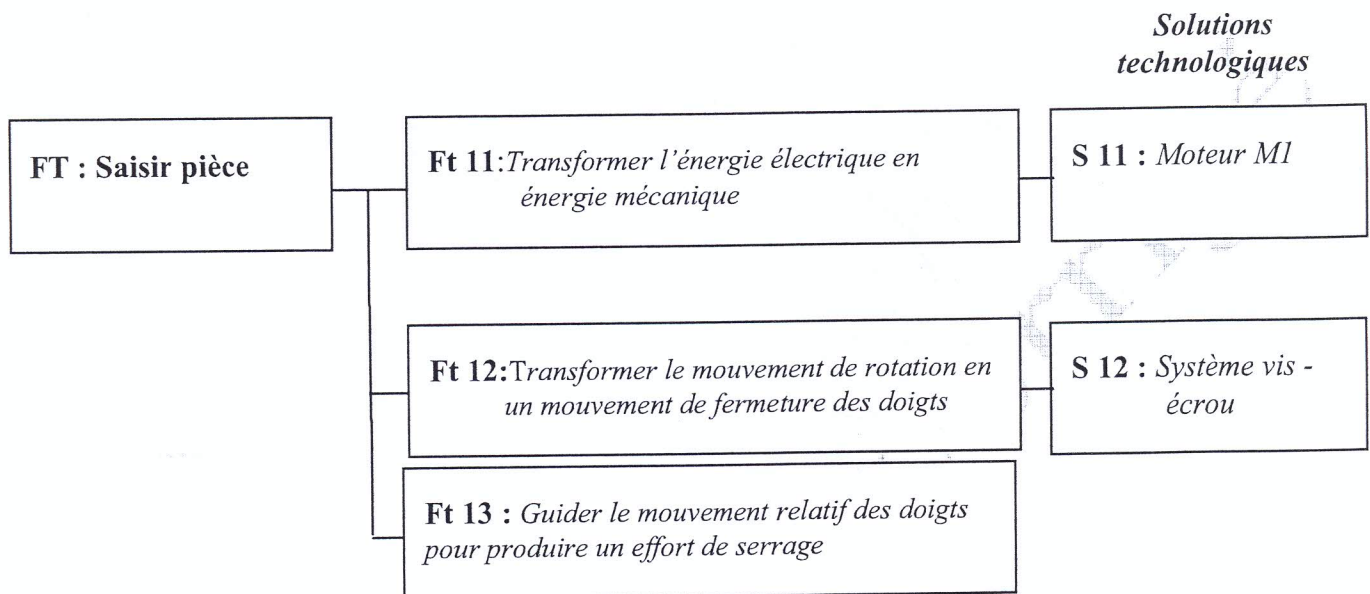


PARTIE A : TECHNOLOGIE DE CONCEPTION

A- I - ETUDE TECHNOLOGIQUE

A- I.1 – Compléter le diagramme FAST relative à la fonction de service « Saisir pièce » assurée par le robot de transfert.



A- I.2 – Donner la fonction des pièces suivantes :

Pièce	Fonction de la pièce
14	Assurer l'étanchéité (ou assurer la protection)
17	Assurer le positionnement (ou le centrage)
69	Guider le ressort (68)
84	Assurer l'encastrement de (7) avec (83) (ou lier complètement (7) avec (83))

A- I.3 – Donner les ajustements des assemblages suivants.

assemblage	Ajustement	Justification
17/21	$\emptyset d H7h6.$	Centrage
17/62	$\emptyset d N7h6.$	Serrage, encastrement
36/54	$\emptyset d k6$ (ou m6 ou p6)	Encastrement de la Bague intérieure avec (54)
36/38	$\emptyset d H7$	Centrage de la Bague extérieure avec (36)
31/38	$\emptyset d H7h6.$	Centrage

A- II- ETUDE DE LA PINCE ET DU COUPLE DE SERRAGE DE LA PIÈCE.

Le document technique (DT 3) et la figure (A.2) montrent la pince en position de maintien de serrage de la pièce. On suppose, dans cette partie, que le système reste dans le plan $(O, \vec{x}, \vec{y})$, que le poids propre des pièces est négligeable et que les liaisons entre les différentes pièces de la pince sont parfaites sauf pour la liaison en H est supposée avec frottement.

$\vec{OH} = x_h \vec{x}$	$x_h = -34 \text{ mm}$	
$\vec{OE} = x_e \vec{x} + y_e \vec{y}$	$x_e = 0 ; y_e = 67 \text{ mm}$	
$\vec{OF} = x_f \vec{x} + y_f \vec{y}$	$x_f = -10 ; y_f = 29 \text{ mm}$	
$\vec{OG} = x_g \vec{x} + y_g \vec{y}$	$x_g = -34 ; y_g = 28 \text{ mm}$	
$\vec{OC} = x_c \vec{x} + y_c \vec{y}$	$x_c = 17 ; y_c = 38 \text{ mm}$	
$\vec{OB} = x_b \vec{x} + y_b \vec{y}$	$x_b = 94 ; y_b = 42 \text{ mm}$	
$\vec{OD} = x_d \vec{x} + y_d \vec{y}$	$x_d = 73 ; y_d = 73 \text{ mm}$	
$\vec{OA} = x_a \vec{x} + y_a \vec{y}$	$x_a = 145 ; y_a = 30 \text{ mm}$	

Figure A-2

On suppose aussi que

- La force $\vec{R}_B$ exercée par la bielle (2) sur le doigt (1) au point B forme un angle β avec l'axe $(O, \vec{x})$ (voir tableau ci-dessous).
- La force $\vec{R}_F$ exercée par la biellette (6) sur (4) au point F forme un angle α avec l'axe $(O, \vec{x})$.
- La force $\vec{F}_A$ due au serrage, exercée par la pièce sur le doigt (1) au point A est portée par l'axe $(O, \vec{y})$.

Pièce (7)	Pièce (4)	Pièce (1)
	$\alpha = 2.4^\circ$	$\beta = 3^\circ$

A- II.1–Ecrire les équations déduites de l'application du PFS à l'équilibre du doigt (1) au point D.**Equations de la résultante statique :**

- ✓ En projection suivant $\vec{x}$: $X_D - R_B \cos(\beta) = 0$
- ✓ En projection suivant $\vec{y}$: $Y_D - R_B \sin(\beta) + F_A = 0$

$$\overrightarrow{DB} \begin{pmatrix} x_b - x_d \\ y_b - y_d \end{pmatrix}$$

En fonction des coordonnées
des points D et B

$$\overrightarrow{DB} \begin{pmatrix} 21 \\ -31 \end{pmatrix}$$

valeurs
Numériques (en mm)

$$\overrightarrow{DA} \begin{pmatrix} x_a - x_d \\ y_a - y_d \end{pmatrix}$$

En fonction des coordonnées
des points D et A

$$\overrightarrow{DA} \begin{pmatrix} 72 \\ -43 \end{pmatrix}$$

valeurs
Numériques (en mm)

Equation du moment résultant statique au point D :

- ✓ En projection suivant $\vec{z}$: $R_B [(x_b - x_d) \sin(\beta) - (y_b - y_d) \cos(\beta)] = (x_a - x_d) F_A$
- $R_B [21 \sin(\beta) + 31 \cos(\beta)] = 72 F_A$

$$R_B = R_{21} = 4493.3 \text{ N}$$

$$X_D = X_{41} = 4486.25 \text{ N}$$

$$Y_D = Y_{41} = -1766.9 \text{ N}$$

A- II.2 –Ecrire les équations déduites de l'application du PFS à l'équilibre de la pièce (4) au point E.**Equations de la résultante statique :**

- ✓ En projection suivant $\vec{x}$: $X_E - X_D - R_F \cos(\alpha) = 0$
- ✓ En projection suivant $\vec{y}$: $Y_E - Y_D - R_F \sin(\alpha) = 0$

$$\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} x_f - x_e \\ y_f - y_e \end{pmatrix}$$

En fonction des coordonnées
des points E et F

$$\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} -10 \\ -38 \end{pmatrix}$$

Valeurs
Numériques (en mm)

$$\overrightarrow{ED} \begin{pmatrix} x_d - x_e \\ y_d - y_e \end{pmatrix}$$

En fonction des coordonnées
des points E et D

$$\overrightarrow{ED} \begin{pmatrix} 73 \\ 6 \end{pmatrix}$$

Valeurs
Numériques (en mm)

Equation moment résultant statique au point E:

- ✓ En projection suivant $\vec{z}$: $R_F [(x_f - x_e) \sin(\alpha) - (y_f - y_e) \cos(\alpha)] = (y_d - y_e) (4486.25) + (x_d - x_e) (1766.9)$
- $R_F [-10 \sin(\alpha) + 38 \cos(\alpha)] = 6 X_D - 73 Y_D \Rightarrow R_F [-10 \sin(\alpha) + 38 \cos(\alpha)] = 6 X_D - 73 Y_D$

$$R_{61} = R_F = 4152 \text{ N}$$

$$X_E = X_{94} = 8635.6 \text{ N}$$

$$Y_E = Y_{94} = -1594 \text{ N}$$

A- II.3 –Ecrire l'équation déduite de l'application du PFS à l'équilibre de (7) suivant l'axe (O, $\bar{x}$). En déduire la force axiale (**Fa**) exercée par la vis (5) sur l'écrou (7).

$$\dots\dots\dots F_a = 2[R_F \cos(\alpha)] = 2 \times 4151.9 \times \cos(2.4) \dots\dots\dots$$

$$\mathbf{F_a = 8296.7 \text{ N}}$$

A- II.4 –Donner l'expression du couple de serrage (**Cs**) exercé par la vis (5) sur l'écrou (7) en fonction de la force axiale **Fa** et les caractéristiques du système vis/écrou. Calculer (**Cs**).

$$C_s = F_a \frac{d_{moy}}{2} \operatorname{tg}(i + \phi') ; \quad \text{Abaque} \rightarrow d_{moy} = 10.5 \text{ mm}$$

$$\operatorname{tg}(i) = \frac{pas}{\pi \cdot d_{moy}} = \frac{3}{\pi \times 10.5} \Rightarrow i = 5.196^\circ$$

$$\text{et } \operatorname{tg}\phi' = \frac{f_1}{\cos(15^\circ)} = \frac{0.15}{\cos(15^\circ)} \Rightarrow \phi' = 8.82^\circ$$

$$C_s = 8296.6 \frac{0.0105}{2} \operatorname{tg}(5.196 + 8.82) = 10.88 ;$$

$$\mathbf{Cs = 10.88Nm}$$

A- II.5 – Calculer la pression maximale (**P_{max}**) entre la vis (5) et l'écrou (7) et conclure quand à la résistance des filets.

$$P_{max} = \frac{F_a}{Z \frac{\pi}{4} (d^2 - D_1^2)} \quad \text{avec } Z = \frac{h_e}{pas} = \frac{22}{3} = 7.33$$

$$\text{A.N : } P_{max} = \frac{8296.6}{7.33 \frac{\pi}{4} (12^2 - 9^2)} = 22.864 \text{ MPa}$$

$$\mathbf{P_{max} = 22.864 \text{ MPa}}$$

Conclusion : $P_{max} \leq P_{3 adm}$: les filets travaillent en toute sécurité.

A- II.6- Déterminer le diamètre minimal (**d_{min}**) que doit avoir l'axe d'articulation de la bielle (2) avec le doigt (1) (au point B, figure A.2) et conclure sur sa résistance.

$$\tau_{max} \leq R_{pg} \Rightarrow \frac{4R_B}{n \pi d^2} \leq R_{pg} \Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{2R_B}{\pi R_{pg}}} \quad n : \text{nombre des biellettes} = 2$$

$$\text{A.N. : } d \geq \sqrt{\frac{2 \times 4493.3}{\pi \times 100}} \dots \rightarrow \dots d \geq 5.35 \text{ mm} \dots\dots\dots$$

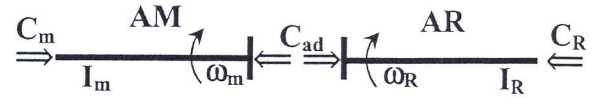
$$\mathbf{d_{min} = 6 \text{ mm}}$$

Conclusion : $d_{min} \leq d_{mesuré} = 12 \text{ mm}$, donc l'axe de l'articulation travaille en toute sécurité.

A- III –ETUDE DE L'EMBRAYAGE (E2)

A- III.1 –On suppose, dans ce qui suit, que le couple de serrage assuré par le système vis-écrou (5,7) $C_s = 15 \text{ Nm}$ et l'inertie équivalente des éléments mobiles de la pince ramenées à la sortie de l'embrayage (E2) est $I_p = 0.2 \text{ kg.m}^2$. Calculer le couple minimal d'adhérence (C_{ad}) que doit transmettre l'embrayage (E2).

