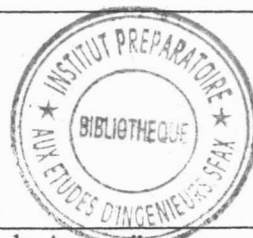


Première partie

1.a. $\left| \frac{\vec{v} \wedge \vec{B}}{E} \right| < \frac{vB}{E} = \frac{v}{c} \ll 1$, pour des particules non relativistes.



1

1.b. La distance λ qui sépare les atomes d'une même molécule est de l'ordre de Angström.
 $\lambda \ll \lambda \Rightarrow$ à l'échelle de la molécule, on peut considérer que le champ électrique est uniforme.

1

2.a. $m_c \frac{d^2 z_c}{dt^2} = + \delta e E_0 \cos(\omega t) - k(z_c - z_o)$: pour l'atome de carbone,
 $m_o \frac{d^2 z_o}{dt^2} = - \delta e E_0 \cos(\omega t) - k(z_o - z_c)$: pour l'atome d'oxygène.

2

2.b. $\frac{d^2 u}{dt^2} + \omega_0^2 u = \frac{\delta e}{\mu} E_0 \cos(\omega t)$, avec $\mu = \frac{m_o m_c}{m_o + m_c}$ et $\omega_0^2 = \frac{k}{\mu}$.

1

2.c. En cherchant une solution qui s'écrit sous la forme : $\underline{u} = \underline{U} e^{i\omega t}$, on trouve $\underline{U} = \frac{\delta e E_0}{\mu(\omega_0^2 - \omega^2)}$.
 $\Rightarrow u(t) = \frac{\delta e E_0}{\mu(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos(\omega t)$.

2

2.d. $\vec{p} = \delta e \vec{NP} = \delta e \vec{OC} = \delta e [(Z_{eq,c} + z_c(t)) - (Z_{eq,o} + z_o(t))] \vec{u}_z$; $Z_{eq,c}$ et $Z_{eq,o}$ repèrent les positions d'équilibre des deux atomes, avec $a = Z_{eq,c} - Z_{eq,o}$.

$\vec{p} = \delta e [a + u(t)] \vec{u}_z = [P_0 + P_{0i} \cos(\omega t)] \vec{u}_z$, avec $P_0 = \delta e a$ et $P_{0i} = \frac{\delta^2 e^2 E_0}{\mu(\omega_0^2 - \omega^2)}$.

$\vec{p}_0 = P_0 \vec{u}_z = \delta e a \vec{u}_z$ est le moment dipolaire permanent de la molécule.

$\vec{p}_i = P_{0i} \cos(\omega t) \vec{u}_z = \frac{\delta^2 e^2 E_0}{\mu(\omega_0^2 - \omega^2)} \cos(\omega t) \vec{u}_z$ est le moment dipolaire induit par l'onde.

3

(2+1)

Deuxième partie

1. * $V = \frac{P_0 \cos \theta}{4 \pi \epsilon_0 r^2}$, c'est le potentiel créé par le dipôle permanent $\vec{p}_0 = P_0 \vec{u}_z$.

* $V = \frac{(P_0 + P_i) \cos \theta}{4 \pi \epsilon_0 r^2}$ avec $P_i = \frac{\delta^2 e^2 E_0}{\mu \omega^2}$, c'est le potentiel créé par un dipôle permanent de moment $(P_0 + P_i) \vec{u}_z$.

* $V = \frac{(P_0 + P_{0i} \cos \omega t) \cos \theta}{4 \pi \epsilon_0 r^2}$, c'est le potentiel créé par la molécule de moment dipolaire

$\vec{p} = [P_0 + P_{0i} \cos(\omega t)] \vec{u}_z$ dans l'ARQS.

* $\underline{V} = \frac{j \left(\frac{\omega}{c} \right) P_{0i} \cos \theta}{4 \pi \epsilon_0 r} e^{j \left(\omega t - \frac{r}{c} \right)}$, potentiel rayonné à grande distance par un dipôle de moment

$P_{0i} = \frac{\delta^2 e^2 E_0}{\mu(\omega_0^2 - \omega^2)}$.

4

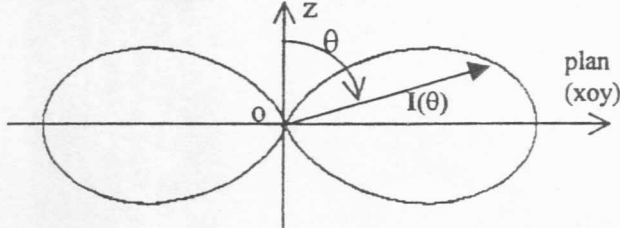
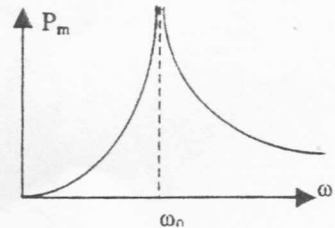
(4x1)

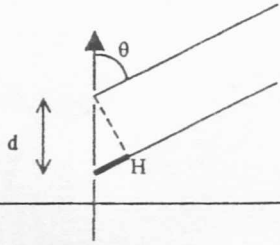
2. * Jauge de Lorentz : $\text{div } \vec{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial V}{\partial t} = 0$.

