



Concours Technologie Epreuve de Physique

Date : Lundi 30 Mai 2016 **Heure :** 8 H **Durée :** 4 H **Nb pages :** 8
Barème : Problème 1 : 11 points - Problème 2 : 9 points

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.

L'épreuve comporte deux problèmes indépendants, le candidat peut les résoudre dans l'ordre qui lui convient, en respectant néanmoins la numérotation des questions.

Un candidat peut toujours se servir d'un résultat fourni par l'énoncé pour continuer sa composition.

Données numériques

Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3,0 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}$.

Formulaires

$$\text{rot}(\text{rot} \vec{u}) = \text{grad}(\text{div} \vec{u}) - \Delta \vec{u};$$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2};$$

$$\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c};$$

$$\sin p - \sin q = 2 \sin \frac{p-q}{2} \cos \frac{p+q}{2}.$$

Problème 1 : Interférences à deux ondes

I- Superposition de deux ondes planes

Soit, dans le vide, une onde électromagnétique plane de pulsation ω , de vecteur d'onde $\vec{k}$, dont le champ électrique, en notation complexe, en un point M de l'espace repéré par ses coordonnées cartésiennes (x, y, z) , s'écrit :

$$\vec{E} = E_0 e^{i(\omega t - ax - bz)} \vec{u}_y$$

E_0 est une constante positive, et i est le nombre complexe tel que $i^2 = -1$.

1. Rappeler les équations locales de Maxwell dans le vide dépourvu de charges et de courants. Etablir l'équation de propagation vérifiée par le champ magnétique $\vec{B}$ de cette onde.
2. Quelle est la polarisation de cette onde ?
3. Cette onde est-elle progressive ? Donner son vecteur d'onde.
4. Exprimer sa vitesse de phase v_ϕ .

5. On étudie le cas où l'onde se propage suivant la 1^{ère} bissectrice du plan (xOz). Donner alors les expressions de a et b . Exprimer son vecteur d'onde $\vec{k}$ et son champ électrique $\vec{E}$.
6. Déterminer :
 - 6.1. Le champ magnétique $\vec{B}$ de cette onde. Vérifier que $\vec{B}$ est transverse.
 - 6.2. La densité d'énergie u_{em} et le vecteur de Poynting $\vec{R}$. Exprimer leur valeur moyenne dans le temps.
 - 6.3. La vitesse de propagation de l'énergie $\vec{v}_E$.
7. Ecrire l'équation locale de conservation de l'énergie électromagnétique. Intégrer cette équation sur un volume τ quelconque de l'espace et conclure.
8. Montrer que $\text{div}(\vec{R}) = 0$ où $\langle \rangle$ désigne la moyenne temporelle. Conclure.
9. Deux ondes lumineuses (1) et (2) planes progressives monochromatiques de pulsations ω_1 et ω_2 , polarisées rectilignement suivant le même vecteur unitaire $\vec{u}$, et se propagent dans le vide respectivement selon les vecteurs d'ondes $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$. Les champs électriques des ondes (1) et (2) s'écrivent respectivement :

$$\vec{E}_1 = E_{01} e^{i(\omega_1 t - \varphi_1)} \vec{u}; \quad \vec{E}_2 = E_{02} e^{i(\omega_2 t - \varphi_2)} \vec{u}$$

E_{01} et E_{02} sont leur amplitude, et φ_1 et φ_2 sont des phases qui dépendent des variables spatiales et temporelle.

