

République Tunisienne

Signature des
enseignants

**MINISTRE DE
L'ENSEIGNEMENT
SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE**

**Concours Nationaux d'Entrée aux
Cycles de Formation d'Ingénieurs**

Session : **Juin 2015**

Concours : **Technologie**

Epreuve de : **Sciences et Techniques de l'Ingénieur**

Durée : **5 Heures**

Nom :

Prénom

Date & lieu de naissance :

Etablissement d'origine :

N° C.I.N ou N° du Passeport pour les étrangers :

--	--	--	--	--	--	--	--

Série :

--	--	--

Identifiant :

--	--	--	--	--	--

NE PAS ÉCRIRE ICI

Nombre de
Cahiers
remis

01

Nombre de
Cahiers
remis

01

NE PAS ÉCRIRE ICI

DOSSIER DOCUMENT REPONSES

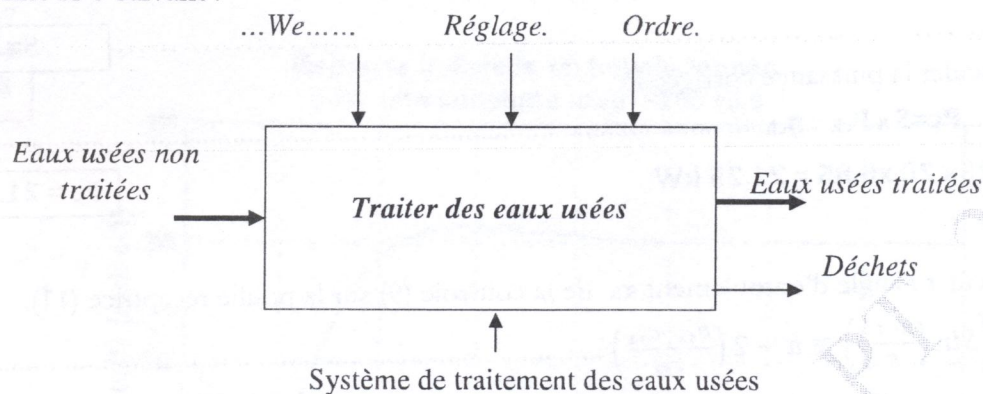
Ce dossier comporte 31 pages numérotées de 1/31 à 31/31

- Partie A : Technologie de conception : Pages 1 à 9;
 - Partie B : Technologie de production : Pages 10 à 14 ;
 - Partie C : Mécanique & RDM : Pages 15 à 23;
 - Partie D : Automatique : Pages 24 à 31;
- Un seul dossier réponse est fourni au candidat et doit être rendu, en totalité, même sans réponses à la fin de l'épreuve.
- Le renouvellement de ce dossier est interdit.

PARTIE A : TECHNOLOGIE DE CONCEPTION

A- I - ETUDE TECHNOLOGIQUE

A- I.1 – Modéliser le système «système de traitement des eaux usées d'une marbrerie» en complétant l'actigramme A-0 suivant :



A- I.2 – Donner le rôle des pièces suivantes.

Pièce	Rôle de la pièce
01	Transmettre le mouvement et la puissance de (39) à (2)
10	Assurer l'étanchéité dynamique
36	Couvercle pour supporter le joint d'étanchéité et arrêter la bague du roulement (5)
58	Positionner (66) par rapport à (65)
59	Assurer le guidage de l'arbre (40)

A- I.3 – Donner les ajustements des assemblages suivants.

assemblage	Ajustement	Justification
6/4	$\phi d h11$	Ajustement entre joint d'étanchéité et l'arbre
36/4	$\phi D H8$	Ajustement entre joint d'étanchéité et le moyeu
11/15	$\phi d H7 h6$	Positionner (11) avec (15) (centrage)
39/40	$\phi d H7 h6$ (ou $\phi d H7 j6$)	Montage par clavette (centrage)
17/29	$\phi d m6$ (ou $\phi d k6$)	Roulement sur arbre tournant

A- I.4 – La vitesse de l'arbre (40) à la sortie du variateur est comprise entre une vitesse minimale N_{40min} et maximale N_{40max} . La position de la courroie (49) dans le Document Technique DT1, correspond à quelle vitesse ?

..... N_{40min}

A- I.5 – Justifier pourquoi les flasques mobiles ne sont pas du même coté.

..... Pour que la courroie (49) reste dans le même plan médian

.....

A- II- ETUDE DE LA TRANSMISSION PAR POULIE COURROIE (11, 12 et 42)

Le document technique nécessaire au choix des caractéristiques du système poulies courroies est fourni en annexe dans le dossier Présentation, Données et Hypothèses pages 7/20 à 9/20.

A- II.1 – Déterminer le coefficient de service S

$$S = 1.25$$

A- II.2 – Calculer la puissance corrigée Pc

$$P_c = S \times P_{ch} \times \eta_{ch}$$

$$AN : P_c = 1.25 \times 20 \times 0.85 = 21.25 \text{ kW}$$

$$P_c = 21.25 \text{ kW}$$

A- II.3 – Calculer l'angle d'enroulement α_R de la courroie (9) sur la poulie réceptrice (11).

$$\alpha_R = \pi - 2 \left(\sin \left(\frac{R-r}{E} \right) \right) \cong \pi - 2 \left(\frac{D_{42} - d_{11}}{2E} \right)$$

$$AN : D_{42} = 355 \text{ mm}, \quad d_{11} = 170 \text{ mm}; E = 530 \text{ mm}$$

$$\alpha_R = \pi - \left(\frac{355 - 170}{530} \right) = 2.79 \text{ rd}$$

$$\alpha_R = 2.79 \text{ rd}$$

A- II.4 – Calculer la tension t sur le brin mou de la courroie.

$$P_{11} = (T - t) \frac{d_{11}}{2} \omega_{11} = t (e^{\frac{f \alpha_R}{\sin 20}} - 1) \frac{d_{11}}{2} \omega_{11} = t (e^{\frac{f \alpha_R}{\sin 20}} - 1) \frac{d_{11}}{2} \frac{d_{42}}{d_{11}} \omega_{42}$$

On a

$$\&t \quad P_{11} = \eta_{1,42} P_{42} = \eta_{1,42} \eta_{ch} \frac{2P_m}{3}$$

$$\text{Donc } t = \frac{\eta_{1,42} \eta_{ch} \frac{2P_m}{3}}{(e^{\frac{f \alpha_R}{\sin 20}} - 1) \frac{d_{11}}{2} \frac{d_{42}}{d_{11}} \omega_{42}}$$

$$AN : t = \frac{0.9 \times 0.85 \times 20000}{(e^{\frac{0.3 \times 2.79}{\sin 20}} - 1) \left(\frac{0.170}{2} \right) \left(\frac{355}{170} \right) \left(\frac{\pi \times 1450}{30} \right)} = \frac{15300}{26.95 (e^{2.447} - 1)} = 53.793 \text{ N}$$

$$t = 55.03 \text{ N}$$

A- II.5 – Calculer la tension T sur le brin tendu de la courroie.

$$T = t e^{\frac{f \alpha_R}{\sin 20}}$$

$$AN : T = 55.03 e^{2.447} = 624 \text{ N}$$

$$T = 624 \text{ N}$$

A- II.6 – Calculer la tension de pose T_0 à installer lors du montage de la courroie.

$$T_0 = \frac{T + t}{2} \quad T_0 = \frac{624 + 55.3}{2}$$

$$T_0 = 339.515 \text{ N}$$

A- II.7 – Choisir les sections de courroie convenables en fonction de la fréquence de rotation de la petite poulie et Pc.

$$\text{Avec } P_c = 21.25 \text{ Kw}$$

et

$$N_{11} = \frac{d_{42}}{d_{11}} N_{42} = \frac{355}{170} 1450 = 3028 \text{ tr / mn}$$

$$\text{Sections : SPA, SPB et SPZ}$$

Dans toute la suite, le choix sera orienté vers les courroies du type SPB

A- II.8 – Calculer la longueur L_p de la courroie correspondante à la transmission et choisir une longueur standard L_p la plus proche.

$$L_p = 2E + 1.57(D+d) + \frac{(D-d)^2}{4E} \quad \text{A.N: } L_p = 2 \times 530 + 1.57(355+170) + \frac{(355-170)^2}{4 \times 530} = 1900.39 \text{ mm}$$

$$L_p = 1900.39 \text{ mm}$$

Choix : $L_p = 1900 \text{ mm}$

A- II.9 – Calculer la nouvelle valeur de l'entraxe E' :

On peut écrire $8E^2 + [1.57 \times 4 \times (D+d) - 4 L_p] E + (D-d)^2 = 0$ Donc :

$$8E^2 + [1.57 \times 4 \times (D+d) - 4 L_p] E + (D-d)^2 = 0 \text{ ou directement}$$

$$E' = 530 \text{ mm}$$

A- II.10 – Déterminer la puissance brute transmissible par une seule courroie P_b . (On suppose que la variation de la puissance brute entre deux fréquences de rotation est linéaire).

Puisque $N_{11} = 3028 \text{ tr/mn}$ et $R = 355/170 = 2.09 > 1.6$

D'après le doc. Fabricant : $2910 < N_{11} < 3600$;

On a : $P_b = 15.4$ pour $N_{11} = 2910$

$P_b = 16.5$ pour $N_{11} = 3600$

En faisant une interpolation linéaire :

$$P_b = 15.59 \text{ Kw}$$

(eq de la droite : $P_b = 0.0016 N_{11} + 10.74$) C e qui donne pour $N_{11} = 3028$, $P_b = 15.59$

A- II.11 – Déterminer les coefficients de longueur et d'arc C_L et a . Puis calculer la puissance transmissible P_t pour une seule courroie ($P_t = P_b \times C_L \times a$).

D'après le doc. Fabricant (courroie SPB $C_L = 0.9$ $a = 0.96$ $P_t = 13.47 \text{ Kw}$

A- II.12 – Déterminer le nombre de courroies x nécessaire pour cette transmission.

$$x = \frac{P_c}{P_t}$$

A.N: $x = \frac{21.25}{11.15} = 1.90$

Choix :

$$x = 2$$

A- III –ETUDE DE LA TRANSMISSION PAR ENGRENAGE

On considère le schéma cinématique du système de traitement des eaux usées suivant :

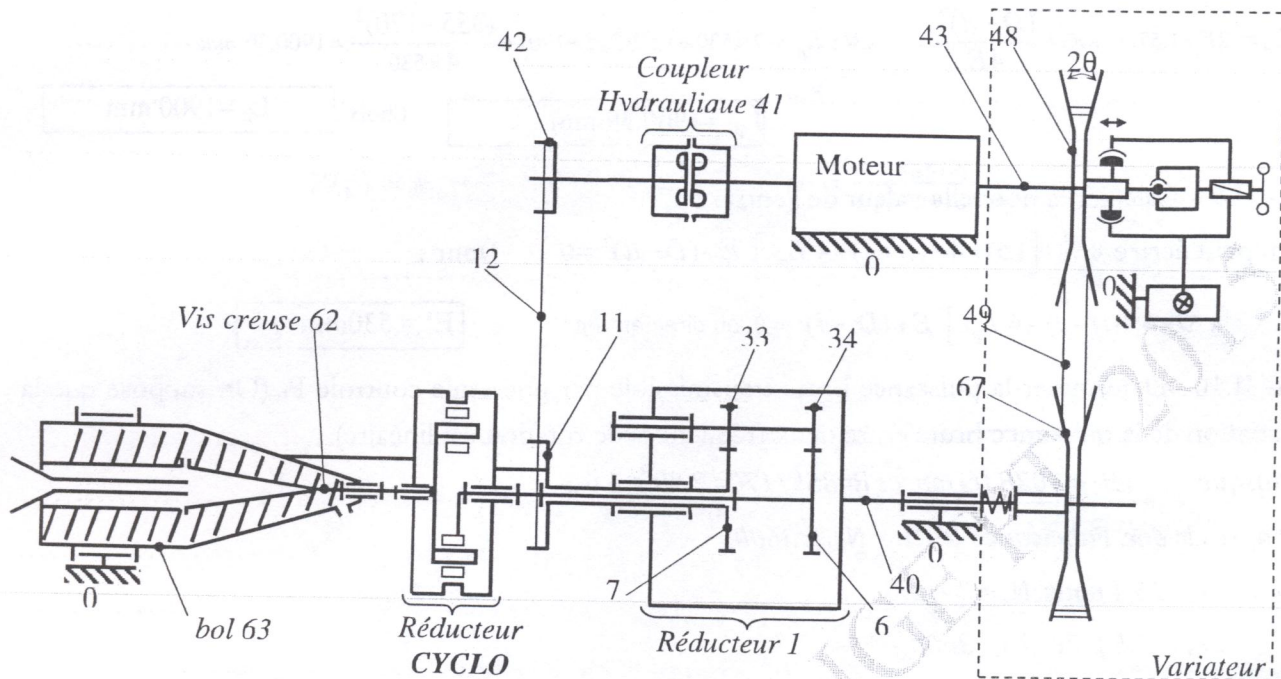


Figure A-1: Schéma cinématique minimal du système de traitement des eaux usées.

Le rapport de transmission du variateur est défini par : $k_{va} = \frac{N_{40}}{N_{48}} = \frac{2a \cdot \tan \theta - \lambda}{2a \cdot \tan \theta + \lambda}$

Où

λ étant le déplacement de l'un des deux flasques.

a est le rayon particulier pour lequel $a = r_{40} = r_{48} = 144$ mm, correspond $k_{va} = 1$.

