



Concours Technologie Epreuve de Physique

Date : Jeudi 05 Juin 2014 Heure : 8 H Durée : 4 H Nbre pages : 7

Barème : Problème 1: 6.5 pts, Problème 2: 9 pts, Problème 3: 4.5 pts

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.

L'épreuve comporte trois problèmes indépendants, le candidat peut les résoudre dans l'ordre qui lui convient, en respectant néanmoins la numérotation des questions.

Un candidat peut toujours se servir d'un résultat fourni par l'énoncé pour continuer sa composition.

Données :

La permittivité électrique du vide $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \text{ Fm}^{-1}$ et sa perméabilité magnétique

$$\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$$

La charge élémentaire : $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Le Laplacien d'une fonction f en coordonnées cylindriques :

$$\Delta f = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial f}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

$$\cos(a) + \cos(b) = 2 \cos\left(\frac{a+b}{2}\right) \cos\left(\frac{a-b}{2}\right)$$

Soit $R(\text{Oxyz})$ un repère orthonormé direct. Un point M de l'espace peut être repéré soit par ses coordonnées cartésiennes (x, y, z) dans la base orthonormée directe $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$, soit par ses coordonnées cylindriques (r, θ, z) dans la base orthonormée directe $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$.

Problème 1

Partie 1: Condensateur cylindrique

1- Questions préliminaires

1-a- Enoncer le théorème de Gauss sous sa forme intégrale et sous sa forme locale. En déduire l'équation de Poisson.

1-b- Caractériser le champ, le potentiel et la densité de charge électriques $(\vec{E}, V, \rho)$ en un point M intérieur à un conducteur en équilibre électrostatique.

1-c- Déterminer à l'extérieur du conducteur le vecteur champ électrique $\vec{E}$ en un point M voisin de sa surface.

2- Condensateur cylindrique

On considère dans le vide un condensateur cylindrique formé par un cylindre conducteur d'axe (Oz) de rayon a et de longueur très grande devant a (armature interne) et d'une couche cylindrique conductrice de même axe, de rayon $b > a$ et d'épaisseur négligeable (armature externe). Ces armatures sont respectivement portées aux potentiels $V_1 = 0$ et $V_2 > 0$.

- 2-a- Par des considérations de symétrie, déterminer les variables dont dépendent le potentiel et le champ électrostatiques V et $\vec{E}$ ainsi que la direction de $\vec{E}$.
- 2-b- Déterminer le potentiel V à l'aide de l'équation de Laplace dans la région $a < r < b$. On donnera le résultat en fonction de V_2 , a , b et r .
- 2-c- En déduire le champ électrostatique $\vec{E}$ dans cette région.
- 2-d- Soit Q la charge portée par la surface $r=a$ de hauteur h de l'armature interne. Trouver à l'aide du théorème de Gauss une nouvelle expression du champ $\vec{E}$.
- 2-e- En déduire, par unité de longueur, la charge Q_h et la capacité C_h du condensateur.
- 2-f- Calculer l'énergie électrostatique emmagasinée par l'unité de longueur de ce condensateur.
- 2-g- Le conducteur extérieur est immobile et maintenu au potentiel V_2 . Le conducteur intérieur est mobile suivant Oz et maintenu au potentiel $V_1=0$. Déterminer la force électrostatique à laquelle est soumis le conducteur mobile.

Partie 2: Energie magnétique d'un câble coaxial

On considère un fil métallique cylindrique disposé suivant l'axe Oz , de longueur très grande devant son rayon a . Ce fil est parcouru par un courant d'intensité constante I .

- 3- Par des considérations de symétrie, déterminer la direction et les variables dont dépend le champ magnétique $\vec{B}$ créé par ce fil en un point M de l'espace. Trouver l'expression de $\vec{B}$.
- 4- On tient compte du rayon a du fil. Celui-ci est parcouru par le courant I de densité volumique $\vec{j}$ uniforme. Déterminer le champ magnétique $\vec{B}$ créé par cette distribution de courant dans les régions $r < a$ et $r > a$. On fera apparaître l'intensité I .
- 5- On considère un câble coaxial formé par le fil de rayon a et par une couche cylindrique creuse d'épaisseur négligeable et de rayon $b > a$. Le courant I circule maintenant le long de la surface $r=a$ parallèlement à Oz et retourne par la surface $r=b$ en sens inverse par rapport à I .
- 5-a- Déterminer le champ magnétique $\vec{B}$ respectivement dans les régions $r < a$, $a < r < b$ et $r > b$.
- 5-b- Trouver l'énergie magnétique W_m par unité de longueur dans la région $a < r < b$.
- 5-c- En déduire l'inductance par unité de longueur du câble.
- 5-d- Le courant I varie sinusoïdalement en fonction du temps suivant la loi $I = I_0 \sin(\omega t)$, où I_0 et ω sont des constantes positives. Calculer la force électromotrice induite dans l'unité de longueur du câble.

