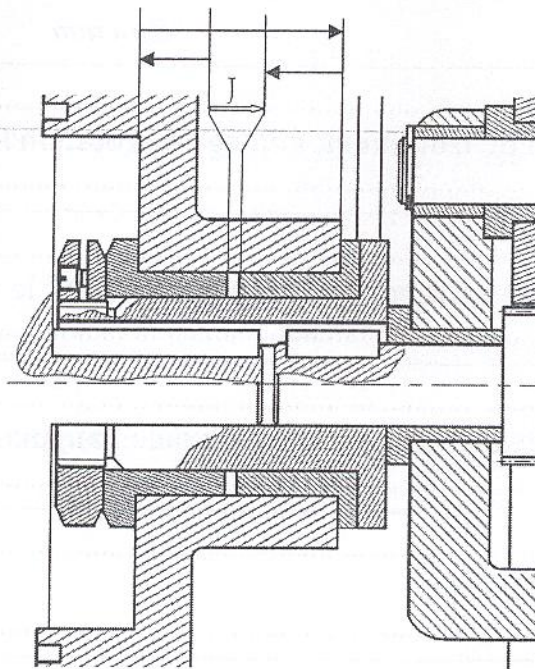


A.2.2- Cotation fonctionnelle

A.2.2.1- Donner les ajustements qualitatifs des assemblages indiqués dans le tableau suivant.

Assemblage	Ajustement et rôle
(06)/(02)	ΦH7p6 ENCASTREMENT DE 06/02
(06)/(08)	ΦH7g6 guidage en rotation 08/06
(08)/(10)	ΦH7h6 centrage de 10/08
(14)/(21)	ΦH7h6 centrage de 14/21
(02)/(21)	ΦH7h6 centrage de 21/02
(23)/(10)	ΦH7g6 guidage en rotation 10/06

A.2.2.2- Tracer sur le dessin ci-dessous la chaîne de cotes minimale relative à la cote condition J.



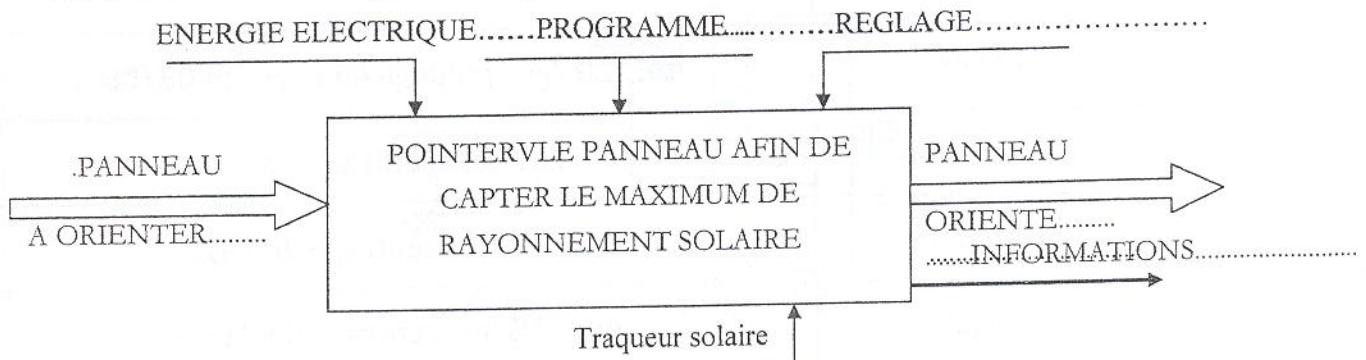
A.2.2.3- Quelle est l'utilité de cette cote condition.

J: cote condition de positionnement évitant les doubles portés de bagues

PARTIE A : TECHNOLOGIE DE CONCEPTION

A.1- ANALYSE FONCTIONNELLE

En se basant sur la description du traqueur solaire, compléter l'actigramme A-0.



A.2- ETUDE TECHNOLOGIQUE

A.2.1- Donner la fonction de chacune des pièces ou des groupes de pièces indiqués dans le tableau suivant.

<i>Pièce</i>	<i>Fonction</i>
06 et 07	 Bagues de frottement guidage en rotation lisse
03 et 04	 Ecrou de serrage avec freinage assurant le réglage du jeu axial
31	 Goupille de positionnement axial et angulaire
45	 Vis de fixation
32 et 42	 Assure la liaison glissière de l'écrou 44 avec le tube 33
34 et 43	 Assemblage de l'ensemble des pièces : 41, 35, 39, 21, 02

A.3- THEORIE DES MECANISMES

A.3.1- Schéma cinématique

A.3.1.1- Compléter le schéma cinématique de la figure A1 suivante.

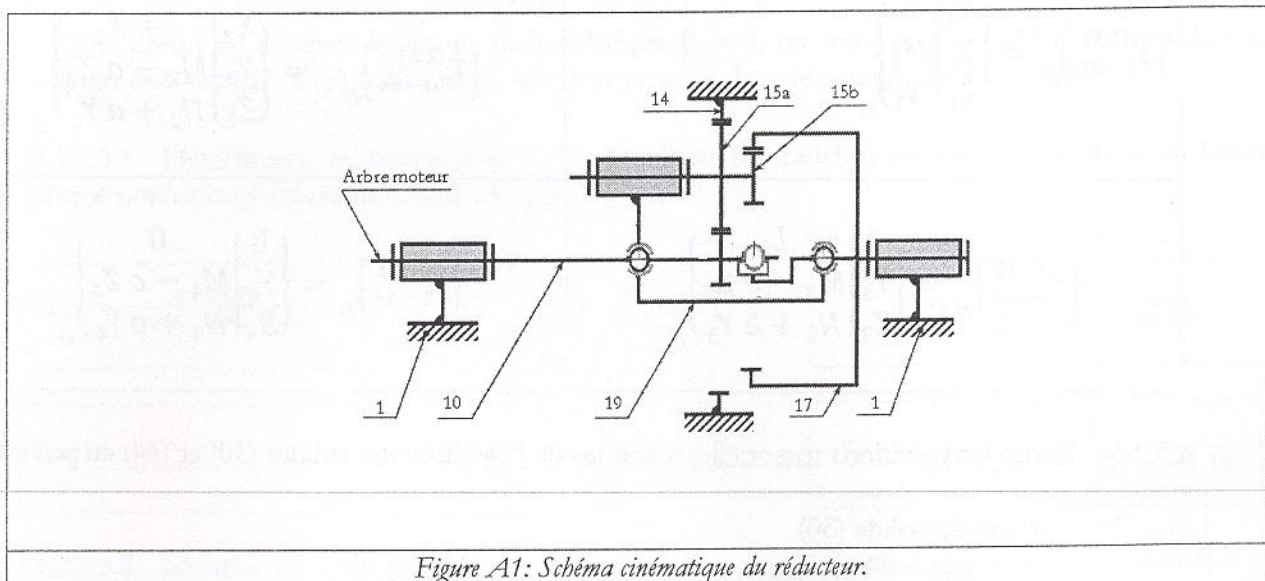


Figure A1: Schéma cinématique du réducteur.

A.3.2- Etude statique

On considère le mécanisme relatif au système vis écrou défini par la figure A.2. La vis (30) est actionnée par un couple moteur C_m et l'écrou (44) est soumis à un effort axial résistant F_r .

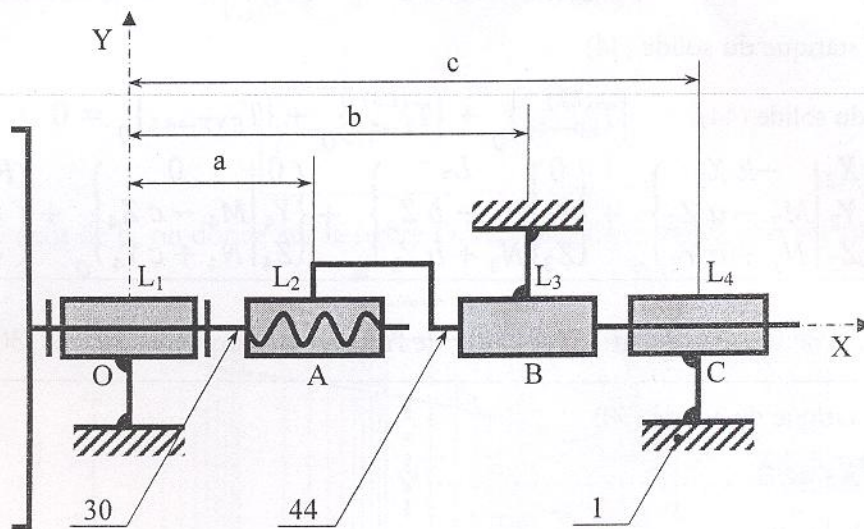
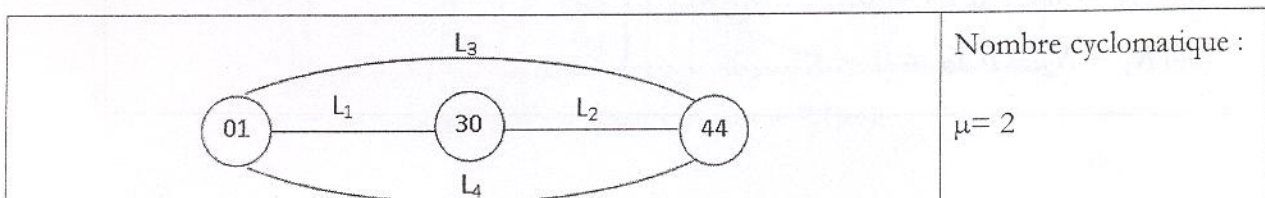


Figure A.2 : Schéma cinématique relatif au mécanisme vis écrou.

A.3.2.1- Tracer le graphe des liaisons, en déduire le nombre cyclomatique de la chaîne.



A.3.2.2- Ecrire les torseurs statiques des différentes liaisons au point O.

$\{T_{1 \rightarrow 30}^{(L1)}\}_O = \begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{Bmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ M_1 \\ N_1 \end{vmatrix}_O$	$\{T_{30 \rightarrow 44}^{(L2)}\}_O = \begin{Bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{Bmatrix} \begin{vmatrix} -k X_2 \\ M_2 - a Z_2 \\ N_2 + a Y_2 \end{vmatrix}_O$
$\{T_{1 \rightarrow 44}^{(L3)}\}_O = \begin{Bmatrix} 0 \\ Y_3 \\ Z_3 \end{Bmatrix} \begin{vmatrix} L_3 \\ M_3 - b Z_3 \\ N_3 + b Y_3 \end{vmatrix}_O$	$\{T_{1 \rightarrow 44}^{(L4)}\}_O = \begin{Bmatrix} 0 \\ Y_4 \\ Z_4 \end{Bmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ M_4 - c Z_4 \\ N_4 + c Y_4 \end{vmatrix}_O$

A.3.2.3- Ecrire les équations torsorielles statiques de l'équilibre des solides (30) et (44) au point O.

Equilibre statique du solide (30)
Equilibre du solide (30) $\{T_{1 \rightarrow 30}^{(L1)}\}_O + \{T_{44 \rightarrow 30}^{(L2)}\}_O + \{T_{EXT \rightarrow 30}\}_O = 0$
$\begin{Bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{Bmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ M_1 \\ N_1 \end{vmatrix}_O - \begin{Bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{Bmatrix} \begin{vmatrix} -k X_2 \\ M_2 - a Z_2 \\ N_2 + a Y_2 \end{vmatrix}_O + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{vmatrix} C_{30} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}_O = 0$
Equilibre statique du solide (44)
Equilibre du solide (44) $\{T_{30 \rightarrow 44}^{(L2)}\}_O + \{T_{1 \rightarrow 44}^{(L3)}\}_O + \{T_{EXT \rightarrow 44}\}_O = 0$
$\begin{Bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{Bmatrix} \begin{vmatrix} -k X_2 \\ M_2 - a Z_2 \\ N_2 + a Y_2 \end{vmatrix}_O + \begin{Bmatrix} 0 \\ Y_3 \\ Z_3 \end{Bmatrix} \begin{vmatrix} L_3 \\ M_3 - b Z_3 \\ N_3 + b Y_3 \end{vmatrix}_O + \begin{Bmatrix} 0 \\ Y_4 \\ Z_4 \end{Bmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ M_4 - c Z_4 \\ N_4 + c Y_4 \end{vmatrix}_O + \begin{Bmatrix} F_{44} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}_O = 0$

A.3.2.4- En déduire les équations scalaires de l'équilibre statique des solides (30) et (44) au point O.