2

* $\vec{B} = \text{rot } \vec{A}$ et $\vec{E} = -\text{grad } V - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$.

(1+1)

3. Le plan contenant M et l'axe (Oz) est un plan de symétrie pour la distribution de charge, le champ électrique $\vec{E}$ est donc contenu dans ce plan : $\vec{E} = E_r \vec{u}_r + E_\theta \vec{u}_\theta$. Les déplacements des charges $-\delta e$ et $+\delta e$ suivant l'axe (Oz) donnent naissance à un courant suivant cet axe. Le plan contenant M et l'axe (Oz) est un plan de symétrie pour ce courant induit, le champ magnétique est donc orthogonal à ce plan $\Rightarrow \vec{B} = B_\phi \vec{u}_\phi$.	2 (1+1)
4. Pour $r \ll \lambda$, $\underline{E}_r = \frac{2 \cos \theta}{4 \pi \epsilon_0 r^3} \{P_0 + P_{0i} e^{j\omega t}\}$, $\underline{E}_\theta = \frac{\sin \theta}{4 \pi \epsilon_0 r^3} \{P_0 + P_{0i} e^{j\omega t}\}$ et $B_\phi = 0$. Pour $r \gg \lambda$, $\underline{E} = -\frac{\omega^2}{c^2} \frac{\sin \theta}{4 \pi \epsilon_0 r} P_{0i} e^{j\omega(t-\frac{r}{c})} \vec{u}_\theta$ et $\underline{B} = -\frac{\omega^2}{c} \frac{\mu_0 \sin \theta}{4 \pi r} P_{0i} e^{j\omega(t-\frac{r}{c})} \vec{u}_\phi$. Le champ $\underline{B}$ peut se mettre sous la forme : $\underline{B} = -\frac{\omega^2}{c^3} \frac{\sin \theta}{4 \pi \epsilon_0 r} P_{0i} e^{j\omega(t-\frac{r}{c})} \vec{u}_\phi$.	3
5. $E(M,t) = c B(M,t)$: les champs électrique et magnétique vibrent en phase. $\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$ avec $\vec{k} = \frac{\omega}{c} \vec{u}_r$ Si on s'intéresse à une région limitée de l'espace, on peut écrire $\frac{\sin \theta}{r} \approx \text{Cte}$: le champ électromagnétique est pratiquement uniforme en tout point M de cette région.	2
6. $\vec{R} = \frac{\omega^4}{c^3} \frac{\sin^2 \theta}{16 \pi^2 \epsilon_0 r^2} P_{0i}^2 \cos^2 \omega(t-\frac{r}{c}) \vec{u}_r$; $\langle \vec{R} \rangle = \frac{\omega^4}{c^3} \frac{\sin^2 \theta}{32 \pi^2 \epsilon_0 r^2} P_{0i}^2 \vec{u}_r$. 7. $dP_m = \langle \vec{R} \rangle \cdot d\vec{S} = \langle \vec{R} \rangle \cdot \vec{u}_r dS$. $I = \frac{dP_m}{dS} = \langle \vec{R} \rangle \cdot \vec{u}_r = I_0 \sin^2 \theta$. Le rayonnement est nul suivant l'axe du dipôle et maximal suivant toute direction contenue dans le plan (xOy).	2 (1+1) 3 (3x1) 
8. La puissance moyenne rayonnée à travers une sphère de rayon r s'écrit : $P_m = \oint \langle \vec{R} \rangle \cdot r^2 2\pi \sin \theta d\theta \vec{u}_r = \frac{\omega^4}{c^3} \frac{P_{0i}^2}{16 \pi \epsilon_0} \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta = \frac{1}{12\pi} \frac{P_{0i}^2 \omega^4}{\epsilon_0 c^3}$ La puissance moyenne P_m ne dépend pas de r, car le vide dans lequel se propage l'onde n'est pas absorbant.	2 (1,5+0,5)
9. $P_m = \frac{\delta^4 e^4 E_0^2}{12 \pi \epsilon_0 c^3 \mu^2 (\omega_0^2 - \omega^2)^2}$ Pour $\omega = \omega_0$, le modèle donne une puissance infinie (non acceptable). Le modèle n'a pas tenu compte des pertes d'énergie par rayonnement.	1 (2x0,5) 
10. $\lambda = 4,7 \mu\text{m}$: domaine infrarouge. $k = \mu \omega_0^2 = \frac{m_0 m_c}{m_0 + m_c} \omega_0^2 = 4,5 \cdot 10^{-13} \text{ Nm}^{-1}$.	2 (2x1)
11. Les vibrations des molécules symétriques de type de N_2 ou O_2, sous l'action du champ électrique d'une onde incidente, ne font pas apparaître de moments dipolaires induits.	1
Troisième partie : I.1. On appelle corps noir tout corps opaque absorbant tout rayonnement incident et ceci quelque soit la longueur d'onde.	

