

Partie A : Mécanique des Solides Indéformables & RDM

1- Étude cinématique et géométrique

A-1. Utiliser les repères liés aux bras pour déterminer les torseurs cinématiques, représentant les mouvements par rapport au bâti (0), des solides suivants :

- du bras (1) au point O puis au point C
 - du bras (2) au point A puis au point B
- a. Torseur de 1 par rapport (0) :
- au point O : $\{\mathcal{V}_{1/0}\}_O = \{\vec{\Omega}_{1/0} \quad \vec{V}_{O(1/0)}\}_O = \{\dot{\alpha}\vec{y}_0 \quad \vec{0}\}_O$
 - au point C : $\{\mathcal{V}_{1/0}\}_C = \{\dot{\alpha}\vec{y}_0 \quad R\dot{\alpha}\vec{x}_1\}_C$
- b. Torseur de 2 par rapport (0) :
- au point A : $\{\mathcal{V}_{2/0}\}_A = \{\vec{\Omega}_{1/0} \quad \vec{V}_{A(2/0)}\}_A = \{-\dot{\alpha}\vec{y}_0 \quad \vec{0}\}_A$
 - au point B : $\{\mathcal{V}_{2/0}\}_B = \{-\dot{\alpha}\vec{y}_0 \quad -R\dot{\alpha}\vec{x}_2\}_B$

A-2. Calculer le vecteur $\left[\frac{d\vec{BC}}{dt}\right]_{R_0}$:

- Par dérivation directe
- En utilisant les vitesses $\vec{V}_{B/R_0}$ et $\vec{V}_{C/R_0}$

a. Dérivation :

$$\left[\frac{d\vec{BC}}{dt}\right]_{R_0} = \dot{\lambda}\vec{x}_0$$

b. Avec les vitesses : $\vec{V}_{B/R_0}$ et $\vec{V}_{C/R_0}$

$$\begin{aligned} \left[\frac{d\vec{BC}}{dt}\right]_{R_0} &= \vec{V}_{C/R_0} - \vec{V}_{B/R_0} = R\dot{\alpha}(\vec{x}_1 + \vec{x}_2) \\ &= 2R\dot{\alpha}\cos\alpha\vec{x}_0 \end{aligned}$$

A-3. Déterminer la vitesse représentant la variation de la longueur du vérin (V1) en fonction de la vitesse angulaire du bras (1). Donner un nom à cette relation.

L'égalité des expressions donne ce qu'on appelle loi entrée sortie cinématique : $\dot{\lambda} = 2R\dot{\alpha}\cos\alpha$

A-4. Déterminer la vitesse de G_1 par rapport au bâti, l'exprimer dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

$$\vec{V}_{G1/R_0} = \vec{\Omega}_{1/R_0} \wedge \vec{OG}_1 = \vec{\Omega}_{1/R_0} \wedge (-a\vec{x}_1 + b\vec{z}_1) = a\dot{\alpha}\vec{z}_1 + b\dot{\alpha}\vec{x}_1$$

A-5. Calculer l'accélération du centre d'inertie G_1 par rapport au bâti, on retiendra l'hypothèse : $\omega = \text{Cte}$, l'exprimer dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

$$\vec{\Gamma}_{G(1/R_0)} = \frac{d}{dt}[a\dot{\alpha}\vec{z}_1 + b\dot{\alpha}\vec{x}_1]_{R_0} = a\ddot{\alpha}\vec{z}_1 - b\ddot{\alpha}\vec{z}_1 = \omega^2(a\vec{x}_1 - b\vec{z}_1)$$

A-6. Utiliser la chaîne cinématique 2 - 0 - 1 pour exprimer λ en fonction de L_0 , R , L et α . Donner un nom à cette relation.

$$\vec{BC} = \vec{BA} + \vec{AO} + \vec{OC} = R(\vec{z}_1 - \vec{z}_2) + L\vec{x}_0 = (2R\sin\alpha + L)\vec{x}_0$$

$$\text{On montre : } L_0 + \lambda = 2R\sin\alpha + L$$

$$\text{soit : } \lambda = 2R\sin\alpha + L - L_0$$

La relation traduit la loi entrée-sortie de la pince (loi géométrique)

A-7. En considérant la position fermée de la pince pour laquelle λ s'annule ($\lambda = 0$), quelle serait la relation entre α_0 et L_0 ? Exprimer λ en fonction de R , α et α_0 .