PFD sur l'arbre moteur (AM): $C_m - C_{ad} = I_m \frac{d\omega_m}{dt}$



PFD sur l'arbre récepteur (AR): $C_{ad} - C_R = I_R \frac{d\omega_R}{dt}$

Ce qui donne en régime permanent: $\left(\frac{d\omega_R}{dt} = \frac{d\omega_m}{dt}\right)$ ou encore on peut écrire ($\omega_R = \omega_m$)

$$C_{ad} = \frac{C_r I_m + C_m I_r}{I_m + I_r} \Rightarrow C_{ad} = \frac{C_s I_m + C_{m1} I_p}{I_m + I_p} \text{ A.N. : } C_{ad} = \frac{15 \cdot 0.25 + 20 \cdot 0.2}{0.25 + 0.2} \dots \boxed{C_{ad} = 17.222 \text{ Nm}}$$

A- III.2 –En déduire l'effort presseur axial (F_{ad}) de l'embrayage.

$$F_{ad} = C_{ad} \frac{3 \cdot 1 \cdot (R_2^2 - r_2^2)}{2 \cdot f \cdot (R_2^3 - r_2^3)} \Rightarrow F_{ad} = 17.222 \frac{3 \cdot (50^2 - 25^2)}{2 \cdot 1 \cdot 0.15 \cdot (50^3 - 25^3)} \cdot 1000 \dots \boxed{F_{ad} = 2952.38 \text{ N}}$$

A- III.3 –Donner l'expression de la force électromagnétique minimale (F_e) que doit exercer la bobine de l'embrayage (E2) sur le disque (27). En déduire la valeur de F_e .

$$F_e = F_{ad} + F_r \Rightarrow F_e = 2952.38 + 100 = 3052.38 \text{ N} \dots \boxed{F_e = 3052.38 \text{ N}}$$

A- III.4 – Calculer la pression de contact maximale (P_{max1}) entre les surfaces de friction de l'embrayage (E2) et conclure.

$$P_{max} = \frac{F_a}{\pi(R_2^2 - r_2^2)} = \frac{2952.38}{\pi(50^2 - 25^2)} = 0.5 \text{ MPa} \dots \boxed{P_{max1} = 0.5 \text{ MPa}}$$

Conclusion : ... $P_{max} \leq P_{1adm} = 2 \text{ MPa}$ les surfaces frottantes résistent à la pression

A- III.5 –Calculer la longueur minimale utile (L_{cmin}) des cannelures entre (27) et (55) et conclure.

$$P_{max} \leq P_{2adm} \Rightarrow \frac{2F_t}{L_{cmin}(D-d)} \leq P_{2adm} \Rightarrow L_{cmin} \geq \frac{2F_t}{(D-d)P_{2adm}} ; F_t = \frac{4C_{ad}}{n(D+d)}$$

$$\text{A.N. : } F_t = \frac{4 \cdot 17.222}{10(23+18)} = 168 \text{ N} \quad L_{cmin} \geq \frac{2 \cdot 168}{(23-18) \cdot 100} = 0.672$$

Conclusion : ... $L_{cmin} = 0.672 \text{ mm}$ $L_{cmin} = 0.672 \text{ mm}$ $L_{active \text{ mesurée}} = 4 \text{ mm}$

A- IV - ETUDE DE LA CHAÎNE DE ROTATION DE LA PINCE

A- IV.1 – Est-ce que le train d'engrenages (21, 23 et 72) disposé entre le moteur (M2) et la pince est un train épicycloïdal ? Répondre en cochant la case correspondante ; puis justifier votre réponse.

.....

Oui	
-----	--

Non	X
-----	---

Justification : L'axe de (23) est fixe

A- IV.2 – Calculer le nombre des dents des roues (21), (23a) et (72) en satisfaisant les conditions de montage et dimensionnelles.

$$d_a = m(Z_{23a} + 2) \rightarrow Z_{23a} = d_a - 2 = 32 - 2 = 30 \text{ dents car } m=1.$$

$$a = \frac{m}{2}(Z_{72} + Z_{23a}) \rightarrow Z_{72} = 2 * a - Z_{23a} = 124 - 30 = 94 \text{ dents}$$

$$a = \frac{m}{2}(Z_{21} - Z_{23b}) \rightarrow Z_{21} = 2 * a + Z_{23b} = 124 + 15 = 139 \text{ dents}$$

.....

$Z_{23a} = 30 \text{ dents}$

$Z_{72} = 94 \text{ dents}$

$Z_{21} = 139 \text{ dents}$

A- IV.3 – En déduire le rapport de transmission ($k = \frac{N_9}{N_{71}}$)

$$k = \frac{N_9}{N_{71}} = \frac{Z_{72} \times Z_{23b}}{Z_{21} \times Z_{23a}} = \frac{94 \times 15}{139 \times 30} = 0.34$$

A- IV.4 – Ecrire, dans la phase de freinage de la pince, la relation liant le couple de freinage (C_f) à l'inertie équivalente (J_p) de la pince ramenée sur l'axe du frein.

L'application du PFD sur l'arbre du frein dans la phase de freinage donne :

$$-C_f = J_p \frac{d\omega_f}{dt}$$

A- IV.5 – Calculer alors le couple de freinage (C_f), sachant que $J_p = 0.3 \text{ kgm}^2$. La vitesse de rotation de la pince autour de l'axe x avant la phase de freinage est $N = 40 \text{ tr/mn}$.

$$C_f = J_p \frac{\omega_{71}}{t_f} = J_p \frac{N_p}{k \times t_f} = J_p \frac{\pi \times N_p}{30 \times k \times t_f}$$

$$\text{AN : } C_f = 0.3 \frac{\pi \times 40}{30 \times 0.34 \times 2} =$$

.....

$C_f = 1.848 \text{ Nm}$

Les équations déduites de la fermeture de la chaîne cinématique au point O_1 :

$$\text{proj.}/\vec{x} : \quad \alpha_{57} + \alpha_{95} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{proj.}/\vec{y} : \quad 0 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$\text{proj.}/\vec{z} : \quad \gamma_{49} + \gamma_{64} + \gamma_{76} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

$$\text{proj.}/\vec{x} : \quad u_{57} + c \gamma_{49} + \mu \gamma_{64} + b \gamma_{76} = 0 \dots\dots (4)$$

$$\text{proj.}/\vec{y} : \quad -a \gamma_{49} - x \gamma_{76} - \lambda \gamma_{64} = 0 \dots\dots (5)$$

$$\text{proj.}/\vec{z} : \quad 0 = 0 \dots\dots\dots (6)$$

A- V. 4 – Exprimer la mobilité cinématique m_c en fonction du nombre total des inconnues statiques I_c et du nombre r_c des équations cinématiques indépendantes. Calculer m_c .

$$m_c = I_c - r_c = 5 - 4 = 1$$

$$m_c = 1$$

A- V. 5 – Exprimer l'équation du degré d'hyperstatisme h du système (figure A.3). En déduire h .

$$m_c - h = I_c - E_c \rightarrow 1 - h = 5 - 6 = 2$$

$$h = 2$$

A- V.6 – Ecrire la relation traduisant la loi entrée sortie entre la rotation (α_{59}) de (S5) par rapport à (S9) autour de l'axe ($O_1, \vec{x}$) et la rotation (γ_{49}) de (S4) par rapport à (S9) autour de l'axe ($E, \vec{z}$).

$$\gamma_{49} = \frac{b(x-\lambda)}{(c-b)(x-\lambda) - (\mu-b)(x-a)} \alpha_{59}$$

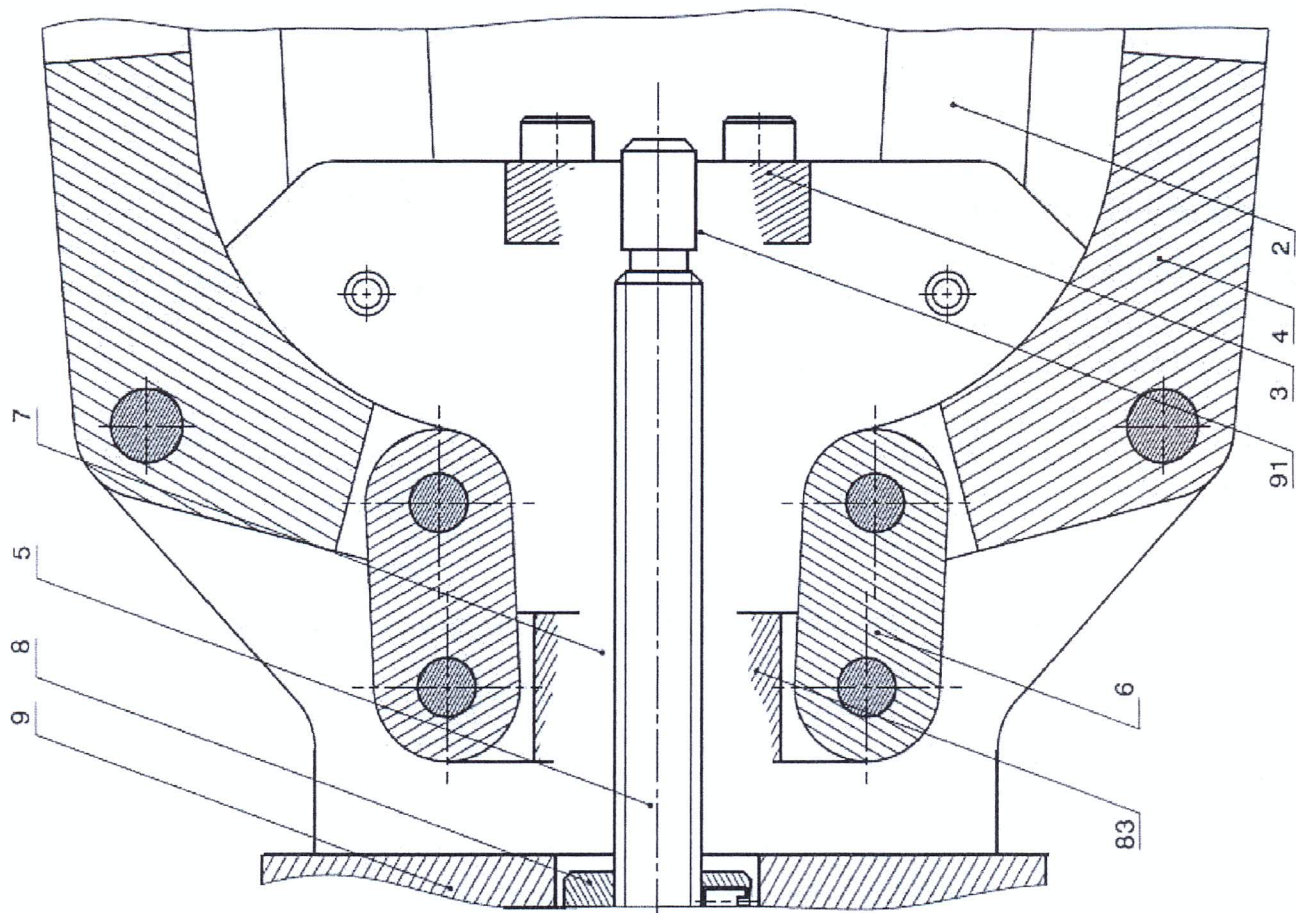
A- VI - REPRESENTATION GRAPHIQUE

A- VI .1 - On donne, sur le document technique DT5, le dessin incomplet de la pince et on demande de compléter :

1. La liaison encastrement démontable de l'écrou (7) avec la chape (83)
2. Le guidage en rotation de la vis (5) par rapport au support (3) par un roulement rigide à billes type 9BC10 (étanches des deux cotés).
3. Indiquer les ajustements nécessaires.