Partie 3 : Induction électromagnétique

On considère dans cette partie un fil métallique rectangulaire MNPQ de côtés a et b . Dans le plan de ce cadre, et à la distance d , se trouve un fil conducteur rectiligne de longueur infinie parcouru par un courant d'intensité I constante.

- 6- Le cadre est parcouru par un courant d'intensité constante I' comme l'indique la figure 1.
- 6-a- Calculer les forces $\vec{F}_{NP}$, $\vec{F}_{PQ}$, $\vec{F}_{QM}$ et $\vec{F}_{MN}$ qui agissent respectivement sur les côtés NP, PQ, QM et MN du cadre.
- 6-b- Déterminer la résultante $\vec{F}$ des forces agissant sur le cadre.
- 6-c- Calculer le flux ϕ du champ magnétique créé par le courant I à travers le cadre MNPQ.

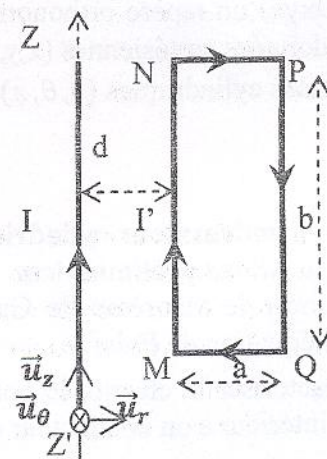


Figure 1

- 7- Maintenant, le cadre n'est parcouru par aucun courant et on lui communique un mouvement de translation uniforme de vitesse $\vec{v} = v\vec{u}_r$ ($v > 0$).
- 7-a- Donner le sens du courant induit i dans le cadre. Justifier votre réponse.
- 7-b- Calculer la force électromotrice induite e dans le cadre en fonction de v , a , b , I et la distance r du fil au côté MN du cadre:

7-b-i- A partir de la loi de Faraday.

7-b-ii- A partir de la circulation du champ électromoteur $\vec{E}_m$ le long du cadre.

7-c- La vitesse d'éloignement du conducteur est $v=50$ cm/s. La résistance interne du cadre est $r_c=1 \Omega$. Calculer la force électromotrice e et l'intensité du courant induit i dans ce circuit au moment où le cadre occupe la position définie par $r=d=5$ cm. En déduire, dans ces conditions, la puissance électrique dissipée par effet Joule dans ce cadre. On donne $a=5$ cm, $b=20$ cm et $I=4$ A.

Problème 2

Partie 1 : Onde plane et effets non linéaires

On considère une onde électromagnétique O_1 plane, progressive monochromatique de pulsation ω_1 se propageant dans le vide suivant le vecteur d'onde $\vec{k}_1$ appartenant au plan yOz .

Le champ électrique de cette onde est donné en notation complexe par :

$$\vec{E}_1 = E_{01} \exp i(\omega_1 t - \vec{k}_1 \vec{r}) \vec{u}_1$$

Où $\vec{r}$ est le vecteur position, E_{01} est une constante réelle positive, $\vec{u}_1$ est un vecteur unitaire fixe dans le repère considéré.

1- Quelle est la polarisation de cette onde ?

2- Etablir l'équation de propagation de $\vec{E}_1$, et en déduire une relation entre le module de $\vec{k}_1$ et ω_1 .

3- On choisit $\vec{u}_1 = \vec{u}_x$ et $\vec{k}_1 = \frac{\omega}{c\sqrt{2}}(\vec{u}_y + \vec{u}_z)$

3-a- Déterminer l'équation des plans d'onde. Préciser celle du plan d'onde passant par l'origine.

3-b- Trouver le champ magnétique de cette onde. Quelle est sa structure ?