- 9.1. On pose $\varphi(M, t) = \varphi_2 - \varphi_1$. Déterminer l'expression de l'intensité $I(M)$ due à la superposition de ces ondes en un point M de l'espace. On admet que l'intensité en ce point est définie (à une constante multiplicative près) par $I(M) = \langle \vec{E} \cdot \vec{E}^* \rangle$ où $\vec{E}^*$ désigne le complexe conjugué de $\vec{E}$.
- 9.2. Rappeler l'approximation du modèle scalaire de la lumière. Une telle approximation est-elle vérifiée dans le cas étudié ?
- 9.3. A quelles conditions obtient-on un phénomène d'interférences entre les deux ondes ?
- 9.4. On se place dans les conditions d'interférences. En déduire qu'en un point M du champ d'interférences, l'intensité $I(M)$ due à l'interférence des deux ondes d'intensités I_1 et I_2 provenant d'une même source primaire S ponctuelle, monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ s'écrit :

$$I(M) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \varphi(M)$$

où $\varphi(M)$ est la différence de phase entre les deux ondes en un point M du champ d'interférences.

- 9.5. Quel est l'intérêt de choisir deux ondes de même amplitude $E_{01} = E_{02}$? Justifier.
- 9.6. On se place dans la suite dans le cas où $E_{01} = E_{02} = E_0$. Les vecteurs d'ondes $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ sont symétriques par rapport à l'axe Oz . Le vecteur $\vec{k}_1$ appartenant au plan xOz , fait un angle $\theta = \pi/4$ avec Oz .
 - 9.6.1. Ecrire les expressions de $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$. En déduire celles de $\vec{E}_1$ et $\vec{E}_2$. Identifier les phases φ_1 et φ_2 de ces ondes.
 - 9.6.2. En déduire la nouvelle expression de l'intensité au point M du champ d'interférences.
10. Un paquet d'onde est un groupe d'ondes monochromatiques qui s'étale sur une largeur spectrale $\Delta\nu$. Ce paquet d'onde possède une durée de vie τ appelé temps de cohérence et une longueur de cohérence $L_c = c\tau = \frac{c}{\Delta\nu}$ où c est la célérité de la lumière dans le vide.
 - 10.1. Calculer la longueur de cohérence des deux sources suivantes : Laser à CO_2 de largeur spectrale $\Delta\nu = 10 \text{ kHz}$; lumière blanche ayant $\Delta\nu = 3,3 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$. Conclure.

- 10.2. Quelle est la longueur de cohérence d'une onde monochromatique ?
 10.3. Quel est l'intérêt de L_c dans l'observation du phénomène d'interférences ?
 10.4. S'agit-il de la cohérence temporelle ou spatiale ? Justifier.

II- Optique géométrique appliquée à un prisme

On considère un prisme en verre d'indice n réel et d'angle au sommet A . Ce prisme est placé dans l'air (figure 1). Le plan d'incidence de l'onde incidente est confondu avec le plan de la figure. On supposera satisfaites les conditions d'émergence à la sortie du prisme.

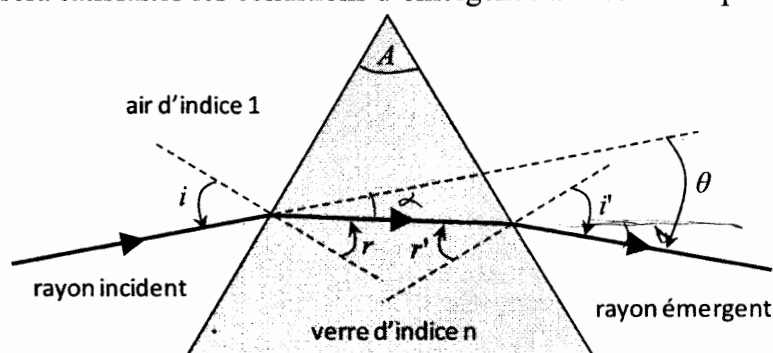


Figure 1

Tous les angles i , i' , r , r' , A et θ indiqués sur cette figure sont supposés positifs. On se placera dans l'approximation des petits angles.