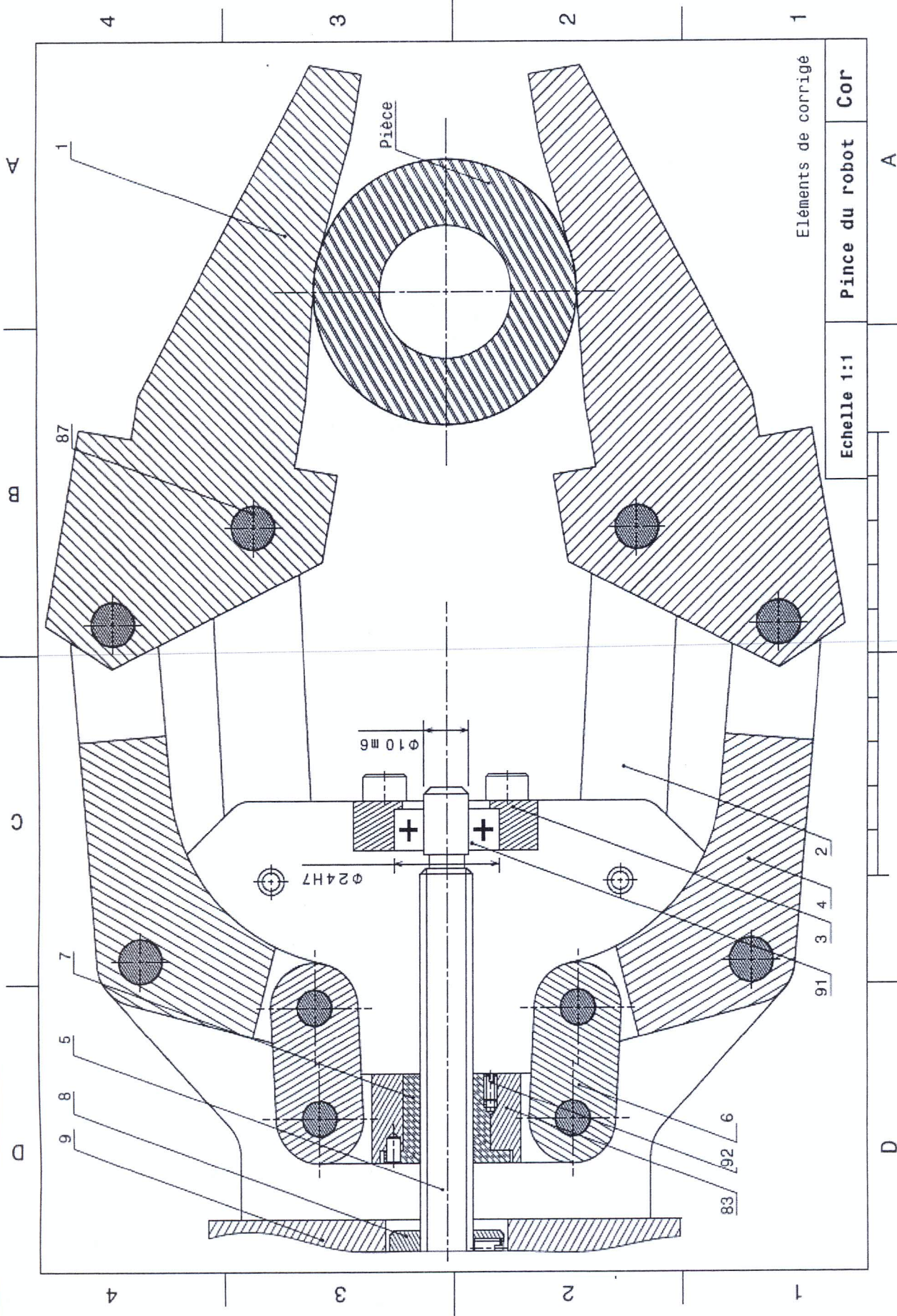
A- VI.2. Représenter, à l'Echelle du document DT5, la chape (83) (solution graphique de la question

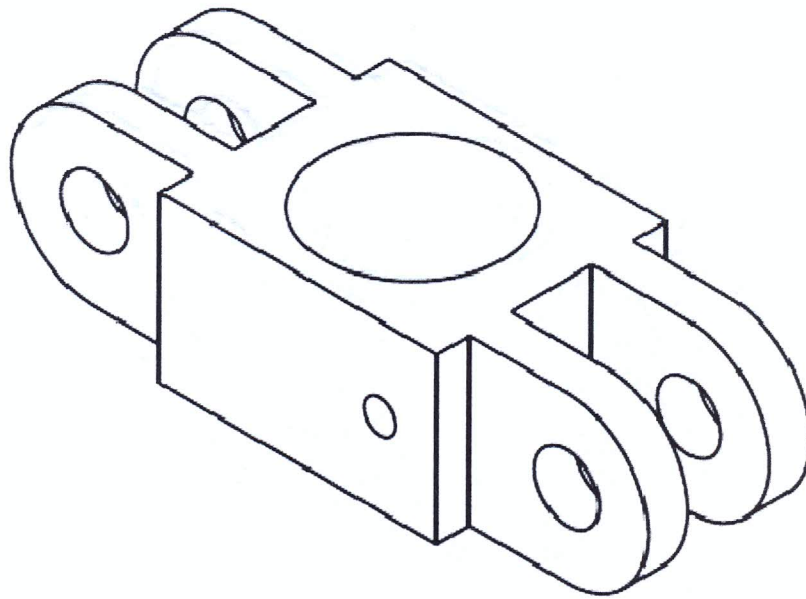
A-VI.1) en perspective isométrique.



DT5

DT5





PARTIE B : TECHNOLOGIE DE PRODUCTION

PARTIE B.I : Etude de la production de la vis (5), (DT 6).

Afin de sélectionner le **type de matériau** de la vis (5), trois types d'essais, **traction**, **résilience** et **dureté**, ont été réalisés.

B. I. 1. Choix du matériau.

B. I. 1. 1. Donner la signification des désignations normalisées des matériaux cités dans le tableau ci-dessous.

EN AC – Al Cu4 MgTi 1 2 3 4 1 --- norme européenne Produit alliage d'alumi moulé NE 2 --- Aluminium 3 --- 4% de cuivre 4 --- Que trace de Mg et Ti	EN – GJS 600 2 1 2 3 4 1 --- Norme Européenne.. 2 --- Fonte à graphite sphéroïdal 3 --- Résistance à la rupture 600 MPa 4 --- Allongement à la rupture 2%	C 45 1 2 1 --- Acier non allié 2 --- 0,45% de carbone
Type de matériau	Type de matériau	Type de matériau
Alliage d'aluminium	Fonte à graphite sphéroïdal	Acier non allié

0B. I. 1. 2. Parmi les trois matériaux indiqués dans la question (B.I.1.1), choisir le type de matériau qui convient le mieux pour la vis (5). Justifier votre réponse.

Acier non allié C 45 . C'est un acier utilisé pour les axes et les vis. C'est un un acier de traitement thermique.....

B. I. 2. Essai de traction

On a réalisé un essai de traction sur une éprouvette normalisée en acier à l'état recuit de longueur utile initiale $L_0 = 50$ mm ; et de diamètre initial : $D_0 = 10$ mm. Au cours de l'essai de traction, le matériau passe par 3 domaines. Le tableau suivant présente les 3 décharges effectuées à partir de 3 niveaux de chargement différents.

Domaine	Force limite atteinte avant décharge	Longueur limite atteinte avant décharge	Longueur après suppression de la charge
Domaine élastique	$F1 = 25905$ N	$L1 = 50.075$ mm	$L_0 = 50$
Domaine élasto-plastique	$F2 = 31400$ N	$L2 = 50.300$ mm	$L2' = 50.100$
Domaine de rupture	$F3 = 50000$ N		$L_{finale} = 57.5$ mm

En se référant aux résultats de l'essai de traction :

B. I. 2.1. Calculer le module d'Young E (en GPa) .

Loi de Hooke : $\sigma_{élas} = E \cdot \epsilon_{élas}$; $\epsilon_{élas} = \Delta L / L_0 = 0,075 / 50 = 0,0015$

$\sigma_{élas} = 4 \cdot F1 / \pi D_0^2 = 4 \cdot 25\,905 / \pi 10^2 = 330$ MPa

$E = \sigma_{élas} / \epsilon_{élas} = 330 / 0,0015 = 220\,000$ MPa

$$E = 220 \text{ GPa}$$

B. I. 2.2. Déterminer la déformation plastique (ϵ_{pl}) atteinte après le deuxième chargement (domaine élasto-plastique). $\epsilon_{plas} = (L - l_0) / L_0 = (50,1 - 50) / 50 = 0.002$

$$\epsilon_{pl} = 0.002$$

B. I. 2. 3. Calculer la limite conventionnelle d'élasticité $Re_{0,2}$ (en MPa).

$$Re_{0,2} = 4.F2/\pi.Do^2$$

$$= 4 \cdot 31\,400 / 3,14 \cdot 10^2 = 400 \text{ MPa}$$

$$Re_{0,2} = 400 \text{ MPa}$$

B. I. 2. 4. Calculer la contrainte à la rupture Rr et l'allongement permanent A (en %).

$$Rr = 4.F3/\pi.Do^2 = 4 \cdot 50\,000 / 3,14 \cdot 10^2 = 636,94 \text{ MPa}$$

$$A\% = [(L - l_0)/l_0] \cdot 100 = [(57,50 - 50)/50] \cdot 100 = 15\%$$

$$Rr = 636,94 \text{ MPa}$$

$$A\% = 15\%$$

B. I. 3. Essai de résilience

L'essai de résilience réalisé sur une éprouvette du matériau en question a donné les résultats suivants :

- Hauteur initiale du pendule $h_{\text{initial}} = 2\text{m}$,
- Hauteur finale du pendule $h_{\text{final}} = 1,2\text{m}$,

On donne la masse du pendule $M = 20 \text{ kg}$, et l'accélération de la pesanteur $g = 10 \text{ ms}^{-2}$

B. I. 3. 1. Calculer l'énergie $W(j)$ absorbée par l'éprouvette.

$$W = P.h_0 - P.h_1 = P(h_0 - h_1)$$

$$W = 20 \cdot 10(2 - 1,2) = 160 \text{ J}$$

$$W = 160 \text{ J}$$

B. I. 3. 2. L'essai de résilience est réalisé sur une éprouvette normalisée de section carré de cotée $a = 10\text{mm}$ et de longueur $L = 55\text{mm}$ avec une entaille en forme de V de profondeur 2mm . Calculer la résilience Kcv (J/cm^2).

$$Kcv = W / S_0$$

$$Kcv = 160 / 0,8 \cdot 1 = 200 \text{ J}/\text{cm}^2$$

$$Kcv = 200 \text{ J}/\text{cm}^2$$

B. I. 4. Essai de dureté

On a réalisé sur le matériau en question un essai de dureté Brinell sous une charge de 1000N avec un pénétrateur de diamètre $D = 10\text{mm}$ et l'accélération de la pesanteur $g = 10 \text{ ms}^{-2}$. On donne les diamètres maximum mesurés suivant deux directions de l'empreinte : $d_1 = 0,90\text{mm}$ et $d_2 = 0,94\text{mm}$.

La surface de l'empreinte est définie par la relation suivante : $S_{\text{empreinte}} = \frac{\pi D}{2} (D - \sqrt{D^2 - d^2})$,

B. I. 4. 1. Calculer la dureté HB.

$$HB = (1/g) \cdot [Charge \text{ de l'essai} / Surface \text{ de l'empreinte}] \text{ avec } F = 1000 \text{ N ; } g = 10 \text{ ms}^{-2} \text{ et } d = (0,94 +$$

$$0,90)/2 = 0,92$$

$$HB = \frac{0,10 \times 2 \times F}{\pi \times D \times (D - \sqrt{D^2 - d^2})} \text{ avec } d = \frac{d_1 + d_2}{2}$$

$$HB = 150,187 \text{ HB}$$

B. I. 5. Etude de la phase de tournage à commande numérique :

B. I. 5. 1. Compléter le contrat de phase relatif à la phase de tournage CNC, en indiquant les éléments suivants:

- La mise et le maintien en position (montage entre-pointes en utilisant un plateau pousse toc, un toc pointe fixe et une contre pointe mobile) ;
- L'ordre chronologique des opérations d'usinage ;
- Le nom des outils nécessaires ;
- Les conditions de coupe ;
- La mise en place des cotes de fabrication.

CONTRAT DE PHASE PHASE 30

Ensemble : Poignet porte pince du robot

Pièce : Vis

Matière :

Mise et maintien en position :

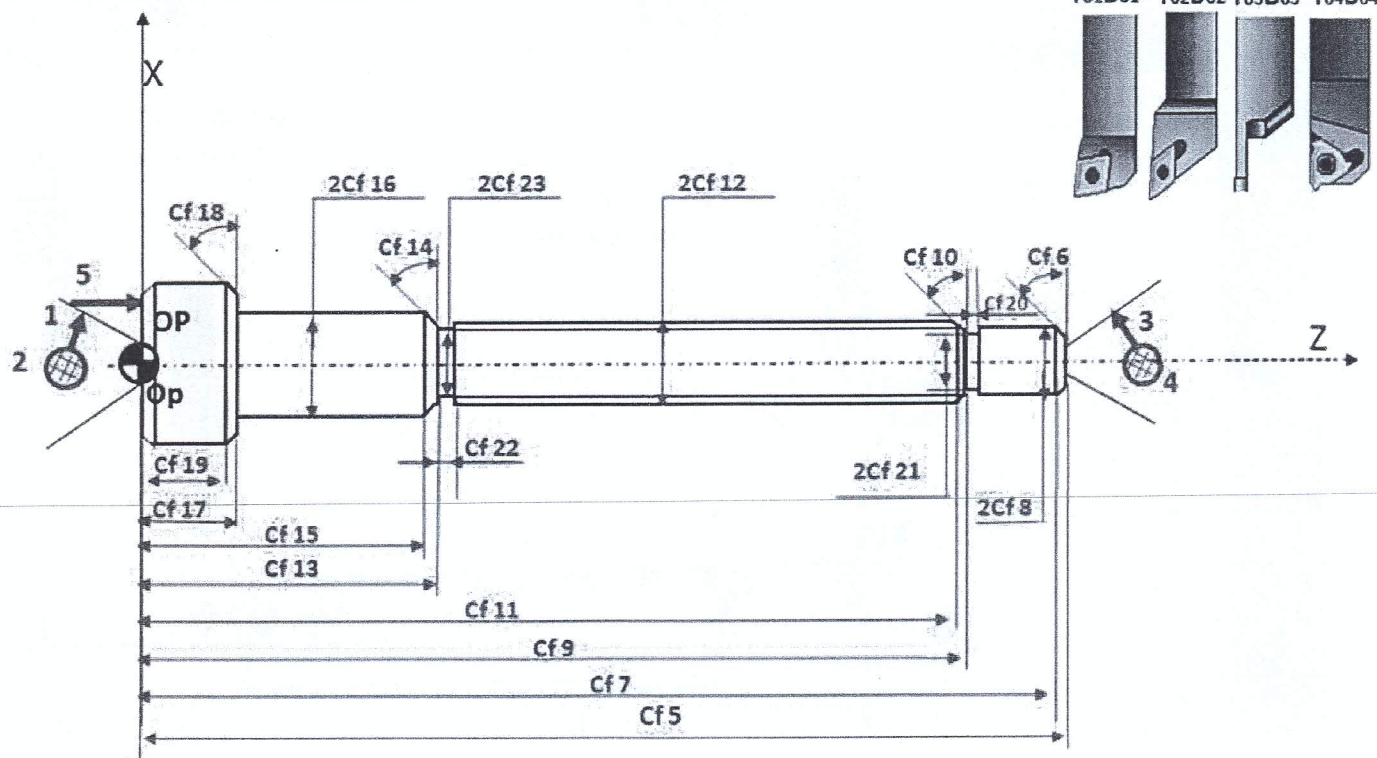
Référentiel défini par :

