.f}{k_e} p + C} = \frac{\frac{K_s}{C} \cdot \frac{k_e}{J}}{p^2 + \frac{f}{J} p + \frac{k_e}{J}}$$

Etude
fréquentielle

$$T_1(p) = \frac{K_1 \omega_0^2}{p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2}$$

avec

$$\begin{cases} K_1 = \frac{K_s}{C} : \text{gain statique} \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{k_e}{J}} : \text{pulsation propre non amortie} \\ m = \frac{f}{2\sqrt{k_e \cdot J}} : \text{coefficient d'amortissement} \end{cases}$$

$$T_2(p) = \frac{\frac{C}{k_e} \cdot p}{\frac{CJ}{k_e} p^2 + \frac{C.f}{k_e} p + C} = \frac{K_2 \omega_0^2 p}{p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2}$$

avec $K_2 = \frac{1}{k_e}$

C.2.1.3) D'après la réponse indicielle de $T_1(p)$ à un échelon de position en commandant et l'amplitude 0,5A.

on a $A_{max} = 12$

$A(\infty) = 10$

Détermination du gain statique K_1 :

$A(\infty) = 0,5 K_1 = 10 \Rightarrow$

$K_1 = 20$

Détermination du coefficient d'amortissement m :

Dépassement $D = \frac{A_{max} - A(\infty)}{A(\infty)} = \frac{12 - 10}{10} = 0,2$

autre part, on a $D = e^{-\frac{m \pi}{\sqrt{1-m^2}}}$

$$\Rightarrow m = \frac{-\ln(D)}{\sqrt{\pi^2 + (\ln D)^2}}$$

A.N.:

$$m = 0,45$$

détermination de la pulsation propre non amortie ω_0 :

Temps de pic $T_p = 0,14 \text{ s}$

$$T_p = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1-m^2}}$$

$$\Rightarrow \omega_0 = \frac{\pi}{T_p \sqrt{1-m^2}}$$

A.N.:

$$\omega_0 = 25 \text{ rad/s}$$

2.2.2) Etude du système en boucle fermée

2.2.2.1) Etude de la stabilité pour $R(p) = K_p$.

Equation caractéristique:

$$p(p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2) + K_1 K_p K_d \omega_0^2 = 0$$

Tableau de Routh

p^3	1	ω_0^2
p^2	$2m\omega_0$	$K_1 K_p K_d \omega_0^2$
p^1	$\frac{2m\omega_0^3 - K_1 K_p K_d \omega_0^2}{2m\omega_0}$	0
p^0	$K_1 K_p K_d \omega_0^2$	0

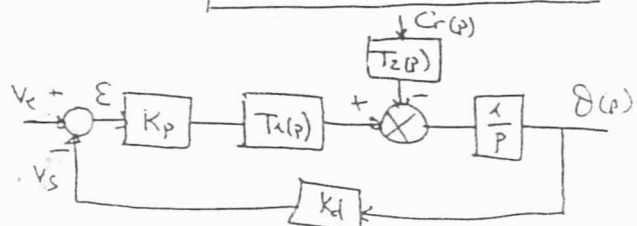
Conditions de stabilité

$$K_p > 0$$

$$K_p < \frac{2m\omega_0^3}{K_1 K_d} = 5,625$$

Conclusion: Le système en B.F est stable pour les valeurs de K_p tq

$$0 < K_p < 5,625$$



C.2.2.2) Fonction de transfert en boucle ouverte

$$H_{bo}(p) = \frac{K_1 K_d \omega_s^2 K_P}{p(p^2 + 2m\omega_s p + \omega_s^2)} = \frac{K_{bo} \omega_s^2}{p(p^2 + 2m\omega_s p + \omega_s^2)}$$

avec $K_{bo} = K_1 K_d K_P$.

En régime harmonique : $p = j\omega$

$$H_{bo}(j\omega) = \frac{K_{bo} \omega_s^2}{j\omega(-\omega^2 + \omega_s^2 + 2jm\omega_s \omega)}$$

$$\begin{cases} |H_{bo}(j\omega)| = \frac{K_{bo} \omega_s^2}{\omega \sqrt{(\omega_s^2 - \omega^2)^2 + 4m^2 \omega_s^2 \omega^2}} & : \text{Module de } H_{bo} \\ \text{Arg}[H_{bo}(j\omega)] = -90^\circ - \arctg\left(\frac{2m\omega_s \omega}{\omega_s^2 - \omega^2}\right) \end{cases}$$

