



REPUBLIQUE TUNISIENNE
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la
Recherche Scientifique

Concours Nationaux d'Entrée aux Cycles
de Formation d'Ingénieurs
Session 2013



الجمهورية التونسية
وزارة التعليم العالي
والبحر العلمي
المنظرات الوطنية للدخول
إلى مراحل تكوين المهندسين
دورة 2013

Concours Technologie Epreuve de Physique

Date : Jeudi 06 Juin 2013 Heure : 8 H00 Durée : 4 H Nbre pages : 08

Barème : Partie 1 : 02 pts ; Partie 2 : 05 pts ; Partie 3 : 02.5 pts ; Partie 4 : 07 pts ; Partie 5 : 03.5 pts

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.

L'épreuve est constituée de cinq parties pouvant être traitées de façon indépendante.

Un candidat peut toujours se servir d'un résultat fourni par l'énoncé pour continuer sa composition.

Données :

- Le vide est caractérisé par sa permittivité électrique $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \text{ F.m}^{-1}$ et sa perméabilité magnétique $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$
- Charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
- Masse de l'électron : $m_e = 9,10 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
- Masse du proton : $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
- Constante de gravitation : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$
- Rayon de la Terre : $R_T = 6400 \text{ km}$
- Masse de la Terre : $M_T = 6,0 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
- $\text{rot}(\text{rot}\vec{a}) = \text{grad}(\text{div}\vec{a}) - \Delta\vec{a}$
- $\int_0^{\pi} \frac{\cos^2(\frac{\pi}{2} \cos \theta)}{\sin \theta} d\theta = 1,22$

Première Partie : Propagation d'une onde électromagnétique dans le vide :

- Ecrire les équations de Maxwell dans le vide satisfaites par le champ électromagnétique en présence de charges et de courants.
- Etablir l'équation de propagation du champ électromagnétique dans le vide absolu (dépourvu de charges et de courants). On note c la célérité de la lumière dans le vide.

On note $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ la base cartésienne, orthonormée directe, du référentiel $\mathcal{R}(\text{Oxyz})$. On considère une onde électromagnétique de champ électrique $\vec{E}(M, t) = E_0 \exp j(\omega t - kz) \vec{u}_x$, où E_0 est un réel positif.

- Caractériser cette onde.

4. Etablir la relation entre k et ω pour que cette onde puisse se propager dans le vide absolu. Le vide est-il dispersif ? Justifier.
5. Déterminer le champ magnétique $\vec{B}(M,t)$ de cette onde.
6. Déterminer la densité d'énergie électromagnétique u_{em} ainsi que sa valeur moyenne dans le temps $\langle u_{em} \rangle$.
7. Relier le vecteur de Poynting $\vec{\Pi}(M,t)$ à u_{em} . Que représente le module de sa valeur moyenne dans le temps $\|\langle \vec{\Pi}(M,t) \rangle\|$?

Deuxième Partie : Production d'une onde électromagnétique

Rayonnement dipolaire

Le référentiel $\mathcal{R}(Oxyz)$ de base orthonormée directe $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ est supposé galiléen. On note $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_\varphi)$ la base sphérique. Un dipôle électrique oscillant, de moment dipolaire $\vec{p}(t) = p(t) \vec{u}_z = p_0 \cos(\omega t) \vec{u}_z$, se trouve au point O (Figure 1).

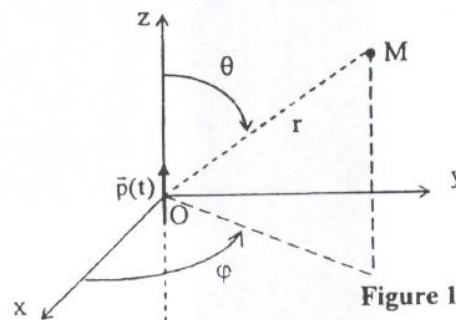


Figure 1

Dans l'approximation dipolaire, le champ magnétique $\vec{B}(M,t)$ créé par ce dipôle en un point

$$\vec{B}(M,t) = \frac{\mu_0 \sin \theta}{4\pi r^2} \left[\frac{dp(t)}{dt} + \frac{r}{c} \frac{d^2 p(t)}{dt^2} \right]_{t-(r/c)} \vec{u}_\varphi$$

8.

8.1. Justifier la direction de $\vec{B}(M,t)$ par des arguments de symétrie.

8.2. Ecrire son expression complexe $\vec{B}(M,t)$ dans le cas du dipôle oscillant considéré.

9.