3-c- Déterminer la valeur moyenne dans le temps de sa densité d'énergie électromagnétique ainsi que celle du vecteur de Poynting. Ecrire la relation qui relie ces deux grandeurs. Conclure.

3-d- Définir l'intensité I de cette onde et déterminer son expression.

4- Les effets non linéaires n'apparaissent dans les matériaux que lorsque l'amplitude du champ électrique des ondes électromagnétiques se propageant dans ces matériaux est du même ordre de grandeur que le champ électrique intra-atomique E_a .

4-a- Calculer le champ électrique E_a associé à la force de Coulomb s'exerçant sur un électron de charge $-e$ en orbite circulaire à une distance $a_0=0,53 \text{ \AA}$ autour d'un noyau atomique de charge e .

4-b- On définit l'intensité d'une source lumineuse par $I = \frac{dP}{dS}$ où S est la surface sur laquelle se répartit la puissance P de l'onde lumineuse émise par la source.

On considère un laser impulsionnel focalisé sur une surface de diamètre $D=1 \mu\text{m}$, de durée d'impulsion $\tau=10$ ns et d'énergie par impulsion $W=100$ mJ. En admettant que cette source émet une onde plane, calculer l'intensité et l'amplitude du champ électrique de l'onde émise par le laser. Cette source permet-elle d'aboutir à un effet non linéaire ?

Partie 2 : Superposition de deux ondes électromagnétiques

On superpose dans cette partie l'onde O_1 avec une onde électromagnétique O_2 plane, progressive de pulsation ω_2 se propageant dans le vide suivant le vecteur d'onde $\vec{k}_2$. Le champ électrique de cette onde est donné en notation complexe par :

$$\vec{E}_2 = E_{02} \exp i(\omega_2 t - \vec{k}_2 \vec{r}) \vec{u}_2$$

Où E_0 est une constante réelle positive et $\vec{u}_2$ est un vecteur unitaire fixe dans le repère considéré.

Soit $\vec{E}$ le champ électrique de l'onde résultante de cette superposition. Dans la suite on définit l'intensité lumineuse de cette onde par $I_r = \alpha \langle \vec{E} \vec{E}^* \rangle$ où $\vec{E}^*$ désigne le conjugué de $\vec{E}$ et α est une constante réelle positive.

5- Calculer I_r . Identifier le terme d'interférence I_{12} en fonction de $\varphi = (\omega_1 - \omega_2)t + \vec{k}_1 \vec{r} - \vec{k}_2 \vec{r}$ et des intensités I_1 et I_2 respectivement des ondes O_1 et O_2 .

6- A quelles conditions obtient-on un phénomène d'interférence ?

7- Dans la suite de cette partie, les ondes O_1 et O_2 possèdent la même pulsation ω et la même direction de polarisation suivant Ox. Trouver les intensités maximale $I_{\max}$ et minimale $I_{\min}$. Représenter I_r en fonction de φ et déterminer le contraste C du phénomène d'interférence

défini par : $C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$.

8- Etudier C en fonction de l'intensité I_1 de l'onde O_1 . Donner l'expression de I_r pour un contraste maximal.

9- Les ondes O_1 et O_2 ont même amplitude E_0 et se propagent dans le plan yOz suivant des directions symétriques par rapport à l'axe Oy. Le vecteur d'onde $\vec{k}_1$ de O_1 fait un angle θ avec l'axe Oy.

9-a- Ecrire les vecteurs d'onde $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$.

9-b- Dans la suite, on pose $k_0 = \frac{\omega}{c}$, $a = k_0 \sin \theta$ et $k_g = k_0 \cos \theta$. Montrer que le champ électrique de l'onde résultante s'écrit sous la forme $\vec{E} = E_0(z) \exp i(\omega t - k_g y) \vec{u}_x$. Donner l'expression de $E_0(z)$ et sa période spatiale L_0 .

9-c- Quelle est la nature de cette onde ? Donner son vecteur d'onde $\vec{k}_g$ et sa vitesse de phase v_φ .

9-d- Quelle est la nature et la polarisation de l'onde résultante pour $\theta=0$ et $\theta=\pi/2$.

9-e- Déterminer, dans le cas général, le champ magnétique de l'onde résultante. Montrer que ce champ s'écrit comme la somme des deux champs dont l'un est longitudinal B_L , l'autre est transversal B_T .