Centrage court 2N de repérage (1, 2) (poupée fixe)

Centrage court 2N de repérage (3, 4) (poupée mobile)

Appui ponctuel 1N de repérage (5)

Immobilisation et entraînement 1N (6)

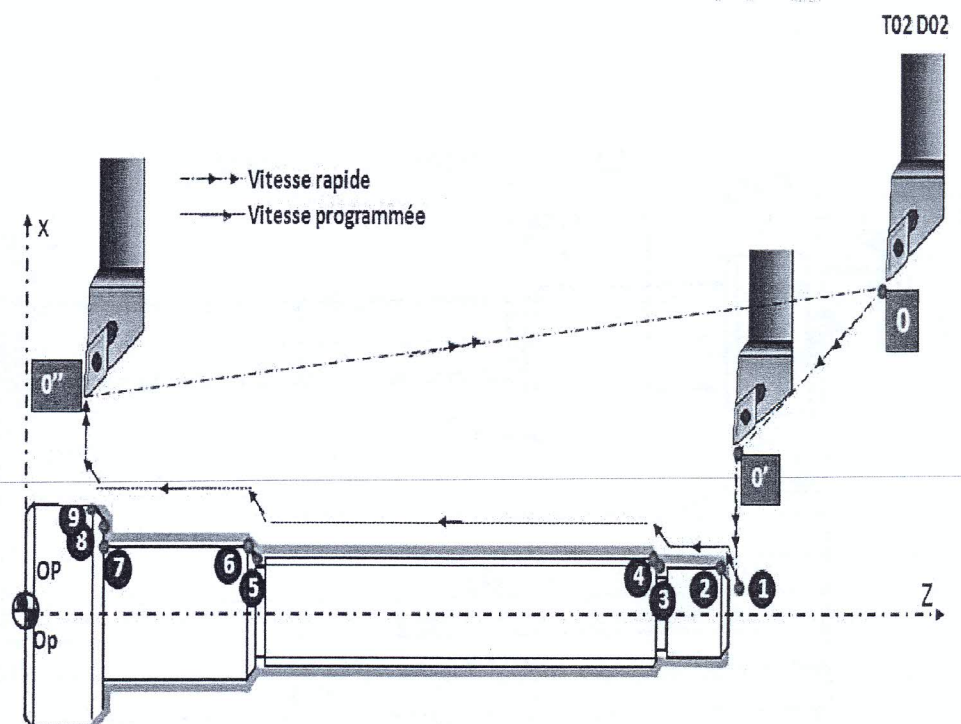


N°	OPERATIONS	OUTILS	Vc m/mn	N tr/mn	f mm/tr	Vf mm/mn	P mm
1	Chariotage ébauche surépaisseur 0,5 mm pour finition	Outil à charioter d'ébauche.	100	2275	0,2	455	1
2	Chariotage de finition ; Cf5, Cf6, Cf7, 2Cf8, Cf9, Cf10, Cf11, 2Cf12 ébauche, Cf13, Cf14, Cf15, 2Cf16, Cf17, Cf18 et Cf19	Outil à charioter de finition	150	3400	0,05	170	0,5
3	Gorgeage L et M ; Cf20, 2Cf21, Cf22 et 2Cf23	Outil de gorge	80	3184	0,1	318,4	3
4	Filetage Tr 12x2 ; 2Cf12 finition	Outil à Filetage trapézoïdale	50	1326	2	2652	0,25

B. I. 5. 2. Compléter le tableau des coordonnées des points puis le programme en code ISO NUM de l'opération de finition du profil 0, 0', 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0'' et 0. Les conditions d'usinage de la pièce sont choisies à partir de la gamme d'usinage DT8.

Feuille de programme		Ensemble : Poignet porte pince du robot
PHASE 30		Pièce : vis (5)
Opération de finition du profil		Matériau:
TOURNAGE : Finition du profil	Date : xxxx	Série : 1000

Coordonnées des points		
Pts	X	Z
0	150	300
0'	40	169
1	6	169
2	10	167
3	10	150
4	12	149
5	12	55
6	14	54
7	14	15
8	23	15
9	25	14
0''	40	14



N°	Programme	N°	Programme
N210	G40 G80 G90 M05 M09	N300	Z150 (3)
N220	G00 G52 X0 Z0	N310	X12 Z149 (4)
	(FINITION PROFIL)	N320	Z55 (5)
N230	M6.T02 D02 (outil de finition)	N330	X14 Z54 (6)
N240	G92 S5000	N340	Z 15 (7)
N250	G0 X150 Z300 (0)	N350	X23

			(8)
N260	G96 S 150 F 0,05 M3 M8	N360	X25 Z14
			(9)
N270	X 40 Z169 (0')	N370	G00 X40 G40
			(0'')
N280	X (à calculer) G0 X6 (1)	N380	G00 G97 S3000 X 100 Z300
N290	G01 G42 X10 Z167 (2)	N390	

B.I.5.3. Dans la phase 40, on réalise la rainure en U avec une fraise de diamètre $\varnothing 9$ mm (Figure B.I.1). On demande :

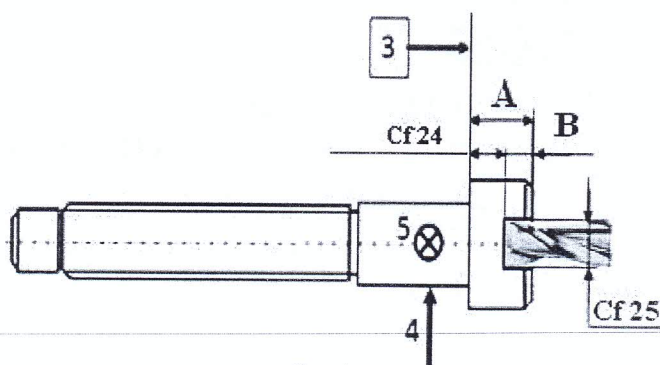


Figure B.I.1

a. d'indiquer le type de fraise :

Fraise cylindrique à deux tailles.....

b. de calculer la cote Cf24 : ($A=15^{+0,2}$ et $B=10^{+0,3}$)

$$IT_{CC} = \sum (IT_A + IT_{Cf24})$$

$$0,6 = 0,4 + IT_{Cf24} \Rightarrow IT_{Cf24} = 0,6 - 0,4 = 0,2$$

$$B_{Max} = A_{max} - Cf24_{min} \Rightarrow Cf24_{min} = A_{Max} - B_{Max}$$

$$Cf24_{min} = 15,2 - 10,3 = 4,9$$

$$Cf24_{Max} = A_{min} - B_{min} = 14,8 - 9,7 = 5,1$$

$$Cf24 = 5^{+0,1}$$

B. I. 6. Métrologie

A la phase 30, on usine la surface D (voir DT6 et DT7) de la vis (5) avant l'opération de filetage avec un diamètre $\varnothing 12^{+0,2}$. On contrôle ce diamètre à l'aide d'un pied à coulisse au 1/50.

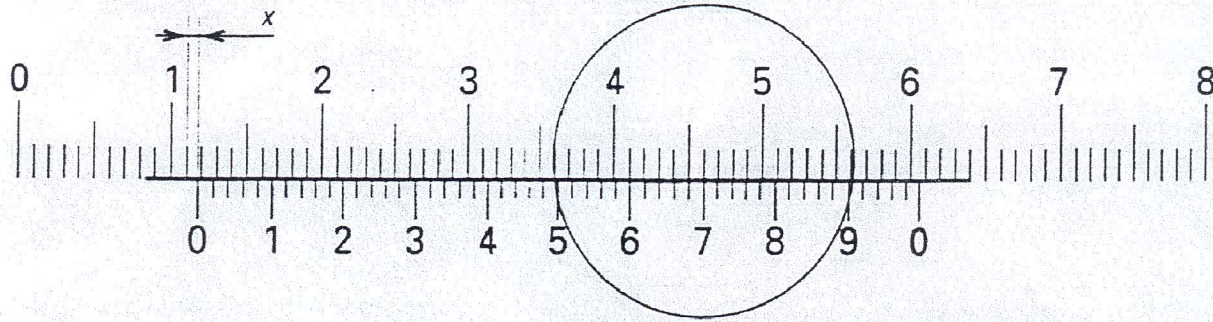


Figure B. I. 2

B. I. 6. 1. Inscrivez la cote lue à partir de la Figure B. I. 2,

Cote lue :

D =11,70.....

B. I. 6. 2. Conclure sur la cote lue.

Cote donnée Max 12,20 et min 11,8

$11,70 < 11,80$ Donc la pièce fabriquée est hors tolérance

PARTIE B.II : Poinçonnage et découpage

Etude de la production de la biellette (6), (DT 9) :

La biellette (6) est réalisée sur un seul poste de découpage et de poinçonnage en même temps (figure B. II. 1.) (Dossier Présentation, Données et Hypothèses). La biellette est fabriquée à raison de 2000 pièces en acier C10 recuit d'épaisseur 8 mm.

B. II.1 : Citer les différentes opérations d'obtention des pièces en tôles représentées sur le dessin de la figure B. II. 2.

- 1 :... Poinçonnage
- 2 :... Découpage
- 3 :... Crevage
- 4 :... Encochage

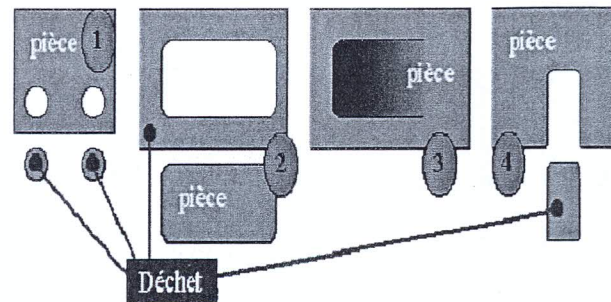


Figure B. II. 2.

A partir du document technique (DT9) :

B. II. 2. Déterminer la largeur de la bande (**LB**) et le pas (**Pas**) pour obtenir la biellette :

$$LB = a + 45 + a = 4 + 45 + 4 = 53$$

$$Pas = L + a = 20 + 4 = 24$$

$$LB = 53 \text{ mm}$$

$$Pas = 24 \text{ mm}$$

B. II. 3. Donner le nombre de poinçons nécessaires pour produire une biellette.

2 poinçons pour le poinçonnage de deux trous de diamètre 8
Plus un troisième pour le découpage

$$\text{Nombre de poinçons} = 3$$

B. II. 4. Déterminer le périmètre découpé (**Pd**), les périmètres poinçonnés (**Pp**) ainsi que le périmètre total (**Pt**).

$$Pd = (25 \cdot 2) + (2 \cdot 3,14 \cdot 10) = 112,8$$

$$Pp = 3,14 \cdot 8 \cdot 2 = 50,24$$

$$Pt = 112,8 + 50,24 = 163,04$$

$$Pd = 112,8 \text{ mm}$$

$$Pp = 50,24 \text{ mm}$$

$$Pt = 163,04 \text{ mm}$$

B. II. 5. Calculer l'effort total (**F**) de poinçonnage et de découpage de la biellette.

$$F = Pt \cdot e \cdot Rc$$

$$Rc = 0,8 Rm \quad \text{avec } Rm = 190 \text{ MPa}$$

$$Rc = 0,8 \cdot 190 = 152 \text{ MPa}$$

$$\Rightarrow F = 163,04 \cdot 8 \cdot 152 = 198256,64$$

$$F = 198256,64 \text{ N}$$

PARTIE C : MECANIQUE & RDM

Partie 1 : Etude Cinématique

C.1.1- Etude de la chaîne fermée des solides (0)-(1)-(2)-(3)-(7)-(0).