Lorsque la pince est fermée on aura : $L_0 = 2R\sin\alpha_0 + L$ soit : $\sin\alpha_0 = \frac{L - L_0}{2R}$

La loi entrée sortie devient :

$$\lambda = 2R(\sin\alpha - \sin\alpha_0)$$

A-8. Exprimer, en fonction de $\alpha, \beta, \theta, r, d$ et L les relations traduisant la fermeture de la chaîne : $0 - 2 - 5 - 1 - 0$. En déduire l'expression de $\tan\theta$ en fonction du déplacement angulaire α et des données géométriques β, r, d et L .

La fermeture de la chaîne est traduite par la relation vectorielle :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EO} + \overrightarrow{OA} \\ = r(\sin(\alpha + \beta)\vec{x}_0 - \cos(\alpha + \beta)\vec{z}_0) + d(\cos\theta\vec{x}_0 + \sin\theta\vec{z}_0) \\ + r(\cos\alpha\vec{x}_0 - \sin\alpha\vec{z}_0) - L\vec{x}_0 = \vec{0} \end{aligned}$$

On en déduit :

$$\begin{aligned} r\sin(\alpha + \beta) + d\cos\theta + r\cos\alpha = L \text{ et} \\ -r\cos(\alpha + \beta) + d\sin\theta - r\sin\alpha = 0 \end{aligned}$$

$$\tan\theta = \frac{r(\cos(\alpha + \beta) + \sin\alpha)}{L - r(\sin(\alpha + \beta) + \cos\alpha)}$$

2- Étude dynamique

A-9. Préciser la forme de la matrice d'inertie du bras (1), au point O, l'exprimer dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$.

$$[I_1]_{(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & -E_1 \\ 0 & I_1 & 0 \\ -E_1 & 0 & C_1 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)}$$

A-10. Simplifier l'écriture de $\vec{F}_{5/1}$ en introduisant le déplacement angulaire θ et en l'exprimant dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

$$\vec{R}_{5 \rightarrow 1} = F_E(\cos\theta\vec{x}_0 + \sin\theta\vec{z}_0)$$

A-11. Calculer le torseur dynamique au point O du bras (1) dans son mouvement par rapport au caisson (0).

$$\{D_{1/0}\}_0 = \begin{Bmatrix} \vec{R}_{1/0} \\ \vec{\delta}_{O(1/0)} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_1 \vec{r}_{G(1/R0)} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$$

O est fixe dans R_0 :

$$\vec{\delta}_{O(1/R0)} = \frac{d}{dt} [\vec{\sigma}_{O(1/R0)}]_{R0}$$

Avec : $\vec{\sigma}_{O(1/R0)} = I_1 \omega \vec{y}_0$ et $m_1 \vec{r}_{G(1/R0)} = m_1 \omega^2 (a\vec{x}_1 - b\vec{z}_1)$

$$\{D_{1/0}\}_0 = \begin{cases} \vec{R}_{1/0} = m_1 \omega^2 (a\vec{x}_1 - b\vec{z}_1) \\ \vec{\delta}_{O(1/0)} = \vec{0} \end{cases}$$

A-12. Déterminer la résultante de toutes les forces extérieures s'exerçant sur le bras (1).

$$\vec{S} = \vec{P}_1 + \vec{R}_{5 \rightarrow 1} + \vec{R}_{4 \rightarrow 1} + \vec{R}_{0 \rightarrow 1}$$

$\vec{S} \cdot \vec{x}_0 = S_x = X_0 + F_C + F_E \cos \theta$	$\vec{S} \cdot \vec{z}_0 = S_y = Z_0 + F_E \sin \theta + m_1 g$
---	---

A-13. Déterminer le moment résultant, au point O , de toutes les forces extérieures s'exerçant sur le bras (1).