A-III.1 – Calculer les rapports de transmissions k_{va} minimales et maximales. En déduire la vitesse minimale N_{40min} et maximale N_{40max} de (40).

$$k_{vamin} = \frac{2a \cdot \tan \theta - \lambda_{max}}{2a \cdot \tan \theta + \lambda_{max}} \quad A.N: k_{vamin} = \frac{2 \times 144 \times \tan 20 - 30}{2 \times 144 \cdot \tan 20 + 30} = 0.555 \dots\dots\dots$$

$$k_{vamax} = \frac{2a \cdot \tan \theta + \lambda_{min}}{2a \cdot \tan \theta - \lambda_{min}} \quad A.N: k_{vamax} = \frac{2 \times 144 \times \tan 20 + 30}{2 \times 144 \cdot \tan 20 - 30} = 1.802 \dots\dots\dots$$

$$k_{va} = \frac{N_{40}}{N_{48}} = \frac{N_{40}}{N_m} \Rightarrow N_{40} = k_{va} N_m$$

$$\Rightarrow N_{40min} = k_{vamin} N_m \quad ; A.N: N_{40min} = 0.555 \times 1450 = 804.75 \dots\dots\dots$$

$$\Rightarrow N_{40max} = k_{vamax} N_m \quad ; A.N: N_{40max} = 1.802 \times 1450 = 2612.9$$

$$\dots\dots\dots k_{va \min} = 0.555 \quad ; \quad k_{va \max} = 1.802 \quad \dots\dots \quad N_{40 \min} = 804.75 \text{ tr/mn} \quad ; \quad N_{40 \max} = 2612.9 \text{ tr/mn}$$

A-III.2 – Calculer le rapport de transmission k_{pc} par poulie courroies (11, 12, 42) ($k_{pc} = \frac{N_{11}}{N_{42}}$).

$$k_{pc} = \frac{N_{11}}{N_{42}} = \frac{D_{42}}{d_{11}} \quad \text{A.N: } k_{pc} = \frac{355}{170} = 2.088 \dots\dots\dots$$

$$k_{pc} = 2.088$$

A-III.3 – Ecrire la formule de Willis pour le réducteur 1. En déduire N_6 en fonction de

$$(N_7, N_{40}, Z_6, Z_7, Z_{33}, Z_{34})$$

$$\frac{N_6 - N_{40}}{N_7 - N_{40}} = \frac{Z_7 \times Z_{34}}{Z_{33} \times Z_6} \Rightarrow N_6 = \left(\frac{Z_7 \times Z_{34}}{Z_{33} \times Z_6} \right) (N_7 - N_{40}) + N_{40}$$

A-III.4 – Donner l'expression de la vitesse de rotation N_6 de l'arbre 6 en fonction de ($Z_6, Z_7, Z_{34}, Z_{33}, k_{va}, k_{pc}, N_m$)

$$\text{On a } N_6 = \left(\frac{Z_7 \times Z_{34}}{Z_{33} \times Z_6} \right) (N_7 - N_{40}) + N_{40} \quad \text{avec } N_{40} = k_{va} N_m \text{ et } N_7 = N_{11} = k_{pc} N_m = \frac{D_{42}}{d_{11}} N_m$$

$$N_6 = \left[\left(\frac{Z_7 \times Z_{34}}{Z_{33} \times Z_6} \right) (k_{pc} - k_{va}) + k_{va} \right] N_m$$

$$N_6 = \left[\left(\frac{Z_7 \times Z_{34}}{Z_{33} \times Z_6} \right) (k_{pc} - k_{va}) + k_{va} \right] N_m$$

A-III.5 – Calculer la vitesse minimale $N_{6\min}$ et maximale $N_{6\max}$ de l'arbre (6)

$$N_{6\max} = \left[\left(\frac{Z_7 - Z_{34}}{Z_{33} - Z_6} \right) (k_{pc} - k_{va\max}) + k_{va\max} \right] N_m ;$$

$$\text{A.N: } N_{6\max} = \left[\left(\frac{40 \times 20}{28 \times 45} \right) \times (2.088 - 1.802) + 1.802 \right] \times 1450 = 2876.3$$

$$N_{6\min} = \left[\left(\frac{Z_7 - Z_{34}}{Z_{33} - Z_6} \right) (k_{pc} - k_{va\min}) + k_{va\min} \right] N_m ;$$

$$\text{A.N: } N_{6\min} = \left[\left(\frac{40 \times 20}{28 \times 45} \right) \times (2.088 - 0.555) + 0.555 \right] \times 1450 = 2216$$

$$N_{6\min} = 2216 \text{ tr/min} ; \quad N_{6\max} = 2876.3 \text{ tr/min}$$

A-III.6– Calculer la vitesse minimale $N_{62\min}$ et maximale $N_{62\max}$ de l'arbre (62)

$$\text{On a } k = \frac{N_6 - N_{63}}{N_{62} - N_{63}} \quad \text{Donc : } N_{62} = \frac{(N_6 - N_{63})}{k} + N_{63} \quad ; \quad N_{63} = N_{11}$$

$$\text{Donc : } N_{62\min} = \frac{(N_{6\min} - N_{11})}{k} + N_{11} \quad \text{A.N : } N_{62\min} = \frac{(2216 - 2.088 \times 1450)}{59} + 2.088 \times 1450 = 3013.844$$

$$\text{Donc : } N_{62\max} = \frac{(N_{6\max} - N_{11})}{k} + N_{11} \quad \text{A.N : } N_{62\max} = \frac{(2876.3 - 2.088 \times 1450)}{59} + 2.088 \times 1450 = 3025.03 \quad \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots N_{62\min} = 3013.844 \text{ tr/mn} ; N_{62\max} = 3025.03 \text{ tr/mn}$$

On suppose que les rendements ($\eta_{\text{vis,moteur}} = 0.4$) entre la vis (62) et le moteur et ($\eta_{\text{bol, moteur}} = 0.45$) entre le bol (63) et le moteur.

A-III.7 – Calculer la puissance P_{62} au niveau de la vis 62. En déduire le couple maxi $C_{62\max}$.

$$\text{On a } \frac{P_{62}}{P_{ev}} = \eta_{\text{vis,ev}} \Rightarrow P_{62} = \eta_{\text{vis,ev}} P_{ev} \quad \text{A.N : } P_{62} = 0.4 \times 10 = 4 \text{ KW}$$

$$\text{On a } C_{62\max} = \frac{P_{62}}{\omega_{62\min}} = \frac{30 P_{62}}{\pi \times N_{62\min}} \Rightarrow C_{62\max} = \frac{30 \times 4000}{\pi \times 3013.844} \quad \text{A.N : } C_{62\max} = 10 \text{ Nm}$$

$$\dots\dots\dots P_{62} = 4 \text{ Kw}$$

$$\dots\dots\dots C_{62\max} = 10 \text{ Nm}$$

A-III.8– Calculer la puissance P_{63} au niveau du bol 63. En déduire le couple C_{63} .

$$\text{On a } \frac{P_{63}}{P_{ch}} = \eta_{\text{bol,ch}} \Rightarrow P_{63} = \eta_{\text{bol,ch}} P_{ch} \quad \text{A.N : } P_{63} = 0.45 \times 20 = 9 \text{ Kw}$$

$$C_{63} = \frac{P_{63}}{\omega_{63}} = \frac{30 P_{63}}{\pi \times N_{63}} = \frac{30 P_{63}}{\pi \times N_{11}} = \frac{30 P_{63}}{\pi \times k_{pc} N_m} \Rightarrow C_{63} = \frac{30 \times 13500}{\pi \times 2.088 \times 1450} \quad \text{A.N : } C_{63} = 28.38 \text{ Nm}$$

$$\dots\dots\dots P_{63} = 9 \text{ Kw}$$

$$\dots\dots\dots C_{63} = 28.38 \text{ Nm}$$

A-IV - VERIFICATION DE LA RESISTANCE DE LA CLAVETTE (38)

A-IV.1 – Donner l'expression de la pression de matage (P_{mat}) supposée constante sur le flanc d'une clavette dans les conditions les plus sévères :

$$P_{mat} = \frac{2F_T}{bL} ; P_{40} = \eta_{48,40} P_{ev} = C_{40max} \times \omega_{40min} = F_T \times \frac{d_{40max}}{2} \times \pi \times \frac{N_{40min}}{30}$$

$$F_T = \frac{60 \times \eta_{48,40} \times \frac{P_m}{3}}{\pi \times d_{40max} \times N_{40min}} \Rightarrow P_{mat} = \frac{2}{bL} \times \frac{60 \times \eta_{48,40} \times \frac{P_m}{3}}{\pi \times d_{40max} \times N_{40min}}$$

$$P_{mat} = \frac{2}{bL} \times \frac{60 \times \eta_{48,40} \times \frac{P_m}{3}}{\pi \times d_{40max} \times N_{40min}}$$

A-IV.2 – En déduire la longueur L de la clavette (38) pour qu'elle résiste au matage. On admet que la pression de matage admissible est $P_{adm} = 50 \text{ MPa}$, $d_{40} = 40 \text{ mm}$; $a = 12 \text{ mm}$; $b = 8 \text{ mm}$;

$$P_{mat} \leq P_{mat adm} \Rightarrow \frac{2}{bL} \times \frac{60 \times \eta_{48,40} \times \frac{P_m}{3}}{\pi \times d_{40max} \times N_{40min}} \leq P_{mat adm} \quad L \geq \frac{2}{b P_{mat adm}} \times \frac{60 \times \eta_{48,40} \times \frac{P_m}{3}}{\pi \times d_{40max} \times N_{40min}}$$

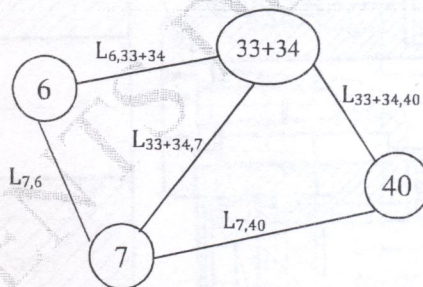
$$AN : L \geq \frac{2}{8 \times 50} \times \frac{60 \times 0,9 \times 10000}{\pi \times 40 \times 804,75} = 0,027 \text{ m} \dots$$

$$L \geq 27 \text{ mm}$$

Conclusion : La clavette travaille en toute sécurité

A-V – ANALYSE DES MECANISMES : Réducteur 1

A-V.1 - Si on modélise la liaison d'engrènement par une liaison ponctuelle. Tracer le graphe de liaisons relatives au **réducteur 1** en se référant au schéma cinématique (figure A-1).



$L_{6,33+34} = \dots$ Ponctuelle.....

$L_{33+34,40} = \dots$ Pivot.....

$L_{33+34,7} = \dots$ Ponctuelle.....

$L_{7,40} = \dots$ Pivot.....

$L_{7,6} = \dots$ Pivot

A-V.2 - Exprimer le nombre cyclomatique γ en fonction du nombre de pièces et des liaisons. Donner la valeur de γ du graphe tracé.

$$\dots \gamma = L - p + 1 = 5 - 4 + 1 = 2 \dots$$

$$\gamma = \dots 2 \text{ cyclo.}$$

A-V.3- Sachant que le degré de mobilité global du système $m = 2$, déterminer le degré d'hyperstatisme h du réducteur 1.

