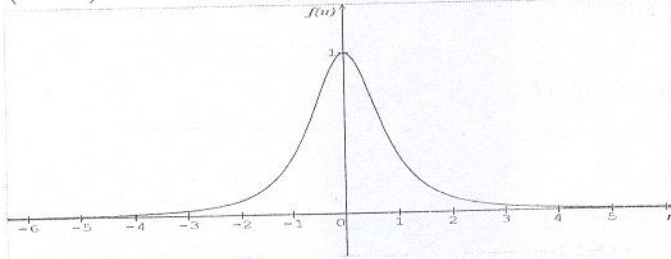
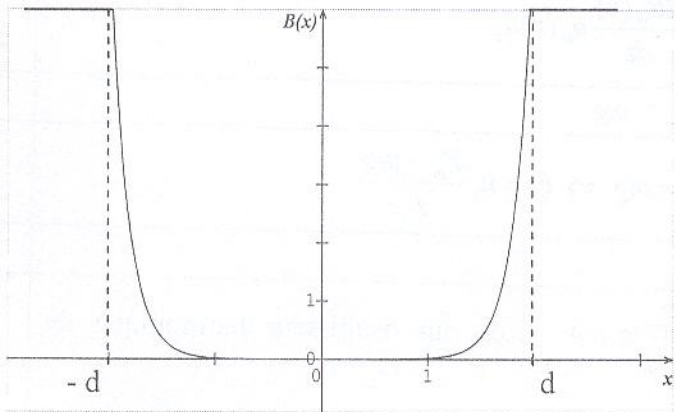
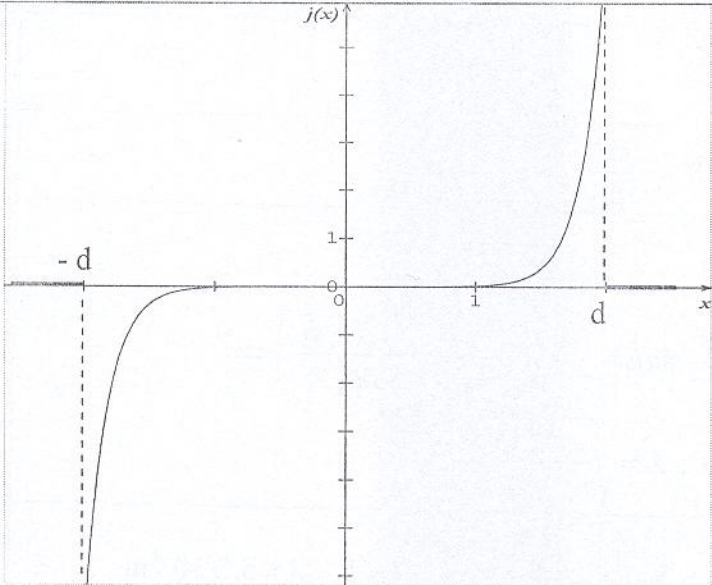


Problème1 (52 / 80) :

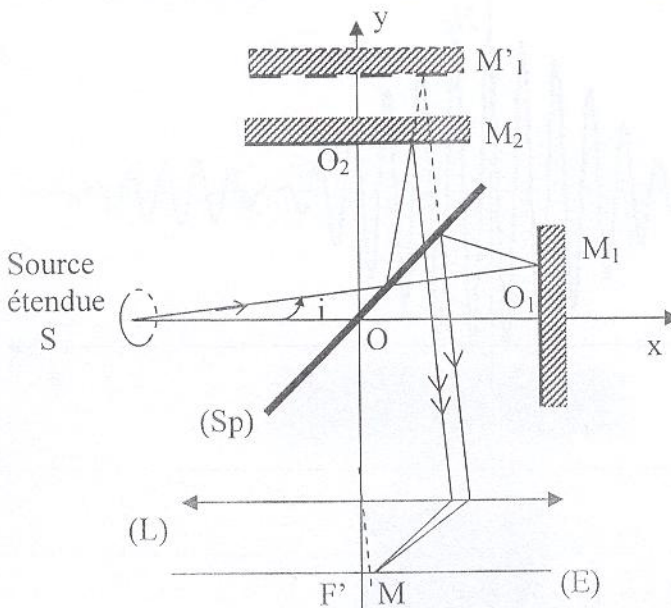
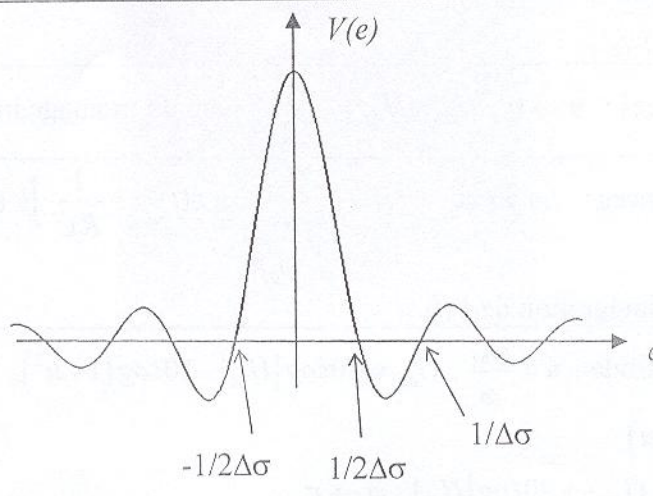
Question		Barème
1-	Par symétrie, $M \in (z'z) : \vec{B}_s(M) = B_s(z) \vec{u}_z$	1
2-	Loi de Biot et Savart : $d\vec{B}_s = \frac{\mu_0 I_0}{4\pi} \frac{d\vec{\ell}_p \wedge \vec{PM}}{PM^3} \Rightarrow \vec{B}_s(M) = \frac{\mu_0 I_0}{2} \frac{a^2}{(a^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \vec{u}_z$ $\Rightarrow \vec{B}_s(M) = \frac{\mu_0 I_0}{2a} \sin^3 \alpha \vec{u}_z$	1.5 + 1
3-1	Bobine plate : $\vec{B}_1(M) = N\vec{B}_s(M) = \frac{\mu_0 N I_0}{2a} \sin^3 \alpha \vec{u}_z$	1
3-2	$\frac{B_1(u)}{B_1(u=0)} = \frac{1}{(1+u^2)^{\frac{3}{2}}}, B_1(u=0) = \frac{\mu_0 N I_0}{2a}$  Cette courbe présente deux points d'inflexions en $u = \pm \frac{1}{2}$.	0.5 + 1.5
4-1	Pour que le champ soit uniforme et non nul, on doit avoir le même sens de I_0 dans les deux bobines.	0.5
4-2	$\vec{B}_h(M) = \vec{B}_1(M) + \vec{B}_2(M) = a^3 B_1(0) \left[\frac{1}{(a^2 + (z+d)^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{1}{(a^2 + (z-d)^2)^{\frac{3}{2}}} \right] \vec{u}_z$	1
5-	Le plan (Oxy) est un plan de symétrie de la distribution de courant et $\vec{B}_h = B_h(z) \vec{u}_z \Rightarrow B_h(-z) = B_h(z)$: fonction paire	1
6-	$B_h(z)$ est une fonction paire $\Rightarrow$ les termes en z et en z^3 sont nuls. O est un point d'inflexion pour $B_h(z) \Rightarrow$ le terme en z^2 est nul. On déduit que $B_h(z) = B_h(0)$ à l'ordre 4 près.	0.75 + 0.75 + 0.5
7-	$B_h(z) = B_h(0) = 2 \left(\frac{4}{5} \right)^{\frac{3}{2}} B_1(0) \approx 1,44 B_1(0)$	1
8-	$d\vec{B} = \frac{1}{2} \mu_0 n I_0 \cos(\omega t) \sin \alpha d\alpha \vec{u}_z$	1
9-	$\vec{B}(M, t) = \frac{1}{2} \mu_0 n I_0 [1 - \cos \alpha_{\max}] \cos(\omega t) \vec{u}_z$	1.5