11. Déterminer la relation entre A , r et r' .
12. Exprimer alors la déviation θ (angle entre les rayons émergent et incident) en fonction de i , i' et A . Montrer que $\theta = (n - 1)A$.
13. Une source ponctuelle S envoie un faisceau lumineux couvrant toute la face d'entrée du prisme sous un angle α appelé ouverture angulaire du faisceau. Le faisceau émergent semble venir d'un autre point source S' . A l'aide d'une construction géométrique, préciser la position de S' . Cette ouverture est-elle modifiée après traversée du prisme ?
14. Le prisme de la figure 2 est éclairé par une source ponctuelle S monochromatique de longueur d'onde λ dans le vide:

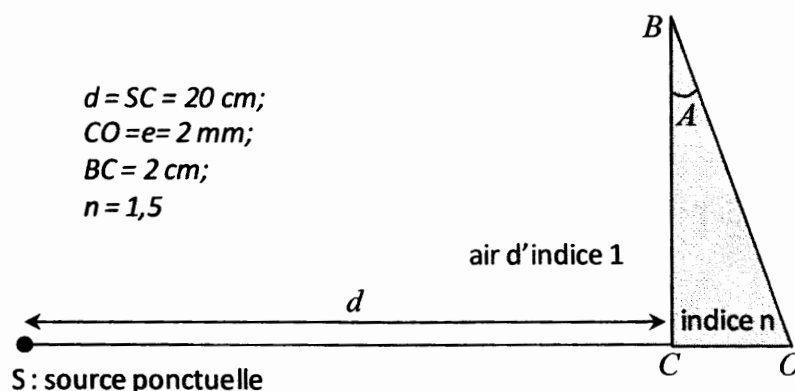


Figure 2

- 14.1. Montrer que l'on est bien dans les conditions de l'approximation des petits angles. Calculer la valeur de l'angle au sommet A .
- 14.2. Tracer le faisceau incident issu de S . Tracer de même les rayons émergents ?
15. Le faisceau sortant du prisme semble provenir d'un point S_1 situé au dessus de S . Déterminer la distance SS_1 à partir de la construction géométrique.

III- Phénomène d'interférences à l'aide d'un bi-prisme

16. La figure 3 associe deux prismes identiques au précédent.

16.1. Quel est le nom de ce système interférentiel ? S'agit-il d'un système à division de front d'onde, ou à division d'amplitude ?

16.2. Dessiner les sources secondaires et le champ d'interférences. Exprimer la distance a entre ces deux sources. A quel système d'interférences simple peut-on alors se ramener ?

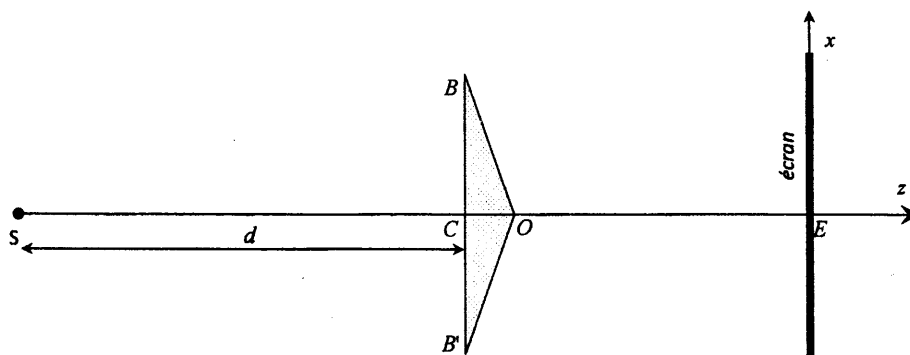


Figure 3

16.3. On place un écran perpendiculaire à SC à $0,8\text{ m}$ de C . On pose $D = SE$ et on note I_0 l'intensité supposée émise par chaque source secondaire. Les conditions d'interférences sont supposées vérifiées. Exprimer l'intensité en un point M du champ d'interférences sur l'écran ? Quelle est la forme des franges observées ? Quelle est la valeur de l'interfrange pour $\lambda = 589\text{ nm}$?