$$\dots m - h = 6(p - 1) - N_s = 2 - h = 18 - 17 = 1 \dots$$

$$h = 1 \dots$$

A- VI -COTATION FONCTIONNELLE

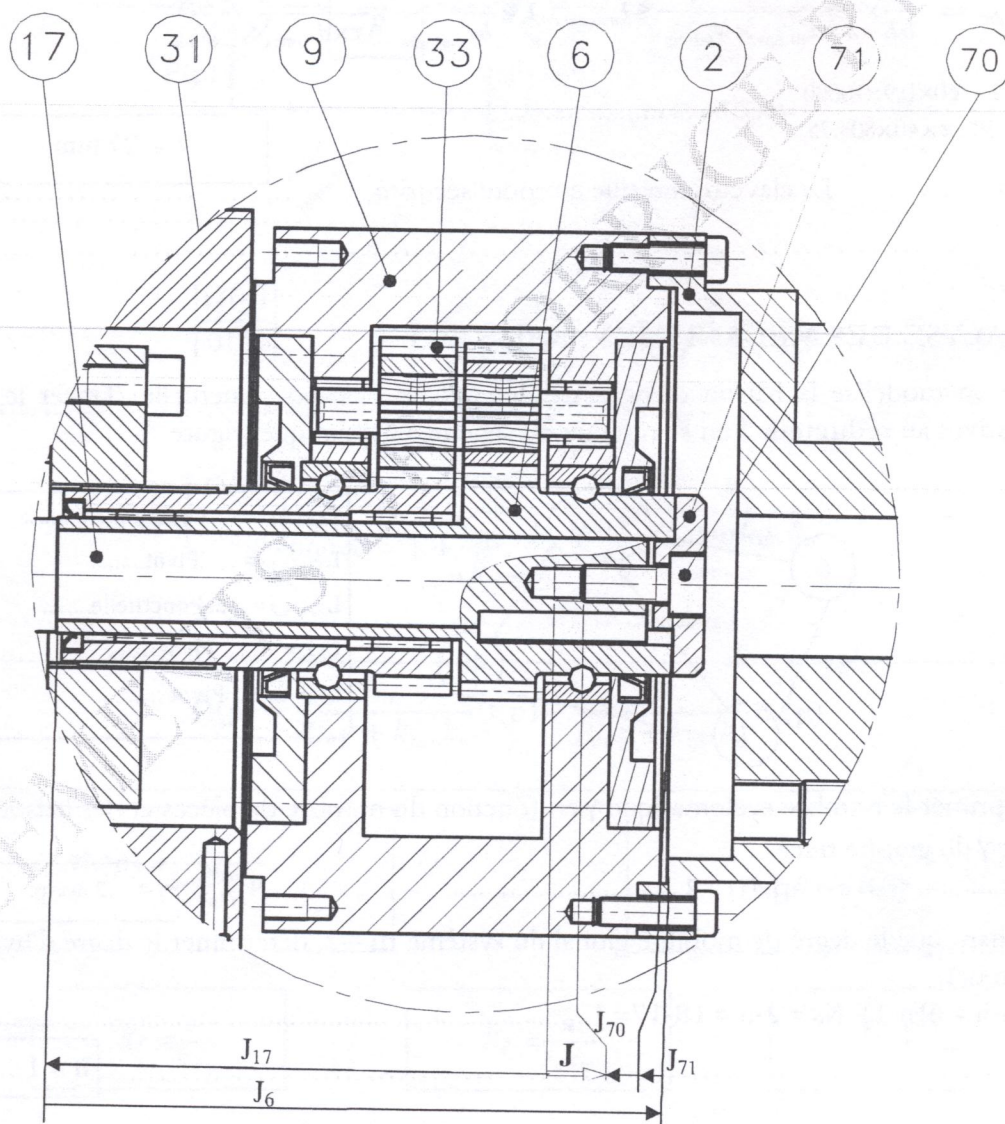
A-VI.1- Donner le rôle de la cote condition J_A

.....Assurer un bon serrage.....

A-VI.2- Tracer la chaîne de cotes minimale relative à la cote condition J_A . Exprimer J_{Amin} et J_{Amax} .

$$J_{Amin} = J_{6min} - (J_{71} + J_{70} + J_{17})_{max} \dots\dots\dots$$

$$J_{Amax} = J_{6max} - (J_{71} + J_{70} + J_{17})_{min} \dots\dots\dots$$



A- VII - REPRESENTATION GRAPHIQUE

On donne, sur la figure A-2, le schéma cinématique de la partie supérieure du variateur. Afin d'obtenir des liaisons équivalentes conformément au schéma cinématique proposé, On demande de compléter le dessin d'ensemble ci-dessous par :

1. La liaison glissière par clavette entre (48+43) et (68).
2. Liaison rotule entre (68) et (82) par le roulement (81).
3. Liaison rotule entre (48+43) et (69) par le roulement (83).
4. Liaison hélicoïdale entre (82) et (69).
5. Liaison ponctuelle pour arrêter (82) en rotation

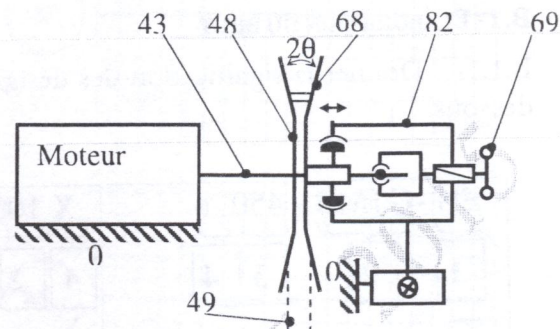
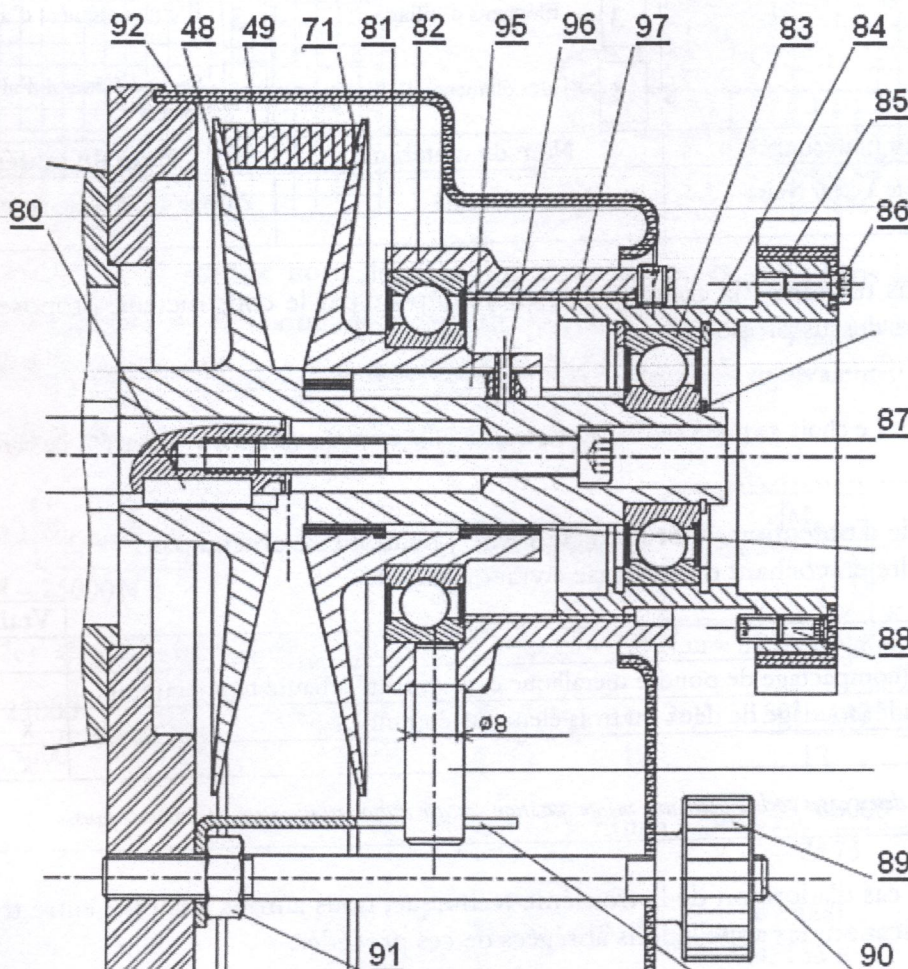


Figure A-2: Schéma cinématique de la partie supérieure du variateur



PARTIE B : TECHNOLOGIE DE PRODUCTION

PARTIE B : TECHNOLOGIE DE PRODUCTION

B.1- ELABORATION DU BRUT

B.1.1- Donner la signification des désignations normalisées des matériaux cités dans le tableau ci-dessous.

EN -GJMB - 450 -6	X 100 Cr Mo Va 5	EN AB-21 000 [Al Cu4Mg]
1 2 3 4	1 2 3 4	1 2 3 4
1 Préfixe	1 -- Acier fortement allié	1 Désignation numérique
2 Fonte malléable à cœur Noir	2 -- % de carbone x 100	2 Alliage d'aluminium (balance)
3 Rm (MPa)	3 -- Eléments d'alliage	3 Premier élément d'alliage et son %
4 A%	4 % des éléments d'alliage	4 Second élément d'alliage (qq traces)
Nom du matériau	Nom du matériau	Nom du matériau
Fonte malléable à cœur Noir	Acier fortement allié	Alliage d'aluminium moulé

B.1.2- En vous référant à la condition de choix imposé par le constructeur, proposer un matériau parmi les trois ci-dessus proposés.

.....

..... Le choix se porte sur l'acier fortement allié étant donné qu'il contient 5% de chrome

.....

B.1.3- Le mode d'obtention du brut de l'arbre (17) peut-il être obtenu par :
Répondre en cochant dans la case « vrai ou faux ».

	Vrai	Faux
Par moulage		X
Par frittage (compactage de poudre métallique ensuite fritté à haute température)		X
Mécano-soudé (soudage de deux ou trois éléments ensemble)	X	
forgeage	X	
Attention : deux cases cochées pour une même question, accuse automatiquement une réponse fausse		

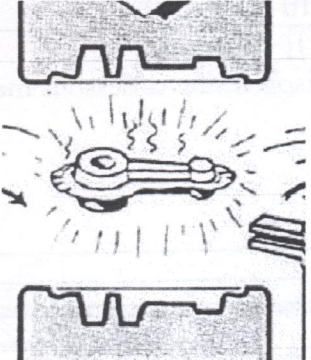
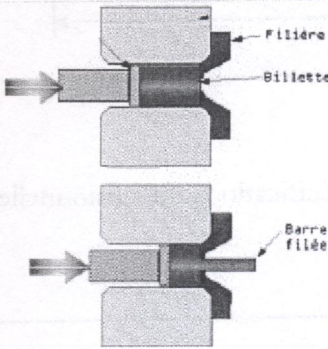
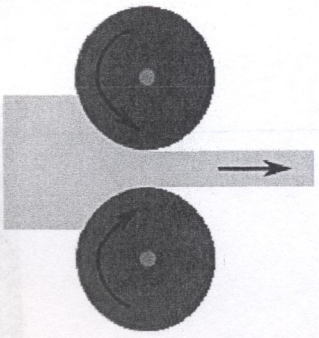
B.1.4- Dans le cas d'adoption de la troisième technique, nous aurons à choisir entre trois procédés. Donner la signification des appellations abrégées de ces procédés.

M.I.G : Metal Inert Gas

M.A.G : Metal Activ Gas

T.I.G : Tungsten Inert Gas

B.1.5- Etant donné les sollicitations et les conditions de travail de l'arbre, la technique jugée la plus appropriée à l'obtention de son brut est le forgeage (voir gamme partie présentation). Donner le nom des différentes opérations de forgeage, illustrés dans le tableau ci-dessous.

Illustré de l'opération	Nom de l'opération
	Matriçage
	Forgeage libre entre tas
	Filage
	Laminage

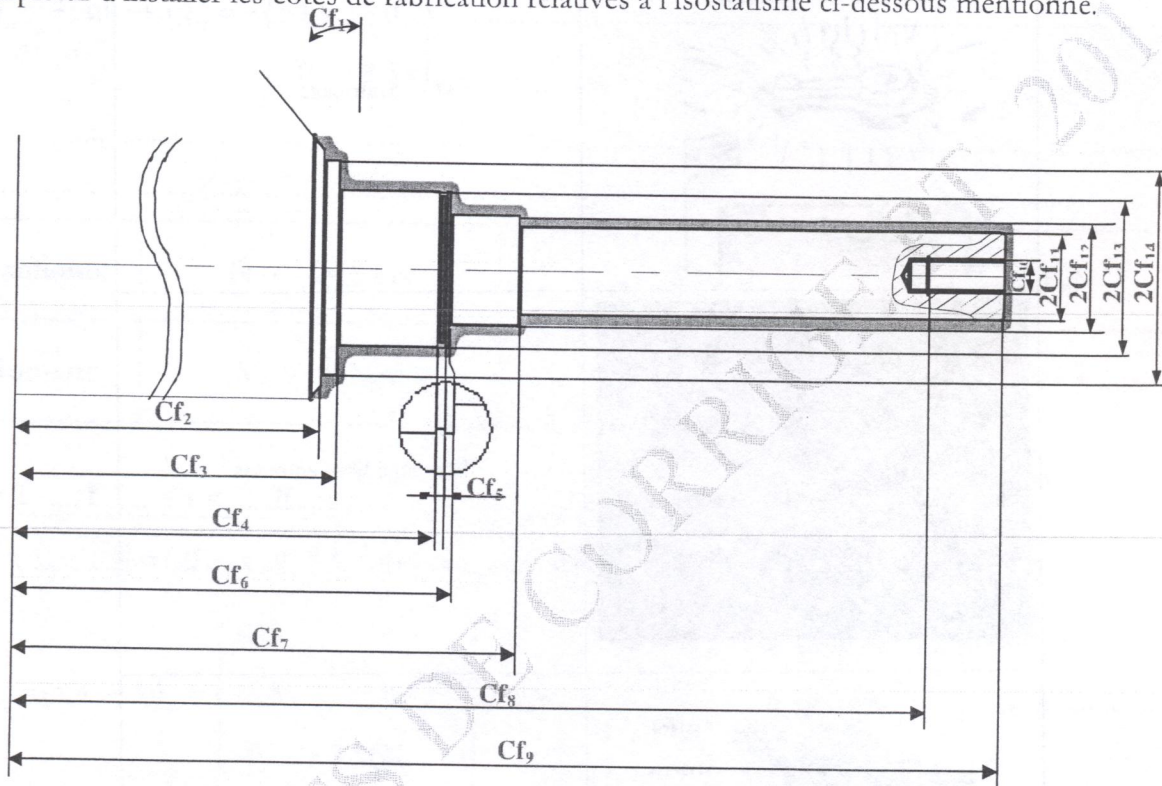
B.2- ETUDE DE PROJET DE GAMME DE FABRICATION

Suite à une analyse des contraintes d'antériorités dimensionnelles et géométriques nous aboutissons à un projet de gamme de fabrication constitué de trois phases, sans la considération de la phase contrôle du brut.