10-	$\cos \alpha_{\max} = \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} \Rightarrow \vec{B}(M, t) = B_m(z) \cos(\omega t) \vec{u}_z,$ $B_m(z) = \frac{1}{2} B_0 \left(1 - \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}} \right), B_0 = \mu_0 n I_0$	1 + 0.5

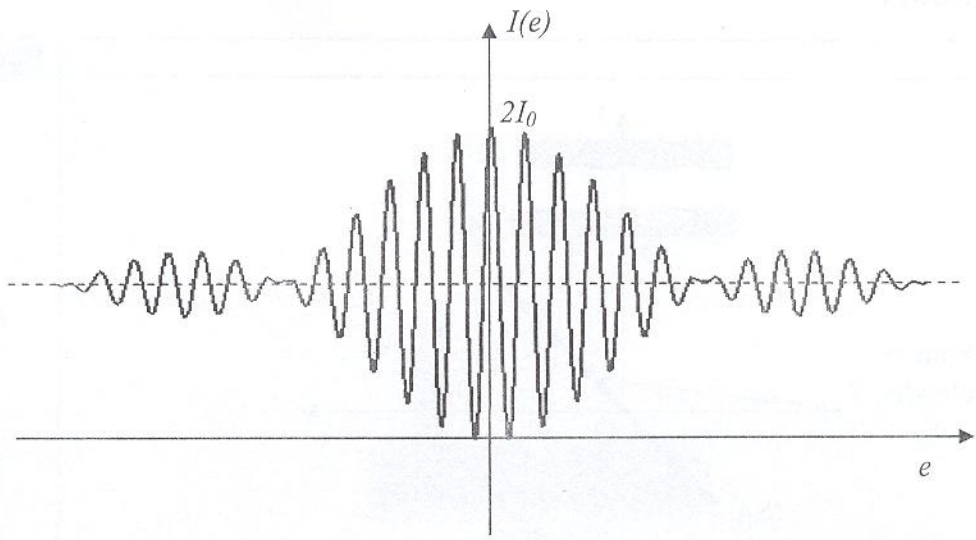
11-1-	Solénoïde infini : $\alpha_{\max} = \pi \Rightarrow \vec{B}_{st}(M,t) = B_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$, $B_0 = \mu_0 n I_0$	1
11-2-	Si $M \notin (Oz)$, par symétrie $\vec{B}_{st}(M,t) = B_z(r,t) \vec{u}_z$ $\triangleright r < a$: $r \vec{\partial}_t \vec{B}_{st} = \vec{0}$ (ARQS, $\vec{j} = \vec{0}$) $\Rightarrow \frac{\partial B_z(r,t)}{\partial r} = 0 \Rightarrow$ $B_z(r,t) = B_z(t)$, $\vec{B}_{st}$ est uniforme à l'intérieur du solénoïde $\triangleright r > a$: $\vec{B}_{st} = \vec{0}$ (énoncé)	0.5 + 1
12-	Par symétrie $\vec{A}(M,t) = A_\theta(r,t) \vec{u}_\theta$, $r \vec{\partial}_t \vec{A}(M,t) = \vec{B}_{st}(M,t)$ $\triangleright r < a$: $\vec{A}_{int} = \frac{r}{2} B_0 \cos(\omega t) \vec{u}_\theta$ $\triangleright r > a$: $\vec{A}_{ext} = \frac{a^2}{2r} B_0 \cos(\omega t) \vec{u}_\theta$	0.5 + 0.75 + 0.75
13-	$\vec{E}_m = -\frac{\partial \vec{A}_{int}}{\partial t} = \frac{1}{2} r B_0 \omega \sin(\omega t) \vec{u}_\theta$	1
14-	$\vec{j} = \gamma \vec{E}_m = \frac{1}{2} r \gamma B_0 \omega \sin(\omega t) \vec{u}_\theta$; courants de Foucault	0.75
15-	$\frac{dP}{d\tau} = \vec{j} \cdot \vec{E}_m = \frac{1}{4} \gamma r^2 B_0^2 \omega^2 \sin^2(\omega t)$	0.75
16-	$\langle \frac{dP}{d\tau} \rangle = \frac{1}{8} \gamma r^2 B_0^2 \omega^2$	0.5
17-	$P_t = \int_{(b)} \langle \frac{dP}{d\tau} \rangle d\tau = \frac{1}{16} \gamma h \pi B_0^2 \omega^2 b_0^4$	1
18-	Application : chauffage par induction	0.5