C.2.2.3) Pour $\omega = \omega_c = 25 \text{ rad/s}$

$$|H_{bo}(j\omega_c)| = \frac{K_{bo} \omega_c}{2m\omega_c^2} = \frac{K_{bo}}{2m\omega_c}$$

$$\text{Arg}[H_{bo}(j\omega_c)] = -90^\circ - 90^\circ = -180^\circ$$

Marge de gain $MG_{dB} = -20 \log_{10} \frac{K_{bo}}{2m\omega_c} = 13,1 \text{ dB}$

$$\Rightarrow \frac{K_{bo}}{2m\omega_c} = \frac{K_1 K_d K_P}{2m\omega_c} = 0,2213 \Rightarrow \boxed{K_P = 1,25}$$

C.2.2.4) Pour $K_p = 1,25$

24

On a pour $\omega = 5,13 \text{ rad/s}$, le module de la fonction de transfert en B.O : $|H_{bo}(j\omega)|_{dB} = 0 \text{ dB}$.

et comme la définition de la marge de phase $\pi\varphi$:

$$\begin{cases} |H_{bo}(j\omega)| = 1 \text{ ou } |H_{bo}(j\omega)|_{dB} = 0 \text{ dB} \\ \text{pour } \omega = \omega_B = 5,13 \text{ rad/s} \\ \pi\varphi = 180 + \text{Arg}[H_{bo}(j\omega)]_{\omega=5,13 \text{ rad/s}} \end{cases}$$

avec

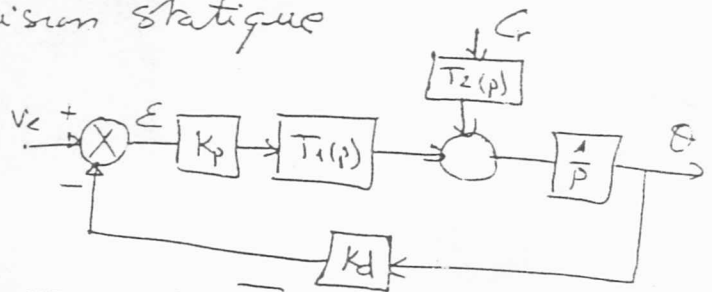
$$\begin{aligned} \text{Arg}[H_{bo}(j\omega)] &= -90^\circ - \left[\arctg \frac{2m\omega_0\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} \right]_{\omega=5,13 \text{ rad/s}} \\ &= -90^\circ - 10,9^\circ = -100,9^\circ \end{aligned}$$

D'où la marge de phase

$$\pi\varphi = 180^\circ - 100,9^\circ = 79,1^\circ$$

C.2.2.5) Etude de la précision statique

$$\begin{aligned} E(p) &= V_e(p) - V_s(p) \\ &= V_e(p) - K_d \Theta(p) \end{aligned}$$



$$\text{avec } \Theta(p) = \frac{1}{p} [K_p T_1(p) E(p) - T_2(p) C_r(p)]$$

$$\Rightarrow E(p) = \frac{p}{p + K_d K_p T_1(p)} V_e(p) + \frac{K_d T_2(p)}{p + K_d K_p T_1(p)} C_r(p)$$

$$E(p) = \frac{p(p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2)}{p(p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2) + K_d K_p K_1 \omega_0^2} V_e(p) + \frac{K_d K_2 \omega_0^2 p}{p(p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2) + K_d K_p K_1 \omega_0^2} C_r(p)$$

Pour $v_e(t) = t \cdot u(t) \xrightarrow{Z} V_e(p) = \frac{1}{p^2}$
 $C_r(t) = 250 u(t) \xrightarrow{Z} C_r(p) = \frac{250}{p}$

Thm de la valeur finale:

$$E(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p E(p) = \frac{1}{K_d K_p K_a} + 0$$

A.N: $E(\infty) = 0,2$ soit 20%

Elle représente l'erreur de traînage. ^(Kp=1,25)

C.2.2.6) Pour un régulateur proportionnel, le système en boucle fermée présente les performances suivantes:

- Performances temporelles: Déphasement en % = 4,5%
 Temps de pic $T_p = 0,14 s$

- Performances fréquentielles:

- Coef d'amortissement $m = 0,7 \Rightarrow$ pas de résonance

- Degré de stabilité satisfaisant

+ Plage de gain 13,1 dB pour $\omega = 25 \text{ rad/s}$

+ Plage de phase $79,1^\circ$ pour $\omega = 5,13 \text{ rad/s}$

- Précision:

+ En terme de régulation, le système en B.F est capable de rejeter les perturbations constantes.

+ En poursuite il présente une erreur de traînage de 20%.