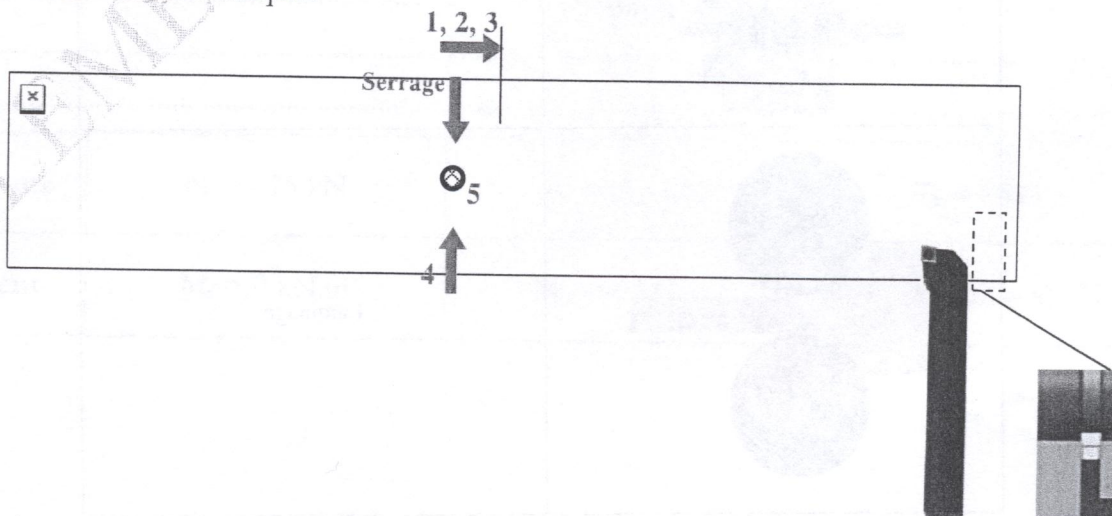
Numéro de phase	Surfaces à usiner
20	1, TR, 2, 3, 4, 5, 6 et G1
30	7, 8, G3, G2, 12 et 13
40	10 et 14

Phase 20 :

Complétez d'installer les côtes de fabrication relatives à l'isostatisme ci-dessous mentionné.

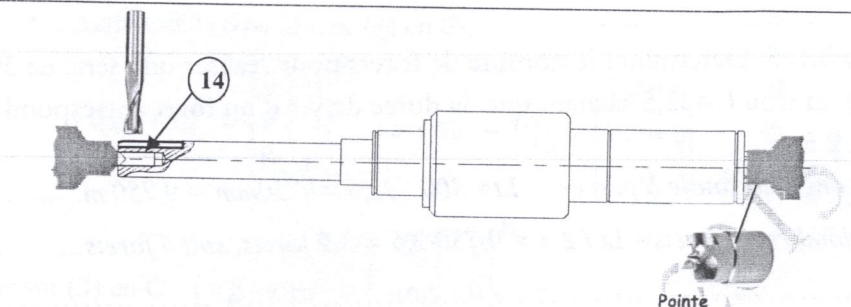
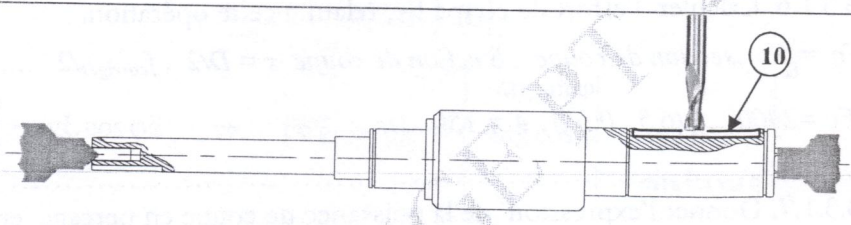
**Phase 30 :**

En vous référant aux conditions géométriques et aux spécifications dimensionnelles, installez pour cette phase l'isostatisme adéquat.



Phase 40 :

Donner le nom de l'outil nécessaire à ces opérations, les moyens de contrôle, ainsi que le nom du type de montage de la pièce.

Opération a : réalisation de la rainure (14)		
Opération b : réalisation de la rainure (10)		
Outil utilisé : Fraise à deux lèbres....	Moyen de contrôle : Pied à coulisse..... Jauge de profondeur..... 	Type de Montage : Montage entre pointes.....

B.3- ETUDE DE LA COUPE

B.3.1- Perçage : L'étude se rapporte sur la réalisation du perçage une opération du diamètre $D=6,5\text{mm}$ et de longueur $L=32,5\text{mm}$ en vue de l'obtention de TR (M8) en phase 20. Les données relatives à cette opération sont avancées dans la partie présentation.

B.3.1.1. Déduire $K1$ du Tableau 1 et calculer la vitesse de coupe corrigée $V_{c \text{ corrigée}}$ en (m/mn).

$$L/D=32,5/6,5=5 \Rightarrow L=5D \Rightarrow K1=0,7 \dots\dots\dots$$

$$\text{Vitesse de coupe corrigée : } V_{c \text{ corrigée}} = 30 \cdot 0,7 = 21 \text{ m/mn} \dots\dots\dots$$

$$K1 = 0,7$$

$$V_{c \text{ corrigée}} = 21 \text{ m/mn}$$

B.3.1.2. Déduire $K2$ du Tableau 1 et calculer l'avance par tour corrigée $f_{\text{corrigée}}$ en (mm/tr).

$$L_p=5D \dots\dots\dots \Rightarrow K2=0,85 \dots\dots\dots$$

$$f_{\text{corrigée}} = K2 \cdot f_{\text{tableau}} = 0,85 \cdot 0,059 = 0,05 \text{ mm/tr} \dots\dots\dots$$

$$K2 = 0,85$$

$$f_{\text{corrigée}} = 0,05 \text{ mm/tr}$$

B.3.1.3. Calculer la fréquence de rotation N (tr/mn).

$$N = (1000 \cdot V_c) / \pi \cdot D \dots\dots\dots$$

$$N = 1028,9 \text{ tr/mn}$$

$$N = (1000 \cdot 21) / (3,14 \cdot 6,5) = 1028,9 \text{ tr/mn} \dots\dots\dots$$

B.3.1.4. Calculer la vitesse d'avance V_f (mm/mn) et le temps de coupe d'un seul trou.

$$V_f = f_{\text{corrigée}} \cdot N = 0,05 \cdot 1029 = 51,45 \text{ mm/mn} \dots\dots\dots V_f = 51,45 \text{ mm/mn}$$

$$\text{Temps de coupe d'un trou: } t_c = L / V_f = 32,5 / 51,45 = 0,63 \text{ mn} = 37,8 \text{ s} \dots\dots\dots t_c = 0,63 \text{ mn}$$

B.3.1.5. Déterminer le nombre de forets pour réaliser une série de 300 pièces sachant que la longueur d'un trou $L=32,5$ sachant que la durée de vie d'un foret correspond à une longueur de perçage fixée à 2,5 m.

$$\text{Longueur totale à percer: } L_t = 300 \cdot 32,5 = 9750 \text{ mm} = 9,750 \text{ m} \dots\dots\dots N_{\text{foret}} = 4 \text{ forets}$$

$$\text{Nombre de forets} = L_t / 2,5 = 9,750 / 2,5 = 3,9 \text{ forets, soit 4 forets} \dots\dots\dots$$

B.3.1.6. Calculer l'effort de coupe F_c , relatif à cette opération.

$$F_c = K_s \cdot \text{section de coupe}, \text{ Section de coupe } s = D/2 \cdot f_{\text{corrigée}}/2 \dots\dots\dots F_c = 150 \text{ N}$$

$$F_c = 2400 \cdot (6,5 \cdot 0,05) / 4 = 150 \dots\dots\dots$$

B.3.1.7. Donner l'expression de la puissance de coupe en perçage en fonction K_s , D , $f_{\text{corrigée}}$ et V_c

$$P_c = (F_c \cdot V_c) / 60 \dots\dots\dots$$

$$P_c = (K_s \cdot D \cdot f_{\text{corrigée}} \cdot V_c) / 240 \dots\dots\dots$$

B.3.2. Fraisage : Dans la suite, on s'intéresse à l'étude de l'usinage en finition de la rainure (14) de clavette en Phase 40 de fraisage (Opération a).

B.3.2.1. Indiquer le mode de fraisage.

Usinage de la rainure de clavette par fraisage en bout.

B.3.2.2. Calculer la profondeur de passe a_p .

$$a_p = 0,01 \cdot \phi = 0,01 \cdot 6,5 = 0,65 \text{ mm} \dots\dots\dots a_p = 0,65 \text{ mm}$$

B.3.2.3. Calculer la fréquence de rotation N et en déduire la vitesse de coupe V_c .

$$N = V_f / (f_z \cdot Z) = 100 / (0,03 \cdot 2) = 1666,666 \text{ tr/mn} \dots\dots\dots N = 1666,67 \text{ tr/mn}$$

$$V_c = (\pi \cdot D \cdot N) / 1000 = (\pi \cdot 6,5 \cdot 1666,666) / 1000 = 34 \text{ m/mn} \dots\dots\dots V_c = 34 \text{ m/mn}$$

B.3.2.4. Calculer la puissance de coupe nécessaire pour l'opération de finition de la rainure

$$\text{L'expression de La puissance de coupe en fraisage: } P_c = \frac{K_s \cdot a_p \cdot a_e \cdot f_z \cdot Z \cdot V_c}{\pi \cdot D \cdot 60} \dots\dots\dots$$

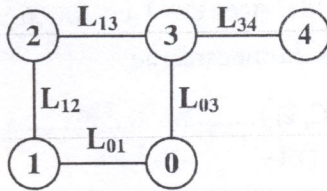
$$P_c = \frac{2200 \cdot 0,65 \cdot 6 \cdot 0,03 \cdot 2 \cdot 34}{\pi \cdot 6 \cdot 60} = 15,484 \text{ W} \dots\dots\dots P_c = 15,484 \text{ W}$$

PARTIE C : MECANIQUE & RDM

Partie 1 : Etude Cinématique

1.1- Tracer le graphe et identifier les liaisons du mécanisme.

Graphe de liaisons



identification des liaisons

- L_{01} : Pivot d'axe $(A, \bar{z})$
 L_{12} : Glissière d'axe $(B, \bar{y}_3)$
 L_{23} : Pivot d'axe $(C, \bar{z})$
 L_{03} : Pivot d'axe $(D, \bar{z})$
 L_{34} : Pivot d'axe $(E, \bar{z})$

1.2- Ecrire l'équation vectorielle traduisant la fermeture géométrique de la chaîne 0-1-2-3-0.

$$\overline{AD} = \overline{AC} + \overline{CD} \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots -a \bar{x}_0 + b \bar{y}_0 = \lambda \bar{y}_1 - L \bar{x}_3 \dots\dots\dots$$

Par projection sur les vecteurs de la base $B_0(\bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z})$, en déduire le système d'équations scalaires reliant les différents paramètres du mécanisme entre eux.

$$\begin{cases} \dots a = \lambda \sin \theta + L \cos \varphi \dots\dots\dots \\ \dots b = \lambda \cos \theta - L \sin \varphi \dots\dots\dots \end{cases}$$

1.3- Déterminer, dans la base $B_1(\bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z})$, le torseur cinématique du corps (1) dans son mouvement par rapport au socle (0) au point A puis au point C :

$$\{V(1/0)\}_A = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \bar{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A \Rightarrow \{V(1/0)\}_C = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \bar{z} \\ \dot{\theta} \bar{z} \wedge \overline{AC} \end{Bmatrix}_C = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \bar{z} \\ \dot{\theta} \bar{z} \wedge \lambda \bar{y}_1 \end{Bmatrix}_C \dots\dots\dots$$

$$\{V(1/0)\}_A = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \bar{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A \Rightarrow \{V(1/0)\}_C = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \bar{z} \\ -\lambda \dot{\theta} \bar{x}_1 \end{Bmatrix}_C$$

1.4- Déterminer, dans la base $B_1(\bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z})$, le torseur cinématique de la tige (2) dans son mouvement par rapport au socle (0) au point C :

$$\{V(2/0)\}_C = \{V(2/1)\}_C + \{V(1/0)\}_C \dots\dots\dots$$

$$\text{Soit : } \{V(2/0)\}_C = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \bar{z} \\ \lambda \bar{y}_1 - \lambda \dot{\theta} \bar{x}_1 \end{Bmatrix}_C \dots\dots\dots$$

$$\{V(2/0)\}_C = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \bar{z} \\ \lambda \bar{y}_1 - \lambda \dot{\theta} \bar{x}_1 \end{Bmatrix}_C$$

1.5- Déterminer, dans la base $B_3(\bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z})$, le torseur cinématique du bras (3) dans son mouvement par rapport au socle (0) au point D puis au point C :

$$\{V(3/0)\}_D = \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \bar{z} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_D \Rightarrow \{V(3/0)\}_C = \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \bar{z} \\ \dot{\phi} \bar{z} \wedge \overline{DC} \end{Bmatrix}_C = \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \bar{z} \\ \dot{\phi} \bar{z} \wedge L \bar{x}_3 \end{Bmatrix}_C \dots\dots\dots$$

$$\{V(3/0)\}_D = \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \bar{z} \\ \bar{0} \end{Bmatrix}_D \Rightarrow \{V(3/0)\}_C = \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \bar{z} \\ L\dot{\phi} \bar{y}_3 \end{Bmatrix}_C$$