9.1. Rappeler la définition de la zone de rayonnement.

9.2. En déduire l'expression du champ magnétique rayonné par le dipôle oscillant.

10. Déterminer l'expression du champ électrique de l'onde rayonnée par ce dipôle.

11. Montrer que l'expression du vecteur de Poynting moyen s'écrit :

$$\langle \vec{\Pi}(M,t) \rangle = \frac{\omega^4 p_0^2 \sin^2 \theta}{32\pi^2 \epsilon_0 c^3 r^2} \vec{u}_r$$

12. En déduire la puissance moyenne traversant une sphère de centre O et de rayon r entourant le dipôle.

Rayonnement d'une antenne demi-onde

Une antenne demi-onde, confondue avec l'axe (Oz), est constituée d'un fil métallique rectiligne de longueur $\ell = \frac{\lambda}{2}$, parcouru par le courant $i(z, t) = I_0 \cos\left(\frac{\pi}{\ell} z\right) \cos(\omega t)$, où I_0 est une constante (Figure 2).

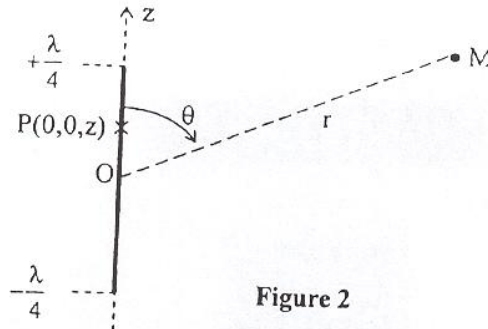


Figure 2

L'antenne est décomposée en éléments de longueur dz de sorte que $dz \ll \lambda$.

13. Déterminer l'expression de la charge $q(z, t)$.

14. En déduire l'expression du moment dipolaire élémentaire $\delta \vec{p} = \delta p(z, t) \vec{u}_z$.

15. Montrer que le champ magnétique rayonné par un élément dz placé au point $P(0,0,z)$ s'écrit :

$$d\vec{B}(M, t) = j\omega \frac{\mu_0 \sin \theta}{4\pi r c} I_0 dz \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} z\right) \exp j\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} PM\right) \vec{u}_\psi$$

16. Exprimer la distance PM en fonction de r , θ et z .

17. En déduire que le champ magnétique rayonné par l'antenne demi-onde s'écrit :

$$\vec{B}(M, t) = -\frac{\mu_0 I_0}{2\pi r} \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2} \cos \theta\right)}{\sin \theta} \sin\left(\omega t - \frac{\omega}{c} r\right) \vec{u}_\phi$$

18. Déterminer le champ électrique rayonné $\vec{E}(M, t)$.

19. En déduire l'expression du vecteur de Poynting $\vec{\Pi}(M, t)$ ainsi que sa valeur moyenne temporelle $\langle \vec{\Pi}(M, t) \rangle$.

20. Déterminer la puissance moyenne totale P_m rayonnée par l'antenne demi-onde à travers une sphère de centre O et de rayon r .

21. En déduire l'expression de la résistance de rayonnement définie par $P_m = \frac{1}{2} R_r I_0^2$. Calculer la valeur numérique de R_r .

22. On définit le gain directionnel de rayonnement par $G_d = 4\pi r^2 \frac{\|\langle \vec{\Pi} \rangle\|}{P_m}$. Comparer le gain directionnel de l'antenne à celui du dipôle oscillant pour $\theta = \frac{\pi}{2}$.

Troisième Partie : Satellite sur une orbite circulaire

Cette partie est consacrée à l'étude de quelques caractéristiques d'un satellite de télécommunication en orbite autour de la Terre, assimilée à une sphère homogène de centre O , de rayon R_T et de masse M_T .

Un satellite de masse m_s , assimilable à un point matériel est en orbite circulaire autour de la Terre, à une altitude h .

23. Montrer que le champ gravitationnel $\vec{g}(M)$ créé par la terre en un point M défini par

$$OM = r \vec{u}_r = (R_T + h) \vec{u}_r, \text{ s'écrit : } \vec{g}(M) = -G \frac{M_T}{r^2} \vec{u}_r.$$

24. On suppose que le système (Terre-satellite) est isolé.

24.1. Le référentiel barycentrique est-il galiléen ? Justifier.

24.2. Rappeler la définition du référentiel géocentrique $(\mathcal{R}_g)$.

24.3. Montrer que le référentiel barycentrique peut être approximativement confondu avec $(\mathcal{R}_g)$.

Dans la suite de cette partie, l'étude sera menée dans $(\mathcal{R}_g)$ supposé galiléen.