$$\vec{M}_O(\vec{P}_1) = \vec{OG}_1 \wedge \vec{P}_1 = (-a\vec{x}_1 + b\vec{z}_1) \wedge m_1 g \vec{z}_0 = m_1 g (a \cos \alpha - b \sin \alpha) \vec{y}_0$$

$$\vec{M}_O(\vec{R}_{4 \rightarrow 1}) = \vec{OC} \wedge \vec{R}_{4 \rightarrow 1} = R \vec{z}_1 \wedge F_C \vec{x}_0 = R F_C \cos \alpha \vec{y}_0$$

$$\begin{aligned} \vec{M}_O(\vec{R}_{5 \rightarrow 1}) &= \vec{OE} \wedge \vec{R}_{5 \rightarrow 1} = -r \vec{x}_1 \wedge F_E (\cos \theta \vec{x}_0 + \sin \theta \vec{z}_0) \\ &= -r (\cos \alpha \vec{x}_0 - \sin \alpha \vec{z}_0) \wedge F_E (\cos \theta \vec{x}_0 + \sin \theta \vec{z}_0) \end{aligned}$$

$$\vec{M}_O(\vec{R}_{5/1}) = r F_E \sin(\theta + \alpha) \vec{y}_0$$

La somme des moments donne :

$$\vec{M}_O(\vec{1} \rightarrow 1) = [m_1 g (a \cos \alpha - b \sin \alpha) + R F_C \cos \alpha + r F_E \sin(\theta + \alpha)] \vec{y}_0$$

A-14. Écrire l'équation qui découle du théorème du moment dynamique appliqué au bras (1) dans son mouvement par rapport au caisson.

$$m_1 g (a \cos \alpha - b \sin \alpha) + R F_C \cos \alpha + r F_E \sin(\theta + \alpha) = 0$$

A-15. En déduire la relation exprimant F_E en fonction de $F_C, R, r, a, b, m_1, \alpha$ et θ .

$$F_E = \frac{m_1 g (b \sin \alpha - a \cos \alpha) - R F_C \cos \alpha}{r \sin(\theta + \alpha)}$$

A-16. La condition de non alignement de la biellette (5) avec le segment $[O, E]$ est exprimée par : $0 < \alpha + \theta < \pi$. Dans la position fermée de la pince, l'effort de la tige s'annule ($F_C = 0$). Pour éviter la collision des extrémités inférieures de la pince, la biellette doit travailler en compression ($F_E \geq 0$). Traduire ces conditions en précisant la valeur minimale α_0 associée à la position fermée de la pince.

Pour satisfaire toutes les conditions : biellette (5) sollicitée en compression, non alignement et pince fermée, il est nécessaire d'imposer :

$$\begin{aligned} m_1 g b \sin \alpha - m_1 g a \cos \alpha &\geq 0 \\ \tan \alpha &\geq \frac{a}{b} \end{aligned}$$

La valeur minimale de α est α_0 avec

$$\alpha_0 = \arctg \left[\frac{a}{b} \right]$$

A-17. Déterminer l'effort développé par la tige (4), lorsque la biellette n'est pas chargée.

$$F_c = \frac{m_1 g}{R} (btg\alpha - a) = \frac{m_1 g b}{R} (tg\alpha - tg\alpha_0)$$

A-18. Écrire les équations dynamiques qui découlent du théorème de la résultante dynamique appliquée au bras (1) dans son mouvement par rapport au caisson (0).

$$\begin{aligned} m_1 \vec{\Gamma}_{G(1/R0)} &= m_1 \omega^2 (a\vec{x}_1 - b\vec{z}_1) = \vec{S} \\ X_0 + F_c + F_E \cos\theta &= m_1 \omega^2 (a \cos\alpha - b \sin\alpha) \\ Z_0 + F_E \sin\theta + m_1 g &= -m_1 \omega^2 (a \sin\alpha + b \cos\alpha) \end{aligned}$$

A-19. Déterminer les efforts transmis par la liaison du bras (1) avec le caisson (0).

$$\begin{aligned} X_0 &= -F_c - F_E \cos\theta + m_1 \omega^2 (a \cos\alpha - b \sin\alpha) \\ Z_0 &= -F_E \sin\theta - m_1 g - m_1 \omega^2 (a \sin\alpha + b \cos\alpha) \end{aligned}$$

3-Résistance des matériaux

N.B : Les applications numériques sont exigées, les unités doivent être précisées

A-20. Calculer toutes les forces extérieures s'exerçant sur le bras presseur.