10- Trouver la valeur moyenne dans le temps $\langle \vec{R} \rangle_t$ du vecteur de Poynting de l'onde résultante. Préciser la direction de ce vecteur. Commenter le résultat.

11- En déduire la puissance P traversant une surface dans le plan xOz de forme carrée de côté

L multiple entier de L_0 . On donne : $\int_0^L \cos^2(az) dz = \frac{L}{2}$

12- Trouver la valeur moyenne dans le temps $\langle u \rangle_t$ de la densité d'énergie électromagnétique de l'onde résultante.

13- Déterminer la valeur moyenne dans l'espace et dans le temps $\langle \langle u \rangle_t \rangle_s$ de la densité d'énergie. En déduire la vitesse de propagation de l'énergie v_E . Trouvez la relation entre cette vitesse et v_φ .

Partie 3 : Trous d'Young

Le dispositif interférentiel des trous d'Young est schématisé sur la figure 2 : il comporte une source lumineuse S ponctuelle et monochromatique, placée au foyer objet d'une lentille convergente L_0 ; de distance focale f_0 . La lumière provenant des trous S_1 et S_2 est reçue par

une lentille convergente L de distance focale f' . Dans le plan focal de L , on place un écran d'observation E . On désigne par a la distance des deux trous et par λ la longueur d'onde dans le vide de la lumière émise par la source. L'ensemble du dispositif est plongé dans l'air dont l'indice de réfraction est $n_0=1$.

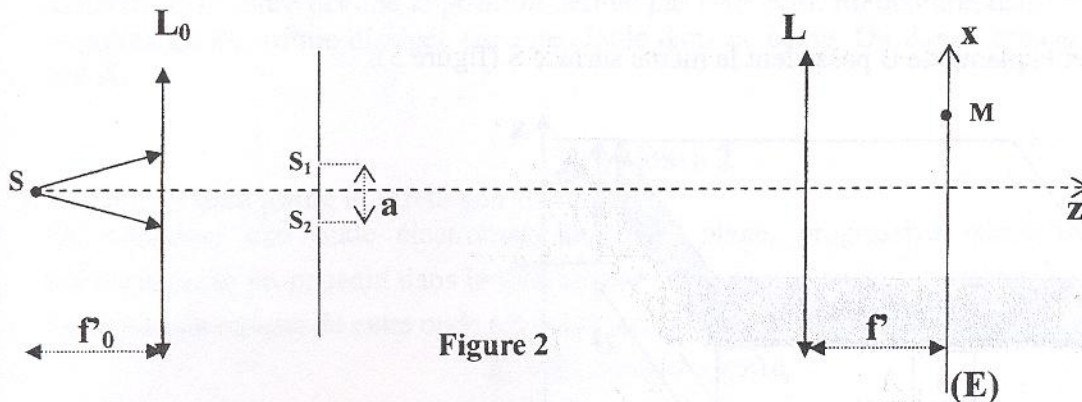


Figure 2

14- Compléter la marche des rayons lumineux qui arrivent en un point M de l'écran.

15- Déterminer la différence de marche δ entre les deux ondes issues des trous S_1 et S_2 et qui interfèrent en M . En déduire le déphasage $\phi(M)$.

16- Exprimer l'intensité lumineuse $I(x)$ en un point M de l'écran et décrire l'aspect des franges.

17- Exprimer les positions x_B et x_S respectivement des franges brillantes et sombres. Quelle est la nature de la frange centrale ? Calculer la valeur de l'interfrange i . On donne $\lambda=632.8 \text{ nm}$, $a=1 \text{ mm}$, $f'=50 \text{ cm}$.

18- On place après le trou S_1 une lame à faces parallèles d'épaisseur e et d'indice de réfraction n .

18.a- Calculer la nouvelle différence de marche. On néglige l'inclinaison des rayons lumineux sur leur trajet dans la lame.

18.b- Quelle est la position de la 1^{ère} frange brillante? En déduire dans quel sens et de quelle distance d les franges sont-elles déplacées.

18.c- Calculer l'indice de réfraction de la lame pour $d=12.5 \text{ mm}$ et $e=50 \text{ }\mu\text{m}$.

18.d- Trouver le nombre de franges brillantes qui ont défilé en O .

19- La source est maintenant une lampe à vapeur de sodium dont on suppose que le spectre d'émission ne contient que deux raies jaunes intenses de longueurs d'onde λ_1 et λ_2 ayant la même intensité.