C.1.1.1- Déterminer, dans la base $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, le torseur cinématique du vilebrequin (1) dans son mouvement par rapport au bâti (0) au point A puis au point C :

$$\{V(1/0)\}_A = \left\{ \begin{array}{c|c} \dot{\theta}_1 \vec{z}_0 & -R\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 \\ \hline R\dot{\theta}_1 \vec{y}_1 & R\dot{\theta}_1 \cos \theta_1 \\ \hline \dot{\theta}_1 & 0 \end{array} \right\}_A \dots\dots\dots$$

$$\{V(1/0)\}_C = \left\{ \begin{array}{c|c} \dot{\theta}_1 \vec{z}_0 & -R\dot{\theta}_1 \cos(\theta_1 + \pi/6) \\ \hline -R\dot{\theta}_1 \vec{x}_1^* & -R\dot{\theta}_1 \sin(\theta_1 + \pi/6) \\ \hline \dot{\theta}_1 & 0 \end{array} \right\}_C \dots\dots\dots$$

$$\{V(1/0)\}_A = \left\{ \begin{array}{c|c} \dots\dots 0 \dots\dots & \dots\dots -R\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 \dots\dots \\ \hline \dots\dots 0 \dots\dots & \dots\dots R\dot{\theta}_1 \cos \theta_1 \dots\dots \\ \hline \dots\dots \dot{\theta}_1 \dots\dots & \dots\dots 0 \dots\dots \end{array} \right\}_A$$

$$\{V(1/0)\}_C = \left\{ \begin{array}{c|c} \dots\dots 0 \dots\dots & \dots\dots -R\dot{\theta}_1 \cos(\theta_1 + \pi/6) \dots\dots \\ \hline \dots\dots 0 \dots\dots & \dots\dots -R\dot{\theta}_1 \sin(\theta_1 + \pi/6) \dots\dots \\ \hline \dots\dots \dot{\theta}_1 \dots\dots & \dots\dots 0 \dots\dots \end{array} \right\}_C$$

C.1.1.2- Déterminer, dans la base $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, le torseur cinématique de la bielle (2) dans son mouvement par rapport au bâti (0) au point B. (Les composantes de ce torseur seront exprimées en fonction de θ_1, θ_2 , et de leurs dérivées par rapport au temps) :

$$\{V(2/0)\}_B = \left\{ \begin{array}{c} -\dot{\theta}_2 \vec{z}_0 \\ \vec{V}(B \in 2/0) \end{array} \right\}_B \text{ avec } \vec{V}(B \in 2/0) = \vec{V}(A \in 2/0) + \vec{\Omega}(2/0) \wedge \overrightarrow{AB} \dots\dots\dots$$

$$\text{Soit : } \vec{V}(B \in 2/0) = R\dot{\theta}_1 \vec{y}_1 - \dot{\theta}_2 \vec{z}_0 \wedge L_2 \vec{x}_2 = R\dot{\theta}_1 \vec{y}_1 - L_2 \dot{\theta}_2 \vec{y}_2 \dots\dots\dots$$

Par projection dans base $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$:

$$\vec{V}(B \in 2/0) = (-R\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - L_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2) \vec{x}_0 + (R\dot{\theta}_1 \cos \theta_1 - L_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2) \vec{y}_0 \dots\dots\dots$$

$$\{V(2/0)\}_B = \left\{ \begin{array}{c|c} \dots\dots 0 \dots\dots & \dots\dots -R\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - L_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \dots\dots \\ \hline \dots\dots 0 \dots\dots & \dots\dots R\dot{\theta}_1 \cos \theta_1 - L_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 \dots\dots \\ \hline \dots\dots -\dot{\theta}_2 \dots\dots & \dots\dots 0 \dots\dots \end{array} \right\}_B$$

C.1.1.3- Déterminer, dans la base $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, le torseur cinématique du coulisseau (3) dans son mouvement par rapport au bâti (0) au point B. (Les composantes de ce torseur seront exprimées en fonction de $\dot{\lambda}$: la dérivée du paramètre λ par rapport au temps).

$$\{V(3/0)\}_B = \left\{ \begin{array}{c|c} \dots 0 \dots & \dots \dot{\lambda} \dots \\ \dots 0 \dots & \dots 0 \dots \\ \dots 0 \dots & \dots 0 \dots \end{array} \right\}_B$$

C.1.1.4- En se basant sur la composition du vecteur vitesse au point B, déduire deux relations scalaires entre $\dot{\theta}_1$, $\dot{\theta}_2$ et $\dot{\lambda}$.

En écrivant : $\vec{V}(B \in 3/0) = \underbrace{\vec{V}(B \in 3/2)}_{=0} + \vec{V}(B \in 2/0)$. On déduit :

$$\begin{cases} \dot{\lambda} = -R\dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - L_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2 \dots \\ R\dot{\theta}_1 \cos \theta_1 = L_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2 \dots \end{cases}$$

C.1.2- Etude de la chaîne fermée des solides (0)-(1)-(4)-(5)-(6)-(7)-(0).

C.1.2.1- Déterminer, dans la base $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, le torseur cinématique de la genouillère (5) dans son mouvement par rapport au bâti (0) au point E puis au point F.

$$\{V(5/0)\}_E = \left\{ \begin{array}{c} -\dot{\theta}_5 \vec{z}_0 \\ \vec{V}(E \in 5/0) \end{array} \right\}_E \quad \text{avec} \quad \vec{V}(E \in 5/0) = \vec{V}(D \in 5/0) + \vec{\Omega}(5/0) \wedge \overrightarrow{DE} \dots$$

$$\text{Soit : } \vec{V}(E \in 5/0) = -\dot{\theta}_5 \vec{z}_0 \wedge L_{51} \vec{x}_5 = -L_{51} \dot{\theta}_5 \vec{y}_5 \dots$$

$$\text{De même : } \vec{V}(F \in 5/0) = -\dot{\theta}_5 \vec{z}_0 \wedge (L_{51} + L_{52}) \vec{x}_5 = -(L_{51} + L_{52}) \dot{\theta}_5 \vec{y}_5 \dots$$

$$\text{Par projection dans base } B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0) : \vec{y}_5 = \sin \theta_5 \vec{x}_0 + \cos \theta_5 \vec{y}_0 \dots$$

$$\{V(5/0)\}_E = \left\{ \begin{array}{c|c} \dots 0 \dots & \dots -L_{51} \dot{\theta}_5 \sin \theta_5 \dots \\ \dots 0 \dots & \dots -L_{51} \dot{\theta}_5 \cos \theta_5 \dots \\ \dots -\dot{\theta}_5 \dots & \dots 0 \dots \end{array} \right\}_E$$

$$\{V(5/0)\}_F = \left\{ \begin{array}{c|c} \dots 0 \dots & \dots -(L_{51} + L_{52}) \dot{\theta}_5 \sin \theta_5 \dots \\ \dots 0 \dots & \dots -(L_{51} + L_{52}) \dot{\theta}_5 \cos \theta_5 \dots \\ \dots -\dot{\theta}_5 \dots & \dots 0 \dots \end{array} \right\}_F$$

C.1.2.2- Déterminer, dans la base $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, le torseur cinématique de la bielle (4) dans son mouvement par rapport au bâti (0) au point C. Les composantes de ce torseur seront déterminées en fonction de θ_4 , θ_5 et de leurs dérivées.

$$\{V(4/0)\}_C = \left\{ \begin{array}{l} (\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_5) \vec{z}_0 \\ \vec{V}(C \in 4/0) \end{array} \right\} \text{ avec } \vec{V}(C \in 4/0) = \vec{V}(E \in 4/0) + \vec{\Omega}(4/0) \wedge \overrightarrow{EC} \text{ et } \vec{V}(E \in 4/0) = \vec{V}(E \in 5/0) \dots$$

$$\text{Soit : } \vec{V}(C \in 4/0) = -L_{51} \dot{\theta}_5 \vec{y}_5 + (\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_5) \vec{z}_0 \wedge L_4 \vec{y}_4 = -L_{51} \dot{\theta}_5 \vec{y}_5 - L_4 (\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_5) \vec{x}_4 \dots$$

$$\text{Par projection dans base } B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0) : \vec{y}_5 = \sin \theta_5 \vec{x}_0 + \cos \theta_5 \vec{y}_0 ; \vec{x}_4 = \cos(\theta_4 - \theta_5) \vec{x}_0 + \sin(\theta_4 - \theta_5) \vec{y}_0 \dots$$

Ainsi :

$$\{V(4/0)\}_C = \left\{ \begin{array}{l|l} \dots 0 \dots & \dots -L_{51} \dot{\theta}_5 \sin \theta_5 - L_4 (\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_5) \cos(\theta_4 - \theta_5) \dots \\ \dots 0 \dots & \dots -L_{51} \dot{\theta}_5 \cos \theta_5 - L_4 (\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_5) \sin(\theta_4 - \theta_5) \dots \\ \dots \dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_5 \dots & \dots 0 \dots \end{array} \right\}_C^B$$

C.1.2.3- En se basant sur la composition du vecteur vitesse au point C, déduire deux relations scalaires entre $\dot{\theta}_1$, $\dot{\theta}_4$ et $\dot{\theta}_5$.

$$\text{En écrivant : } \vec{V}(C \in 4/1) = \vec{V}(C \in 4/0) - \vec{V}(C \in 1/0) = \vec{0} \dots$$

On déduit :

$$\left\{ \begin{array}{l} R \dot{\theta}_1 \cos(\theta_1 + \pi/6) = L_{51} \dot{\theta}_5 \sin \theta_5 + L_4 (\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_5) \cos(\theta_4 - \theta_5) \dots \\ R \dot{\theta}_1 \sin(\theta_1 + \pi/6) = L_{51} \dot{\theta}_5 \cos \theta_5 + L_4 (\dot{\theta}_4 - \dot{\theta}_5) \sin(\theta_4 - \theta_5) \dots \end{array} \right.$$

C.1.2.4- Déterminer, dans la base $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, le torseur cinématique du bras (6) dans son mouvement par rapport au bâti (0) au point G. Les composantes de ce torseur seront déterminées en fonction de θ_5 , θ_6 et de leurs dérivées.

$$\{V(6/0)\}_G = \left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}_6 \vec{z}_0 \\ \vec{V}(G \in 6/0) \end{array} \right\} \text{ avec } \vec{V}(G \in 6/0) = \vec{V}(F \in 6/0) + \vec{\Omega}(6/0) \wedge \overrightarrow{FG} \text{ et } \vec{V}(F \in 6/0) = \vec{V}(F \in 5/0) \dots$$

$$\text{Soit : } \vec{V}(G \in 6/0) = -(L_{51} + L_{52}) \dot{\theta}_5 \vec{y}_5 + \dot{\theta}_6 \vec{z}_0 \wedge L_6 \vec{x}_6 = -(L_{51} + L_{52}) \dot{\theta}_5 \vec{y}_5 + L_6 \dot{\theta}_6 \vec{y}_6 \dots$$

$$\text{Par projection dans base } B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0) : \vec{y}_5 = \sin \theta_5 \vec{x}_0 + \cos \theta_5 \vec{y}_0 ; \vec{y}_6 = -\sin \theta_6 \vec{x}_0 + \cos \theta_6 \vec{y}_0 \dots$$

$$\{V(6/0)\}_G = \left\{ \begin{array}{l|l} \dots 0 \dots & \dots -(L_{51} + L_{52}) \dot{\theta}_5 \sin \theta_5 - L_6 \dot{\theta}_6 \sin \theta_6 \dots \\ \dots 0 \dots & \dots -(L_{51} + L_{52}) \dot{\theta}_5 \cos \theta_5 + L_6 \dot{\theta}_6 \cos \theta_6 \dots \\ \dots \dot{\theta}_6 \dots & \dots 0 \dots \end{array} \right\}_G^B$$

C.1.2.5- Déterminer, dans la base $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, le torseur cinématique du coulisseau (7) dans son mouvement par rapport au bâti (0) au point G. (Les composantes de ce torseur seront exprimées en fonction de $\dot{\mu}$: la dérivée du paramètre μ par rapport au temps).

$$\{V(7/0)\}_G = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & \dot{\mu} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{\substack{B_0 \\ G}}$$

C.1.2.6- En se basant sur la composition du vecteur vitesse au point G, déduire deux relations scalaires entre $\dot{\theta}_4$, $\dot{\theta}_5$ et $\dot{\mu}$.

En écrivant : $\vec{V}(G \in 6/7) = \vec{V}(G \in 6/0) - \vec{V}(G \in 7/0) = \vec{0}$

On déduit :

$$\begin{cases} -(L_{51} + L_{52})\dot{\theta}_5 \sin \theta_5 - L_6 \dot{\theta}_6 \sin \theta_6 = \dot{\mu} \dots\dots\dots \\ -(L_{51} + L_{52})\dot{\theta}_5 \cos \theta_5 + L_6 \dot{\theta}_6 \cos \theta_6 = 0 \dots\dots\dots \end{cases}$$

Dans la suite, nous considérons les hypothèses suivantes :

- Le vilebrequin (1) tourne à une vitesse angulaire $\dot{\theta}_1$ constante.
- On désigne par Σ le système regroupant les solides suivants : $\Sigma = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$;
- Le système est en mouvement plan sur plan (de vecteur normal $\vec{z}_0$) par rapport au bâti (0).