I.2. En sommant sur toutes les fréquences, le flux surfacique total émis s'écrit : $\varphi = \int_0^\infty \frac{d\varphi}{dv} dv = \sigma T^4, \text{ avec } \sigma = \frac{2 \pi^5 k_B^4}{15 c^2 h^3} = 5,62 \cdot 10^8 \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-4}.$	3 (1,5+1+0,5)
I.3.a. $\frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{c}{\lambda^2} \frac{d\varphi}{dv} \left(\frac{c}{\lambda} \right) = \frac{2 \pi h c^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda k_B T}\right) - 1}$	2
I.3.b. En posant $x = \frac{hc}{\lambda k_B T}$, on se ramène donc à chercher les zéros de la dérivée, par rapport à x, de la fonction $F(x) = x^{-5} (e^x - 1)$. La dérivée de cette fonction est nulle pour la valeur de x vérifiant : $e^x (5 - x) = 5$. $\Rightarrow$ loi de Wien : $\lambda_M T = \frac{hc}{x_0 k_B} = 2906 \mu\text{m.K}$.	2
I.3.c. Pour $T_1 = 300 \text{ K}$, on trouve $\lambda_{M1} \approx 10 \mu\text{m}$: infrarouge. Pour $T_2 = 6000 \text{ K}$, on trouve $\lambda_{M1} \approx 0,5 \mu\text{m}$: visible. A la température ambiante $T = 300 \text{ K}$, le corps noir n'a pas de couleur propre : il paraît donc noir.	2 (0,5+0,5+1)
II.1. $P_S = S_{\text{soleil}} \sigma T_S^4 = 4 \pi R_S^2 \sigma T_S^4$.	2
II.2. $P_T = P_S \frac{d\Omega}{4\pi}$, où $d\Omega = \frac{\pi R_T^2}{D^2}$ est l'angle solide élémentaire sous lequel la terre est vue depuis le soleil $\Rightarrow P_T = \frac{\pi \sigma R_S^2 R_T^2 T_S^4}{D^2}$.	2
II.3. $P_T = \frac{\pi \sigma R_S^2 R_T^2 T_S^4}{D^2} = 4 \pi R_T^2 \sigma T_0^4$, soit $T_0 = T_S \sqrt{\frac{R_S}{2D}} = 275 \text{ K} \approx 2^\circ\text{C}$. La température trouvée est inférieure à la température moyenne de la terre estimée à 20°C. Ceci est dû au fait que le modèle ne tient pas compte de la présence de l'atmosphère terrestre..	2 (1,5+0,5)
II.4. terre : $4 \pi R_T^2 \sigma T_1^4 = (1 - \alpha) 4 \pi R_S^2 \sigma T_S^4 \frac{\pi R_T^2}{4\pi D^2} + 4 \pi R_T^2 \sigma T_a^4 \Rightarrow T_1^4 = (1 - \alpha) T_0^4 + T_a^4$ atmosphère : $2 \times 4 \pi R_T^2 \sigma T_a^4 = \alpha 4 \pi R_S^2 \sigma T_S^4 \frac{\pi R_T^2}{4\pi D^2} + 4 \pi R_T^2 \sigma T_1^4 \Rightarrow 2 T_a^4 = \alpha T_0^4 + T_1^4$ $T_1 = T_0 (2 - \alpha)^{1/4} = 293 \text{ K}$.	5 (2+2+1)
Quatrième partie : I.1. La différence de phase s'écrit : $\psi = \frac{2\pi}{\lambda} (r_{n+1} - r_n) + (\varphi_{n+1} - \varphi_n) = \frac{2\pi}{\lambda} O_n H + \varphi_0$. Il vient : $\psi = \varphi_0 - \frac{2\pi d}{\lambda} \cos\theta$.	2 
I.2. $\frac{2\pi}{\lambda} r_2 + \varphi_2 = \psi + (\frac{2\pi}{\lambda} r + \varphi_0)$ $\frac{2\pi}{\lambda} r_n + \varphi_n = (n-1)\psi + (\frac{2\pi}{\lambda} r + \varphi_0)$ $\Rightarrow \underline{E}_n = \underline{D}_0 f(\theta) e^{j(n-1)\psi}$, avec $\underline{D}_0 = \frac{A_0}{r} e^{j(\frac{2\pi}{\lambda} r + \varphi_0)}$	2
I.3. Le champ électrique résultant s'écrit $\underline{E} = \underline{D}_0 f(\theta) \sum_{n=1}^N e^{j(n-1)\psi} = \underline{D}_0 f(\theta) \frac{1 - e^{jN\psi}}{1 - e^{j\psi}}$. $\underline{E} = N \underline{D}_0 f(\theta) e^{j(n-1)\psi/2} \frac{\sin\left(\frac{N\psi}{2}\right)}{N \sin\left(\frac{\psi}{2}\right)} \Rightarrow I = \underline{E} ^2 = N^2 \underline{D}_0 ^2 f^2(\theta) \left[\frac{\sin\left(\frac{N\psi}{2}\right)}{N \sin\left(\frac{\psi}{2}\right)} \right]^2$	2 (1+1)