IV- Interférences en lumière bi-chromatique

La lumière émise par la source ponctuelle S comporte deux longueurs d'ondes voisines λ_1 et λ_2 (doublet jaune du mercure) et de même intensité.

On pose $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 > 0$; $\lambda = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2}$ avec $\Delta\lambda \ll \lambda$; et on supposera que $\lambda_1 \lambda_2 \approx \lambda^2$.

17. Montrer que l'intensité lumineuse sur l'écran peut s'écrire sous la forme :

$$I(\delta) = 4I_0 \left[1 + V(\delta) \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right) \right]$$

δ étant la différence de marche entre deux rayons qui interfèrent au point M de l'écran. Qu'appelle-t-on $V(\delta)$? Donner son expression.

18. Représenter l'allure de l'interférogramme $I(\delta)$. Commenter cette allure.

19. Comment peut-t-on déterminer λ et $\Delta\lambda$ et par la suite λ_1 et λ_2 à partir de cet interférogramme ?

20. Pour $\lambda_1 = 577\text{ nm}$ et $\lambda_2 = 579\text{ nm}$, déterminer le nombre N de franges localisées entre une coïncidence et une anti-coïncidence consécutives.

V- Interférences en lumière blanche

Le système est éclairé par une source ponctuelle émettant de la lumière blanche à spectre continu de fréquence comprise entre $\nu_1 = 3,75 \cdot 10^{14}\text{ Hz}$ et $\nu_2 = 7,5 \cdot 10^{14}\text{ Hz}$.

Cette source est caractérisée par une intensité spectrale $I_\nu(\nu) = \frac{I_0}{\Delta\nu}$ de forme rectangulaire centrée sur la fréquence $\nu_0 = \frac{\nu_1 + \nu_2}{2}$ et de largeur $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$ (figure 4).

On suppose que pour une tranche spectrale $d\nu$, la source se comporte comme une source monochromatique de fréquence ν et d'intensité $dI_0 = I_\nu(\nu) d\nu$.

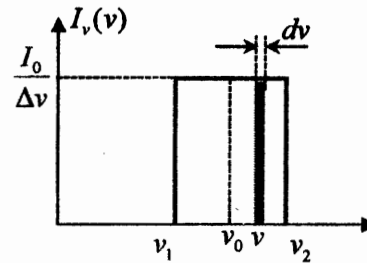


Figure 4

21. Montrer que l'intensité résultante en un point M de l'écran peut s'écrire :

$$I(M) = 2I_0 \left\{ 1 + V(\delta) \cos \left[\frac{2\pi\nu_0}{c} \delta(M) \right] \right\}$$

Exprimer $V(\delta)$ en fonction de la différence de marche δ et des données du problème.

22. Tracer et décrire l'aspect de la figure d'interférences obtenue.
23. Quelle est la première valeur δ_1 de δ qui annule $V(\delta)$? En déduire un critère de visibilité des franges. Faire l'application numérique.
24. Soit M_1 un point du champ d'interférences tel que $\delta(M_1) = 1,7 \mu\text{m}$. Observe-t-on des franges visibles en ce point ?
25. L'analyse spectrale de la lumière en M_1 , montre l'existence de cannelures (absence de certaines radiations). Expliquer leur présence et calculer les longueurs d'ondes correspondantes.

Problème 2 : Transfert thermique à travers les vitres d'une voiture

Ce problème s'intéresse à l'étude des échanges thermiques entre l'espace interne d'une voiture et son environnement extérieur. On supposera que ces transferts se produisent en régime stationnaire et en absence de toutes sources de chaleur, et on négligera les effets de bord.

Toutes les puissances thermiques considérées dans ce problème sont comptées positives.

Tous les transferts thermiques se font dans la direction Ox d'un repère orthonormé (O, x, y, z) .

A- Analogie thermique – électrique

Il existe trois modes de transfert thermique : conduction, convection et rayonnement.

1. Définir brièvement chaque mode de transfert.

On considère dans cette partie des transferts thermiques entre deux températures T_1 et T_2 avec $T_2 < T_1$.