1.6- A partir des résultats précédents, déduire les expressions de $\dot{\phi}$ et de $\dot{\theta}$ en fonction de $\dot{\lambda}$, de l'angle « $\psi = \phi - \theta$ » et des caractéristiques géométriques adéquates du mécanisme, :

On a : $\vec{V}(C \in 3/2) = \vec{0}$ (liaison pivot de (3) par rapport à (2) d'axe (C, $\bar{z}$))

Par suite : $\vec{V}(C \in 2/0) = \vec{V}(C \in 3/0) \Rightarrow \dot{\lambda} \bar{y}_1 - \dot{\theta} \bar{x}_1 = L\dot{\phi} \bar{y}_3$

Par projection de $\bar{y}_3$ sur la base $(\bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z})$: $\bar{y}_3 = -\sin(\phi - \theta) \bar{x}_1 + \cos(\phi - \theta) \bar{y}_1$, on déduit :

$-\dot{\lambda} \dot{\alpha} = -L\dot{\phi} \sin(\phi - \theta)$ et $\dot{\lambda} = L\dot{\phi} \cos(\phi - \theta)$

Par suite : $\dot{\phi} = \frac{\dot{\lambda}}{L \cos(\phi - \theta)}$ et $\dot{\theta} = \frac{L\dot{\phi} \sin(\phi - \theta)}{\dot{\lambda}} = \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} \tan(\phi - \theta)$ avec $\psi = (\phi - \theta)$

$$\dot{\phi} = \frac{\dot{\lambda}}{L \cos \psi}$$

$$\dot{\theta} = \frac{\dot{\lambda}}{\lambda} \tan \psi$$

1.7- Déterminer, dans la base $B_3(\bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z})$, le torseur cinématique de la console (4) dans son mouvement par rapport au socle (0) au point G.

$$\{V(4/0)\}_G = \begin{Bmatrix} \bar{\Omega}(4/0) \\ \vec{V}(G \in 4/0) \end{Bmatrix}_G \text{ avec } \bar{\Omega}(4/0) = \bar{0} \text{ et } \vec{V}(G \in 4/0) = \vec{V}(E \in 4/0) = \vec{V}(E \in 3/0) \dots\dots\dots$$

$$\text{tel que : } \vec{V}(E \in 3/0) = \vec{V}(D \in 3/0) + \bar{\Omega}(3/0) \wedge \overline{DE} = 2L\dot{\phi} \bar{y}_3 \dots\dots\dots$$

$$\{V(4/0)\}_G = \begin{Bmatrix} \bar{0} \\ 2L\dot{\phi} \bar{y}_3 \end{Bmatrix}_G$$

Déduire la nature du mouvement de la console (4) par rapport au socle (0).

Il s'agit d'un mouvement de translation circulaire

Partie 2 : Etude cinétique

3.1- Déterminer, au point D dans la base $B_3(\bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z})$, les torseurs cinétique et dynamique du bras (3) dans son mouvement par rapport au socle (0).

$$\{C(3/0)\}_D = \begin{Bmatrix} m\vec{V}(C/0) \\ \bar{\sigma}_D(3/0) \end{Bmatrix}_D = \begin{Bmatrix} mL\dot{\phi} \bar{y}_3 \\ I_z \dot{\phi} \bar{z} \end{Bmatrix}_D \text{ car D est fixe par rapport au socle (0) et C est le centre d'inertie}$$

du bras (3)

$$\{D(3/0)\}_D = \left(\frac{d}{dt} \{C(3/0)\}_D \right)_{R_0} \text{ soit } \{D(3/0)\}_D = \begin{Bmatrix} mL(\ddot{\phi} \bar{y}_3 - \dot{\phi}^2 \bar{x}_3) \\ I_z \ddot{\phi} \bar{z} \end{Bmatrix}_D \dots\dots\dots$$

$$\{C(3/0)\}_D = \begin{Bmatrix} mL\dot{\varphi} \bar{y}_3 \\ I_z \dot{\varphi} \bar{z} \end{Bmatrix}_D$$

et

$$\{D(3/0)\}_D = \begin{Bmatrix} mL(\ddot{\varphi} \bar{y}_3 - \dot{\varphi}^2 \bar{x}_3) \\ I_z \ddot{\varphi} \bar{z} \end{Bmatrix}_D$$

3.2- Déterminer, au point E dans la base $B_3(\bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z})$, les torseurs cinétique et dynamique de la console (4) dans son mouvement par rapport au socle (0).

$$\{C(4/0)\}_E = \begin{Bmatrix} M\vec{V}(G/0) \\ \vec{\sigma}_E(4/0) \end{Bmatrix}_E = \begin{Bmatrix} 2ML\dot{\varphi} \bar{y}_3 \\ \vec{EG} \wedge M\vec{V}(G/0) \end{Bmatrix}_E \text{ car la console (4) est translation circulaire par}$$

rapport au socle (0) : $\vec{\Omega}(4/0) = \vec{0}$

$$\text{Soit : } \{C(4/0)\}_E = \begin{Bmatrix} 2ML\dot{\varphi} \bar{y}_3 \\ h \bar{x}_0 \wedge 2LM\dot{\varphi} \bar{y}_3 \end{Bmatrix}_E = \begin{Bmatrix} 2ML\dot{\varphi} \bar{y}_3 \\ 2MLh\dot{\varphi} \cos \varphi \bar{z} \end{Bmatrix}_E$$

$$\{D(4/0)\}_E = \left(\frac{d}{dt} \{C(4/0)\}_E \right)_{R_0} \text{ car } \vec{V}(E/0) = \vec{V}(G/0)$$

$$\text{Soit } \{D(4/0)\}_E = \begin{Bmatrix} 2ML(\ddot{\varphi} \bar{y}_3 - \dot{\varphi}^2 \bar{x}_3) \\ 2MLh(\ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi) \bar{z} \end{Bmatrix}_E$$

$$\{C(4/0)\}_E = \begin{Bmatrix} 2ML\dot{\varphi} \bar{y}_3 \\ 2MLh\dot{\varphi} \cos \varphi \bar{z} \end{Bmatrix}_E$$

et

$$\{D(4/0)\}_E = \begin{Bmatrix} 2ML(\ddot{\varphi} \bar{y}_3 - \dot{\varphi}^2 \bar{x}_3) \\ 2MLh(\ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi) \bar{z} \end{Bmatrix}_E$$

3.3- Déterminer l'énergie cinétique du système $\{S\} = \{3, 4\}$ dans son mouvement par rapport au socle (0).

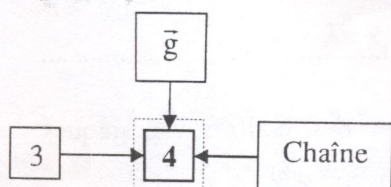
$$E_C(S/0) = E_C(3/0) + E_C(4/0) = \frac{1}{2} I_z \vec{\Omega}(3/0)^2 + \frac{1}{2} M V(G/0)^2$$

$$\text{Soit : } E_C(S/0) = \frac{1}{2} I_z \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} M 4L^2 \dot{\varphi}^2 = \frac{1}{2} (I_z + 4ML^2) \dot{\varphi}^2$$

$$E_C(S/0) = \frac{1}{2} (I_z + 4ML^2) \dot{\varphi}^2$$

Partie 3 : Etude dynamique

2.1- Isoler la console (4), tracer le graphe d'interaction, faire le bilan des actions mécaniques extérieures appliquées et déterminer le torseur $\{\tau(4 \rightarrow 3)\}_E$ dans la base $B_3(\bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z})$.



- Action du (3) sur (4) en E : $\{\tau(3 \rightarrow 4)\}_E = \begin{Bmatrix} X_{34} \\ Y_{34} \\ 0 \end{Bmatrix}_{B_3}$
- Action de la chaîne sur (4) en E :

$$\{\tau(\text{Chaîne} \rightarrow 4)\}_E = \begin{Bmatrix} -\frac{4}{3}T & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3}rT \end{Bmatrix}_{B_3} \dots\dots\dots$$

• Action du champ de pesanteur sur (4) en G : $\{\tau(\bar{g} \rightarrow 4)\}_G = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -Mg & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B_0}$;

$$\bar{M}_E(\bar{g} \rightarrow 4) = \bar{E}\bar{G} \wedge -Mg \bar{y}_0 = -Mgh \bar{z} \Rightarrow \{\tau(\bar{g} \rightarrow 4)\}_E = \begin{Bmatrix} -Mg \sin \varphi & 0 \\ -Mg \cos \varphi & 0 \\ 0 & -Mgh \end{Bmatrix}_{B_3}$$

Torseur équivalent des actions mécaniques extérieures appliquées sur {4} au point E est alors :

$$\{\tau(\bar{4} \rightarrow 4)\}_E = \{\tau(\text{chaîne} \rightarrow 4)\}_E + \{\tau(3 \rightarrow 4)\}_E + \{\tau(\bar{g} \rightarrow 4)\}_E \dots\dots\dots$$

Soit :

$$\{\tau(\bar{4} \rightarrow 4)\}_E = \begin{Bmatrix} X_{34} - \frac{4}{3}T - Mg \sin \varphi & 0 \\ Y_{34} - Mg \cos \varphi & 0 \\ 0 & \frac{2}{3}rT - Mgh \end{Bmatrix}_{B_3}$$

2.2- En appliquant le Principe Fondamental de la Dynamique (PFD) à la console (4) au cours de son mouvement par rapport au socle (0), déterminer la tension « T » de la chaîne ainsi que les autres composantes inconnues des actions mécaniques.

Enoncé du PFD : $\{\tau(\bar{4} \rightarrow 4)\}_E = \{D(4/0)\}_E \dots\dots\dots$

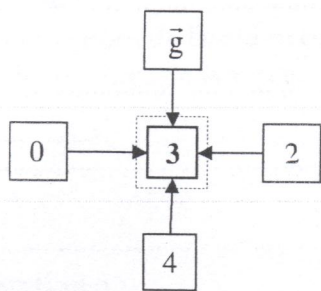
On déduit alors :

$$T = \frac{3Mh}{2r} (2L(\ddot{\varphi} \cos \varphi - \dot{\varphi}^2 \sin \varphi) + g) \dots\dots\dots$$

$$X_{34} = \frac{4}{3}T + Mg \sin \varphi - 2ML\dot{\varphi}^2 \dots\dots\dots$$

$$Y_{34} = Mg \cos \varphi + 2ML\ddot{\varphi} \dots\dots\dots$$

2.3- Isoler le bras (3), tracer le graphe d'interaction, faire le bilan des actions mécaniques extérieures appliquées et déterminer le torseur $\{\tau(\bar{3} \rightarrow 3)\}_D$ dans la base $B_3(\bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z})$.



- Action du socle (0) sur (3) en D : $\{\tau(0 \rightarrow 3)\}_D = \begin{Bmatrix} X_{03} & 0 \\ Y_{03} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B_3} \dots\dots\dots$

- Action de la tige (2) sur (3) en C :

$$\{\tau(2 \rightarrow 3)\}_C = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ F & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B_1} \Rightarrow \{\tau(2 \rightarrow 3)\}_D = \begin{Bmatrix} F \sin \psi & 0 \\ F \cos \psi & 0 \\ 0 & FL \cos \psi \end{Bmatrix}_{B_3} \dots$$

- Action du champ de pesanteur sur (3) en C : $\{\tau(\vec{g} \rightarrow 3)\}_C = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -mg & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_C$;

$$\vec{M}_D(\vec{g} \rightarrow 3) = \vec{DC} \wedge -mg \vec{y}_0 = -mgL \cos \varphi \vec{z} \Rightarrow \{\tau(\vec{g} \rightarrow 3)\}_D = \begin{Bmatrix} -mg \sin \varphi & 0 \\ -mg \cos \varphi & 0 \\ 0 & -mgL \cos \varphi \end{Bmatrix}_{B_3} ;$$

- Action du (4) sur (3) en E : $\{\tau(4 \rightarrow 3)\}_E = -\{\tau(3 \rightarrow 4)\}_E = \begin{Bmatrix} -X_{34} & 0 \\ -Y_{34} & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B_3} \Rightarrow$

$$\{\tau(4 \rightarrow 3)\}_D = \begin{Bmatrix} -X_{34} & 0 \\ -Y_{34} & 0 \\ 0 & -2LY_{34} \end{Bmatrix}_{B_3}$$

Torseur équivalent des actions mécaniques extérieures appliquées sur (3) au point D est alors :

$$\{\tau(\vec{3} \rightarrow 3)\}_D = \{\tau(0 \rightarrow 3)\}_D + \{\tau(4 \rightarrow 3)\}_D + \{\tau(2 \rightarrow 3)\}_D + \{\tau(\vec{g} \rightarrow 3)\}_D \dots\dots\dots$$

Soit :

$$\{\tau(\vec{3} \rightarrow 3)\}_D = \begin{Bmatrix} X_{03} - X_{34} + F \sin \psi - mg \sin \varphi & 0 \\ Y_{03} - Y_{34} + F \cos \psi - mg \cos \varphi & 0 \\ 0 & -2LY_{34} + LF \cos \psi - mgL \cos \varphi \end{Bmatrix}_{B_3}$$

2.4- En appliquant le PFD au bras (3) au cours de son mouvement par rapport au socle (0), déterminer la force « F » exercée par la tige (2) ainsi que les autres composantes inconnues des actions mécaniques.