Partie 2 : Etude cinétique

C.2.1- Pour chaque solide du système Σ au cours de son mouvement par rapport au bâti (0), déterminer, dans la base $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, le torseur cinétique au point indiqué.

$$\{C(1/0)\}_O = \left\{ \begin{array}{c} m_1 \vec{V}(G_1/0) \\ \vec{\sigma}_O(1/0) \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ I_1 \dot{\theta}_1 \vec{z}_0 \end{array} \right\}_O$$

$$\{C(2/0)\}_O = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_O$$

$$\{C(3/0)\}_O = \left\{ \begin{array}{c} m_3 \vec{V}(G_3/0) \\ \vec{\sigma}_O(3/0) \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{c} m_3 \dot{\lambda} \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_O$$

$$\{C(4/0)\}_O = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_O$$

$$\{Q(5/0)\}_O = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$$

$$\{Q(6/0)\}_O = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_O$$

$$\{Q(7/0)\}_{G_7} = \begin{Bmatrix} m_7 \vec{V}(G/0) \\ \vec{0}_O(7/0) \end{Bmatrix}_{G_7} = \begin{Bmatrix} m_7 \dot{\mu} \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_{G_7}$$

Partie 3 : Etude énergétique

C.3.1- Déterminer l'expression de l'énergie cinétique du système Σ au cours de son mouvement par rapport au bâti (0) en fonction de $\dot{\theta}_1$, $\dot{\lambda}$ et $\dot{\mu}$.

$$E_c(\Sigma/0) = \sum_{i=1}^7 E_c(i/0) \text{ avec : } \dots\dots\dots$$

$$E_c(1/0) = \frac{1}{2} I_1 \dot{\Omega}(1/0)^2 = \frac{1}{2} I_1 \dot{\theta}_1^2 \dots\dots\dots$$

$$E_c(2/0) = E_c(4/0) = E_c(5/0) = E_c(6/0) = 0 \text{ (La masse et l'inertie des solides (2), (4), (5) et (6) sont négligeables) } \dots\dots\dots$$

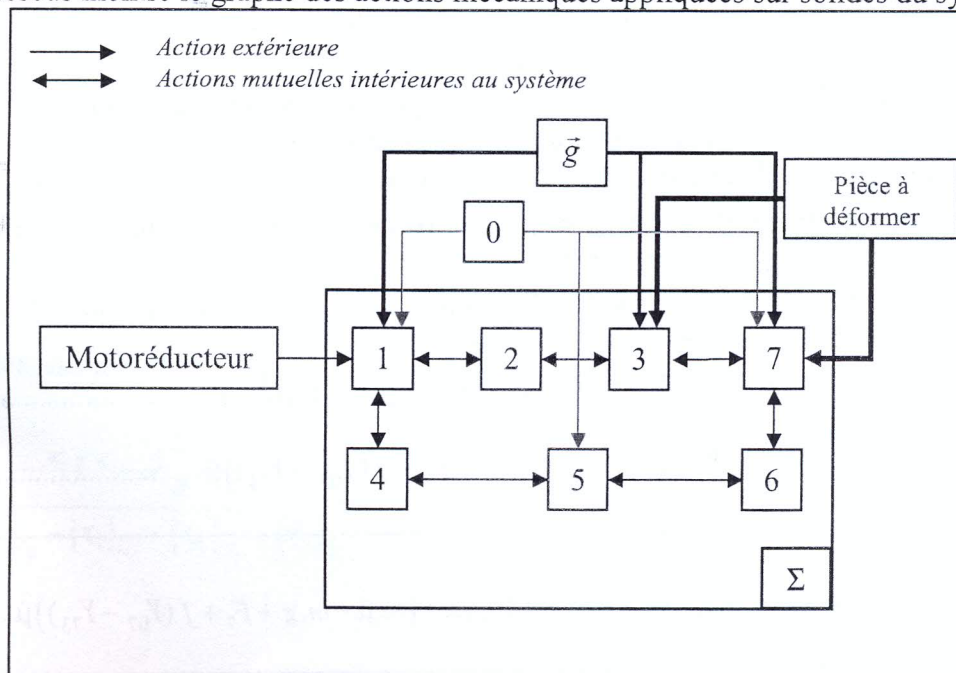
$$E_c(3/0) = \frac{1}{2} m_3 \vec{V}(G_3/0)^2 = \frac{1}{2} m_3 \dot{\lambda}^2 \dots\dots\dots$$

$$E_c(7/0) = \frac{1}{2} m_7 \vec{V}(G/0)^2 = \frac{1}{2} m_7 \dot{\mu}^2 \dots\dots\dots$$

$$\text{Par suite : } E_c(\Sigma/0) = \frac{1}{2} (I_1 \dot{\theta}_1^2 + m_3 \dot{\lambda}^2 + m_7 \dot{\mu}^2) \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots E_c(\Sigma/0) = \frac{1}{2} (I_1 \dot{\theta}_1^2 + m_3 \dot{\lambda}^2 + m_7 \dot{\mu}^2) \dots\dots\dots$$

La figure ci-dessous montre le graphe des actions mécaniques appliquées sur solides du système Σ .



C.3.2- Déterminer la puissance développée par les actions mécaniques extérieures et intérieures au système Σ au cours de son mouvement par rapport au bâti (0).

$$P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/0) = P(0 \rightarrow 1/0) + P(0 \rightarrow 5/0) + P(0 \rightarrow 7/0) + P(\text{Motoréducteur} \rightarrow 1/0) \\ + P(\text{pièce} \rightarrow 3/0) + P(\text{pièce} \rightarrow 7/0) + P(\vec{g} \rightarrow 1/0) + P(\vec{g} \rightarrow 3/0) + P(\vec{g} \rightarrow 7/0) \quad \text{avec :} \\ P(0 \rightarrow 1/0) = P(0 \rightarrow 5/0) = 0 \quad (\text{Liaisons pivots parfaites}) \quad \text{.....}$$

$$P(0 \rightarrow 7/0) = \{\tau(0 \rightarrow 7)\}_G \otimes \{V(7/0)\}_G = \begin{Bmatrix} -fY_{07} & 0 \\ Y_{07} & 0 \\ 0 & N_{07} \end{Bmatrix}_G^{B_0} \otimes \begin{Bmatrix} 0 & \dot{\mu} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_G^{B_0} = -fY_{07}\dot{\mu} \quad \text{.....}$$

$$P(\text{Motoréducteur} \rightarrow 1/0) = C_e \dot{\theta}_1 \quad \text{.....}$$

$$P(\text{pièce} \rightarrow 3/0) = \{\tau(\text{pièce} \rightarrow 3)\}_B \otimes \{V(3/0)\}_B = \begin{Bmatrix} -F_3 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B^{B_0} \otimes \begin{Bmatrix} 0 & \dot{\lambda} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B^{B_0} = -F_3 \dot{\lambda} \quad \text{.....}$$

$$P(\text{pièce} \rightarrow 7/0) = \{\tau(\text{pièce} \rightarrow 7)\}_B \otimes \{V(7/0)\}_B = \begin{Bmatrix} -F_7 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B^{B_0} \otimes \begin{Bmatrix} 0 & \dot{\mu} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B^{B_0} = -F_7 \dot{\mu} \quad \text{.....}$$

$$P(\vec{g} \rightarrow 1/0) = \{\tau(\vec{g} \rightarrow 1)\}_O \otimes \{V(1/0)\}_O = 0 ; P(\vec{g} \rightarrow 3/0) = \{\tau(\vec{g} \rightarrow 3)\}_{G_3} \otimes \{V(3/0)\}_{G_3} = m_3 g \dot{\lambda} \quad \text{.....}$$

$$P(\vec{g} \rightarrow 7/0) = \{\tau(\vec{g} \rightarrow 7)\}_{G_3} \otimes \{V(7/0)\}_{G_3} = m_7 g \dot{\mu} \quad \text{.....}$$

$$\text{Finalement : } P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/0) = C_e \dot{\theta}_1 + (m_3 g - F_3) \dot{\lambda} + (m_7 g - F_7 - fY_{07}) \dot{\mu} \quad \text{.....}$$

$$P_{\text{int}}(\Sigma) = P(7 \leftrightarrow 3) = \{\tau(7 \rightarrow 3)\}_B \otimes \{V(3/7)\}_B = \begin{Bmatrix} -fY_{73} & 0 \\ Y_{73} & 0 \\ 0 & N_{73} \end{Bmatrix}_B^{B_0} \otimes \begin{Bmatrix} 0 & \dot{\lambda} - \dot{\mu} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B^{B_0} = -fY_{73}(\dot{\lambda} - \dot{\mu}) \quad \text{.....}$$

$$P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/0) = C_e \dot{\theta}_1 + (m_3 g - F_3) \dot{\lambda} + (m_7 g - F_7 - fY_{07}) \dot{\mu}$$

$$P_{\text{int}}(\Sigma) = -fY_{73}(\dot{\lambda} - \dot{\mu})$$

C.3.3- Appliquer le théorème de l'énergie cinétique au système Σ au cours de son mouvement par rapport au bâti (0). En déduire l'expression reliant la puissance délivrée par le motoréducteur et les deux forces F_3 et F_7 en fonction des dérivées premières et secondes des paramètres de mouvement μ et λ ainsi que d'autres paramètres et données du problème.

$$\text{Enoncé du TEC : } \frac{dE_c(\Sigma/0)}{dt} = P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma/0) + P_{\text{int}}(\Sigma) \quad \text{.....}$$

$$\text{Soit : } m_3 \dot{\lambda} \ddot{\lambda} + m_7 \dot{\mu} \ddot{\mu} = C_e \dot{\theta}_1 + (m_3 g - F_3) \dot{\lambda} + (m_7 g - F_7 - fY_{07}) \dot{\mu} - fY_{73}(\dot{\lambda} - \dot{\mu}) \quad \text{.....}$$

$$\text{Ainsi : } C_e \dot{\theta}_1 = (m_3 \ddot{\lambda} - m_3 g + F_3 + fY_{73}) \dot{\lambda} + (m_7 \ddot{\mu} - m_7 g + F_7 + f(Y_{07} - Y_{73})) \dot{\mu} \quad \text{.....}$$

$$P_{\text{Motoréducteur} \rightarrow \Sigma/0} = C_e \dot{\theta}_1 = (m_3 \ddot{\lambda} - m_3 g + F_3 + fY_{73}) \dot{\lambda} + (m_7 \ddot{\mu} - m_7 g + F_7 + f(Y_{07} - Y_{73})) \dot{\mu} \quad \text{.....}$$

Partie 4 : RDM

C.4.1- Déterminer les composantes du torseur de cohésion tout au long de la ligne moyenne de la poutre (O_1O_2). Préciser le type des sollicitations simples.