19.a- Exprimer l'intensité lumineuse $I(M)$ résultante. Représenter son allure en fonction de la différence de marche δ . Les longueurs d'onde de la source sont telles que : $\lambda_1=589.0 \text{ nm}$ et $\lambda_2=\lambda_1+\Delta\lambda$ avec $0<\Delta\lambda<\lambda_1$.

19.b- On fait varier δ de façon à faire défiler les franges d'interférence. On constate que ces franges disparaissent pour la première fois lorsque $\delta=0.29 \text{ mm}$. En déduire $\Delta\lambda$ et λ_2 .

Problème 3

On se propose d'étudier le refroidissement d'un composant électronique fonctionnant en régime permanent suite à une surchauffe importante par effet Joule d'un conducteur noyé dans un substrat pouvant entraîner sa détérioration.

Ce composant est constitué d'un support en résine A, d'épaisseur e_A et de conductivité thermique λ_A , sur lequel est déposé le substrat d'épaisseur négligeable dans lequel est noyé le conducteur.

Le substrat est recouvert d'une plaquette métallique B, d'épaisseur e_B et de conductivité λ_B . Le support A, le substrat et la plaquette B possèdent la même surface S (figure 3).

Le support A, le substrat et la plaquette B possèdent la même surface S (figure 3).

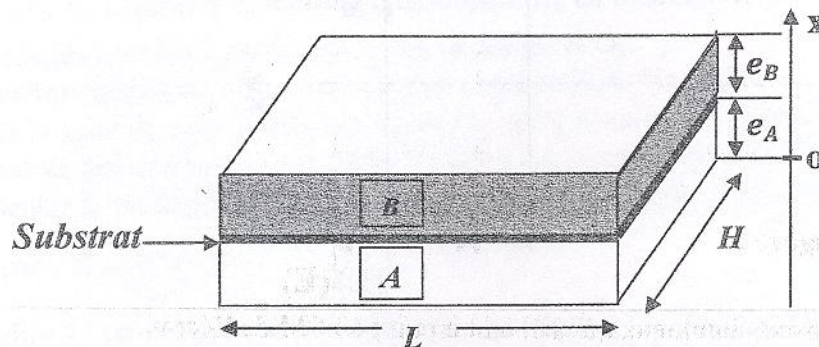


Figure 3

Partie 1 : Résistance thermique du support A

On considère le transfert thermique par conduction dans le support A. Ce transfert s'effectue en régime permanent suivant Ox.

- 1- Rappeler la loi de Fourier et exprimer le flux thermique à travers la surface S du support.
- 2- Etablir l'équation de la chaleur dans le support A en régime permanent sans source interne.

On note ρ sa masse volumique et C sa capacité calorifique massique.

- 3- Déterminer la solution de cette équation. On donne $T(x=0)=T_1$, et $T(x=e_A)=T_2 < T_1$.

- 4- Déterminer le flux thermique Φ dans le support et en déduire sa résistance thermique R_{th} .

- 5- Dans cette question, on tient compte aussi du phénomène de convection à travers les faces du support A.

Les températures ambiantes du support sont T_{01} dans la région $x < 0$ et $T_{02} > T_{01}$ dans la région $x > e_A$.

- 5-a- Soit h le coefficient d'échange convectif, exprimer le flux convectif Φ_{cv} transféré par convection à l'interface air-support. En déduire la résistance thermique R_{cv} correspondante.

- 5-b- Montrer que le flux thermique Φ_A traversant le support peut s'écrire sous la forme :

$$\Phi_A = \frac{T_{01} - T_{02}}{\frac{e_A}{S\lambda_A} + \frac{2}{Sh}}$$

Partie 2 : Ailettes de refroidissement

Lorsque le composant est actif, le conducteur noyé dans le substrat de température T_S dissipe une puissance Φ_S . Le même flux Φ_S est transféré dans le support A et la plaquette B. En régime permanent, cette température ne devrait pas excéder 80°C .

On tient compte des échanges convectifs à travers la surface S et on néglige ceux à travers les surfaces latérales.

- 6- Exprimer les flux thermiques Φ_A et Φ_B traversant respectivement le support A et la plaquette B en fonction de $T_S - T_0$, où T_0 est la température de part et d'autre du composant.