Equilibre statique du solide (30)
(01) $X_1 - X_2 = 0$
(02) $Y_1 - Y_2 = 0$
(03) $Z_1 - Z_2 = 0$
(04) $0 + k X_2 = C_{30}$
(05) $M_1 - M_2 + a Z_2 = 0$
(06) $N_1 - N_2 - a Y_2 = 0$

Equilibre statique du solide (44)

$$(07) X_2 + 0 + 0 = F_{44} \dots\dots\dots$$

$$(08) Y_2 + Y_3 + Y_4 = 0 \dots\dots\dots$$

$$(09) Z_2 + Z_3 + Z_4 = 0 \dots\dots\dots$$

$$(10) -k X_2 + L_3 + 0 = 0 \dots\dots\dots$$

$$(11) M_2 + a Z_2 + M_3 - b Z_3 + M_4 - c Z_4 = 0 \dots\dots$$

$$(12) N_2 - a Y_2 + N_3 + b Y_3 + N_4 + c Y_4 = 0 \dots\dots$$

A.3.2.5- Déterminer le groupe des inconnues statiques calculables.

$$Gp_{inc,stat,cal} = \{X_2; X_1; L_3\} \dots\dots\dots$$

A.3.2.6- Déterminer le(s) groupe(s) des inconnues hyperstatiques.

Pour les équations (02) (06) (08) (12) \dots\dots\dots

$$Gp_{inc,hypstat_1} = \{Y_1; Y_2; Y_3; Y_4; N_1; N_2; N_3; N_4\} \dots$$

Pour les équations (03) (05) (07) (11) \dots\dots\dots

$$Gp_{inc,hypstat_2} = \{Z_1; Z_2; Z_3; Z_4; M_1; M_2; M_3; M_4\}$$

On a 8 équations à 16 inconnues efforts statiques

A.3.2.7- En déduire le nombre de degrés d'hyperstaticité et le nombre de degrés de mobilité.

$$\text{Degrés d'hyperstaticité} \dots\dots\dots h = 8$$

$$\text{degrés de mobilité} \dots\dots\dots m = 1$$

A.4- ETUDE DE TRANSMISSION DE PUISSANCE MECANIQUE

A.4.1- Calculer le nombre de dents des roues satellites (Z_{15a}) et (Z_{15b}) et vérifier la condition concernant le montage des satellites ($Z_{15a} > Z_{15b}$).

Conditions d'entraxes :

$$\frac{m(Z_{10} + Z_{15a})}{2} = \frac{m(Z_{14} - Z_{15a})}{2}$$

$$\frac{m(Z_{14} - Z_{15a})}{2} = \frac{m(Z_{17} - Z_{15b})}{2}$$

$$14 + Z_{15a} = 70 - Z_{15a}$$

$$Z_{15a} = 28 \text{ dents}$$

$$70 - Z_{15a} = 61 - Z_{15b}$$

$$Z_{15b} = 19 \text{ dents}$$

Condition de montage des trois satellites (15) :

$$\frac{(Z_{10} + Z_{14})}{3} + Z_{15a} = \text{entier}$$

$$\frac{14 + 70}{3} + Z_{15a} = \text{entier}$$

$$\frac{(Z_{10} + Z_{17})}{3} + Z_{15a} + Z_{15b} = \text{entier}$$

$$\frac{14 + 61}{3} + Z_{15a} + Z_{15b} = \text{entier}$$

$$\frac{(Z_{14} + Z_{17})}{3} + Z_{15a} + Z_{15b} = \text{entier}$$

$$\frac{70 + 61}{3} + Z_{15a} + Z_{15b} = \text{entier}$$

Conclusion : la troisième relation ne vérifie la condition de montage. Il faut donc modifier les nombres des dents pour assurer les trois relations.

A.4.2- En utilisant la relation de Willis pour le train épicycloïdal (10, 15_a, 19, 14), établir la relation entre la vitesse de rotation du porte satellite (19) et la vitesse du pignon arbré (10).

$$\frac{N_{14} - N_{ps}}{N_{10} - N_{ps}} = - \frac{Z_{10}}{Z_{14}} \quad N_{14} = 0 \quad N_{ps} = N_{19}$$

$$Z_{10} = 14 \text{ dents} \dots\dots\dots Z_{14} = 70 \text{ dents} \dots\dots\dots$$

$$N_{19} = \frac{1}{6} N_{10}$$

A.4.3- En utilisant la relation de Willis pour le train épicycloïdal (14, 15_a, 15_b, 19, 17), établir la relation entre la vitesse de rotation de la couronne (17) et la vitesse du porte satellite (19).

$$\frac{N_{14} - N_{ps}}{N_{17} - N_{ps}} = \frac{Z_{17}}{Z_{15b}} \frac{Z_{15a}}{Z_{14}} \quad N_{14} = 0 \quad N_{ps} = N_{19}$$

$$Z_{17} = 61 \text{ dents} \dots Z_{14} = 70 \text{ dents} \dots Z_{15a} = 28 \text{ dents} \dots Z_{15b} = 19 \text{ dents}$$

$$N_{17} = \frac{221}{1000} N_{19}$$

A.4.4- En déduire le rapport de transmission $i_{17/10}$ entre la vitesse de rotation de la couronne (17) et le pignon arbré (10).

$$N_{19} = \frac{1}{6} N_{10} \quad N_{17} = \frac{221}{1000} N_{19} \dots$$

$$N_{17} = \frac{221}{6000} N_{10}$$

$$\frac{i_{17}}{10} = \frac{N_{17}}{N_{10}} = \frac{1}{27}$$

A.4.5- Calculer la vitesse de rotation N_{30} de la vis (30).

$$N_{30} = \frac{1}{27} N_{10}$$

$$N_{30} = \frac{5000}{27} = 185,2$$

$$N_{30} = 185,2 \text{ trs/mn}$$

A.4.6- Calculer le couple C_{30} transmis par la vis (30).

$$C_{30} = \frac{30 P_{30}}{\pi N_{30}} N_{10}$$

$$C_{30} = \frac{30 \cdot 0,85 \cdot 1500}{185,2 \pi} = 65,74$$

$$C_{30} = 65,74 \text{ Nm}$$

A.4.7- Calculer la vitesse de translation de l'écrou (44).

$$V_{44} = pas * N_{30}$$

$$V_{44} = 3 * 0,1852$$

$$V_{44} = 0,556 \text{ m/mn}$$

A.4.8- Calculer la force axiale F_a transmise par la tige du vérin (40) encastrée avec l'écrou (44).

$$C_{30} = F_a * R_m \operatorname{tg}(\alpha + \varphi)$$

$$d = 12 \text{ mm} \quad p = 3 \text{ mm} \quad 2R_m = 12 - 0,5 * 3 \quad f = 0,12$$

$$2R_m = d - 0,5 * pas; \quad \operatorname{tg}(\alpha) = \frac{pas}{2\pi R_m}; \quad \operatorname{tg}(\varphi) = 1,03 * f;$$

$$\operatorname{tg}(\alpha) = \frac{3}{10,5\pi} \quad \operatorname{tg}(\varphi) = 1,03 * 0,12 \quad \alpha = 5^\circ \quad \varphi = 7^\circ$$

$$F_a = \frac{2 * 65740}{10,5 * \operatorname{tg}(5 + 7)}$$

$$F_a = 58911 \text{ N}$$

A.4.9- Déterminer la hauteur (H) de l'écrou vérifiant sa résistance à la pression de matage.

$$\frac{4 * p * F_a}{\pi(d^2 - (d - p)^2) * H} \leq p_{adm} = 100 \text{ N/mm}^2$$

$$d = 12 \text{ mm} \quad p = 3 \text{ mm} \quad F_a = 58911 \text{ N}$$

$$H = 35,71 \text{ mm}$$

A.4.10- Vérifier la résistance de la clavette (09) au matage sachant que : $p_{adm} = 50 \text{ N/mm}^2$. On rappelle que la clavette (09), de forme A3x3x10, est montée sur l'arbre (10) de $\varnothing 10$.

$$\frac{2C_{10}}{L * h * d} \leq p_{adm} = 50 \text{ N/mm}^2 \dots \dots \dots C_{10} = \frac{30P_{10}}{\pi * N_{10}} = \frac{30 * 1500}{\pi * 5000} = 2,865 \text{ Nm}$$

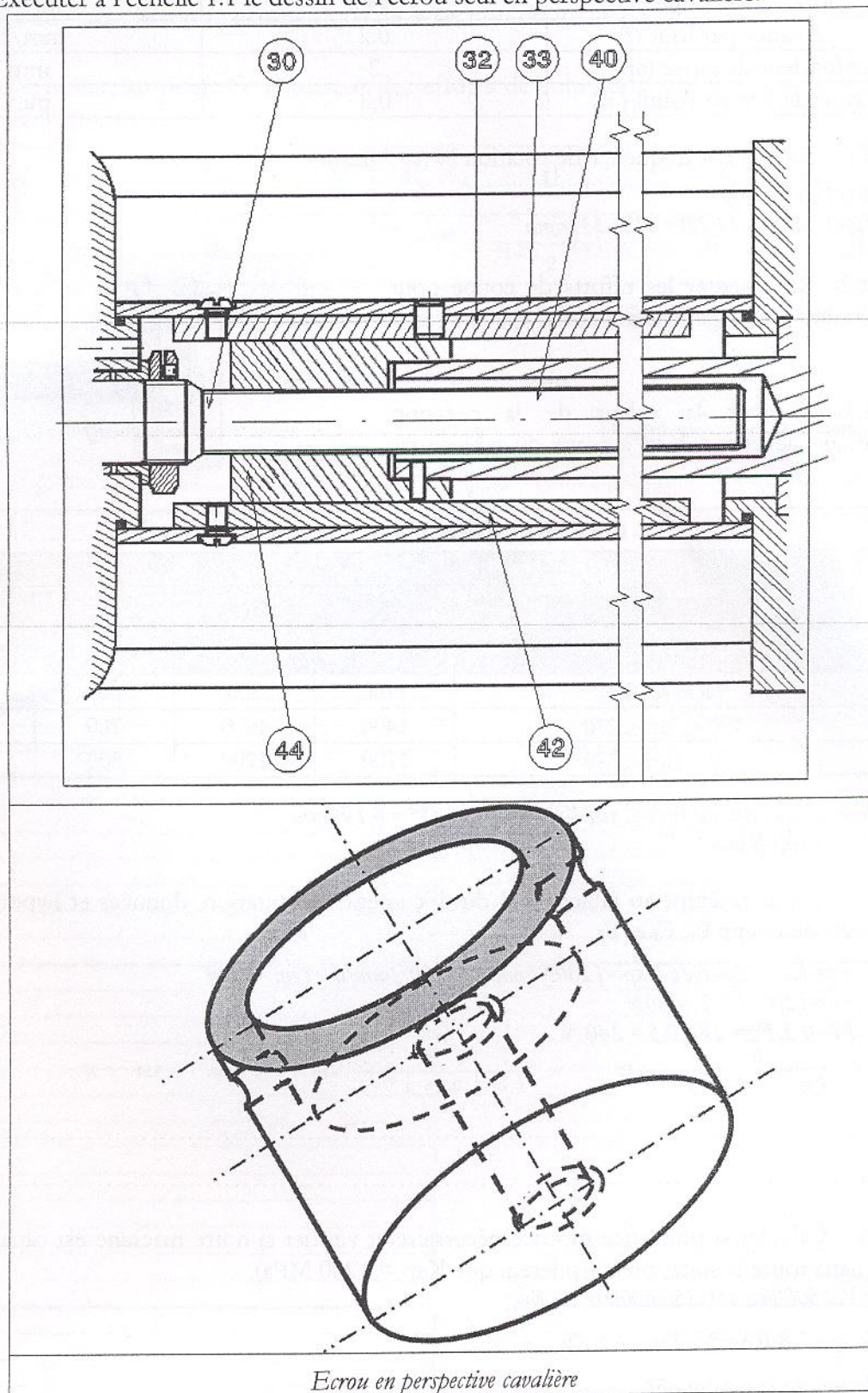
$$p = \frac{2 * 2865}{10 * 1,5 * 10} = 38,2 \text{ N/mm}^2$$

La clavette résiste à la pression de contact

A.5- ETUDE DE CONCEPTION

A.5.1- Compléter le dessin de conception de la liaison encastrement de l'écrou (44) avec la tige du vérin (40) en utilisant deux goupilles élastiques pour protéger le système contre les surcharges. La tige (40) doit comporter un alésage permettant à l'écrou (44) d'obtenir la course désirée. Indiquer les ajustements assurant le bon fonctionnement du mécanisme.