Zone 1: $0 \leq z < \frac{L}{4}$

$$\{\tau_{coh}\}_{G_s} = -\{\tau_0\}_{G_s} - \{\tau_1\}_{G_s}$$

$$\{\tau_{coh}\}_{G_s} = -\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & C_e \end{Bmatrix}_{G_s}^{B_0} - \begin{Bmatrix} X_1 & zY_1 \\ Y_1 & -zX_1 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{G_s}^{B_0} = \begin{Bmatrix} -X_1 & -zY_1 \\ -Y_1 & zX_1 \\ 0 & -C_e \end{Bmatrix}_{G_s}^{B_0} = \begin{Bmatrix} 14016 & -10082z \\ -10082 & -14016z \\ 0 & -5500 \end{Bmatrix}_{G_s}^{B_0} \quad (z \text{ en mètre})$$

$$\{\tau_{coh}\}_{G_s} = \begin{Bmatrix} 14016 & -10082z \\ -10082 & -14016z \\ 0 & -5500 \end{Bmatrix}_{G_s}^{B_0}$$

Types des sollicitations simples :

- Torsion + 2 flexions planes

Zone 2: $\frac{L}{4} \leq z < \frac{L}{2}$

$$\{\tau_{coh}\}_{G_s} = -\{\tau_0\}_{G_s} - \{\tau_1\}_{G_s} - \{\tau_2\}_{G_s}$$

$$\{\tau_{coh}\}_{G_s} = \begin{Bmatrix} -X_1 & -zY_1 \\ -Y_1 & zX_1 \\ 0 & -C_e \end{Bmatrix}_{G_s}^{B_0} - \begin{Bmatrix} F_{C_{1x}} & F_{C_{1y}}(z - \frac{L}{4}) \\ F_{C_{1y}} & -F_{C_{1x}}(z - \frac{L}{4}) \\ 0 & -\frac{C_e}{4} \end{Bmatrix}_{G_s}^{B_0} = \begin{Bmatrix} -X_1 - F_{C_{1x}} & -zY_1 - F_{C_{1y}}(z - \frac{L}{4}) \\ -Y_1 - F_{C_{1y}} & zX_1 + F_{C_{1x}}(z - \frac{L}{4}) \\ 0 & -\frac{3C_e}{4} \end{Bmatrix}_{G_s}^{B_0}$$

$$\text{Soit : } \{\tau_{coh}\}_{G_s} = \begin{Bmatrix} -1723.5 & -17179z + 1419.4 \\ -17179 & 1723.5z - 3147.9 \\ 0 & -4125 \end{Bmatrix}_{G_s}^{B_0} \quad (z \text{ en mètre})$$

$$\{\tau_{coh}\}_{G_s} = \begin{Bmatrix} -1723.5 & -17179z + 1419.4 \\ -17179 & 1723.5z - 3147.9 \\ 0 & -4125 \end{Bmatrix}_{G_s}^{B_0}$$

Types des sollicitations simples :

- Torsion + 2 flexions planes

Zone 3: $\frac{L}{4} \leq z < \frac{3L}{4}$

$$\{\tau_{coh}\}_{G_s} = -\{\tau_0\}_{G_s} - \{\tau_1\}_{G_s} - \{\tau_2\}_{G_s} - \{\tau_3\}_{G_s}$$

$$\{\tau_{coh}\}_{G_s} = \left\{ \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} -X_1 - F_{C_1x} \\ -Y_1 - F_{C_1y} \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} -zY_1 - F_{C_1y}(z - \frac{L}{4}) \\ zX_1 + F_{C_1x}(z - \frac{L}{4}) \\ -\frac{3C_e}{4} \end{array} \end{array} \right\}_{G_s}^{B_0} - \left\{ \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} F_{A_1x} \\ F_{A_1y} \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} F_{A_1y}(z - \frac{L}{2}) \\ -F_{A_1x}(z - \frac{L}{2}) \\ -\frac{C_e}{2} \end{array} \end{array} \right\}_{G_s}^{B_0} \dots\dots\dots$$

$$\{\tau_{coh}\}_{G_s} = \left\{ \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} -X_1 - F_{C_1x} - F_{A_1x} \\ -Y_1 - F_{C_1y} - F_{A_1y} \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} -zY_1 - F_{C_1y}(z - \frac{L}{4}) - F_{A_1y}(z - \frac{L}{2}) \\ zX_1 + F_{C_1x}(z - \frac{L}{4}) + F_{A_1x}(z - \frac{L}{2}) \\ -\frac{C_e}{4} \end{array} \end{array} \right\}_{G_s}^{B_0} \dots\dots\dots$$

Soit :

$$\{\tau_{coh}\}_{G_s} = \left\{ \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} 1723.5 \\ 17179 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 17179z - 12323.8 \\ -1723.5z - 1769.1 \\ -1375 \end{array} \end{array} \right\}_{G_s}^{B_0} \quad (z \text{ en mètre})$$

Types des sollicitations simples :

- Torsion + 2 flexions planes.....

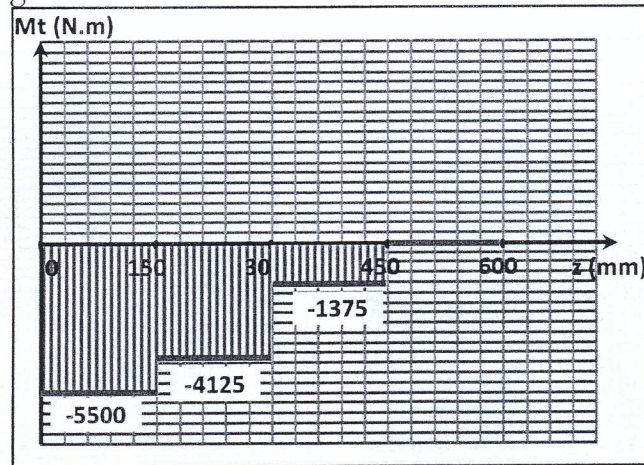
Zone 4: $3\frac{L}{4}$ $\leq z < \dots L$

$$\{\tau_{coh}\}_{G_s} = \{\tau_s\}_{G_s} = \left\{ \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} X_s \\ Y_s \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} -(L-z)Y_s \\ (L-z)X_s \\ 0 \end{array} \end{array} \right\}_{G_s}^{B_0} = \left\{ \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} -14016 \\ 10082 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 10082z - 8065.6 \\ 14016z - 11212.8 \\ 0 \end{array} \end{array} \right\}_{G_s}^{B_0} \quad (z \text{ en mètre}) \dots\dots\dots$$

$$\{\tau_{coh}\}_{G_s} = \left\{ \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} -14016 \\ 10082 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} 10082z - 8065.6 \\ 14016z - 11212.8 \\ 0 \end{array} \end{array} \right\}_{G_s}^{B_0}$$

Types des sollicitations simples :

- 2 flexions planes

C.4.2- Etude de la résistance de la poutre au moment de torsion**C.4.2.1. Tracer le diagramme du moment de torsion.****C.4.2.2. Calculer le diamètre minimal ($D_{\min}$) de la poutre à partir de la condition de rigidité.**

Condition de rigidité : $\theta \leq \theta_{\lim}$ avec $\theta = \frac{|M_{t\max}|}{G I_G(S)} = \frac{32 |M_{t\max}|}{G \pi D^4} \leq \theta_{\lim}$

D'où : $D \geq \sqrt[4]{\frac{32 |M_{t\max}|}{G \pi \theta_{\lim}}}$

soit $D_{\min} = \sqrt[4]{\frac{32 * C_m * 10^3 * 180}{\pi * 8 * 10^4 * 0.45 * \pi * 10^{-3}}} = \sqrt[4]{16211.39 C_m} = 11.2838 \sqrt[4]{C_m} = 97.173 \text{ mm}$

$D_{\min} = 97.173 \text{ mm}$

C.4.2.3. Pour ce diamètre, et en tenant compte du facteur de concentration des contraintes à la torsion, calculer alors la contrainte tangentielle maximale en torsion et conclure.

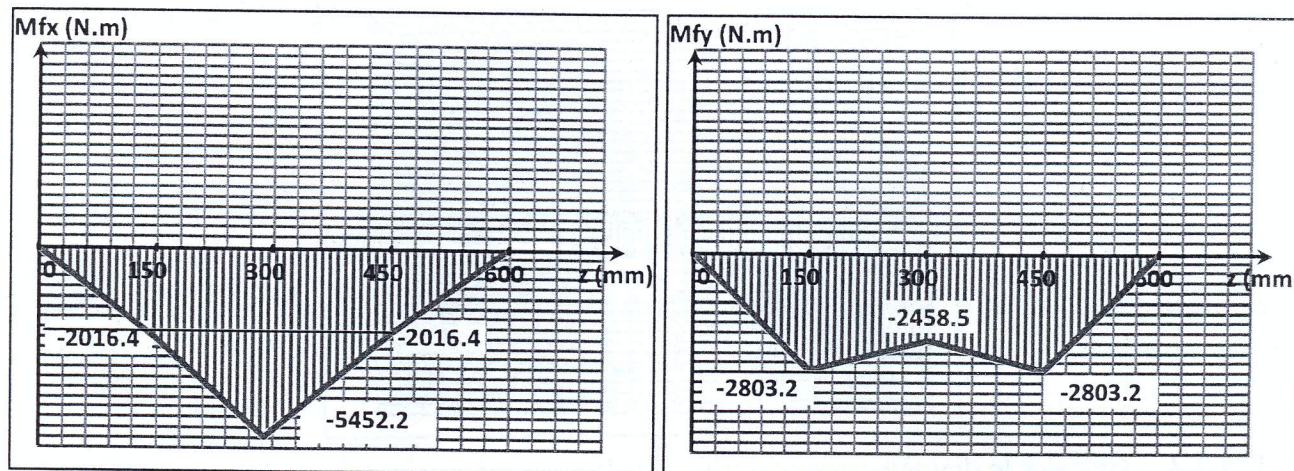
$$|\tau_{\max}| = k_{t0} \frac{|M_{t\max}|}{I_G(S)} = k_{t0} \frac{16 |M_{t\max}|}{\pi D^3} = \frac{2.5 * 16 * 5500 * 10^3}{\pi * 97.137^3} = 76.32 \text{ MPa}$$

$$|\tau_{\max}| < R_{\rho g} = \frac{0.5 R_e}{s} = \frac{0.5 * 580}{3} = 96.667 \text{ MPa} \Rightarrow \text{L'arbre résiste à la torsion}$$

$|\tau_{\max}| = 76.32 \text{ MPa}$

Conclusion :

L'arbre résiste à la torsion.....

C.4.3- Etude de résistance au moment fléchissant**C.4.3.1.** Tracer le diagramme des moments fléchissant M_{fx} et M_{fy} **C.4.3.2.** Déterminer le moment fléchissant résultant ($M_f = \sqrt{M_{fx}^2 + M_{fy}^2}$) dans la section droite de centre A_1 .

Au point A_1 : $M_f(A_1) = \sqrt{5452.2^2 + 2458.5^2} = 5980.86 \text{ N.m}$

$$M_f(A_1) = 5980.86 \text{ N.m} \dots\dots\dots$$

C.4.3.3. Pour le diamètre calculé en **C.4.2.2**, et en tenant compte du facteur de concentration des contraintes à la flexion, vérifier la résistance de la section de centre A_1 vis-à-vis le moment fléchissant.**C.4.2.1.**

$$|\sigma| = k_{\sigma} \frac{|M_f|}{I_{G_x}(S)} = k_{\sigma} \frac{32|M_f|}{\pi D^3} = \frac{2.5 \times 32 \times 5980.86 \times 10^3}{\pi \times 97.137^3} = 166 \text{ MPa} \dots\dots\dots$$

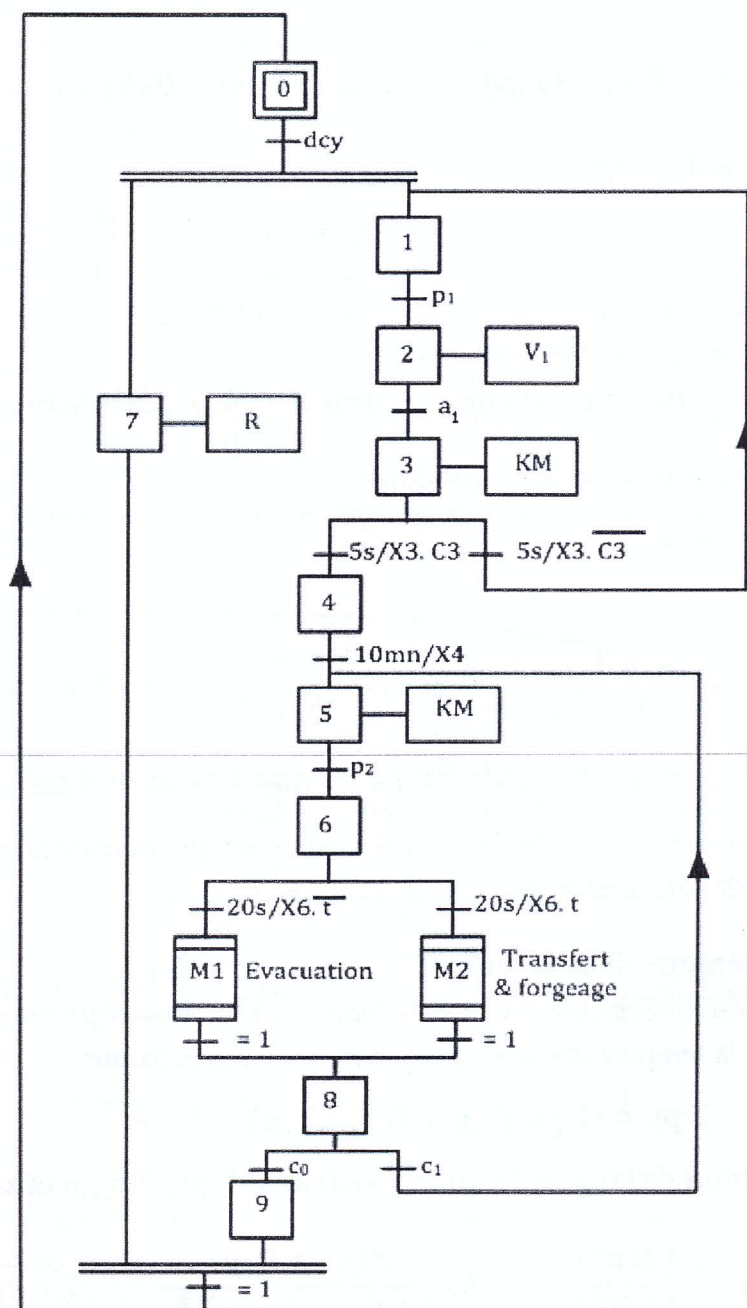
$$|\sigma_{\max}| < R_{pe} = \frac{R_e}{s} = \frac{580}{3} = 193.333 \text{ MPa} \Rightarrow \text{L'arbre résiste à la contrainte normale en flexion} \dots\dots\dots$$

PARTIE D : AUTOMATIQUE

D.1. Etude séquentielle de l'atelier de fabrication

D.1.1. Compléter le Grafcet du point de vue commande (niveau 2) décrivant le fonctionnement de l'atelier.