Forces appliquées au bras presseur par :

- le fardeau : $\vec{F}_1 = F_1 (\cos\delta \vec{x} + \sin\delta \vec{y})$
- le vérin : $\vec{F}_2 = -F_2 (\cos\phi \vec{x} + \sin\phi \vec{y})$
- la plaque de rive : $\vec{F}_3 = X_c \vec{x} + Y_c \vec{y}$

Les 3 équations issues du P.F.S appliqué au bras presseur suffisent pour la détermination des inconnus : F_2 , X_c et Y_c

Moments au point C_3

$$\begin{aligned} \vec{M}_{C_3}(\vec{F}_1) &= \vec{C_3 A_3} \wedge \vec{F}_1 = -L_b \vec{x} \wedge F_1 (\cos\delta \vec{x} + \sin\delta \vec{y}) = -L_b F_1 \sin\delta \vec{z} \\ \vec{M}_{C_3}(\vec{F}_2) &= \vec{C_3 A_3} \wedge \vec{F}_2 = (L_b - c) \vec{x} \wedge F_2 (\cos\phi \vec{x} + \sin\phi \vec{y}) = (L_b - c) F_2 \sin\phi \vec{z} \end{aligned}$$

Équations d'équilibre

$$\begin{aligned} F_1 \cos\delta - F_2 \cos\phi + X_c &= 0 \\ F_1 \sin\delta - F_2 \sin\phi + Y_c &= 0 \\ (L_b - c) F_2 \sin\phi - L_b F_1 \sin\delta &= 0 \end{aligned}$$

Détermination des inconnus

$$F_2 = \frac{L_b F_1 \sin\delta}{(L_b - c) \sin\phi} \quad \text{A.N : } F_2 = 27.17 \text{ daN}$$

$$X_c = F_2 \cos\phi - F_1 \cos\delta = F_1 \left[\frac{L_b \cos\phi \sin\delta}{(L_b - c) \sin\phi} - \cos\delta \right] \quad \text{A.N : } X_c = 18.53 \text{ daN}$$

$$Y_c = F_2 \sin\phi - F_1 \sin\delta = F_1 \sin\delta \left[\frac{L_b}{(L_b - c)} - 1 \right] \quad \text{A.N : } Y_c = 4.92 \text{ daN}$$

A-21. Déterminer le torseur des efforts de cohésion le long du bras presseur. En déduire la nature de sollicitations auxquelles il est soumis.

Tronçon : $0 \leq x < c$

On considère le tronçon situé entre les sections d'abscisses respectives 0 et x, avec $0 \leq x < c$:
L'équilibre du tronçon s'exprime par la relation :

$$\{\vec{F}_1 \quad \vec{M}(\vec{F}_1)_x\} = -\{\vec{F}_x \quad \vec{M}_{fx}\}$$

Avec

$$\begin{aligned}\vec{F}_x &= N\vec{x} + T\vec{y} = -F_1(\cos\delta\vec{x} + \sin\delta\vec{y}) : N = -F_1\cos\delta \text{ et } T = -F_1\sin\delta \\ N &= -5 \text{ daN} \quad T = -8.66 \text{ daN} \\ \vec{M}_{fx} &= x\vec{x}\wedge F_1(\cos\delta\vec{x} + \sin\delta\vec{y}) = xF_1\sin\delta\vec{z}, \quad M_{fx} = 8.66x \text{ daN.m}\end{aligned}$$

$$\text{Torseur de cohésion : } \{\tau_{coh}\}_x = \begin{pmatrix} -F_1\cos\delta & 0 \\ -F_1\sin\delta & 0 \\ 0 & xF_1\sin\delta \end{pmatrix}$$

Tronçon : $c \leq x \leq L_b$

On considère le tronçon situé entre les sections d'abscisses respectives c et x avec $c \leq x \leq L_b$:

L'équilibre du tronçon se traduit par :