A.5.2- Exécuter à l'échelle 1:1 le dessin de l'écrou seul en perspective cavalière.



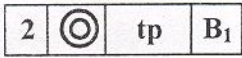
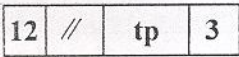
PARTIE B : TECHNOLOGIE DE PRODUCTION

B.1- ELABORATION DU BRUT

B.1.1- Donner la définition de la désignation normalisée du matériau EN AB-Al Cu4MgTi.

Désignation d'un alliage d'aluminium ; EN : Norme Européenne ; A : symbolisant l'aluminium ; B : produit en lingot ; Al : aluminium + les éléments d'addition 4% de cuivre et quelques trace de Mg et Ti.

B.1.2- Définir les spécifications géométriques suivantes.

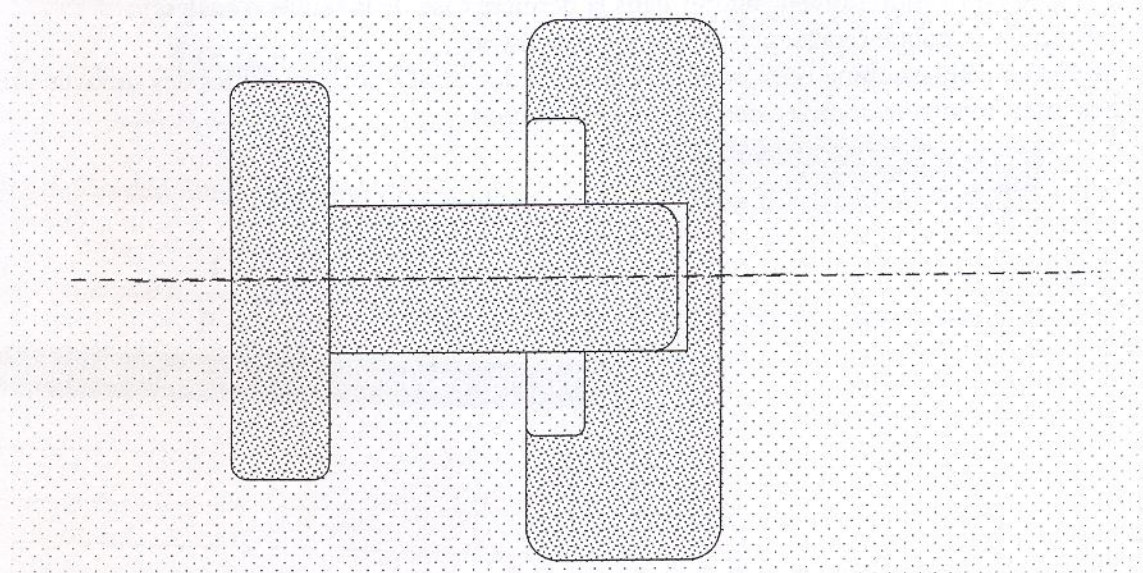
Tolérance géométrique	Définition
2  B ₁	L'axe du cylindre 2 doit être compris dans une zone cylindrique de diamètre tp coaxiale à l'axe du cylindre de référence B1
12 //  3	La surface 12 doit être comprise entre deux plans parallèles distant de tp et parallèle au plan de référence 3

B.1.3- Moulage en coquille par gravité

B.1.3.1- Répondre en cochant la case vrai ou faux.

	Vrai	Faux
Le moulage en coquille permet le moulage des aciers		X
En référence aux autres techniques de moulage, le moule utilisé est considéré le plus coûteux	X	
Pour ce cas le moule est non permanent		X
Cette technique permet une bonne précision dimensionnelle et surfacique	X	
Cette technique permet la réalisation des pièces de grandes dimensions		X
Attention : deux cases cochés pour une même question, accuse automatiquement une réponse fausse		

B.1.3.2- A main levée, donner la forme des deux parties du noyau en sable.



B.2- ETUDE DE PROJET DE GAMME DE FABRICATION

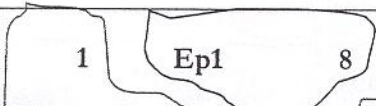
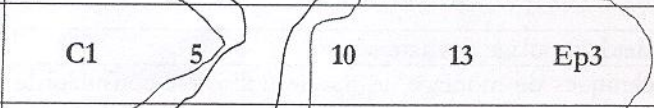
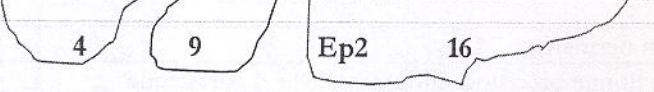
Les groupements des associations évidentes de surfaces ainsi que L'analyse des contraintes d'antériorités dimensionnelles et géométriques sont consécutivement donnés sur le tableau B.1 et le tableau B.2.

Tableau B.1 : groupement des associations évidentes des surfaces.

Surfaces associées	Nouvelle appellation
2+3	C1
6+7	Ep1
11+12	Ep2
14+15	Ep3

B.2.1- Directement sur le tableau II ci-dessous, faire le groupement en phase sachant que la phase 10 est la phase de contrôle du brut de départ.

Tableau B.2 : Groupements en phase des opérations élémentaires en phases.

Opérations élémentaires	Niveau
Contrôle du brut de départ	1
	2
	3
	4

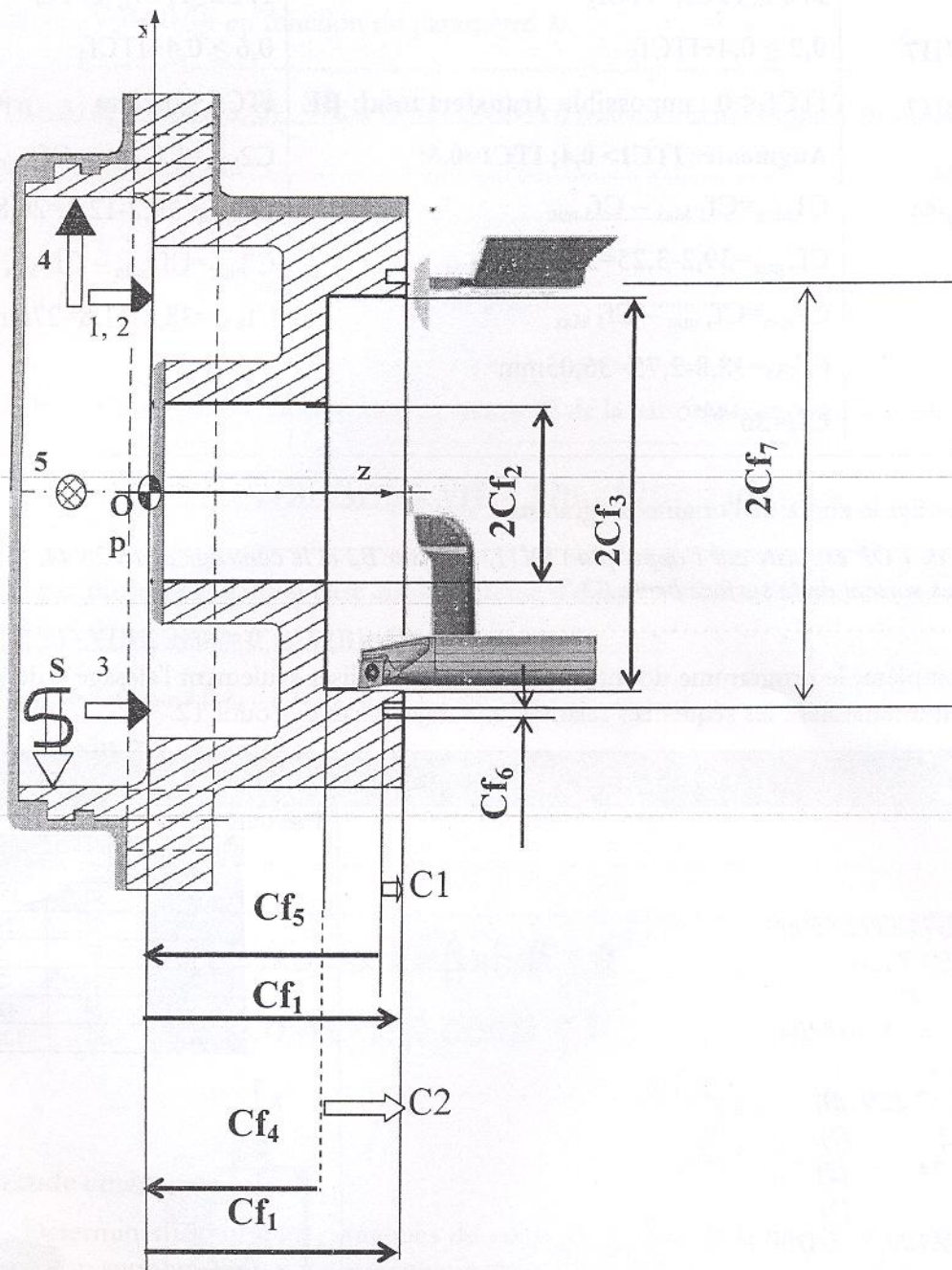
B.2.2- On demande de rédiger le projet de gamme d'usinage relatif à la phase 20 de tournage, en vue de la réalisation des surfaces 1, C1, 5 et 4 en indiquant :

- Les référentiels de mise en position (isostatisme) ;
- Les cotes de fabrication (les calculs de transfert ainsi que les valeurs relatives aux éventuelles cotes de fabrication doivent figurer dans la dernière case de la feuille d'analyse) ;
- Les outils de coupe représentés en position de travail ;
- Le Choix de la machine-outil pour la réalisation des associations évidentes des surfaces usinées ;
- Les instruments de contrôle des cotes de fabrication.