25. Etablir la relation entre le module de la vitesse du satellite $v = \|\vec{v}\|$ et h .

26.

26.1. Etablir la relation entre la période de révolution T du satellite et h .

26.2. En déduire la 3^{ème} loi de Kepler.

27.

27.1. Montrer que le moment cinétique $\vec{\sigma}_o$ et l'énergie mécanique E_m du satellite se conservent.

27.2. En déduire que le mouvement est plan et qu'il obéit à la loi des aires.

28. Calculer numériquement v , T , σ_o et E_m . On donne : $h = 800 \text{ km}$; $m_s = 2.10^3 \text{ kg}$

Quatrième Partie : Liaison Terre-Satellite

Les communications Terre-satellite se font par réception ou émission des ondes électromagnétiques. Ces ondes traversent l'atmosphère qu'on assimile au vide, à l'exception de la couche située à plus de 60 km d'altitude appelée ionosphère.

L'ionosphère peut être considérée comme un plasma constitué d'un gaz sous faible pression et partiellement ionisé. C'est un milieu électriquement neutre de permittivité électrique ϵ_0 et de perméabilité magnétique μ_0 , qui renferme, par unité de volume, N électrons libres de charge $-e$ et de masse m_e , et des ions positifs de charge $+e$ et de masse m_p .

On désigne par $\vec{v}_e$ et $\vec{v}_p$ les vecteurs vitesses respectivement d'un électron et d'un ion positif, relativement au référentiel terrestre $\mathcal{R}(Oxyz)$, de base orthonormée directe $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$, supposé galiléen.

On suppose que le mouvement de ces particules chargées est non relativiste.

Dans cette étude, on néglige l'effet de la pesanteur ainsi que les interactions entre les porteurs de charge.



Propagation des ondes électromagnétiques dans l'ionosphère

On se propose d'étudier la possibilité de propagation selon une verticale locale d'une onde électromagnétique plane progressive monochromatique de champ électrique

$$\vec{E}(M, t) = E_0 \exp j(\omega t - kz) \vec{u}_x$$

où E_0 est un réel positif.

29.

- 29.1. Rappeler l'expression de la force de Lorentz exercée par le champ électromagnétique $(\vec{E}, \vec{B})$ sur les porteurs de charges.
- 29.2. Montrer que l'on puisse négliger la contribution du champ magnétique devant celle du champ électrique à la force de Lorentz.
30. Dans cette hypothèse, écrire les équations vectorielles du mouvement d'un électron et d'un ion relativement au référentiel $\mathcal{R}$.

Dans la suite, on se place en régime établi et on cherche les vecteurs vitesses sous la forme :

$$\vec{v}(M, t) = \vec{v}_0 \exp j(\omega t - kz)$$

31. En admettant que l'amplitude des mouvements des charges est très petite devant la longueur d'onde, déterminer les expressions de $\vec{v}_e$ et $\vec{v}_p$.
32. En déduire l'expression de la densité volumique de courant $\vec{J}(M, t)$ qui apparaît dans l'ionosphère.
33. En tenant compte des valeurs numériques de m_e et de m_p , montrer que l'expression simplifiée de $\vec{J}(M, t)$ s'écrit : $\vec{J}(M, t) = -j \frac{Ne^2}{\omega m_e} \vec{E}(M, t)$.
34. Ecrire les équations de Maxwell dans le plasma ionosphérique.
35. Réécrire ces équations en notation complexe et déduire la structure de l'onde dans le plasma.
36. Etablir l'équation aux dérivées partielles vérifiée par $\vec{E}(M, t)$.
37. En déduire que la relation de dispersion dans le plasma étudié s'écrit :

$$k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$$

Donner l'expression de la pulsation plasma ω_p en fonction de N , e , m_e et ϵ_0 .

38. Calculer la fréquence plasma f_p pour $N = 2.10^{11} m^{-3}$.
39. Montrer que l'ionosphère se comporte comme un filtre passe-haut pour les ondes électromagnétiques. Préciser sa fréquence de coupure f_c .

On se place dans le cas où la propagation des ondes électromagnétiques dans l'ionosphère est possible sans atténuation.

40. Donner l'expression de k en fonction de ω , ω_p et c pour une onde progressive dans le sens des z croissants.
41. En déduire les expressions réelles $\vec{E}$ et $\vec{B}$ du champ électromagnétique dans le plasma.
- 42.
- 42.1. Déterminer les expressions de la vitesse de phase v_ϕ et de la vitesse de groupe v_g .
Le plasma est-il dispersif ? Justifier.