Enoncé du PFD : $\{\tau(\vec{3} \rightarrow 3)\}_D = \{D(3/0)\}_D \dots\dots\dots$

On déduit alors : $\dots\dots\dots$

D'après le théorème des moments : $F = \frac{1}{L \cos \psi} (I_z \ddot{\varphi} + 2LY_{34} + mgL \cos \varphi)$ avec $Y_{34} = Mg \cos \varphi + 2ML\ddot{\varphi}$

Soit :
$$F = \frac{1}{L \cos \psi} \left((I_z + 4ML^2) \ddot{\phi} + (2M + m)gL \cos \phi \right) \dots\dots\dots$$

D'après le théorème des résultantes :

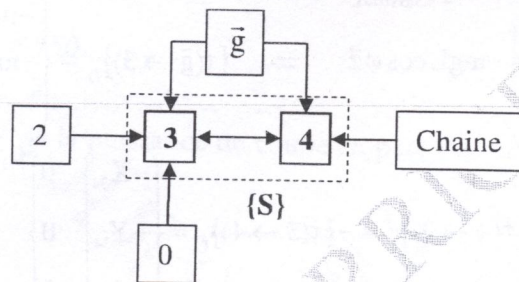
$$X_{03} = X_{34} - F \sin \psi + mg \sin \phi - mL\dot{\phi}^2 \text{ avec } X_{34} = \frac{4}{3}T + Mg \sin \phi - 2ML\dot{\phi}^2 \dots\dots\dots$$

$$Y_{03} = Y_{34} - F \cos \psi + mg \cos \phi + mL\ddot{\phi} \text{ avec } Y_{34} = Mg \cos \phi + 2ML\ddot{\phi} \dots\dots\dots$$

Soit :
$$Y_{03} = (2ML + mL)\ddot{\phi} - F \cos \psi + (M + m)g \cos \phi \dots\dots\dots$$

Partie 4 : Etude énergétique

1- Déterminer la puissance développée par les actions mécaniques extérieures et intérieures au système $\{S\} = \{3, 4\}$ dans son mouvement par rapport au socle (0).



$P(\bar{S} \rightarrow S/0) = P(0 \rightarrow 3/0) + P(2 \rightarrow 3/0) + P(\text{Chaîne} \rightarrow 4/0) + P(\bar{g} \rightarrow 3/0) + P(\bar{g} \rightarrow 4/0) \text{ avec : } \dots\dots\dots$

$P(0 \rightarrow 3/0) = 0$ Liaison pivot parfaite

$$P(2 \rightarrow 3/0) = \{ \tau(2 \rightarrow 3) \}_C \otimes \{ V(3/0) \}_C = \begin{Bmatrix} F \bar{y}_1 \\ 0 \end{Bmatrix}_C \otimes \begin{Bmatrix} \dot{\phi} \bar{z} \\ L\dot{\phi} \bar{y}_3 \end{Bmatrix}_C = F \bar{y}_1 \cdot L\dot{\phi} \bar{y}_3 = L F \dot{\phi} \cos \psi = F \dot{\lambda} \dots\dots\dots$$

$$P(\text{Chaîne} \rightarrow 4/0) = \{ \tau(\text{Chaîne} \rightarrow 4) \}_E \otimes \{ V(4/0) \}_E = \begin{Bmatrix} -\frac{4}{3} T \bar{x}_3 \\ \frac{2}{3} r T \bar{z} \end{Bmatrix}_E \otimes \begin{Bmatrix} 0 \\ 2L\dot{\phi} \bar{y}_3 \end{Bmatrix}_E = 0 \dots\dots\dots$$

$$P(\bar{g} \rightarrow 3/0) = -mg \bar{y}_0 \cdot \bar{V}(C/0) = -mg \bar{y}_0 \cdot L\dot{\phi} \bar{y}_3 = -mg L \dot{\phi} \cos \phi \dots\dots\dots$$

$$P(\bar{g} \rightarrow 4/0) = -Mg \bar{y}_0 \cdot \bar{V}(G/0) = -Mg \bar{y}_0 \cdot 2L\dot{\phi} \bar{y}_3 = -2Mg L \dot{\phi} \cos \phi \dots\dots\dots$$

D'où : $P(\bar{S} \rightarrow S/0) = L \dot{\phi} (F \cos \psi - (2M + m)g \cos \phi) \dots\dots\dots$

$P_{\text{int}} = P(3 \leftrightarrow 4) = 0$. Liaison pivot parfaite entre (3) et (4)

$$P_{\text{int}} = 0$$

$$P(\bar{S} \rightarrow S/0) = L \dot{\phi} (F \cos \psi - (2M + m)g \cos \phi)$$

2- Par application du Théorème de l'Energie Cinétique (TEC) au système {S} dans son mouvement par rapport au socle (0), retrouver l'expression permettant de déterminer la force « F ».

Enoncée du TEC : $\frac{dE_c(S/0)}{dt} = P(\bar{S} \rightarrow S/0) + P_{int}$

$$\Rightarrow (I_z + 4ML^2) \dot{\phi} \ddot{\phi} = L \dot{\phi} (F \cos \psi - (2M + m) g \cos \phi) \dots\dots\dots$$

Par suite :

$$F = \frac{1}{L \cos \psi} \left((I_z + 4ML^2) \ddot{\phi} + (2M + m) g L \cos \phi \right)$$

Partie 5 : RDM

1- Déterminer les composantes du torseur de cohésion tout au long de la ligne moyenne de la poutre (DE).

Zone 1: $0 \leq x < L$:

$\overline{DG} = x \vec{x}_3$; $\vec{x}_3$ est le vecteur normal sortant de la section droite S

$$\{\tau_{coh}\}_G = -\{\tau(0 \rightarrow 3)\}_G = - \begin{pmatrix} 24,5 & 0 \\ -3,5 & 0 \\ 0 & 3,5x \end{pmatrix}_{B_3} \dots\dots\dots$$

Résultante	$N = - 24,5 \text{ kN}$	$T_y = 3,5 \text{ kN}$	$T_z = 0 \text{ kN}$
Moment	$M_t = 0 \text{ kN.m}$	$M_{fy} = 0 \text{ kN.m}$	$M_{fz} = -3,5 x \text{ kN.m}$

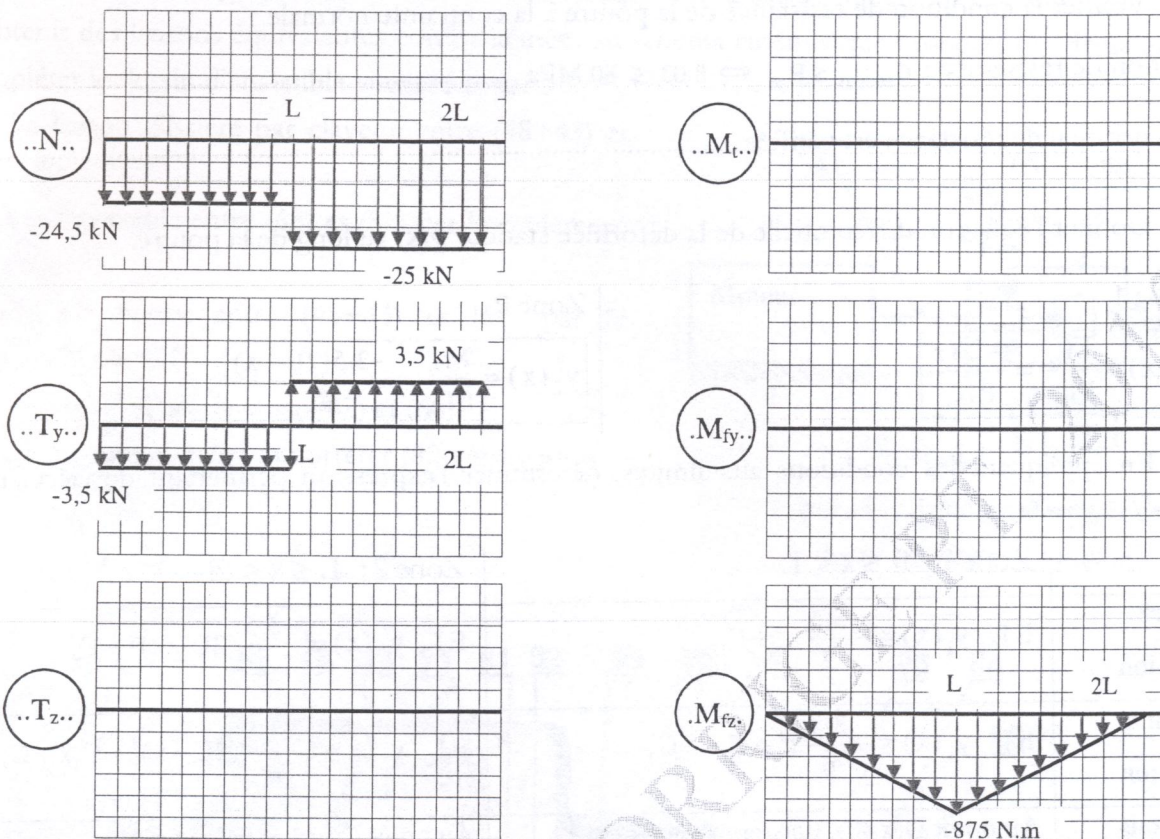
Zone 2: $L \leq x < 2L$

$\overline{DG} = x \vec{x}_3$; $\overline{GE} = (2L - x) \vec{x}_3$; $\vec{x}_3$ est le vecteur normal sortant de la section droite S

$$\{\tau_{coh}\}_G = \{\tau(4 \rightarrow 3)\}_G = \begin{pmatrix} -25 & 0 \\ -3,5 & 0 \\ 0 & -3,5(2L - x) \end{pmatrix}_{B_3} \dots\dots\dots$$

Résultante	$N = - 25 \text{ kN}$	$T_y = -3,5 \text{ kN}$	$T_z = 0 \text{ kN}$
Moment	$M_t = 0 \text{ kN.m}$	$M_{fy} = 0 \text{ kN.m}$	$M_{fz} = -3,5 (2L - x) \text{ kN.m}$

2- Tracer le diagramme des efforts intérieurs non nuls.



3- Sachant que la contrainte normale maximale équivalente ($\sigma_{eq \max}$) dans la section la plus sollicitée est la somme de la contrainte maximale due à la flexion ($\sigma_{fl \max}$) et de la contrainte maximale due à la traction ($\sigma_{tr \max}$). Calculer cette contrainte maximale équivalente.

L'expression de la Contrainte maximale :

A la traction : $\sigma_{tr \max} = \frac{N_{\max}}{S}$

$$N_{\max} = 25 \text{ kN} = 25000 \text{ N} ;$$

$$S = c^2 - (c - 2e)^2 = 150^2 - 130^2 = 5600 \text{ mm}^2$$

$$\Rightarrow \sigma_{tr \max} = \frac{25000}{5600} = 4.46 \text{ MPa}$$

A la flexion : $\sigma_{fl \max} = \frac{|M_{fz \max}|}{\left(\frac{I_{Gz}}{v}\right)}$

$$|M_{fz \max}| = 875 \text{ N.m} = 875000 \text{ N.mm}$$

$$I_{Gz} = \frac{c^4 - (c - 2e)^4}{12} = \frac{150^4 - 130^4}{12} = \frac{55160000}{3} \text{ mm}^4$$

$$v = \frac{c}{2} = 75 \text{ mm} ; \frac{I_{Gz}}{v} = \frac{55160000}{3 \cdot 75} = 245155.6 \text{ mm}^3$$

$$\Rightarrow \sigma_{fl \max} = \frac{875000}{245155.6} = 3.57 \text{ MPa}$$

A.N :

$$\sigma_{eq \max} = \sigma_{tr \max} + \sigma_{fl \max} = 4.46 + 3.57 = 8.03 \text{ MPa}$$

4- Vérifier la condition de résistance de la poutre à la contrainte normale.

Condition de résistance : $\sigma_{eq \max} \leq R_{pe} \Leftrightarrow 8.03 \leq 80 \text{ MPa}$

$\Rightarrow$ La condition de résistance est vérifiée

5- Donner l'équation différentielle de la déformée statique $y(x)$ au long de la poutre.

Zone 1 :

$$y_1''(x) = \frac{M_{fz}}{EI_{Gz}} = \frac{-3,5x}{EI_{Gz}}$$

Zone 2 :

$$y_2''(x) = \frac{M_{fz}}{EI_{Gz}} = \frac{-3,5(2L-x)}{EI_{Gz}}$$

6- En appliquant les conditions aux limites, déterminer l'expression permettant de calculer la flèche « $f = y_{\max}$ ».