Avant-projet de gamme de fabrication

Phase : 30

Machine : TCN

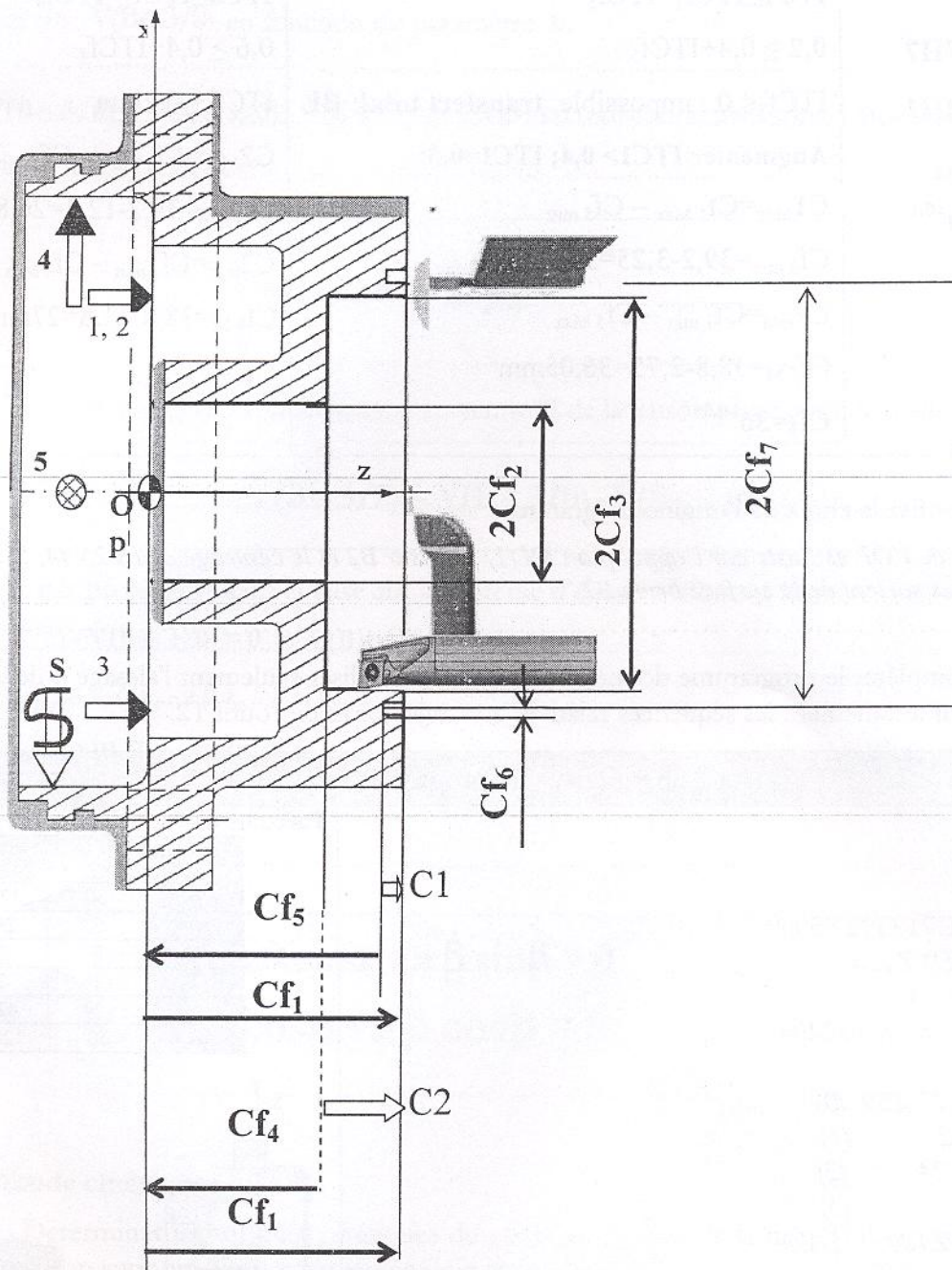


Désignation de l'isostatisme	Outillages	Moyens de contrôle
Appui plan sur le brut B2	Outil à dresser en carbure	micromètre int 20-50
Centrage court sur le brut B1	Outil à aléser et à dresser	micromètre int 50-75
Serrage et immobilisation sur B2	d'angle en carbure	Jauge de profondeur
	Outil à charioter en carbure	

Avant-projet de gamme de fabrication

Phase : 30

Machine : TCN



Désignation de l'isostatisme	Outillages	Moyens de contrôle
Appui plan sur le brut B2	Outil à dresser en carbure	micromètre int 20-50
Centrage court sur le brut B1	Outil à aléser et à dresser	micromètre int 50-75
Serrage et immobilisation sur B2	d'angle en carbure	Jauge de profondeur
	Outil à charioter en carbure	

Calcul des cotes de fabrication		
Cotes directes :	Calcul par transfert de la cote Cf_5 :	Calcul par transfert de Cf_4 :
$Cf_1 = 39^{+0,2}$	$ITC1 \geq ITCf_1 + ITCf_5$	$ITC2 \geq ITCf_1 + ITCf_4$
$2Cf_2 = \varnothing 27H7$	$0,2 \geq 0,4 + ITCf_5$	$0,6 \geq 0,4 + ITCf_4$
$2Cf_3 = \varnothing 60H7$	$ITCf_5 < 0$: impossible: transfert total: BE	$ITCf_4 \leq 0,2\text{mm}$
$Cf_6 = 2^{+0,4}_{-0,2}$	Augmenter $ITC1 > 0,4$; $ITC1 = 0,5$:	$C2_{\text{Max}} = Cf_{1\text{ Max}} - Cf_{4\text{ min}}$
$2Cf_7 = \varnothing 64^{+0,1}$	$C1_{\text{Max}} = Cf_{1\text{ Max}} - Cf_{5\text{ min}}$	$Cf_{4\text{ min}} = 39,2 - 12,4 = 26,8\text{mm}$
	$Cf_{5\text{ min}} = 39,2 - 3,25 = 35,95\text{mm}$	$C2_{\text{min}} = Cf_{1\text{ min}} - Cf_{4\text{ Max}}$
	$C1_{\text{min}} = Cf_{1\text{ min}} - Cf_{5\text{ Max}}$	$Cf_{4\text{ M}} = 38,8 - 11,8 = 27\text{mm}$
	$Cf_{5\text{ M}} = 38,8 - 2,75 = 36,05\text{mm}$	$Cf_4 = 27^{0}_{-0,2}$
	$Cf_5 = 36^{+0,05}$	

B.2.3- Justifier le choix de l'origine programme.

La position de l'OP est juste car l'appui plan 3N (1, 2, 3) sur B2 et le centrage court 2N (4, 5) sur B1 et tous les cotes sortent de la surface brute B2.

B.2.4- Compléter le programme donné ci-dessous pour réaliser seulement l'alésage 4 de la phase 20 en indiquant uniquement les séquences relatives aux trajectoires de l'outil T2.

Séquences de programmation

%1

N10 G90 G71 G92 S5000

N20 G0 X50 Z120

N30 T2 D2 M6

N40 G96 S350 M40 M04

N50 G95 F0.2

N60 G0 X-27 Z29 (0)

N70 G1 Z-2 (1)

N80 G0 X-24 (2)

N90 Z42 (3)

N100 X50 Z120 (4)

N110 M2

N120

N130

N140

N150

Parcours de l'outil T2

N°	X	Z
A	50	120
0	-27	29
1	-27	-2
2	-24	-2
3	-24	42
A	50	120

B.3- ETUDE DE LA COUPE

B.3.1- Forces et puissance de coupe

On désire réaliser en finition une série de 750 pièces par mois pendant 5 ans. La surface (4) objet de cette étude, admet un diamètre de $\varnothing 27\text{mm}$ et une profondeur de $L = 27\text{mm}$. Le brut dispose d'un

diamètre égal à $\Phi 23\text{mm}$. L'outil utilisé est en carbure avec un angle d'orientation de l'arête $\kappa_r = 85^\circ$. Le tour à Commande numérique est équipé par un moteur de puissance $P_m = 4,5\text{Kw}$ avec un rendement machine $\eta = 0,8$.

Les conditions de coupe relatives à cette opération sont données par le tableau suivant :

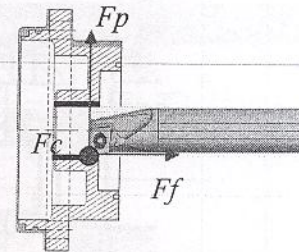
Conditions de coupe	valeurs	unités
Vitesse de coupe (V_c)	350	m/mn
Avance par tour (f)	0,2	mm/tr
Profondeur de passe (ap)	2	mm
Rayon du bec de l'outil (r_s)	0,8	mm

B.3.1.1- Calculer la fréquence de rotation N (tr / min).

$$N = 1000 V_c / (3,14 \cdot D)$$

$$N = (1000 \cdot 350) / (3,14 \cdot 27) = 4128,33 \text{ tr/mn}$$

B.3.1.2- Représenter les efforts de coupe pour l'opération d'alésage figurant sur la vue en face.



B.3.1.3- Trouver la valeur de la pression spécifique de coupe K_{sp} à partir du tableau ci-dessous.

Coefficient spécifique de coupe K_{sp} (N/mm ²)				
Résistance maximale à l'extension (MPa) \ Epaisseur du copeau h_D (mm)	0,1	0,2	0,3	0,4
$R_m < 190$	1100	800	600	400
$190 < R_m < 270$	1400	1000	700	500
$270 < R_m < 370$	1700	1200	800	600

$$L' épaisseur du copeau $h_D = f \cdot \sin \kappa_r = 0,2 \cdot \sin 85^\circ = 0,199\text{mm}$$$

$$\text{Soit } K_{sp} = 1200 \text{ N/mm}^2$$

B.3.1.4- En se référant au tableau B.3 du document présentation, données et hypothèses, calculer les efforts de coupe F_c , F_f et F_p .

- $F_c = K_{sp} \cdot f \cdot ap$ avec $K_{sp} = 1200 \text{ N/mm}^2$; $f = 0,2 \text{ mm/tr}$ et $ap = 2 \text{ mm}$
- $F_c = 1200 \cdot 0,2 \cdot 2 = 480 \text{ N}$
- $F_f = 0,5 \cdot F_c = 480 \cdot 0,5 = 240 \text{ N}$

$$F_p = \frac{0,5}{(ap / r_s)^{0,4}} F_c = \frac{0,5}{(2 / 0,8)^{0,4}} \cdot 480 = 166,354 \text{ N}$$

B.3.1.5- Calculer la puissance motrice nécessaire et vérifier si notre machine est capable d'usiner la pièce (dans toute la suite, on considèrera que $K_{sp} = 1200 \text{ MPa}$).

$$P_c = F_c \cdot V_c / 60000 = 480 \cdot 350 / 60000 = 2,8 \text{ Kw}$$

$$P_m = P_c / \eta = 2,8 / 0,8 = 3,5 \text{ Kw} < 4,5 \text{ Kw}$$

Donc la machine est capable

B.3.2- Géométrie de l'outil

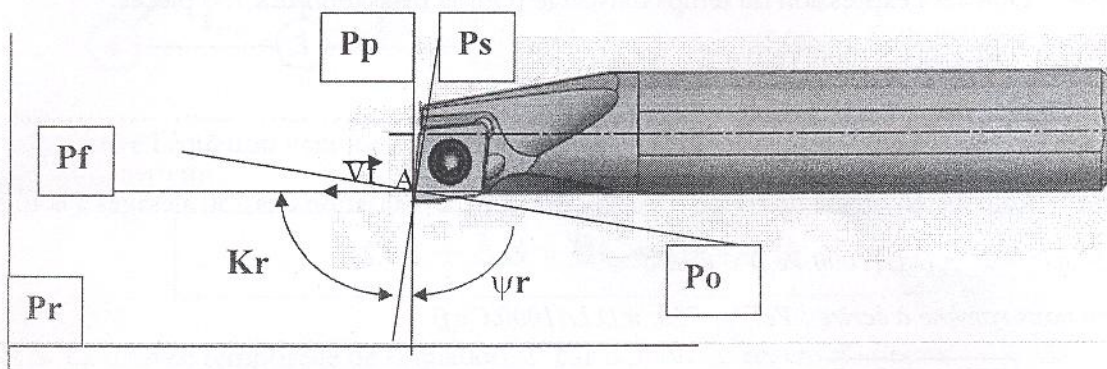
B.3.2.1- Donner la définition des plans suivants de l'outil en main :

Pr : Plan de référence : C'est un plan parallèle au plan de base passant par le point considéré de l'arête de coupe de l'outil.

Ps : plan de l'arête : C'est un plan perpendiculaire au plan de référence et tangente à l'arête de coupe de l'outil.

Pf : Plan de travail conventionnel : C'est un plan perpendiculaire au plan de référence et contient la direction du vecteur vitesse d'avance passant par le point considéré de l'arête.