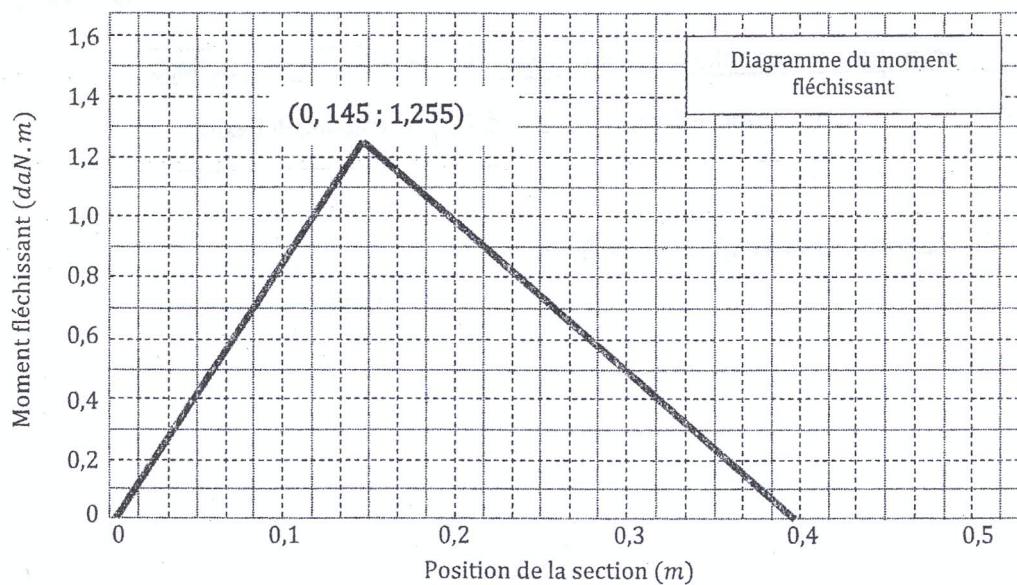
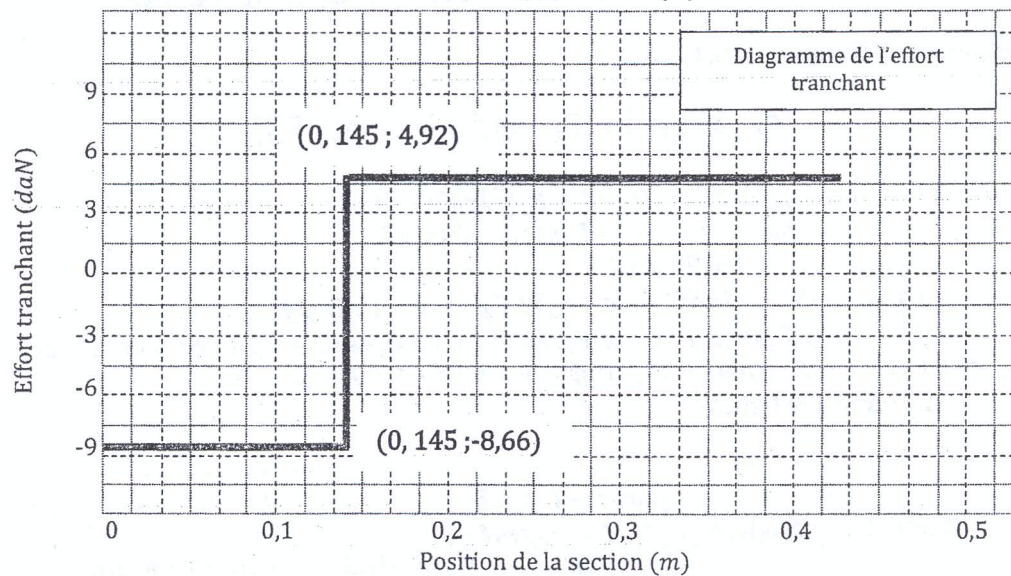
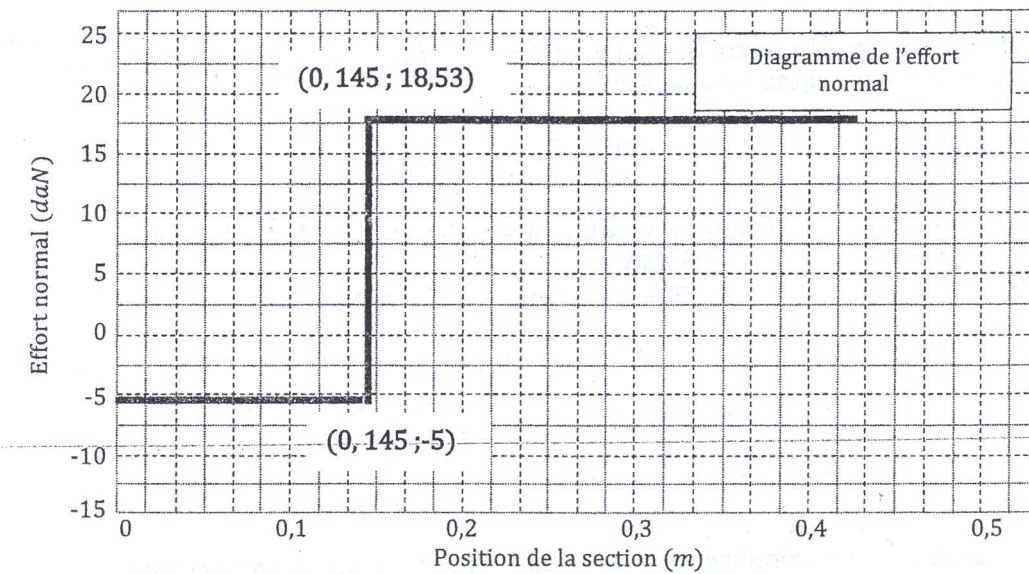
$$\{\vec{F}_1 \quad \vec{M}(\vec{F}_1)_x\} + \{\vec{F}_2 \quad \vec{M}(\vec{F}_2)_x\} = -\{\vec{F}_x \quad \vec{M}_{fx}\}$$