13pt



D.2. SYSTEME DE REGULATION DE LA TEMPERATURE DU FOUR

D.2.1. Analyse du comportement en boucle ouverte du modèle du four.

On considère que le four est soumis à un échelon de puissance de chauffe $q(t)=Q_0.\Gamma(t)$ où $\Gamma(t)$ représente l'échelon unité, avec $Q_0= 2 \text{ KW}$. On rappelle que le modèle proposé pour approcher le

comportement du four est : $H(p) = \frac{T(p)}{Q(p)} = \frac{K_f}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}$ avec : $K_f=0.4^\circ\text{C}/\text{W}$; $\tau_1=20\text{s}$; $\tau_2=300\text{s}$.

D2.1.1. Calculer la valeur initiale $T(0)$ et la valeur finale $T(\infty)$ de la température du four T (sans tenir compte de $T_a(t)$)

2pt

..... $T(0) = \lim_{t \rightarrow 0} T(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} pT(p)$... avec $T(p) = H(p) \cdot Q(p)$... et $Q(p) = \frac{Q_0}{p}$

..... $T(0) = 0$

..... $T(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} T(t) = \lim_{p \rightarrow 0} pT(p)$; $T(\infty) = Q_0 K_f$

..... $T(\infty) = 2000 \times 0.4 = 800^\circ\text{C}$

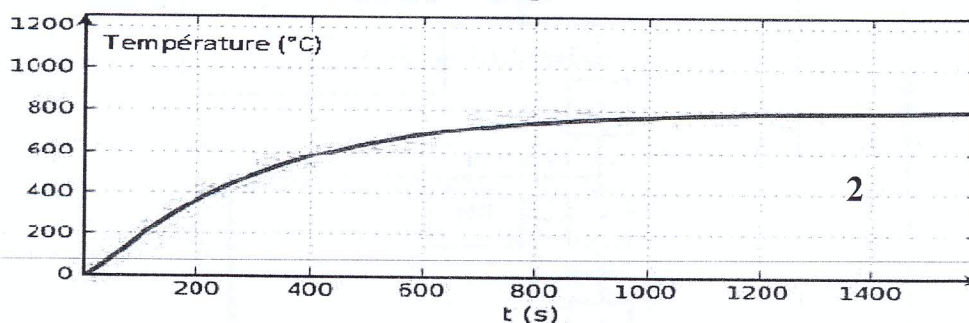
$T(0) = \dots 0^\circ\text{C} \dots$

$T(\infty) = \dots 800^\circ\text{C} \dots$

D.2.1.2. Tracer l'allure de cette réponse indicielle en température tout en précisant ses éléments caractéristiques et la nature de la réponse obtenue.

- Eléments Caractéristiques (tangente à l'origine, valeur en régime permanente: $T(\infty) = 800^\circ\text{C}, \dots$),
- Nature de la réponse obtenue : réponse apériodique

3pt



Nous présentons dans la suite une étude de la régulation de température en adoptant plusieurs choix de correcteurs $C(p)$ afin de satisfaire les performances souhaitées.

D2.2. Régulation de la température dans le four

A partir du schéma bloc du système présenté sur la figure D.3 du dossier présentation, données et hypothèses. L'expression de la température $T(p)$ peut se mettre sous la forme :

$$T(p) = H_1(p) \cdot T_c(p) - H_2(p) \cdot T_a(p)$$

D2.2.1. Déterminer les expressions de $H_1(p)$ et $H_2(p)$ en fonction de $C(p)$, $H(p)$, A et k_c .

2pt

$$H_1(p) = \left[\frac{T(p)}{T_c(p)} \right]_{T_a=0} = k_c \frac{C(p) \cdot A \cdot H(p)}{1 + C(p) \cdot A \cdot H(p) \cdot k_c}$$

$$H_2(p) = \left[\frac{T(p)}{T_a(p)} \right]_{T_c=0} = \frac{1}{1 + C(p) \cdot A \cdot H(p) \cdot k_c}$$

$H_1(p) = \dots k_c \frac{C(p) \cdot A \cdot H(p)}{1 + C(p) \cdot A \cdot H(p) \cdot k_c} \dots$

$H_2(p) = \dots \frac{1}{1 + C(p) \cdot A \cdot H(p) \cdot k_c} \dots$

Correcteur à action proportionnelle : $C(p) = K$.

Pour les questions de D2.2.2 à D2.2.4, on considère que le système est non perturbé par $T_a(t)$ ($T_a(t)=0$).

D.2.2.2. Donner l'expression de la fonction de transfert en boucle ouverte $H_{BO}(p) = \frac{V_m(p)}{\varepsilon(p)}$ en fonction de $C(p)$.

$$H_{BO}(p) = C(p) \cdot A \cdot H(p) \cdot k_c$$

1pt

$$H_{BO}(p) = \dots C(p) \cdot A \cdot H(p) \cdot k_c \dots$$

D.2.2.3. Déterminer la valeur du gain K pour avoir un coefficient d'amortissement en boucle fermée égal à $\frac{\sqrt{2}}{2}$. En déduire les valeurs du gain statique K_s , de la pulsation propre non amortie ω_0 du système en boucle fermée ;

5pt

$$\begin{aligned} FTBF = H_1(p) &= \left[\frac{T(p)}{T_c(p)} \right]_{T_a=0} = k_c \frac{C(p) \cdot A \cdot H(p)}{1 + C(p) \cdot A \cdot H(p) \cdot k_c} \\ &= \frac{k_c \cdot K \cdot A \cdot K_f}{\tau_1 \cdot \tau_2 p^2 + (\tau_1 + \tau_2)p + 1 + k_c \cdot K \cdot A \cdot K_f} = \frac{K_s}{\frac{p^2}{\omega_0^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} p + 1} \end{aligned}$$

$$\text{Avec } K_s = \frac{k_c \cdot K \cdot A \cdot K_f}{1 + k_c \cdot K \cdot A \cdot K_f} ; \omega_0 = \sqrt{\frac{1 + k_c \cdot K \cdot A \cdot K_f}{\tau_1 \cdot \tau_2}} ; \xi = \frac{1}{2} \frac{\tau_1 + \tau_2}{\sqrt{\tau_1 \cdot \tau_2 (1 + k_c \cdot K \cdot A \cdot K_f)}}$$

$$\xi = \frac{\sqrt{2}}{2} \implies K = \frac{1}{k_c \cdot A \cdot K_f} \left[\frac{(\tau_1 + \tau_2)^2}{2 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2} - 1 \right]$$

$$K = \frac{1}{k_c \cdot A \cdot K_f} \left[\frac{(\tau_1 + \tau_2)^2}{2 \cdot \tau_1 \cdot \tau_2} - 1 \right] = 9.41$$

$$K_s = \dots \frac{k_c \cdot K \cdot A \cdot K_f}{1 + k_c \cdot K \cdot A \cdot K_f} = 0.88$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1 + k_c \cdot K \cdot A \cdot K_f}{\tau_1 \cdot \tau_2}} = 37.10^{-3} \text{ rd/s}$$

D2.2.4. En se référant la figure D.6 du dossier «Présentation, données et hypothèses», déterminer le temps de réponse ($t_{5\%}$).

1p

$$\xi = \frac{\sqrt{2}}{2} \cong 0,7 \implies t_{5\%} \times \omega_0 \approx 3 \implies t_{5\%} = \frac{3}{\omega_0}$$

$$t_{5\%} = \dots 81,08 \text{ s}$$

D2.2.5. Calculer l'erreur statique de position pour une consigne en température $T_c(t)=500^\circ\text{C}$ et une perturbation de $T_a(t)=30^\circ\text{C}$ pour la valeur du gain K trouvée en **D2.2.3**.

2pt

$$\varepsilon(p) = k_c(T_c(p) - T(p)) \dots \text{avec} \dots T(p) = H_1(p)T_c(p) - H_2(p)T_a(p); T_c(p) = \frac{500}{p}; T_a(p) = \frac{30}{p}$$

$$\dots \varepsilon(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p\varepsilon(p); \varepsilon(\infty) = \frac{500k_c}{1+A.K.K_f.k_c} + \frac{30k_c}{1+A.K.K_f.k_c} \dots$$

$$\varepsilon(\infty) = \dots 0,62V \text{ (} 62^\circ\text{C)}$$

D2.2.6. Conclure quant à la satisfaction des performances imposées en termes de précision avec ce type de correcteur.

1pt

Le critère de précision imposé (erreur statique nulle avec rejet de perturbation) n'est pas respecté.

Correcteur à action proportionnelle et intégrale (PI) : $C(p) = K \left(1 + \frac{1}{\tau_i p}\right) = K \left(\frac{1+\tau_i p}{\tau_i p}\right)$

avec $K > 0$ et $\tau_i > 0$

Afin d'améliorer les performances du système de régulation, nous allons considérer une nouvelle correction de type PI.

D2.2.7. Sans faire de calcul et en justifiant votre réponse, quelle est l'erreur statique de position pour une consigne $T_c(t)$ d'amplitude 500°C et une perturbation $T_a(t)$ d'amplitude 30°C .

1pt

..... $\varepsilon(\infty) = 0$, car le système corrigé devient de classe 1 et l'intégration apportée par le correcteur est placée en amont de la perturbation.

$$\varepsilon(\infty) = \dots 0 \dots$$

La réponse indicielle en boucle fermée du système pour différentes valeurs de τ_i est présentée sur la figure **D.4** du dossier «Présentation, données et hypothèses».

D2.2.8. Parmi les valeurs de τ_i , choisir à partir de la figure **D.4** celle qui assure le temps de réponse à 5% le plus proche de la valeur souhaitée.

1

1

2pt

$$t_{5\%} = \dots 1250s \dots$$

$$\tau_i = \dots 0,05s \dots$$

D2.2.9. Déterminer alors le dépassement $D(\%)$ et le temps de pic (t_p) correspondant à la valeur de τ_i choisie dans la question **D2.2.8**.

2pt

$$\dots D(\%) = 100 \cdot \frac{523-500}{500} = 4,6\% \text{ (} \approx 5\%) \dots 1 \dots 1$$

$$\dots t_p = 1750s (<1950s) \dots$$

$$D(\%) = 4,6\% \text{ (} \approx 5\%)$$

$$t_p = 1750s (<1950s)$$

D2.2.10. Pour la valeur de τ_i choisie (dans la question D2.2.8), déterminer la valeur du gain K du correcteur permettant d'avoir une marge de phase de 45° pour la pulsation $\omega = 3 \cdot 10^{-3} \text{rd.s}^{-1}$.

..... $H_{BO}(p) = C(p) \cdot A \cdot H(p) \cdot k_c \dots ; \dots H_{BO}(j\omega) = \frac{K_f \cdot A \cdot K \cdot k_c \cdot (1 + \tau_i j\omega)}{(\tau_i j\omega)(1 + \tau_1 j\omega)(1 + \tau_2 j\omega)}$ **2pt**

..... $M\varphi = 45^\circ = 180^\circ + \arg(H_{BO}(j\omega)) \dots \text{pour} \dots 20 \log |H_{BO}(j\omega)| = 0 \text{dB} ; |H_{BO}(j\omega)| = 1$

..... Cette marge est obtenue pour la pulsation $\omega = 3 \cdot 10^{-3} \text{rd.s}^{-1}$

..... $|H_{BO}(j\omega)| = 1 \implies K = \frac{\tau_i \omega}{K_f \cdot A \cdot k_c} \sqrt{\frac{(1 + (\tau_1 \omega)^2) \cdot (1 + (\tau_2 \omega)^2)}{(1 + (\tau_i \omega)^2)}}$

$K = 2,58 \cdot 10^{-4}$

D2.2.11. Les tracés des diagrammes de Bode en boucle ouverte du système corrigé avec le couple de valeurs (τ_i, K) obtenu précédemment sont illustrés à la figure D.5, en déduire les marges de gain MG et de phase $M\varphi$.

1
 $MG = \dots 23 \text{dB} (\approx 22,5 \text{dB}) \dots$

1
 $M\varphi = \dots 50^\circ \dots$

D2.2.12. Conclure quant à la capacité de ce correcteur à respecter tous les critères de performances (stabilité, précision, rapidité) imposés.

..... Avec ce correcteur, les critères de performances imposés sont tous satisfaits :

$\varepsilon(\infty) = 0 ;$

$MG = 23 \text{dB} > MG_{\text{imposée}} 8 \text{dB} ;$

$M\varphi = 50^\circ > M\varphi_{\text{imposée}} 45^\circ ;$

$t_{5\%} = 20,83 \text{mn} (1250 \text{s}) \approx t_{5\% \text{ imposée}} 21 \text{mn}$