B.3.2.2- Mettre en place sur la figure ci-dessous les différents plans de l'outil en main (*Pr*, *Ps*, *Pf*, *Pp*, *Po*) et les angles de coupe (χ_r , ψ_r , ϵ_r).

**B.3.3- Usure de l'outil**

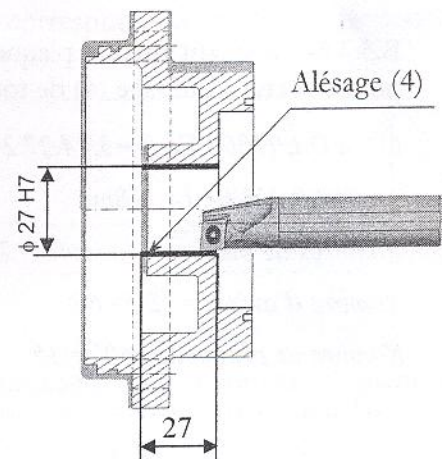
Dans toute la suite, on s'intéressera seulement à l'usure de l'alésage (4) (voir figure ci-contre).

En vue de prévoir les temps d'arrêt pour affûtage de l'outil en cours de fabrication, nous avons procédé à des essais d'usure de longue durée. Pour se faire, nous avons utilisé un outil à aléser en carbure sur une pièce en EN AB-Al Cu4MgTi. Pour différentes vitesses de coupe utilisées, nous avons relevé les temps correspondants pour atteindre une usure frontale $V_B = 0,3$ mm. La loi de Taylor déduite de ces résultats nous permet de prétendre les données suivantes :

Constante de Taylor : $n = -2.2$ et pour $T = 19,5$ mn la vitesse de coupe correspondante est $V_{c19,5} = 525$ m/mn.

B.3.3.1- Exprimer le temps de coupe « T » pour l'usinage d'une seule pièce en fonction de la longueur usinée L et de la vitesse d'avance V_f .

$$t_c = L/V_f = L/f \cdot N$$



B.3.3.2- Exprimer le temps de coupe « T » pour l'usinage d'une seule pièce en fonction de la longueur usinée L, l'avance f et de la vitesse de coupe V_c .

$$t_c = L/A = L/f.N \text{ avec } N = 1000.V_c/\pi.D$$

$$t_c = \pi.D.L/(1000.V_c.f)$$

B.3.3.3- Calculer la constante de Taylor « C_v » sachant que $n = -2.2$ et $V_{c19,5} = 525 \text{ m/mn}$.

$$C_v = T/V_c^n = 19,5/525^{-2,2} = 18809839,02$$

$$C_v = 18809839,02$$

B.3.3.4- Donner l'expression du temps d'usinage pour la réalisation des 750 pièces.

$$T = 750.t_c = 750. \pi.D.L/(1000.V_c.f) = C_v.V_c^n$$

B.3.3.5- Calculer la vitesse de coupe « V_c » permettant la réalisation des 750 alésages à la fois.

$$T = 750.t_c = 750. \pi.D.L/(1000.V_c.f) = C_v.V_c^n$$

$$\text{Ce qui nous ramène à écrire : } V_c^{n+1} = 750. \pi.D.L/(1000.C_v.f)$$

$$V_c = \sqrt[n+1]{\frac{750. \pi.D.L}{1000.C_v.f}} \quad V_c = \sqrt[-2,2+1]{\frac{750. \pi.27.27}{1000.18809839.02.0,2}} = 608 \text{ m/mn}$$

B.3.3.6- Sachant qu'une plaquette possède 4 arêtes, quel est le nombre de plaquette N_p à utiliser pour effectuer l'alésage (4) de toute la série des 5 ans.

$$t_c = \pi.D.L/(1000.V_c.f) = 3,14.27.27/(1000.608.0,2) = 0,0188 \text{ mn}$$

$$T = 750.0,0188 = 14,118 \text{ mn}$$

$$\text{Nombre de pièces de la série} = 750.12,5 = 45\,000 \text{ pièces}$$

$$\text{Nombre d'arêtes} = 12,5 = 60$$

$$\text{Nombre de plaquette} = 60/4 = 15$$

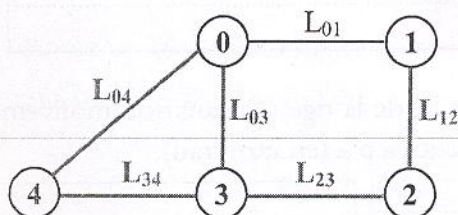
PARTIE C : MECANIQUE & RDM

C.1- ETUDE MECANIQUE

C.1.1- Etude des chaînes cinématiques

C.1.1.1- A partir du schéma cinématique de la figure C.2 (voir dossier présentation, données et hypothèses), compléter le graphe et identifier les liaisons du mécanisme.

Graphe de liaisons



identification des liaisons

L_{01} : Liaison pivot d'axe $(O, \vec{x}_0)$

L_{12} : Liaison pivot d'axe $(A, \vec{x}_0)$

L_{23} : Liaison pivot d'axe $(B, \vec{x}_0)$

L_{03} : Liaison glissière d'axe $(C, \vec{y}_0)$

L_{23} : Liaison hélicoïdale d'axe $(E, \vec{y}_0)$

L_{23} : Liaison pivot d'axe $(H, \vec{y}_0)$

C.1.1.2- Ecrire l'équation vectorielle ① traduisant la condition géométrique de fermeture de la chaîne cinématique (01230) :

$$\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CO} = \vec{0} \quad \text{①}$$

C.1.1.3- La dérivée temporelle de l'équation ① par rapport au repère $\mathcal{R}_0$ s'écrit :

$$\left(\frac{d\overrightarrow{OC}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_0} = \left(\frac{d\overrightarrow{OA}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_0} + \left(\frac{d\overrightarrow{AB}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_0} + \left(\frac{d\overrightarrow{BC}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_0} \quad \text{②}$$

C.1.1.4- En déduire le système d'équations cinématiques correspondant à la projection de l'équation ② sur les vecteurs de la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

$$\begin{cases} \dot{\lambda} + L \dot{\alpha} \sin \alpha + a \dot{\beta} \sin \beta = 0 & \text{③} \\ L \dot{\alpha} \cos \alpha - a \dot{\beta} \cos \beta = 0 & \text{④} \end{cases}$$

C.1.2- Etude cinématiques

C.1.2.1- Déterminer le torseur cinématique, au point A, du panneau (1) dans son mouvement par rapport au support (0).

$$* \vec{\Omega}(1/0) = \dot{\alpha} \vec{x}_0$$

$$* \vec{V}(A \in 1/0) = \vec{V}(O \in 1/0) + \vec{\Omega}(1/0) \wedge \overrightarrow{OA}$$

$$\vec{V}(O \in 1/0) = \vec{0}$$

$$\overrightarrow{OA} = L \vec{y}_1 \Rightarrow \vec{V}(A \in 1/0) = L \dot{\alpha} \vec{z}_1$$

$$\vec{\Omega}(1/0) = \dot{\alpha} \vec{x}_0$$

$$\{ \mathcal{V}(1/0) \}_A = \begin{Bmatrix} \dot{\alpha} \vec{x}_0 \\ L \dot{\alpha} \vec{z}_1 \end{Bmatrix}_A$$

C.1.2.2- En déduire le vecteur vitesse du point B de la bielle (2) dans son mouvement par rapport au support (0) : $\vec{V}(B \in 2/0)$.

$$\vec{V}(B \in 2/0) = \vec{V}(A \in 2/0) + \vec{\Omega}(2/0) \wedge \overline{AB} \quad \text{Or: } \vec{V}(A \in 2/0) = \vec{V}(A \in 2/1) + \vec{V}(A \in 1/0)$$

$$\vec{V}(A \in 2/0) = L \dot{\alpha} \vec{z}_1$$

$$\overline{AB} = a \vec{y}_2 \Rightarrow \vec{V}(B \in 2/0) = L \dot{\alpha} \vec{z}_1 - a \dot{\beta} \vec{z}_2$$

$$\vec{\Omega}(2/0) = \dot{\beta} \vec{x}_0$$

$$\vec{V}(B \in 2/0) = L \dot{\alpha} \vec{z}_1 - a \dot{\beta} \vec{z}_2$$

C.1.2.3- Exprimer le torseur cinématique, au point E, de la tige (3) dans son mouvement par rapport à la vis (4) en fonction de $\dot{\theta}$ et du pas réduit de l'hélice « p » (en mm/rad).

$$* \vec{V}(E \in 3/4) = p \vec{\Omega}(3/4)$$

$$* \vec{\Omega}(3/4) = \vec{\Omega}(3/0) - \vec{\Omega}(4/0)$$

$$\vec{\Omega}(3/0) = \vec{0}$$

$$\vec{\Omega}(4/0) = \dot{\theta} \vec{y}_0 \Rightarrow \vec{\Omega}(3/4) = -\dot{\theta} \vec{y}_0$$

$$\{ \mathcal{V}(3/4) \}_E = \begin{Bmatrix} -\dot{\theta} \vec{y}_0 \\ -p \dot{\theta} \vec{y}_0 \end{Bmatrix}_E$$

C.1.2.4- Déterminer le vecteur vitesse du point E de la tige (3) dans son mouvement par rapport au support (0) : $\vec{V}(E \in 3/0)$.

$$\vec{V}(E \in 3/0) = \left(\frac{d\overline{OE}}{dt} \right)_{/R_0} = \left(\frac{d\overline{OC}}{dt} \right)_{/R_0} + \left(\frac{d\overline{CB}}{dt} \right)_{/R_0} + \left(\frac{d\overline{BE}}{dt} \right)_{/R_0}$$

$$\left(\frac{d\overline{OC}}{dt} \right)_{/R_0} = \left(\frac{d\overline{BE}}{dt} \right)_{/R_0} = \vec{0} \quad \text{et} \quad \left(\frac{d\overline{CB}}{dt} \right)_{/R_0} = \dot{\lambda} \vec{y}_0$$

$$\vec{V}(E \in 3/0) = \dot{\lambda} \vec{y}_0$$

C.1.2.5- En déduire une relation entre les paramètres $\dot{\lambda}$ et $\dot{\theta}$.

$$\vec{V}(E \in 4/0) = \vec{V}(H \in 4/0) + \vec{\Omega}(4/0) \wedge \overline{HE}$$

$$\vec{\Omega}(4/0) = \vec{0}$$

$$\vec{\Omega}(4/0) \wedge \overline{HE} = \vec{0} \quad \text{car colinéaires} \Rightarrow \vec{V}(E \in 4/0) = \vec{0}$$

$$\vec{V}(E \in 3/4) = -p \dot{\theta} \vec{y}_0 = \vec{V}(E \in 3/0) - \vec{V}(E \in 4/0) = \dot{\lambda} \vec{y}_0$$

$$\dot{\lambda} = -p \dot{\theta}$$

C.1.2.6- Déterminer le vecteur vitesse du point B de la tige (3) dans son mouvement par rapport au support (0): $\vec{V}(B \in 3/0)$ en fonction du paramètre $\dot{\lambda}$.