2. Dresser, dans un tableau, les équivalents en électricité, de la loi de Fourier, de la conductivité thermique λ , de la puissance (flux) thermique P , de la résistance thermique R_{th} , de la conductance thermique G_{th} et de la différence de température $\Delta T = T_1 - T_2$ entre deux corps.
3. Définir pour chaque mode, une résistance thermique et une conductance thermique en fonction de la *puissance thermique* et de ΔT . Donner leur unité.
4. Ecrire la puissance thermique échangée par convection à travers une surface S séparant un corps solide de température T_1 et un fluide de température T_2 . On appellera h le coefficient de transfert thermique par convection. Exprimer la résistance thermique correspondante. Donner l'unité de h .

- 12- Donner la définition d'un corps noir.
- 13- Exprimer la puissance thermique P_{Rint} échangée par rayonnement au niveau de la face $x = 0$ en fonction de T_{int} , T_0 , S et σ .
- 14- En considérant les valeurs des températures de la vitre, justifier que $|T_{int} - T_0|/T_{int}$ est petit devant 1. Exprimer alors P_{Rint} sous la forme :
- $$P_{Rint} = G_{Rint}(T_0 - T_{int})$$
- G_{Rint} est une conductance par rayonnement à déterminer en fonction de σ , T_{int} et S .
- 15- Exprimer de même la puissance P_{Rext} échangée par rayonnement au niveau de la face $x = e$ en fonction de T_{ext} , T_e , S et σ . Donner son expression approchée et la conductance correspondante en fonction de σ , T_{ext} et S .
- 16- Représenter le schéma électrique équivalent de la vitre en tenant compte de la conduction, de la convection et du rayonnement. Faire figurer sur ce schéma les conductances et les températures correspondantes.

IV. Etude d'un pare-brise feuilleté

Pour aboutir à des vitrages moins cassants et bien adaptés à l'ajout de colorants, on fabrique des pare-brises feuilletés constitués de trois couches : deux vitres identiques d'épaisseur e , collées l'une à l'autre par une couche de polymère d'épaisseur e_p et de conductivité thermique λ_p (figure 2). On note G_{CP} la conductance de la couche de polymère.

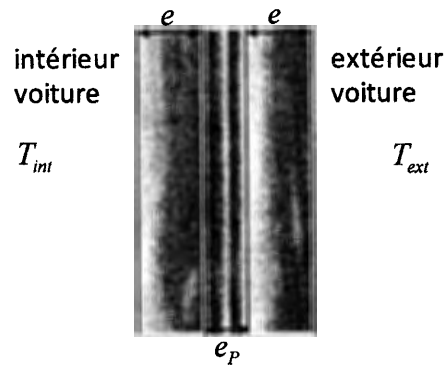


Figure 2

- 17- Représenter le schéma électrique équivalent du vitrage feuilleté de températures interne T_{int} et externe T_{ext} en tenant compte de l'ensemble des transferts thermiques considérés précédemment.
- 18- Exprimer la conductance thermique totale G_{tot} de ce vitrage en fonction des différentes conductances.
- 19- Calculer la valeur de G_{tot} sachant que la puissance totale échangée à travers le pare-brise vaut $P_{tot} = 145,5 \text{ W}$.
- 20- La puissance échangée par rayonnement à travers la face interne représente une fraction $f = P_{Rint}/P_{tot}$ de P_{tot} . Exprimer f en fonction de G_{CVint} et G_{Rint} , puis calculer sa valeur. On donne : $S = 1,5 \text{ m}^2$, $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$, $h_{int} = 3,6 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$.

V. Utilisation d'un revêtement réfléchissant

Un revêtement réfléchissant les rayonnements infrarouges est déposé sur l'une des faces du vitrage feuilleté. Il permet de *supprimer les échanges thermiques par rayonnement* au niveau de cette face.