19-	M voisin de (Oz) : par symétrie $\vec{B}(M,t) = B_r(r,z,t) \vec{u}_r + B_z(r,z,t) \vec{u}_z$ $\vec{B}$ est à flux conservatif $\Rightarrow$ à travers un cylindre de rayon r et de hauteur dz, centré sur (Oz) : $\pi r^2 B_z(z+dz,t) - \pi r^2 B_z(z,t) + 2\pi r dz B_r = 0 \Rightarrow$ $B_r(M,t) = -\frac{r}{2} \frac{\partial B_z}{\partial z}$	0.5 + 1
20-	$\phi = \iint_{(A)} \vec{B} \cdot d\vec{S} = \pi b^2 B_m(z) \cos(\omega t) = \phi_m(z) \cos(\omega t)$	0.75
21-1-	$e = -\frac{d\phi}{dt} = \pi b^2 \omega B_m(z) \sin(\omega t)$; ($z = ct^c$)	0.75
21-2-	$e = \omega \phi_m(z) \sin(\omega t)$	0.5
22-	Loi d'Ohm généralisée : $R_A i_A = e - L_A \frac{di_A}{dt} \Rightarrow$ $L_A \frac{di_A}{dt} + R_A i_A = \omega \phi_m(z) \sin(\omega t) \Rightarrow i_A(t) = \frac{\omega \phi_m(z)}{R_A + j L_A \omega} \exp j(\omega t - \frac{\pi}{2}) \Rightarrow$ $i_A(t) = \frac{\omega \phi_m(z)}{\sqrt{R_A^2 + (L_A \omega)^2}} \sin\left(\omega t - \arctan\left(\frac{L_A \omega}{R_A}\right)\right)$	0.5 + 1.5
23-	$\vec{F} = \oint_{(A)} (i_A(t) d\ell \vec{u}_\theta) \wedge (B_r \vec{u}_r + B_z \vec{u}_z) = -2\pi b i_A(t) B_r(b,z,t) \vec{u}_z \Rightarrow$ $\vec{F} = \pi b^2 \frac{dB_m(z)}{dz} i_A(t) \cos(\omega t) \vec{u}_z$	1.5

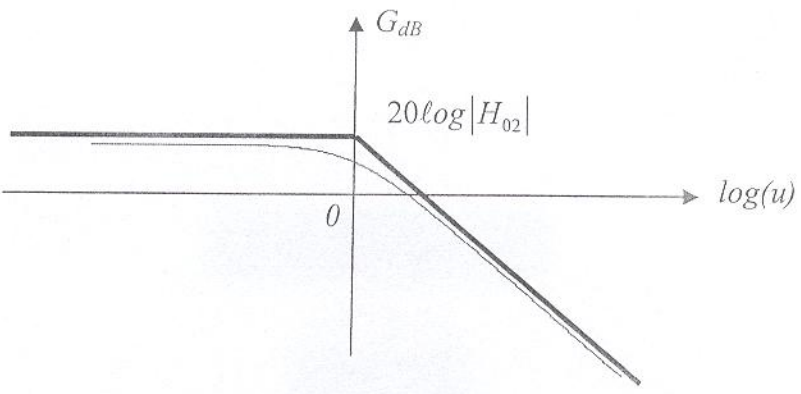
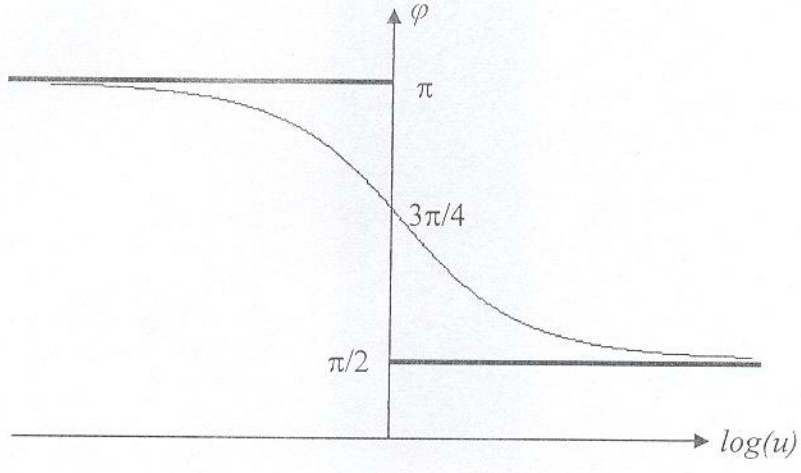
24-	$\langle \vec{F} \rangle = -\frac{\pi b^2 L_A \omega^2}{2(R_A^2 + (L_A \omega)^2)} \frac{dB_m(z)}{dz} \phi_m(z) \vec{u}_z$	1
25-1-	Condition de décollage : $F_m > mg$	0.5
25-2-	Stabilisation : $F_m \left(1 - \frac{z_e}{h_0}\right) = mg \Rightarrow z_e = h_0 \frac{F_m - mg}{F_m}$	1
25-3-	$z_e = 12 \text{ cm}$	0.5
25-4-	$z = z_e + \varepsilon \Rightarrow \frac{d^2 \varepsilon}{dt^2} + \frac{F_m}{mh_0} \varepsilon = 0$: c'est un oscillateur harmonique de pulsation $\Omega = \sqrt{\frac{F_m}{mh_0}}$	1.5
25-5-	Equilibre stable	0.5
26-	$m_0 \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{E} \Rightarrow m_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = q\vec{E}$ (champ de vitesse uniforme)	1