..... $\vec{V}(B \in 3/0) = \vec{V}(E \in 3/0)$ Car la tige (3) est en translation par rapport au support (0)

$$\vec{V}(B \in 3/0) = \dot{\lambda} \vec{y}_0$$

C.1.2.7- Ecrire la condition cinématique au centre B de la liaison pivot entre la bielle (2) et la tige (3) :

$$\vec{V}(B \in 3/2) = \vec{V}(B \in 3/0) - \vec{V}(B \in 2/0) = \vec{0}$$

Déduire, par projection dans la base $\mathcal{B}_0$, le système d'équations qui en découlent.

$$\vec{V}(B \in 3/0) - \vec{V}(B \in 2/0) = \vec{0} \Rightarrow \vec{V}(B \in 3/0) = \vec{V}(B \in 2/0)$$

$$\Rightarrow \dot{\lambda} \vec{y}_0 = L \dot{\alpha} \vec{z}_1 + a \dot{\beta} \vec{z}_2$$

$$\begin{cases} \vec{z}_1 = -\sin \alpha \vec{y}_0 + \cos \alpha \vec{z}_0 \\ \vec{z}_2 = \sin \beta \vec{y}_0 + \cos \beta \vec{z}_0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\lambda} = L \dot{\alpha} \sin \alpha + a \dot{\beta} \sin \beta \\ L \dot{\alpha} \cos \alpha - a \dot{\beta} \cos \beta = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dot{\lambda} + L \dot{\alpha} \sin \alpha + a \dot{\beta} \sin \beta = 0 \\ L \dot{\alpha} \cos \alpha - a \dot{\beta} \cos \beta = 0 \end{cases}$$

C.1.3- Etude cinétiques

C.1.3.1- Déterminer les torseurs cinétiques du panneau (1) puis de la tige (3) dans leurs mouvements par rapport au support (0) respectivement aux points O et B.

On pose "m" la masse du panneau (1)

$$* \vec{R}_e(1/0) = \vec{P}(1/0) = m \vec{V}(G_1/0) = \frac{m L \dot{\alpha}}{2} \vec{z}_1$$

$$* \vec{\sigma}_O(1/0) = [I_O(1)] \vec{\Omega}(1/0) = I \dot{\alpha} \vec{s}_0$$

$$\{\mathcal{E}(1/0)\}_O = \begin{Bmatrix} 0 & I \dot{\alpha} \\ -(m L \dot{\alpha} / 2) \sin \alpha & 0 \\ (m L \dot{\alpha} / 2) \cos \alpha & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0}$$

$$* \vec{R}_e(3/0) = \vec{P}(3/0) = M \vec{V}(G_3/0) = M \dot{\lambda} \vec{y}_0$$

$$* \vec{\sigma}_B(3/0) = \vec{0}$$

$$\{\mathcal{E}(3/0)\}_B = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ M \dot{\lambda} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{B}_0}$$

C.1.3.2- Déterminer l'énergie cinétique $E_c(S/0)$ du système $\{S\} = \{1, 2, 3, 4\}$ dans son mouvement par rapport au support (0).

$$E_c(S/0) = E_c(1/0) + E_c(2/0) + E_c(3/0) + E_c(4/0)$$

* $E_c(2/0) = E_c(4/0) = 0$ car les deux solides sont de masses négligeables.

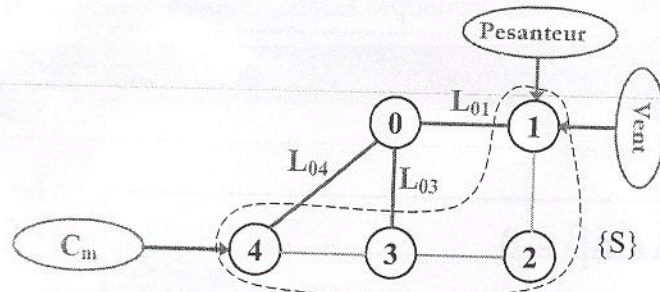
$$* E_c(1/0) = \frac{1}{2} \{ \mathcal{E}(1/0) \}_O \{ \mathcal{E}(1/0) \}_O = \frac{1}{2} I \dot{\alpha}^2$$

$$* E_c(3/0) = \frac{1}{2} \{ \mathcal{E}(3/0) \}_B \{ \mathcal{E}(3/0) \}_B = \frac{1}{2} M \dot{\lambda}^2$$

$$E_c(S/0) = \frac{1}{2} I \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} M \dot{\lambda}^2$$

C.1.4- Equations dynamiques

C.1.4.1- Compléter le graphe d'interaction et faire l'inventaire des actions mécaniques extérieures s'exerçant sur le système $\{S\} = \{1, 2, 3, 4\}$. Ecrire, au point O et dans la base $\mathcal{R}_0(\bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$, le torseur des actions mécaniques extérieures exercées sur le système $\{S\} = \{1, 2, 3, 4\} : \{ \tau(\bar{S} \rightarrow S) \}_O$.



$$\{\bar{S}\} = \{0, \text{Moteur}, \text{Pesanteur}, \text{Vent} \dots\}$$

$$* \{ \tau(\bar{S} \rightarrow S) \}_O = \{ \tau(0 \rightarrow S) \}_O + \{ \tau(\bar{P}_1 \rightarrow 1) \}_O + \{ \tau(\text{Vent} \rightarrow 1) \}_O + \{ \tau(\text{Moteur} \rightarrow 4) \}_O$$

$$\{ \tau(\text{Vent} \rightarrow 1) \}_O = \begin{Bmatrix} 0 & M_0 \\ F_0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\mathcal{R}_0} \quad \{ \tau(\bar{P}_1 \rightarrow 1) \}_{G_1} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -mg & 0 \end{Bmatrix}_{G_1} \quad \{ \tau(\text{Moteur} \rightarrow 4) \}_{O} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & C_m \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{O}$$

$$\{ \tau(0 \rightarrow 1) \}_O = \begin{Bmatrix} X_{01} & 0 \\ Y_{01} & M_{01} \\ Z_{01} & N_{01} \end{Bmatrix}_O \quad \{ \tau(0 \rightarrow 3) \}_C = \begin{Bmatrix} X_{03} & L_{03} \\ 0 & M_{03} \\ Z_{03} & N_{03} \end{Bmatrix}_C \quad \{ \tau(0 \rightarrow 4) \}_H = \begin{Bmatrix} X_{04} & 0 \\ Y_{04} & M_{04} \\ Z_{04} & N_{04} \end{Bmatrix}_H$$

$$* \bar{M}_O(0 \rightarrow 3) = \bar{M}_C(0 \rightarrow 3) + \overline{OC} \wedge \bar{R}(0 \rightarrow 3)$$

$$* \bar{M}_G(\bar{P}_1 \rightarrow 1) = \overline{OG_1} \wedge \bar{P}_1$$

$$* \bar{M}_O(0 \rightarrow 4) = \bar{M}_H(0 \rightarrow 4) + \overline{OH} \wedge \bar{R}(0 \rightarrow 4)$$

$$\text{On pose : } \overline{OC} = b_0 \bar{y}_0 \text{ et } \overline{OH} = b_1 \bar{y}_0$$

$$\{ \tau(\bar{S} \rightarrow S) \}_O = \begin{Bmatrix} X_{01} + X_{04} & L_{03} + L_{04} + M_0 + b_0 Z_{03} + b_1 Z_{04} - (m \cdot g \cdot L \cdot \cos \alpha) / 2 \\ Y_{01} + Y_{03} + Y_{04} + F_0 & M_{01} + M_{03} + C_m \\ Z_{01} + Z_{03} + Z_{04} - m \cdot g & N_{01} + N_{03} + N_{04} - b_1 X_{04} \end{Bmatrix}_O$$

C.1.4.2- Déterminer la puissance développée par les actions mécaniques extérieures exercées sur le système $\{S\} = \{1, 2, 3, 4\}$ dans son mouvement par rapport au support (0).

$$* P(\bar{S} \rightarrow S/0) = P(0 \rightarrow S/0) + P(\bar{P}_1 \rightarrow 1/0) + P(\text{Vent} \rightarrow 1/0) + P(\text{Moteur} \rightarrow 4/0)$$

$$* P(0 \rightarrow S/0) = P(0 \rightarrow 1/0) + P(0 \rightarrow 3/0) + P(0 \rightarrow 4/0) = 0$$

Car : $P(0 \rightarrow i/0) = P(0 \leftrightarrow i) - \cancel{P(i \rightarrow 0/0)} = 0$ $i = 1, 3$ ou 4 et toutes les liaisons sont parfaites

$$* P(\bar{P}_1 \rightarrow 1/0) = \{ \tau(\bar{P}_1 \rightarrow 1) \}_{\bar{P}_1} \cdot \{ \dot{\lambda}(1/0) \}_{\bar{P}_1} = -m_1 g \frac{L}{2} \dot{\alpha} \cos \alpha$$

$$* P(\text{Vent} \rightarrow 1/0) = \{ \tau(\text{Vent} \rightarrow 1) \}_{\text{Vent}} \cdot \{ \dot{\lambda}(1/0) \}_{\text{Vent}} = M_0 \dot{\alpha}$$

$$* P(\text{Moteur} \rightarrow 4/0) = \{ \tau(\text{Moteur} \rightarrow 4) \}_{\text{M}} \cdot \{ \dot{\lambda}(4/0) \}_{\text{M}} = C_m \dot{\theta}$$

$$P(\bar{S} \rightarrow S/0) = C_m \dot{\theta} + M_0 \dot{\alpha} - m_1 g \frac{L}{2} \dot{\alpha} \cos \alpha$$

C.1.4.3- Ecrire l'équation qui découle de l'application du théorème de l'énergie cinétique au système $\{S\} = \{1, 2, 3, 4\}$ dans son mouvement par rapport au support (0).

$$\text{T.E.C. : } \frac{dE(S/0)}{dt} = P(\bar{S} \rightarrow S/0) + \mathcal{P}_{\text{int}}$$

$$* \mathcal{P}_{\text{int}} = P(1 \leftrightarrow 2) + P(2 \leftrightarrow 3) + P(3 \leftrightarrow 4) = 0 \text{ car toutes les liaisons sont parfaites}$$

$$I \dot{\alpha} \ddot{\alpha} + M \dot{\lambda} \ddot{\lambda} = C_m \dot{\theta} + M_0 \dot{\alpha} - m_1 g \frac{L}{2} \dot{\alpha} \cos \alpha$$

en fonction de M_0 , α , $\dot{\alpha}$ et $\dot{\lambda}$.

C.1.4.4- En déduire l'expression du couple moteur C_m en fonction de F_0 , α , $\dot{\alpha}$ et $\dot{\lambda}$.

$$\dot{\lambda} = -p \dot{\theta} \Rightarrow \dot{\theta} = \frac{-\dot{\lambda}}{p} \Rightarrow C_m \frac{\dot{\lambda}}{p} = M \dot{\lambda} \ddot{\lambda} - I \dot{\alpha} \ddot{\alpha} + M_0 \dot{\alpha} - m_1 g \frac{L}{2} \dot{\alpha} \cos \alpha$$

En fait, le moment M_0 est une fonction explicite de F_0

$$C_m = \frac{-p}{\dot{\lambda}} \left(M \dot{\lambda} \ddot{\lambda} + I \dot{\alpha} \ddot{\alpha} + m_1 g \frac{L}{2} \dot{\alpha} \cos \alpha - M_0 \dot{\alpha} \right)$$

C.2- RESISTANCE DES MATERIAUX

C.2.1- Montrer que le torseur représentant la charge répartie uniformément sur la poutre (voir figure C.4 du dossier présentation, données et hypothèses) s'écrit, au point O dans la base $\mathcal{B}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$,

sous la forme : $\{\tau(q \rightarrow 1)\}_O = \begin{Bmatrix} 0 & C \\ 0 & 0 \\ -F & 0 \end{Bmatrix}_O$. Déterminer F et C en fonction de q et de L.