	Zone 1: $0 \leq x < L$	Zone 2: $L \leq x < 2L$
Première intégration	$EI_{Gz} y_1'(x) = -\frac{3,5}{2}x^2 + C_1$	$EI_{Gz} y_2'(x) = \frac{-3,5}{-2}(2L-x)^2 + C_3$
Deuxième intégration	$EI_{Gz} y_1(x) = -\frac{3,5}{6}x^3 + C_1x + C_2$	$EI_{Gz} y_2(x) = \frac{-3,5}{6}(2L-x)^3 + C_3x + C_4$
Conditions aux limites	Au point D($x=0$), liaison pivot : $y_1(x=0) = 0 \Rightarrow \boxed{C_2 = 0}$	Au point C($x=L$), liaison pivot : $y_2(x=L) = 0 \Rightarrow \boxed{\frac{-3,5}{6}L^3 + C_3L + C_4 = 0}$
Continuité du moment fléchissant au point C($x=L$) :		
	$y_1(x=L^-) = y_2(x=L^+) = 0$ $\Rightarrow -\frac{3,5}{6}L^3 + C_1L = 0 \Rightarrow \boxed{C_1 = \frac{3,5}{6}L^2}$	$y_1'(x=L^-) = y_2'(x=L^+)$ $\Rightarrow \frac{3,5}{2}L^2 + C_3 = -\frac{3,5}{2}L^2 + C_1$ $\Rightarrow \boxed{C_3 = -3,5L^2 + \frac{3,5}{6}L^2 = -\frac{17,5}{6}L^2}$ Ainsi : $\boxed{C_4 = \frac{3,5}{6}L^3 - C_3L = \frac{21}{6}L^3 = \frac{7}{2}L^3}$
Equation de la déformée	$\boxed{y_1(x) = \frac{3,5}{6EI_{Gz}}(-x^3 + xL^2)}$	$\boxed{y_2(x) = \frac{3,5}{6EI_{Gz}}(-(2L-x)^3 - 5L^2x + 6L^3)}$
Flèche maximale	$y_{1\max}$ correspond à $y_1'(x) = 0$ soit : $-\frac{3,5}{2}x^2 + C_1 = 0 \Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{3}L$ et $y_{1\max}(x = \frac{\sqrt{3}}{3}L) = \frac{7\sqrt{3}L^3}{54EI_{Gz}}$	$y_{2\max}$ correspond à $x = 2L$. Soit : $y_{2\max}(x = 2L) = -\frac{7L^3}{3EI_{Gz}}$

Finalement ; la flèche maximale est : $f = \max(|y_{1\max}|; |y_{2\max}|) = \frac{7L^3}{3EI_{Gz}} \text{ (mm)}$

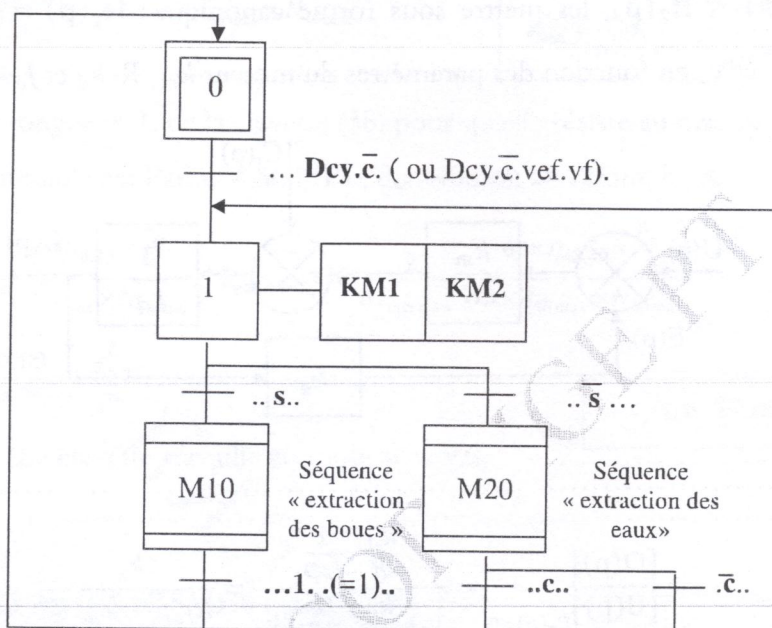
PARTIE D : AUTOMATIQUE

D.1. Commande séquentielle d'extraction des boues et des eaux du décanteur

D.1.1. Compléter le Grafcet (réceptivités et actions) de la partie commande d'extraction des boues et des eaux du décanteur : (Grafcet point de vue commande (niveau 2)).

8pts

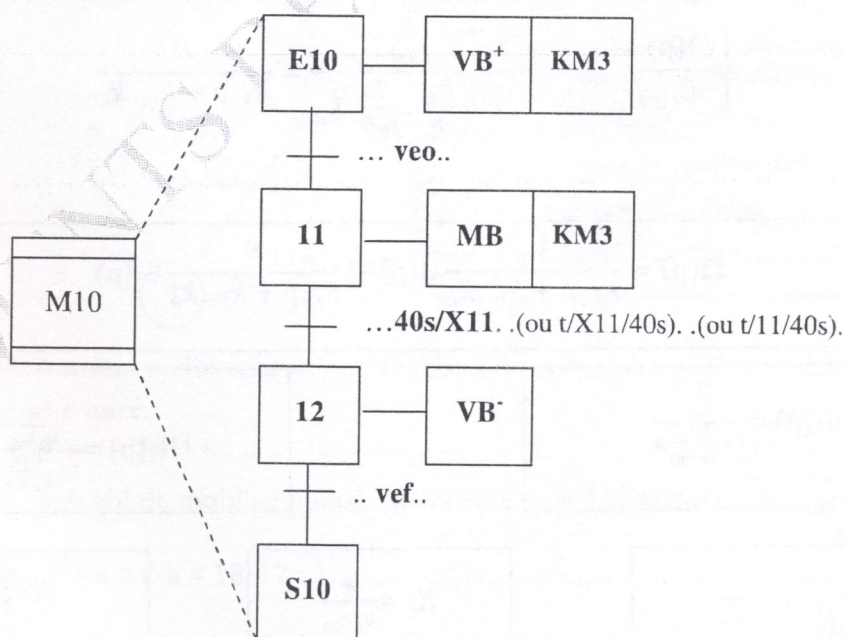
1*8



D.1.2. Compléter l'expansion de la macro-étape M10 séquence « extraction des boues ».

5pts

0.5*10



Expansion de la macro-étape M10 « extraction des boues »

D.2. Asservissement de vitesse du moteur d'entraînement de la vis d'Archimède

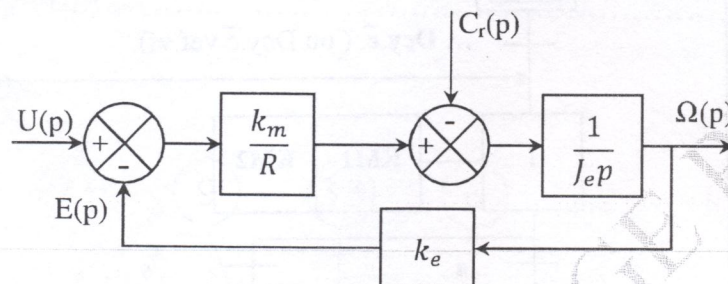
D.2.1. Modélisation du moteur

D.2.1.1. A partir du schéma bloc du moteur de la figure ci dessous exprimer la vitesse $\Omega(p)$ en fonction de $U(p)$ et de $C_r(p)$: $\Omega(p) = H_1(p)U(p) - H_2(p)C_r(p)$.

Déterminer $H_1(p)$ et $H_2(p)$, les mettre sous forme canonique : $H_1(p) = \frac{K_1}{1+\tau_1 p}$; $H_2(p) = \frac{K_2}{1+\tau_1 p}$

Exprimer K_1 , K_2 et τ_1 en fonction des paramètres du moteur k_m , R , k_e et J_e

4.5pts



$$\left[\frac{\Omega(p)}{U(p)} \right]_{C_r(p)=0} = \frac{\frac{k_m}{R} \cdot \frac{1}{J_e p}}{1 + \frac{k_m}{R} \cdot \frac{1}{J_e p} \cdot k_e} = \frac{k_m}{R J_e p + k_m \cdot k_e}$$

$$\left[\frac{\Omega(p)}{-C_r(p)} \right]_{U(p)=0} = \frac{\frac{1}{J_e p}}{1 + \frac{k_m}{R} \cdot \frac{1}{J_e p} \cdot k_e} = \frac{R}{R J_e p + k_m \cdot k_e}$$

2

$$\Omega(p) = \frac{k_m}{R J_e p + k_m \cdot k_e} U(p) - \frac{R}{R J_e p + k_m \cdot k_e} C_r(p)$$

0.5pts*2

$$H_1(p) = \frac{\frac{1}{k_e}}{1 + \frac{R J_e}{k_e k_m} p}$$

$$H_2(p) = \frac{\frac{R}{k_e k_m}}{1 + \frac{R J_e}{k_e k_m} p}$$

0.5pts*3

$$K_1 = \frac{1}{k_e}$$

$$K_2 = \frac{R}{k_e k_m}$$

$$\tau_1 = \frac{R J_e}{k_e k_m}$$

D.2.1.2. Pour $C_r(t) = 0 \text{ N.m}$ et à partir des diagrammes de Bode du moteur $H_1(p)$ (figure D.6 du dossier présentation, données et hypothèses), identifier les valeurs de K_1 et τ_1 de la fonction de transfert $H_1(p)$.

4.5 pts

On considère $R = 1 \Omega$, déduire alors les valeurs numériques des paramètres k_e , k_m et J_e du moteur et le gain statique K_2 de $H_2(p)$.

0.5

$$\dots\dots\dots 20 \log K_1 = 20 \text{ dB} \dots\dots\dots \Rightarrow \dots K_1 = 10 \dots\dots\dots 1$$

$$K_1 = 10$$

$$\varphi\left(\omega_c = \frac{1}{\tau_1}\right) = 45^\circ \dots\dots$$

$$\dots\dots\dots \text{On lit la valeur de } \omega_c = 5 \text{ rd.s}^{-1} \Rightarrow \tau_1 = \dots 0.2 \text{ s}$$

0.5

$$\tau_1 = 0.2 \text{ s}$$

0.5

A.N

$k_e = \frac{1}{K_1} = 0.1 \text{ V/rd.s}^{-1}$	$k_m = k_e = \frac{1}{K_1} = 0.1 \text{ N.m/A}$	$J_e = \frac{k_e k_m \tau_1}{R} = 2.10^{-3} \text{ kg.m}^2$	$K_2 = \frac{R}{k_e k_m} = 100 \text{ rd/s.N.m}$
---	---	---	--

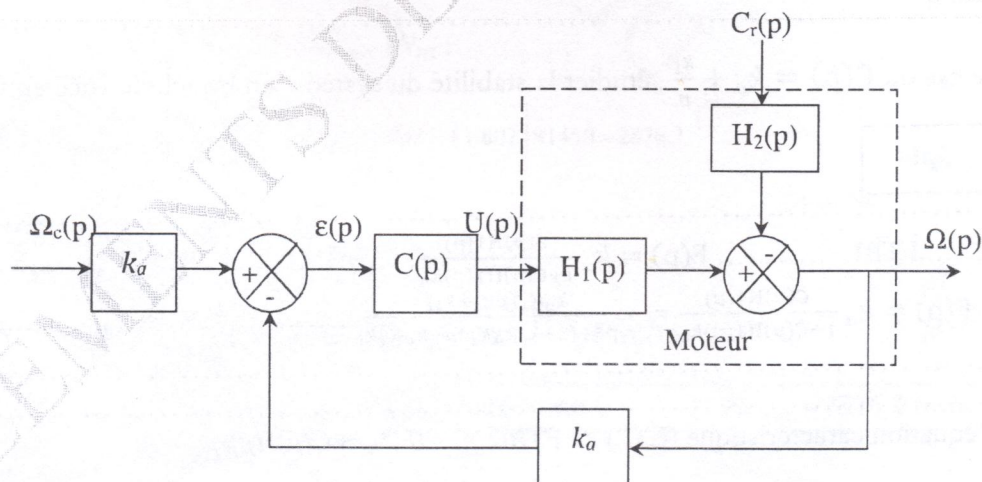
0.5

0.5

0.5

0.5

Le schéma bloc de l'asservissement de la figure D.5. (Dossier présentation, données et hypothèses) est mis sous la forme suivante en tenant compte des résultats de la question D.2.1.1.



Pour toute la suite, on prendra $K_1 = 10 \text{ rd/s.V}$; $K_2 = 100 \text{ rd/s.N.m}$; $\tau_1 = 0.2 \text{ s}$; $C_r(p) = 0$

D.2.2. On souhaite obtenir une erreur statique de position ε nulle, deux types de correcteurs sont proposés :

Correcteur à action proportionnelle (P): $C(p) = k_c$ et correcteur à action proportionnelle intégrale

(PI) $C(p) = k_c + \frac{k_i}{p}$

2pts

D.2.2.1 Déterminer l'erreur statique de position $\varepsilon(\infty)$ à un échelon unitaire pour ces deux types de correcteurs :

➤ $C(p) = k_c$

..... $\varepsilon(p) = k_a (\Omega_c(p) - \Omega(p)) = \frac{k_a}{1+k_a C(p)H_1(p)} \Omega_c(p) \dots (\Omega_c(p) = \frac{1}{p})$

..... $\varepsilon(\infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p \varepsilon(p)$

..... ou directement utilisant le résultat du cours

(avec multiplication par k_a)..... $\varepsilon(\infty) = \frac{k_a}{1+k_a k_c K_1}$

1

$\varepsilon(\infty) = \frac{k_a}{1+k_a k_c K_1}$

➤ $C(p) = k_c + \frac{k_i}{p}$

..... Le système en boucle ouverte devient de classe 1

1

$\varepsilon(\infty) = 0$

D.2.2.2 Quel est le correcteur qui assure la satisfaction de la performance précision imposée en

D.2.2... **0.5pt** **Correcteur à action proportionnelle intégrale (PI)**

D.2.3. Dans le cas où $C(p) = k_c + \frac{k_i}{p}$, étudier la stabilité du système en boucle fermée en fonction de k_c et k_i .