27-	$\vec{j} = n_s q \vec{v} \Rightarrow \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} = \frac{n_s q^2}{m_0} \vec{E}$	1
28-	$\text{div} \vec{E} = 0, \text{div} \vec{B} = 0, r \vec{\otimes} t \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, r \vec{\otimes} t \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$	1
29-	$\frac{\partial}{\partial t} (r \vec{\otimes} t \vec{B}) = \frac{n_s \mu_0 q^2}{m_0} \vec{E} \Rightarrow$ $\frac{\partial}{\partial t} [r \vec{\otimes} t (r \vec{\otimes} t \vec{B})] = \frac{n_s \mu_0 q^2}{m_0} r \vec{\otimes} t \vec{E} = -\frac{n_s \mu_0 q^2}{m_0} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\vec{B}}{\lambda^2} \right) \Rightarrow$ $\frac{\partial}{\partial t} \left[r \vec{\otimes} t (r \vec{\otimes} t \vec{B}) + \frac{\vec{B}}{\lambda^2} \right] = \vec{0} ; \lambda = \sqrt{\frac{m_0}{n_s \mu_0 q^2}}$	1.5 + 0.5
30-	$\left[\left[r \vec{\otimes} t (r \vec{\otimes} t \vec{B}) \right] \right] = \frac{\left[\left[\vec{B} \right] \right]}{[\lambda]^2} \Rightarrow \frac{\left[\left[\vec{B} \right] \right]}{L^2} = \frac{\left[\left[\vec{B} \right] \right]}{[\lambda]^2} \Rightarrow [\lambda] = L ; \lambda = 5,2 \cdot 10^{-8} \text{ m}$	1 + 0.5
31-	$r \vec{\otimes} t (r \vec{\otimes} t \vec{B}) + \frac{\vec{B}}{\lambda^2} = \vec{0} \Rightarrow \Delta \vec{B} - \frac{\vec{B}}{\lambda^2} = \vec{0}$	1
32-	$\frac{d^2 B(x)}{dx^2} - \frac{B(x)}{\lambda^2} = 0 \Rightarrow B(x) = C_1 \exp\left(\frac{x}{\lambda}\right) + C_2 \exp\left(-\frac{x}{\lambda}\right)$	1
33-1-	Continuité de la composante tangentielle de $\vec{B}$: $B(d) = B(-d) = B_0 \Rightarrow$ $\vec{B} = \frac{B_0}{\text{ch}\left(\frac{d}{\lambda}\right)} \text{ch}\left(\frac{x}{\lambda}\right) \vec{u}_y$	1.5
33-2-	$B(x)$ passe par un minimum pour $x = 0$, $B_{\min} = \frac{B_0}{\text{ch}\left(\frac{d}{\lambda}\right)}$ $B_{\min} \rightarrow 0$ lorsque $d \gg \lambda$	0.5 +