- 7- Ecrire le bilan thermique du composant (support A et plaquette B) en régime permanent et déduire l'expression de T_S . Calculer T_S et conclure.

Données numériques : $e_A=3 \text{ mm}$, $\lambda_A=2 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$, $e_B=5 \text{ mm}$, $\lambda_B=20 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$, $L=10 \text{ cm}$, $H=3 \text{ cm}$, $T_0=20^\circ\text{C}$, $h=10 \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-1}$, $\Phi_S=\Phi_A+\Phi_B=10 \text{ W}$

Pour remédier à l'échauffement décrit dans la question précédente, on rajoute sur la plaquette B, N ailettes dont chacune est constituée d'une fine feuille métallique verticale, de même nature que cette plaquette. Les dimensions de chaque ailette sont : hauteur b , longueur L et épaisseur $2e$ (figure 4).

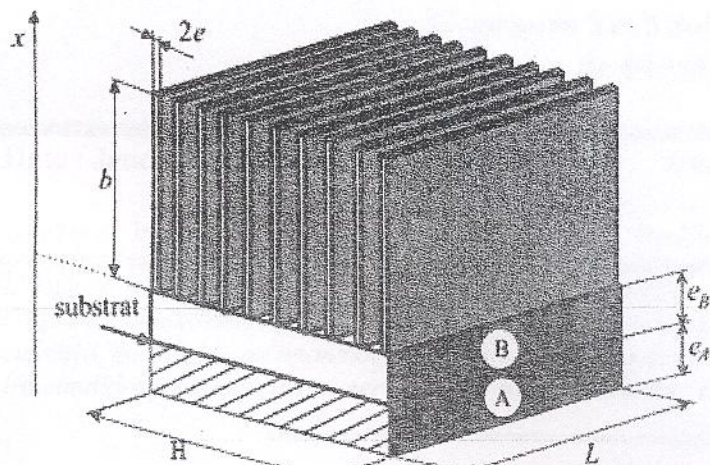


Figure 4

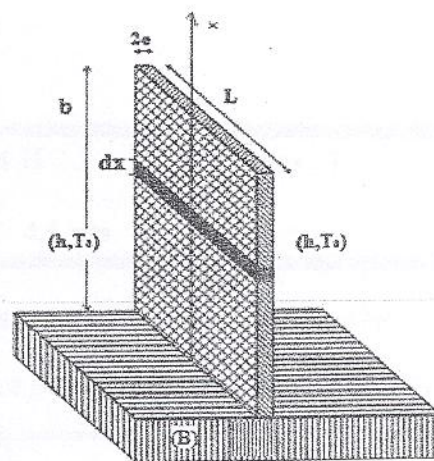


Figure 5

8- Quel est le rôle de ces ailettes ?

9- On se propose de faire le bilan thermique sur une tranche d'ailette de hauteur dx (figure 5) dans les hypothèses suivantes :

- L'échange convectif sur les faces des ailettes est caractérisé par le même coefficient h défini précédemment.
- On se place dans le cas $e \ll L$,
- La température est uniforme dans chaque section $2eL$

Montrer qu'en régime permanent la température T dans l'ailette obéit à l'équation :

$$\frac{d^2T}{dx^2} - \frac{h}{\lambda_B e} (T - T_0) = 0$$

10- On pose $\theta = T - T_0$ et $k^2 = \frac{h}{\lambda_B e}$; écrire la solution générale de cette équation.

Soit T_p la température à la base $x=0$ des ailettes (température de la surface externe de la plaquette B). Déterminer l'expression de T si la hauteur b est suffisamment grande pour être supposée infinie.

11- Exprimer le flux thermique Φ_1 dissipé par conduction à la surface de base ($x=0$) de chaque ailette.

12- Sachant que le flux thermique total Φ_B dissipé à la surface externe de la plaquette B est la somme du flux dissipé par les N ailettes et du flux dissipé par la surface restante (non munie d'ailettes), déterminer la nouvelle expression de Φ_B en fonction de $(T_S - T_0)$.

13- Etablir le nouveau bilan thermique du composant (support A + plaquette métallique B) muni de N ailettes et déduire la nouvelle expression de T_S .

14- Calculer T_S et vérifier que le résultat correspond à des bonnes conditions de fonctionnement.

Données numériques : $2e=2 \text{ mm}$, $\Phi_S=\Phi_A+\Phi_B=10 \text{ W}$, $N=10$.