3pts

..... FTBF $F(p) = k_a \frac{C(p)H_1(p)}{1+C(p)H_1(p)k_a}$

..... $F(p) = k_a \frac{C(p)H_1(p)}{1+C(p)H_1(p)k_a} = \frac{k_a K_1 (p k_c + k_i)}{\tau_1 p^2 + (1+k_c k_a K_1)p + k_a K_1 k_i}$

1

ou à partir de l'équation caractéristique (E.C.) $1+FTBO(p)=0$; $(1+C(p)H_1(p)k_a)=0$:

..... $\tau_1 p^2 + (1+k_c k_a K_1)p + k_a K_1 k_i = 0$

..... Il s'agit d'un système d'ordre 2, stable pour $(1+k_c k_a K_1) > 0$...et ... $k_a K_1 k_i > 0$

Le système est stable en boucle fermée pour $k_i > 0$ et $k_c > -\frac{0.1}{k_a} = -0.4$

1

1

D.2.4. Réglage du correcteur Proportionnel-Intégral (PI) : $C(p) = k_c + \frac{k_i}{p}$;

Les performances souhaitées du correcteur $C(p)$ sont :

- assurer un temps de réponse $t_r(\pm 5\%) \leq 0.3s$
- obtenir un dépassement maximal $D(\%) = 15\%$

Pour les satisfaire, on propose de régler les paramètres k_c et k_i du correcteur $C(p)$ en deux temps.

D.2.4.1. Réglage du paramètre k_c , ($C(p) = k_c$; $k_i = 0$)

D.2.4.1.1. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)}$, la mettre sous la forme canonique $H(p) = \frac{K_{11}}{1+\tau p}$. Exprimer K_{11} et τ en fonction de k_c , K_1 , τ_1 et k_a .

2pts

0.5

$$H(p) = k_a \frac{C(p)H_1(p)}{1+C(p)H_1(p)k_a} = k_a \frac{k_c \frac{K_1}{1+\tau_1 p}}{1+k_c \frac{K_1}{1+\tau_1 p} k_a}$$

0.5

$$H(p) = \frac{\frac{k_a k_c K_1}{1+k_c K_1 k_a}}{1 + \frac{\tau_1}{1+k_c K_1 k_a} p}$$

$$H(p) = k_a \frac{k_c K_1}{1+\tau_1 p + k_c K_1 k_a}$$

$$H(p) = \frac{\frac{k_a k_c K_1}{1+k_c K_1 k_a}}{1 + \frac{\tau_1}{1+k_c K_1 k_a} p}$$

0.5

$$K_{11} = \frac{k_a k_c K_1}{1+k_c K_1 k_a}$$

0.5

$$\tau = \frac{\tau_1}{1+k_c K_1 k_a}$$

D.2.4.1.2. Calculer le gain k_c permettant d'assurer en boucle fermée un temps de réponse :

$$t_r(5\%) = 0.3s$$

1.5pts

... FTBF : système du 1^{er} ordre, $t_r(5\%) = 3\tau \implies \tau = 0.1s$ 0.5

$$k_c = \frac{1}{K_1 k_a} \left(\frac{\tau_1}{\tau} - 1 \right)$$

0.5

$$k_c = \frac{1}{K_1 k_a} \left(\frac{\tau_1}{\tau} - 1 \right)$$

0.5

A.N.

$$k_c = 0.4$$

D.2.4.2. Réglage du paramètre k_i , ($C(p) = \frac{k_i}{p}$; $k_c = 0$)

2.5pts

D.2.4.2.1. Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $H(p) = \frac{\Omega(p)}{\Omega_c(p)}$, la mettre sous la forme canonique $H(p) = \frac{K}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} p + 1}$. Donner les expressions du gain statique K , de la pulsation propre non amortie ω_0 et du coefficient d'amortissement ξ en fonction de k_i .

0.5

$$H(p) = k_a \frac{C(p)H_1(p)}{1+C(p)H_1(p)k_a} = k_a \frac{\frac{k_i K_1}{p 1+\tau_1 p}}{1+\frac{k_i K_1}{p 1+\tau_1 p}k_a} = \frac{k_a K_1 k_i}{\tau_1 p^2 + p + k_a K_1 k_i}$$

0.5

$$H(p) = \frac{1}{\frac{\tau_1}{k_a K_1 k_i} p^2 + \frac{1}{k_a K_1 k_i} p + 1}$$

$$K=1$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_a K_1 k_i}{\tau_1}}$$

$$\xi = \frac{1}{2\sqrt{k_a K_1 k_i \tau_1}}$$

0.5

0.5

0.5

D.2.4.2.2. Déterminer le gain k_i permettant d'obtenir un dépassement maximal $D(\%) = 15\%$.

1.5pts

$$D(\%) = 15\%$$

$$D(\%) = 100e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}}$$

$$\xi = \frac{\sqrt{\ln^2(0.01 \cdot D(\%))}}{\sqrt{\pi^2 + \ln^2(0.01 \cdot D(\%))}} \dots \xi \cong 0.5 \text{ (0.517 ou 0.52)} \quad 0.5$$

0.5

$$\text{or } \dots \xi = \frac{1}{2\sqrt{k_a K_1 k_i \tau_1}} \implies k_i = \frac{1}{4\xi^2 k_a K_1 \tau_1}$$

$$k_i = \frac{1}{4\xi^2 k_a K_1 \tau_1}$$

A.N.

$$k_i = 2 \text{ (ou 1.85) } \dots$$

0.5

D.2.5. Validation du choix des paramètres du correcteur

D.2.5.1. La courbe de la **Figure D.7** présente la réponse indicielle du système en boucle fermée à un échelon $\omega_c(t)=200 \text{ rd.s}^{-1}$ pour les paramètres du correcteur calculés aux questions D.2.4.1.2. et D.2.4.2.2.

1.5 pts

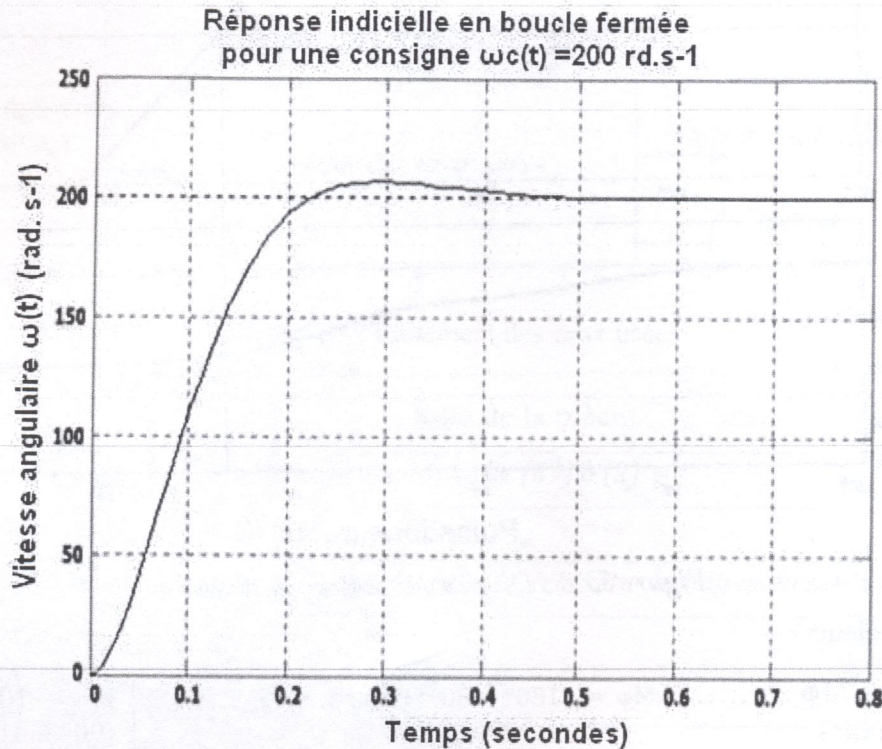


Figure D.7. Réponse indicielle du système en boucle fermée
à un échelon $\omega_c(t) = 200 \text{ rd.s}^{-1}$

Déterminer les valeurs des:

- Dépassement $D(\%)$

$$D(\%) = 100 \frac{\omega_{\max} - \omega_{\infty}}{\omega_{\infty}} = 100 \frac{210 - 200}{200} = 5\% \dots\dots\dots 0.5$$

$$D(\%) = 5\% \dots\dots\dots (..3\% - 5\%)...$$

- Temps de réponse $t_r (\pm 5\%)$

$$\dots 0.95\omega_{\infty} \leq \omega(t) \leq 1.05\omega_{\infty} \dots\dots\dots$$

0.5

$$t_r (\pm 5\%) = 0.2s \dots\dots\dots (0.18s - 0.25s).$$

- Erreur statique de position

0.5

$$\varepsilon(\infty) = 0$$

D.2.5.2. Les diagrammes de Bode du système pour les paramètres du correcteur calculés aux questions D.2.4.1.2 et D.2.4.2.2 sont représentés par la **Figure D.8**.

2 pts

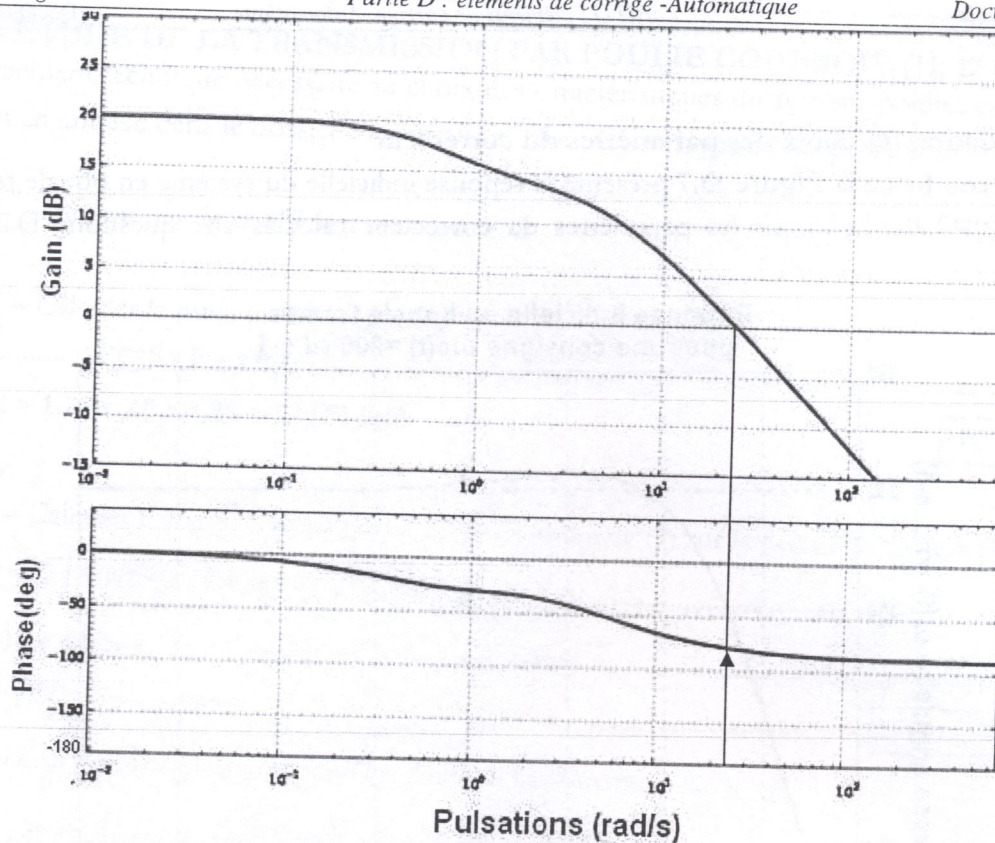


Figure D.8 : Diagrammes de Bode du système

Déterminer les valeurs :

- Marge de phase $M\phi$ $M\phi = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$ $M\phi = 100^\circ (\approx 95^\circ)$
- Marge de gain MG 1 $(90^\circ - 105^\circ)$
- 1 $MG = +\infty$

D.2.5.3. Conclure quant au respect du correcteur PI aux performances imposées.

1.5

Performances	Valeurs imposées	Valeurs trouvées aux questions D.2.5.1. et D.2.5.2. avec le correcteur PI
Rapidité	Temps de réponse $tr (\pm 5\%) \leq 0.3s$	$tr (\pm 5\%) = \dots 0.2s \dots (0.18s - 0.25s)$
Stabilité	Marge de gain $MG \geq 15 \text{ dB}$	$MG = \dots +\infty \dots$
	Marge de phase $M\phi \geq 60^\circ$	$M\phi = \dots \approx 95^\circ \dots (90^\circ - 105^\circ) \dots$
Précision	Erreur statique nulle	$\epsilon(\infty) = \dots 0 \dots$
Dépassement	Dépassement $D(\%)$ inférieur à 15%	$D(\%) = \dots 5\% \dots (3.3\% - 5\%)$

0.25*6

..... le correcteur PI respecte les performances imposées