		1
33-3-	$r\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} \Rightarrow \vec{j} = -\frac{B_0}{\mu_0 \lambda C h\left(\frac{d}{\lambda}\right)} \text{Sh}\left(\frac{x}{\lambda}\right) \vec{u}_z$	1
33-4-		1.5
33-5-	Ce modèle explique l'effet Meissner : pour $x \gg \lambda$, le champ magnétique est nul. La distance caractéristique de pénétration λ est de l'ordre de 10 nm, très faible devant d (quelques mm)	1

Problème2 (28 / 80) :

Question		Barème
1-		1.5
2-1-	Rôle de (Sp) : diviser l'onde incidente d'intensité I_0 en deux ondes synchrones, mutuellement cohérentes et de même amplitude $I_0/2$.	1
2-2-	Après réflexions sur (M_1) et (M_2) les ondes reviennent sur (Sp) où il y a de nouveau division d'amplitude, les ondes qui interfèrent ont la même intensité $I_0/4 \Rightarrow$ globalement la moitié de l'intensité de l'onde incidente est perdue.	1
3-1	$\delta(M) = 2e \cos i$ (démonstration)	1.5
3-2	Par symétrie de révolution autour de l'axe optique, on observe des anneaux circulaires. $\delta = cte \Rightarrow i = cte$: ce sont des anneaux d'égale inclinaison	0.5 + 0.5
4-	$r_k = f' \sqrt{\frac{\lambda}{2e}} \sqrt{2k-1} = f' \frac{\sqrt{2k-1}}{\sqrt{2e\sigma}}$ (démonstration)	1.5
5-1	$\varphi = 2\pi\sigma\delta = 4\pi\sigma e \cos i$, en F' $i = 0$: $I(e) = I_0 (1 + \cos(4\pi\sigma e))$ I_0 : valeur moyenne du signal délivré par le détecteur	1 0.5
5-2	Période : $\Delta e = \frac{1}{2\sigma} = \frac{\lambda}{2}$	0.5
6-	$I(e) = I_0 (1 + V \cos \varphi_0)$ avec $V = \sin_c(2\pi e \Delta\sigma)$ et $\varphi_0 = 4\pi e \sigma_0$	1.5
7-1		1.5

7-2		1.5
8-	$V = 0$ pour $e_1 = \frac{1}{2\Delta\sigma}$	0.5
9-1	Franges visibles si $\delta < L_c \Rightarrow L_c = 2e_1 = \frac{1}{\Delta\sigma}$	1
9-2	$L_{c1} = \frac{1}{\Delta\sigma_1} = 40\mu m$ $L_{c2} = \frac{1}{\Delta\sigma_2} = 20cm$ $L_{c2} \gg L_{c1}$: le laser est une source plus cohérente temporellement qu'une lampe spectrale	0.5 + 0.5 + 0.5