Soit P un point quelconque de la poutre tel que : $\overrightarrow{OP} = y \bar{y}$.

$$\{\tau(q \rightarrow 1)\}_O = \begin{Bmatrix} \bar{R}(q \rightarrow 1) \\ \bar{M}_O(q \rightarrow 1) \end{Bmatrix}_O \quad * \quad \bar{R}(q \rightarrow 1) = -F \bar{z} = \int_0^L (-q \bar{z}) dy = -q L \bar{z}$$

$$* \quad \bar{M}_O(q \rightarrow 1) = C \bar{x} = \int_0^L \overrightarrow{OP} \wedge (-q \bar{z}) dy = \left(\int_0^L -q y dy \right) \bar{x} = \frac{-q L^2}{2} \bar{x}$$

$$F = q L$$

$$C = \frac{-q L^2}{2}$$

C.2.2- Compléter, dans la base $\mathcal{B}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$, les torseurs des actions mécaniques transmissibles exercées par le support (0) sur la poutre (1) au niveau de l'articulation en O et de l'appui simple en A.

$$\{\tau_1(0 \rightarrow 1)\}_O = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_O & 0 \\ Z_O & 0 \end{Bmatrix}_O \quad \text{et} \quad \{\tau_2(0 \rightarrow 1)\}_A = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_A & 0 \end{Bmatrix}_A$$

C.2.3- En déduire, au point O et dans la base $\mathcal{B}(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$, le torseur des actions mécaniques extérieures exercées sur la poutre (1).

$$\{\tau(\bar{1} \rightarrow 1)\}_O = \begin{Bmatrix} 0 & C + L Z_A \\ Y_O & 0 \\ Z_O + Z_A - F & 0 \end{Bmatrix}_O$$

C.2.4- Par application du PFS au point O à la poutre (1), déterminer et encadrer les composantes inconnues des actions mécaniques transmissibles en fonction de q et de L.

$$\text{PFS: } \{\tau(\bar{1} \rightarrow 1)\}_O = \{0\}$$

$$* \text{ Par projection sur } \bar{x} \text{ du TMS en O: } C + L Z_A = 0 \Rightarrow Z_A = \frac{-C}{L} \Rightarrow Z_A = \frac{q L}{2}$$

$$* \text{ Par projection sur } \bar{y} \text{ du TRS: } Y_O = 0$$

$$* \text{ Par projection sur } \bar{z} \text{ du TRS: } Z_O + Z_A - F = 0 \Rightarrow Z_O = F - Z_A \Rightarrow Z_O = \frac{q L}{2}$$

$$Y_O = 0$$

$$Z_O = \frac{q L}{2}$$

$$Z_A = \frac{q L}{2}$$

Dans toute la suite du problème, on supposera que :

- La longueur de la poutre : $L = 2000 \text{ mm}$;
- La pression : $q = 20 \text{ N/mm}^2$;
- I_{Gx} : Moment quadratique de la section droite du panneau (1) par rapport à l'axe $(G, \bar{x})$;
- Le point G est le centre géométrique de la section droite tel que : $\overline{OG} = y \bar{y}$.

C.2.5- Déterminer, au point G, le torseur des efforts de cohésions internes tout au long de la ligne moyenne de la poutre droite.

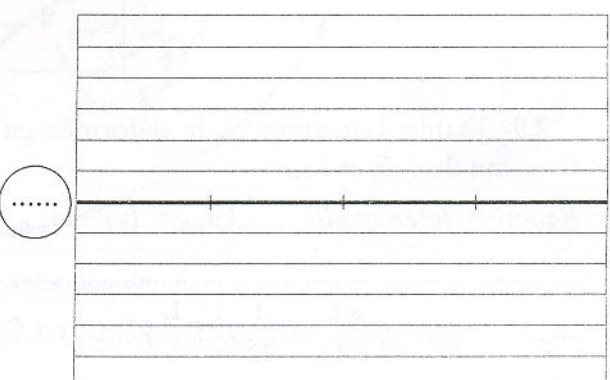
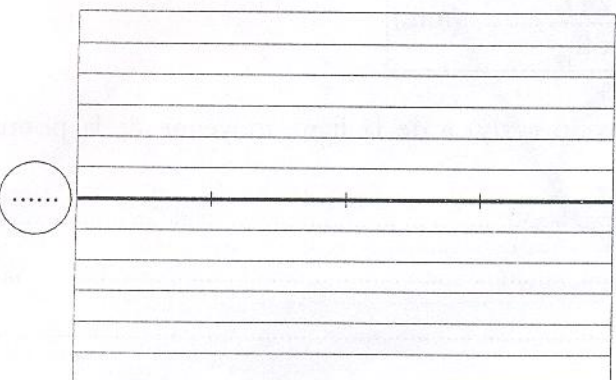
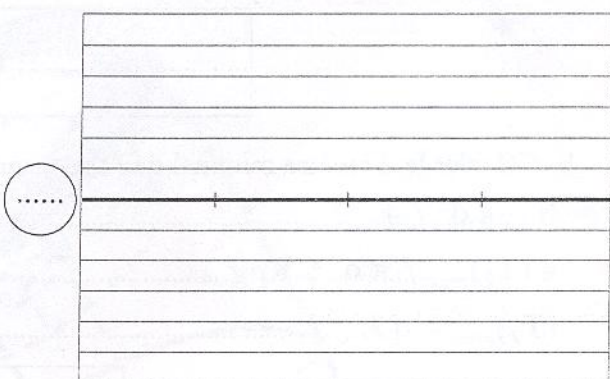
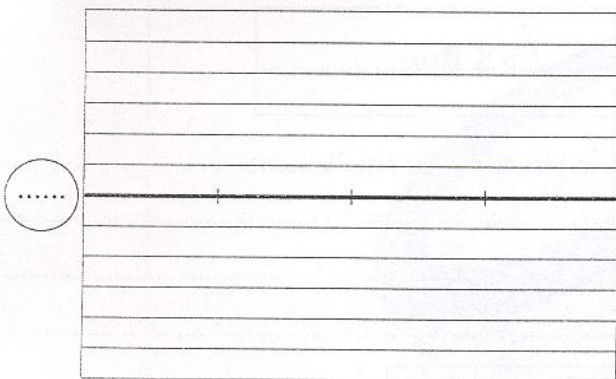
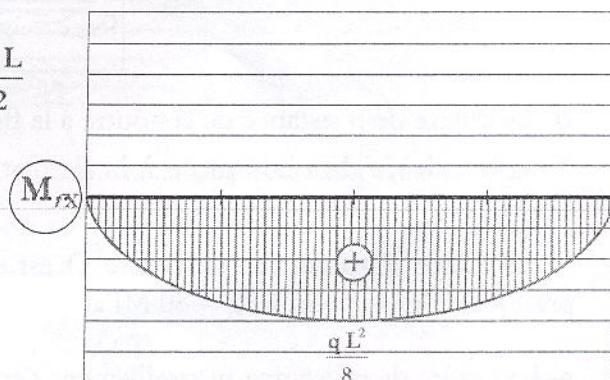
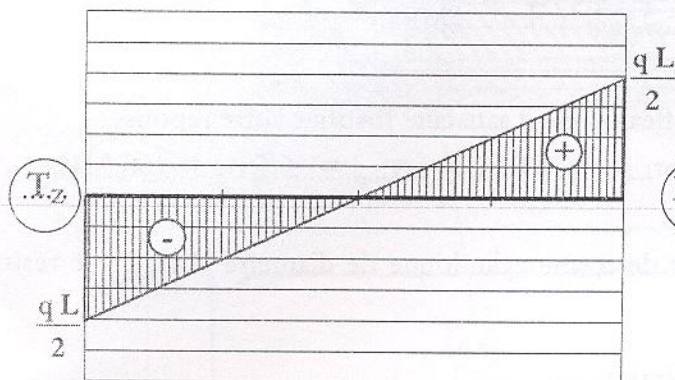
Résultante	$N = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots$	$T_x = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots$	$T_z = \dots\dots\dots q(y - \frac{L}{2}) \dots\dots\dots$
Moment	$M_t = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots$	$M_{fx} = \dots\dots\dots qy(\frac{L}{2} - y) \dots\dots\dots$	$M_{fz} = \dots\dots\dots 0 \dots\dots\dots$

Dans cette travée, la poutre est soumise à : la flexion et au cisaillement

C.2.6- Tracer le diagramme des efforts de cohésion non nuls.

Diagrammes des Forces

Diagrammes des Moments



On supposera que le matériau utilisé pour la fabrication de la poutre est caractérisée par une limite élastique à l'extension : $R_e = 480 \text{ MPa}$. On adoptera un coefficient de sécurité $s = 3$.

C.2.7- Vérification du critère de résistance de la poutre à la flexion.

a- Calculer la résistance pratique à l'extension R_{pe} .

$$R_{pe} = R_e / s$$

$$R_{pe} = 160 \text{ MPa}$$

b- Le critère de résistance à la flexion s'écrit :

$$\sigma_{\max} = (M_x)_{\max} / (I_{Gx} / y) \leq R_{pe}$$

c- Calculer la contrainte maximale $\sigma_{\max}$:

$$(M_x)_{\max} = q L^2 / 8$$

(S) est une section carrée : $S = 200 \text{ mm}^2$

$$I_{Gx} = a^4 / 12$$

$$y = a / 2$$



$$a = 14,14 \text{ mm}$$

$$\sigma_{\max} = 3 q L^2 / 4 a^3 \text{ (MPa)}$$

d- Le critère de résistance de la poutre à la flexion est-il satisfait? Justifier votre réponse.

Oui le critère de résistance à la flexion est vérifié car : $\sigma_{\max} \leq R_{pe} = 160 \text{ MPa}$

C.2.8- L'axe d'articulation de centre O est de forme cylindrique de diamètre « d » et de résistance pratique au glissement $R_{pg} = 80 \text{ MPa}$.

a- Le critère de résistance au cisaillement s'écrit :

$$\tau_{\max} = (T_z)_{\max} / S \leq R_{pg}$$

b- Calculer le diamètre minimal de l'axe assurant sa résistance au cisaillement.

$$S = \pi d^2 / 4$$

$$4 (T_z)_{\max} / \pi d^2 \leq R_{pg}$$

$$(T_z)_{\max} = q L / 2$$

$$d_{\min} = \sqrt{\frac{2 q L}{\pi R_{pg}}} \text{ (mm)}$$

C.2.9- Etablir l'équation de la déformée en flexion « $z(y)$ » de la ligne moyenne de la poutre en fonction de y , E et I_{Gx} .

$$\text{Equation différentielle : } EI_{Gx} z''(y) = M_x = \frac{q L}{2} (L - y)$$

$$z(y) = \frac{q L}{2 E I_{Gx}} \left(\frac{1}{12} y^4 + \frac{L}{6} y^3 - C_3 y + C_4 \right)$$

Conditions aux limites : $z(0) = 0$ et $z(L) = 0$

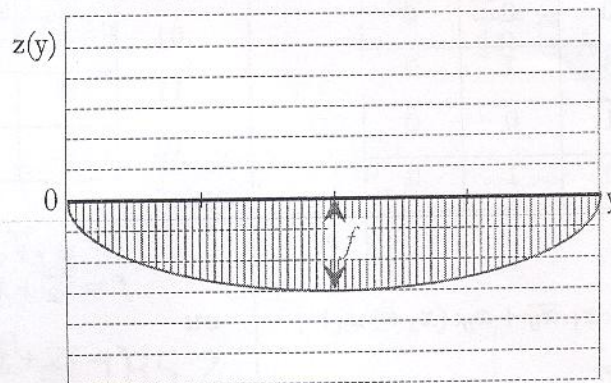
Résolution de l'équation :

$$z(0) = 0 \Rightarrow C_1 = 0$$

$$z(L) = 0 \Rightarrow C_2 = -\frac{L^3}{12}$$

$$z(y) = \frac{q y}{12 E I_{GX}} \left(-\frac{1}{2} y^3 + L y^2 - \frac{1}{2} L^3 \right)$$

C.2.10- Tracer l'allure de la déformée $z(y)$.