I.4. $\psi = 2m\pi \Rightarrow \varphi_0 - \frac{2\pi d}{\lambda} \cos\theta_m = 2m\pi.$	1
I.5.a. $\cos\theta_0 = + \frac{\lambda\varphi_0}{2\pi d}$; $ \cos\theta_0 = \frac{\lambda\varphi_0}{2\pi d} \leq 1 \Rightarrow \varphi_0 \leq \frac{2\pi d}{\lambda}.$	1
I.5.b. $\cos\theta_{-1} = \frac{\lambda}{d} + \frac{\lambda\varphi_0}{2\pi d} = \frac{\lambda}{d} + \cos\theta_0$ et $\cos\theta_{+1} = -\frac{\lambda}{d} + \cos\theta_0.$ $ \cos\theta_{-1} > 1 \Rightarrow \lambda > d(1 - \cos\theta_0)$ ou $\lambda < -d(1 + \cos\theta_0)$, le deuxième cas est à rejeter ($\lambda > 0$). $ \cos\theta_{+1} > 1 \Rightarrow \lambda > d(1 + \cos\theta_0)$ ou $\lambda < d(-1 + \cos\theta_0)$, le deuxième cas est à rejeter ($\lambda > 0$). Il faut avoir alors $\lambda > d(1 - \cos\theta_0)$ et $\lambda > d(1 + \cos\theta_0)$, soit $\lambda > d(1 + \cos\theta_0).$	2
I.6.a. $\theta_0 = \frac{5\pi}{6}.$	1
I.6.b. $\frac{1}{1+ \cos\theta_0 } = \frac{1}{1+\frac{\sqrt{3}}{2}} > \frac{d}{\lambda} = \frac{1}{2}$	1
I.6.c. $d\psi = -\frac{2\pi d}{\lambda} \sin\theta d\theta \Rightarrow \Delta\theta = \frac{4}{N \sin\theta_0} = 10^{-2} \text{ rad} \Rightarrow$ grande directivité du rayonnement.	2
I.7. $\theta_0 = \frac{\pi}{4}$; $\varphi_0 = +\frac{\pi}{\sqrt{2}}$; $\Delta\theta = 0,799 - 0,771 = 0,028 \text{ rad} \Rightarrow N = \frac{4}{\Delta\theta \sin\theta_0} \approx 200.$	2 (4x95)
II.1. $\underline{V}_- = \frac{\frac{U_c}{R}}{\frac{1}{R} + jC\omega} = \frac{U_c}{1 + jRC\omega}$ et $\underline{V}_+ = \frac{U_c + U_s}{2}$, avec $\underline{V}_- = \underline{V}_+ \Rightarrow \underline{H} = \frac{U_s}{U_c} = \frac{1 - jRC\omega}{1 + jRC\omega}.$ $ \underline{H} = 1$; $\varphi_0 = \arg(\underline{H}) = -2 \arctg(RC\omega).$	3 (2+1)
II.2.a. $U_3(t) = \frac{\beta ab}{2} [\cos(2\pi(f + f')t + \alpha) + \cos(2\pi(f - f')t + \alpha)].$ Puisque que la fréquence de coupure filtre passe-bas est telle que $ f' - f \ll f_c \ll f' + f$, on obtient à sa sortie : $U_4(t) = \frac{\beta ab}{2} \cos(2\pi(f - f')t + \alpha).$	3 (2+1)
II.2.b. $U_5(t) = -\pi (f - f') \beta ab \sin(2\pi(f - f')t + \alpha)$; $U_0 = \frac{\pi\beta ab}{\sqrt{2}} f - f' \Rightarrow V_T = \frac{\sqrt{2} c}{abf\pi\beta} U_0.$	2 (1+1)