10	$\underline{H}_1(j\omega) = \frac{H_{01}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_{01}}}$; $H_{01} = -\frac{1}{2}$; $\omega_{01} = \frac{2}{RC}$	1.5
11	si $\omega \rightarrow 0$: $\underline{H}_1 \rightarrow H_{01}$ c'est un filtre passe bas de premier ordre si $\omega \rightarrow \infty$: $\underline{H}_1 \rightarrow 0$ H_{01} : gain statique ; ω_{01} : pulsation de coupure	0.5 + 0.5
12	$x(t) = \int V(t)dt \Leftrightarrow V(t) = \frac{dx(t)}{dt}$	0.5
13-1	$\underline{H}_2(j\omega) = \frac{H_{02}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_{02}}}$; $H_{02} = -\frac{R_2}{R_1}$; $\omega_{02} = \frac{1}{R_2C}$	1.5
13-2	Basses fréquences : $\omega \rightarrow 0$: $\underline{H}_2 = H_{02} = -\frac{R_2}{R_1}$: gain du montage inverseur	0.5
13-3	Hautes fréquences : $\omega \gg \omega_{02}$: $\underline{H}_2 \rightarrow \frac{H_{02}}{j\frac{\omega}{\omega_{02}}} \Rightarrow x(t) = -\frac{1}{R_1C} \int V(t)dt$: le circuit assure l'intégration de $V(t)$.	0.5
14-	Diagramme de Bode : $u = \frac{\omega_{02}}{\omega}$, $G_{dB} = 20\log H_{02} - 10\log(1+u^2)$, $\varphi = \pi - \arctan(u)$ $u \ll 1$: $G_{dB} \rightarrow 20\log H_{02}$, $\varphi \rightarrow \pi$	0.5

	• $u \gg 1$: $G_{dB} \rightarrow 20\log H_{02} - 20\log(u)$: pente de -20 dB/décade, $\varphi \rightarrow \frac{\pi}{2}$ • $u = 1$: $G_{dB} = 20\log H_{02} - 3dB$, $\varphi = \frac{3\pi}{4}$	0.5
		0.75
		0.75
15-1	$\underline{H}(j\omega) = \frac{H_{01}H_{02}}{\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{01}}\right)\left(1 + j\frac{\omega}{\omega_{02}}\right) + H_{01}H_{02}}$: filtre passe bas de second ordre	1.5
15-2	Si $x(t) \neq V_0$, une tension $V_d(t)$ apparaît et le miroir se met en mouvement jusqu'à avoir $x(t) = V_0$, d'où la possibilité de commander la position du miroir.	1