En déduire l'expression de la flèche « f » en fonction de q , L , E et I_{GX} .

$$f = \frac{5 q L^4}{384 E I_{GX}}$$

$x_3x_2 \backslash x_1x_0$	00	01	11	10
00	$\emptyset$	1	1	$\emptyset$
01	$\emptyset$	1	1	$\emptyset$
11	$\emptyset$	0	1	$\emptyset$
10	1	1	1	1

c

$$c = x_3 + \bar{x}_1 + \bar{x}_0$$

$x_3x_2 \backslash x_1x_0$	00	01	11	10
00	$\emptyset$	0	1	$\emptyset$
01	$\emptyset$	1	1	$\emptyset$
11	$\emptyset$	1	0	$\emptyset$
10	1	0	1	1

d

$$d = \bar{x}_2 + x_3 \cdot \bar{x}_1 + (x_3 \oplus x_0)$$

$x_3x_2 \backslash x_1x_0$	00	01	11	10
00	$\emptyset$	0	0	$\emptyset$
01	$\emptyset$	0	1	$\emptyset$
11	$\emptyset$	1	0	$\emptyset$
10	1	0	1	0

e

$$e = \bar{x}_3 \cdot \bar{x}_2 + x_3 \cdot x_2 \cdot x_1 \cdot \bar{x}_0 + x_0 \cdot (x_3 \oplus x_1)$$

$x_3x_2 \backslash x_1x_0$	00	01	11	10
00	$\emptyset$	1	1	$\emptyset$
01	$\emptyset$	0	1	$\emptyset$
11	$\emptyset$	0	0	$\emptyset$
10	1	0	1	1

f

ou

$$f = \bar{x}_2 + \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_0 + x_3 \cdot (\bar{x}_1 + \bar{x}_0)$$

$$f = \bar{x}_2 + x_3 \cdot \bar{x}_0 + \bar{x}_1 \cdot (x_3 + \bar{x}_0)$$

$x_3x_2 \backslash x_1x_0$	00	01	11	10
00	$\emptyset$	1	1	$\emptyset$
01	$\emptyset$	1	1	$\emptyset$
11	$\emptyset$	1	0	$\emptyset$
10	0	0	1	1

g

$$g = \bar{x}_1 + (x_3 \oplus x_0)$$

D.2- ASSERVISSEMENT DE POSITION DE LA MONTURE D'UN HELIOSTAT

D.2.1- Modélisation du moteur

D.2.1.1- Déterminer l'expression de la fonction de transfert du moteur $M(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)}$, la mettre

sous forme canonique : $M(p) = \frac{K_m}{1 + \tau_m p}$.

$$U(p) = R I(p) + E(p) \quad (1)$$

$$E(p) = K_e \Omega_m(p) \quad (2)$$

$$C_m(p) = K_c I(p) \quad (3)$$

$$J p \Omega_m(p) = C_m(p) \quad (4)$$

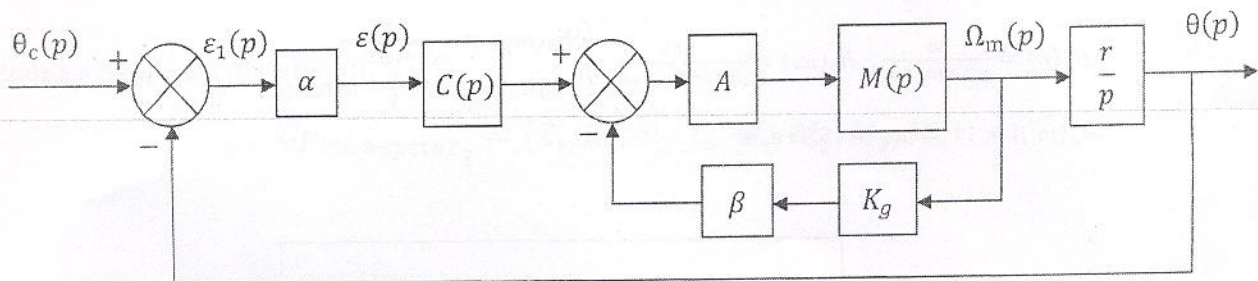
$$M(p) = \frac{K_c}{K_c K_e + R J p} = \frac{\frac{1}{K_e}}{1 + \frac{R J}{K_c K_e} p}$$

D.2.1.2- En déduire les expressions puis les valeurs de K_m et de τ_m .

$K_m = \frac{1}{K_e}$	$\tau_m = \frac{R J}{K_c K_e}$	A.N : $K_m = 50$	$\tau_m = 10^{-2} s$
-----------------------	--------------------------------	------------------	----------------------

D.2.2- Asservissement de position de la monture de l'héliostat

D.2.2.1- Transformer le schéma fonctionnel de la figure D.4 sous forme d'un système à retour unitaire.



D.2.2.2- Sans correction tachymétrique

Dans un premier temps, on fixe $\beta = 0$ ce qui revient à supprimer la correction par retour tachymétrique. On fixe $A = 1$.

Le correcteur proportionnel : $C(p) = K$ avec $K > 0$.

D.2.2.2.1- Déterminer, en fonction de K , la fonction de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée notées respectivement $H_o(p)$ et $H_f(p)$.

$$H_o(p) = \frac{\alpha \cdot r \cdot A \cdot K \cdot M(p)}{p} = \frac{\alpha \cdot r \cdot A \cdot K \cdot K_m}{p(1 + \tau_m p)}$$

A.N.

$$H_o(p) = \frac{0,1K}{p(1 + 10^{-2}p)}$$

$$H_f(p) = \frac{H_o(p)}{1 + H_o(p)}$$

A.N.

$$H_f(p) = \frac{10K}{p^2 + 100p + 10K}$$

D.2.2.2.2- Exprimer, en fonction de K, le gain statique (K_s), le facteur d'amortissement (m) et la pulsation propre (ω_0) du système en boucle fermée.

$$H_f(p) = \frac{K_s \omega_0^2}{p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2} \quad \text{avec} \quad \begin{cases} K_s \omega_0^2 = 10K \\ 2m\omega_0 = 100 \\ \omega_0^2 = 10K \end{cases}$$

$$K_s = 1$$

$$m = \frac{50}{\sqrt{10K}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{10K}$$

D.2.2.2.3- Calculer la valeur de K garantissant une réponse indicielle en boucle fermée caractérisée par un facteur d'amortissement $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$K = 500$$

D.2.2.2.4- Pour cette valeur de K, Déterminer :

- La marge de phase $m\phi_1$;

$$\begin{cases} |H_o(j\omega)| = 1 \\ m\phi_1 = \pi + \arg H_o(j\omega_u) \end{cases} \Rightarrow \omega_u = ?$$

$$H_o(p) = \frac{50}{p(1+10^{-2}p)}, \quad H_o(j\omega) = \frac{50}{j\omega(1+j10^{-2}\omega)}, \quad \begin{cases} |H_o(j\omega)| = \frac{50}{\omega\sqrt{1+10^{-4}\omega^2}} \\ \arg H_o(j\omega) = -\frac{\pi}{2} - \arctan(10^{-2}\omega) \end{cases}$$

$$|H_o(j\omega)| = 1 \Rightarrow \omega_u = 45,5 \text{ rad/s}$$

$$m\phi_1 = 65,53$$

- Le temps de stabilisation approximatif $T_{s1\pm 5\%}$;

$$T_{s1} \approx \frac{3}{m\omega_0} \text{ et } \omega_0 = 70,71 \text{ rad/s}$$

$$T_{s1\pm 5\%} \approx 0,06 \text{ s}$$

- L'erreur de traînage en régime permanent $\varepsilon_{v1}(\infty)$ pour une consigne en rampe unitaire.

$$\begin{cases} H_o(p) \text{ est de classe 1} \\ \theta_c(p) = \frac{1}{p^2} \end{cases}$$

$$\varepsilon_{v1}(\infty) = \frac{\alpha}{0,1K} \quad \text{A.N.} \quad \varepsilon_{v1}(\infty) = 0,2\%$$

D.2.2.3- Avec correction tachymétrique

On prend en compte le retour tachymétrique $\beta \neq 0$, on impose $A = 10$ et on considère un correcteur proportionnel : $C(p) = K$ avec K la valeur trouvée dans le paragraphe D.2.2.2.3.

D.2.2.3.1- Déterminer, en fonction de β , les fonctions de transfert en boucle ouverte et en boucle fermée notées respectivement $T_0(p)$ et $T_f(p)$.

$$T_0(p) = \frac{\alpha \cdot r \cdot A \cdot K \cdot K_m}{p(1 + \beta \cdot A \cdot K \cdot K_g \cdot K_m + \tau_m p)}$$

A.N.

$$T_0(p) = \frac{500}{p(1 + 50\beta + 10^{-2}p)}$$

$$T_f(p) = \frac{T_0(p)}{1 + T_0(p)}$$

A.N.

$$T_f(p) = \frac{5 \cdot 10^4}{p^2 + 100(1 + 50\beta)p + 5 \cdot 10^4}$$

D.2.2.3.2- Montrer qu'il est possible de déterminer le gain β de façon que la réponse indicielle en boucle fermée soit caractérisée par un facteur d'amortissement $m = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$T_f(p) = \frac{K_s \omega_0^2}{p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2} \quad \text{Avec} \quad \begin{cases} K_s \omega_0^2 = 5 \cdot 10^4 \\ 2m\omega_0 = 100(1 + 50\beta) \\ \omega_0^2 = 5 \cdot 10^4 \end{cases} \quad \omega_0 = 223,61 \text{ rd/s}$$

$$\beta = 0.043$$

Pour cette valeur de β , on donne sur la figure D.7 les diagrammes de Bode du système en boucle ouverte $T_0(j\omega)$.

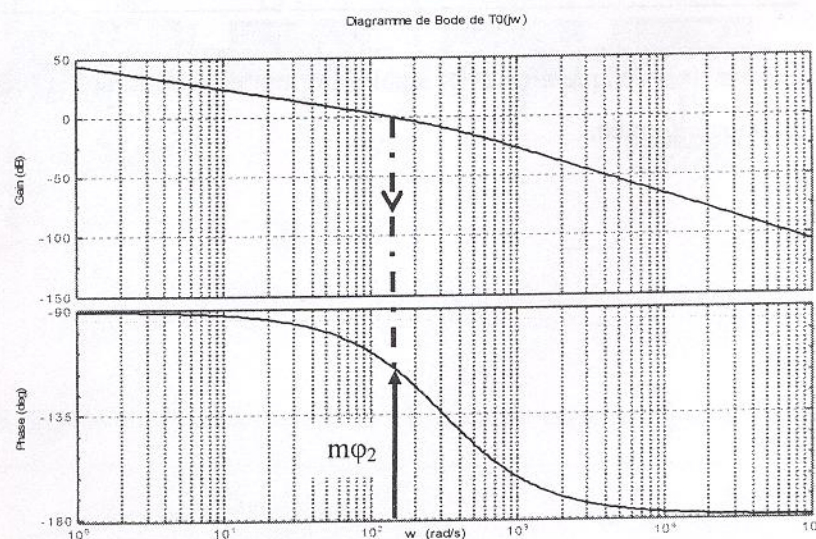


Figure D.7 : Diagrammes de Bode de $T_0(j\omega)$.

D.2.2.3.3- Déterminer, graphiquement, la marge de phase $m\phi_2$ (faire la construction nécessaire).

$$m\phi_2 = 65^\circ, 2$$

D.2.2.3.4- Calculer :

- Le temps de stabilisation approximatif $T_{s2\pm 5\%}$;

$$T_{s2} \approx \frac{3}{m\omega_0} \text{ avec } \omega_0 = 223.61 \text{ rd/s}$$

$$T_{s2\pm 5\%} \approx 0,02s$$

- L'erreur de traînage en régime permanent $\varepsilon_{v2}(\infty)$ pour une consigne en rampe unitaire.

$$\begin{cases} T_o(p) \text{ est de classe 1} \\ \theta_c(p) = \frac{1}{p^2} \end{cases}$$

$$\varepsilon_{v2}(\infty) = \frac{\alpha(1+50\beta)}{500}$$

A.N.

$$\varepsilon_{v2}(\infty) = 0,06\%$$

D.2.2.4- Conclure quant aux performances assurées par les deux configurations sans et avec retour tachymétrique.

Performances	Critère	$\beta = 0$	$\beta \neq 0$
Stabilité	$m\phi$	$65^\circ, 53$	$65^\circ, 2$
Précision	$\varepsilon_v(\infty)$ en %	0,2	0,06
Rapidité	$T_{s \pm 5\%}$ en s	0,06	0,02

La correction tachymétrique a un effet stabilisant tout en améliorant la précision et la rapidité du système en boucle fermée.