- 21- Calculer numériquement la conductance totale du vitrage avec revêtement réfléchissant dans les deux cas suivants :

21.1. Le revêtement est déposé sur la face interne de la vitre.

21.2. Le revêtement est déposé sur la face externe de la vitre.

On donne : $\lambda_v = 1,0 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $\lambda_p = 0,20 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $e = 2,10 \text{ mm}$,
 $h_{ext} = 19 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}$, $e_p = 0,78 \text{ mm}$, $T_{int} = 293 \text{ K}$, $T_{ext} = 308 \text{ K}$.

22- Choisir le cas à utiliser en pratique.

C- Limitation de l'effet de serre à l'aide d'un vitrage teinté

Dans cette partie, on ne tiendra compte que des échanges thermiques par rayonnement.

La vitre du toit ouvrant de la voiture est munie d'un rideau noir qui bloque une partie du rayonnement solaire direct. En conséquence ce rideau s'échauffe. Pour réduire cet échauffement, on peut utiliser un vitrage teinté.

On se propose d'étudier le bilan thermique à travers la vitre teintée (**figure 3**) et le rideau.

La vitre reçoit de l'extérieur un flux thermique *par unité de surface* noté ϕ_s provenant du rayonnement solaire direct, dont le spectre est supposé constitué que du domaine visible.

La vitre teintée absorbe une fraction α de ϕ_s et transmet la fraction $(1 - \alpha)$ de ce flux. La réflexion de la vitre est supposée négligeable.

Dans le domaine infrarouge, cette vitre se comporte comme un corps noir. Le flux thermique émis par unité de surface *par chaque face* de la vitre est noté ϕ_v .

Le rideau de température T_R est aussi équivalent à un corps noir pour toutes les longueurs d'ondes. Le flux thermique émis par unité de surface *par chaque face* du rideau est noté ϕ_R . Il reçoit de l'intérieur de la voiture un flux thermique par unité de surface ϕ_a .

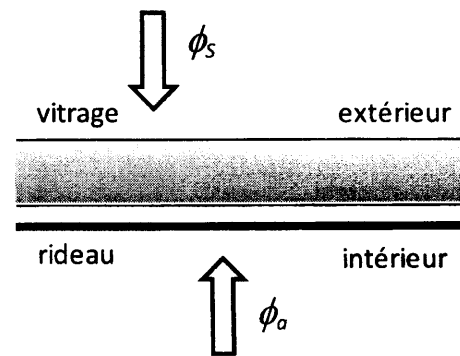


Figure 3

23- En utilisant la loi de Wien, calculer une valeur approchée de la longueur d'onde correspondant au maximum de rayonnement émis par le rideau. A quel domaine du spectre électromagnétique appartient-elle ?

24- Reproduire la **figure 3**, et y représenter les différents flux rayonnés et absorbés.

25- En faisant un bilan thermique pour la vitre puis pour le rideau, établir deux équations reliant ϕ_R , ϕ_v , α , ϕ_s et ϕ_a .

26- En déduire les expressions de ϕ_R et de ϕ_v en fonction de α , ϕ_s et ϕ_a .

27- En déduire la relation $\phi_R + \phi_v = \phi_s + \phi_a$, l'interpréter physiquement.

28- Discuter le cas où $\alpha = 0$, déduire l'intérêt de l'utilisation d'un vitrage teinté.

29- Déterminer l'expression de T_R et calculer sa valeur pour $\alpha = 0$ et $\alpha = 0,6$.

On donne $\phi_s = 900 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$, $\phi_a = 400 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.

30- En s'inspirant des questions précédentes, déterminer l'expression du flux ϕ_0 qui pénètre à l'intérieur de la voiture en l'absence de rideau, en fonction de ϕ_s , ϕ_v et α , puis en fonction de ϕ_s , ϕ_a et α .

31- Vérifier que $\phi_0 > \phi_R$. Conclure sur les avantages et inconvénients du rideau.