- 42.2. Représenter v_ϕ et v_g en fonction de ω sur un même graphe.
43. Déterminer la moyenne temporelle du vecteur de Poynting $\langle \vec{\Pi}(M,t) \rangle$.
44. Déterminer la moyenne temporelle de la densité d'énergie électromagnétique $\langle u_{em} \rangle$ et de la densité d'énergie cinétique $\langle e_c \rangle$.
45. En déduire une interprétation physique de la vitesse de groupe v_g .
46. Déterminer l'indice de réfraction n du plasma en fonction du rapport $\frac{f_p}{f}$.
- Calculer n pour une onde de fréquence $f = 11 \text{ MHz}$.

Bilan d'énergie au niveau de l'interface atmosphère basse - ionosphère

Une onde électromagnétique plane progressive monochromatique de champ électrique $\vec{E}_i(M,t) = E_0 \exp j(\omega t - k_0 z) \vec{u}_x$ est émise depuis le sol suivant la verticale locale caractérisée par l'axe (Oz) normale à l'interface atmosphère basse - ionosphère, supposée plane, confondue avec le plan $z = 0$ (Figure 3).

Au niveau de cette interface $z = 0$, l'onde incidente donne naissance à une onde réfléchie et une onde transmise dont les champs électriques s'écrivent respectivement :

$$\vec{E}_r(M,t) = E_{0r} \exp j(\omega t + k_0 z) \vec{u}_x \quad \text{et} \quad \vec{E}_t(M,t) = E_{0t} \exp j(\omega t - kz) \vec{u}_x.$$

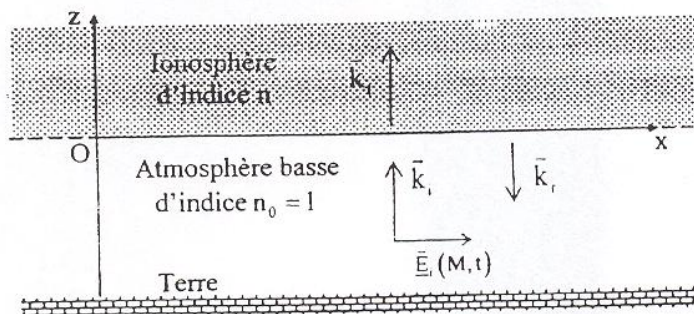


Figure 3

47. Déterminer les expressions des champs magnétiques incident, réfléchi et transmis notés respectivement $\vec{B}_i$, $\vec{B}_r$ et $\vec{B}_t$.
48. Déterminer les coefficients de réflexion $r = \frac{E_{0r}}{E_0}$ et de transmission $t = \frac{E_{0t}}{E_0}$ en amplitude au niveau de l'interface $z = 0$ en fonction de l'indice n du plasma.
49. Déterminer, au niveau du plan $z = 0$, les moyennes temporelles des vecteurs de Poynting incident, réfléchi et transmis notées respectivement $\langle \vec{\Pi}_i \rangle$, $\langle \vec{\Pi}_r \rangle$ et $\langle \vec{\Pi}_t \rangle$, dans le cas où $\omega > \omega_p$.
50. En déduire, dans ce cas, les expressions du facteur de réflexion $R = \frac{\|\langle \vec{\Pi}_r \rangle\|}{\|\langle \vec{\Pi}_i \rangle\|}$ et du facteur de transmission $T = \frac{\|\langle \vec{\Pi}_t \rangle\|}{\|\langle \vec{\Pi}_i \rangle\|}$ en puissance en fonction de n .
51. Calculer la somme $R + T$. Commenter le résultat.
52. Sans faire de calcul, dire comment seront modifiés R et T si $\omega < \omega_p$?

Cinquième Partie : Modulateur d'Armstrong

La modulation consiste à transposer les caractéristiques d'un signal dans des domaines de fréquences adaptés aux traitements et au transport de l'information.

Dans toute cette partie l'amplificateur opérationnel est supposé parfait et fonctionne en régime linéaire.

53. Le domaine des fréquences audibles s'étale entre 20 Hz et 20 kHz.

53.1. Déterminer la taille d'une antenne demi-onde permettant l'émission ou la réception des signaux associés aux fréquences audibles. Commenter.

53.2. Commenter l'utilisation d'une haute fréquence f_{port} dite de la porteuse pour la transmission de tels signaux.

54. On considère le montage de la figure 4. R_1 est une résistance et la tension u_{e1} est sinusoïdale.

54.1. Déterminer la fonction de transfert $H_1(j\omega) = \frac{u_{s1}}{u_{e1}}$ de ce montage.

54.2. En déduire la nature de l'opération réalisée par ce montage.

55. Dans le circuit de la figure 5, R_2 et R désignent des résistances et C une capacité.

Déterminer la fonction de transfert $H_2(j\omega) = \frac{u_{s2}}{u_{e2}}$ de ce circuit.

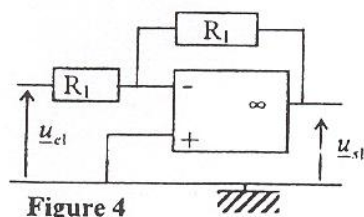


Figure 4

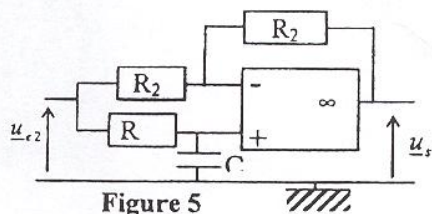


Figure 5

56. On associe les deux montages précédents pour obtenir celui de la figure 6.

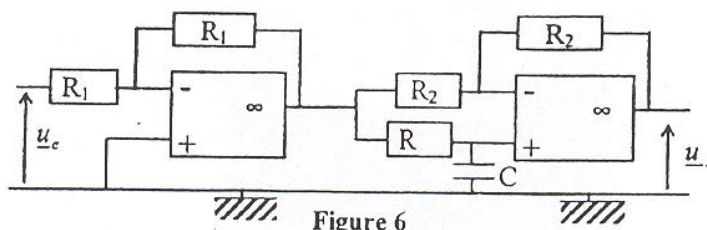


Figure 6

56.1. Déterminer la fonction de transfert $H(j\omega) = \frac{u_s}{u_e}$ de ce montage.

56.2. Tracer son diagramme de Bode (gain et phase).

56.3. En déduire la fonction de cet opérateur, qui sera noté (D) dans toute la suite.

Le modulateur d'Armstrong est réalisé suivant le réseau de la figure 7. En plus de l'opérateur (D), il comprend un multiplieur qui fournit en sortie une tension s'écrivant $v_{sl} = k \cdot u_s \cdot u_1$ (où k est une constante) et un sommateur qui délivre une tension v_s .

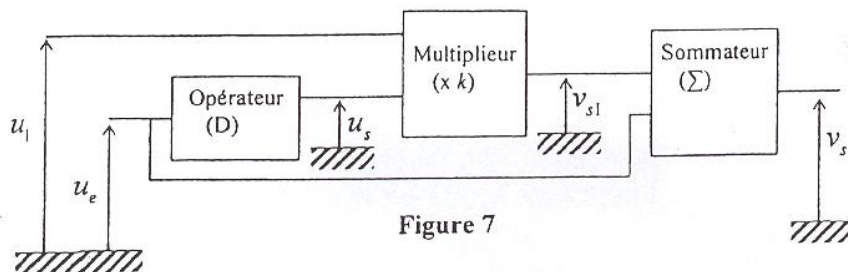


Figure 7

On impose à l'entrée les tensions : $u_1(t) = U_m \cos(\omega_m t)$, appelé signal modulant et $u_s(t) = U_0 \cos(\omega_{port} t)$ appelé signal de la porteuse. On pose $m = k U_m$ (taux de modulation) et on suppose que $m \ll 1$.

Pour certaines applications, il est demandé de moduler la phase du signal de la porteuse pour avoir $v_s(t)$ de la forme : $v_s(t) = U_0 \cos[\omega_{port} t + m \cos(\omega_m t)] = U_0 \cos[\varphi(t)]$.

57. Pour obtenir la forme souhaitée de $v_s(t)$, montrer que $u_s(t)$ doit s'écrire sous la forme :

$$u_s(t) = -U_0 \sin(\omega_{port} t)$$

58. En déduire la condition liant R et C de l'opérateur (D) à la pulsation ω_{port} .

En réalité le signal $u_1(t) = U_m \cos(\omega_m t)$ est obtenu à partir d'un signal $u_0(t)$ par intégration :

$$u_1(t) = \alpha \int u_0(t) dt, \text{ où } \alpha \text{ est une constante.}$$

59. Déterminer l'expression de $u_0(t)$.

60. On définit la pulsation instantanée de $v_s(t)$ par $\Omega(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt}$.

60.1. Déterminer l'expression de $\Omega(t)$.

60.2. En déduire la relation entre $\Omega(t)$ et $u_0(t)$.

60.3. Justifier qu'on a réalisé ainsi une modulation de fréquence.

Fin de l'Epreuve