$$\begin{aligned}\vec{F}_x &= N\vec{x} + T\vec{y} = -F_1(\cos\delta\vec{x} + \sin\delta\vec{y}) + F_2(\cos\phi\vec{x} + \sin\phi\vec{y}) \\ N &= F_2\cos\phi - F_1\cos\delta \quad \text{et} \quad T = F_2\sin\phi - F_1\sin\delta \\ N &= 18.53 \text{ daN} \quad T = 4.92 \text{ daN} \\ \vec{M}_{fx} &= x\vec{x}\wedge F_1(\cos\delta\vec{x} + \sin\delta\vec{y}) + (c-x)\vec{x}\wedge F_2(\cos\phi\vec{x} + \sin\phi\vec{y}) \\ &= (xF_1\sin\delta + (c-x)F_2\sin\phi)\vec{z} = [x(F_1\sin\delta - F_2\sin\phi) + cF_2\sin\phi]\vec{z} \\ M_{fx} &= x(F_1\sin\delta - F_2\sin\phi) + cF_2\sin\phi = -4.92x + 1.97 \text{ daN} \\ M_{fx} &= -4.92x + 1.97 \text{ daN}\end{aligned}$$

$$\text{Torseur de cohésion : } \{\tau_{coh}\}_x = \begin{pmatrix} F_2\cos\phi - F_1\cos\delta & 0 \\ F_2\sin\phi - F_1\sin\delta & 0 \\ 0 & [x(F_1\sin\delta - F_2\sin\phi) + cF_2\sin\phi] \end{pmatrix}$$

Tronçon	Nature de sollicitations	Tronçon	Nature de sollicitations
$0 \leq x < c$	compression + flexion	$c \leq x \leq L_b$	traction + flexion

A-22. Tracer les diagrammes des efforts de cohésion.



A-23. Préciser la position de la section la plus sollicitée du bras et les valeurs du moment fléchissant, de l'effort normal et de l'effort tranchant qu'on doit retenir pour le dimensionnement du bras presseur.

La section la plus sollicitée est située à l'abscisse c au point B_3

$$M_f = 1.26 \text{ daN.m} = 12600 \text{ N.mm. } N = 18.53 \text{ daN. et } T = -8.66 \text{ daN}$$

A-24. Déterminer, en fonction de h uniquement tout en précisant les unités, l'intensité maximale des contraintes engendrées par :

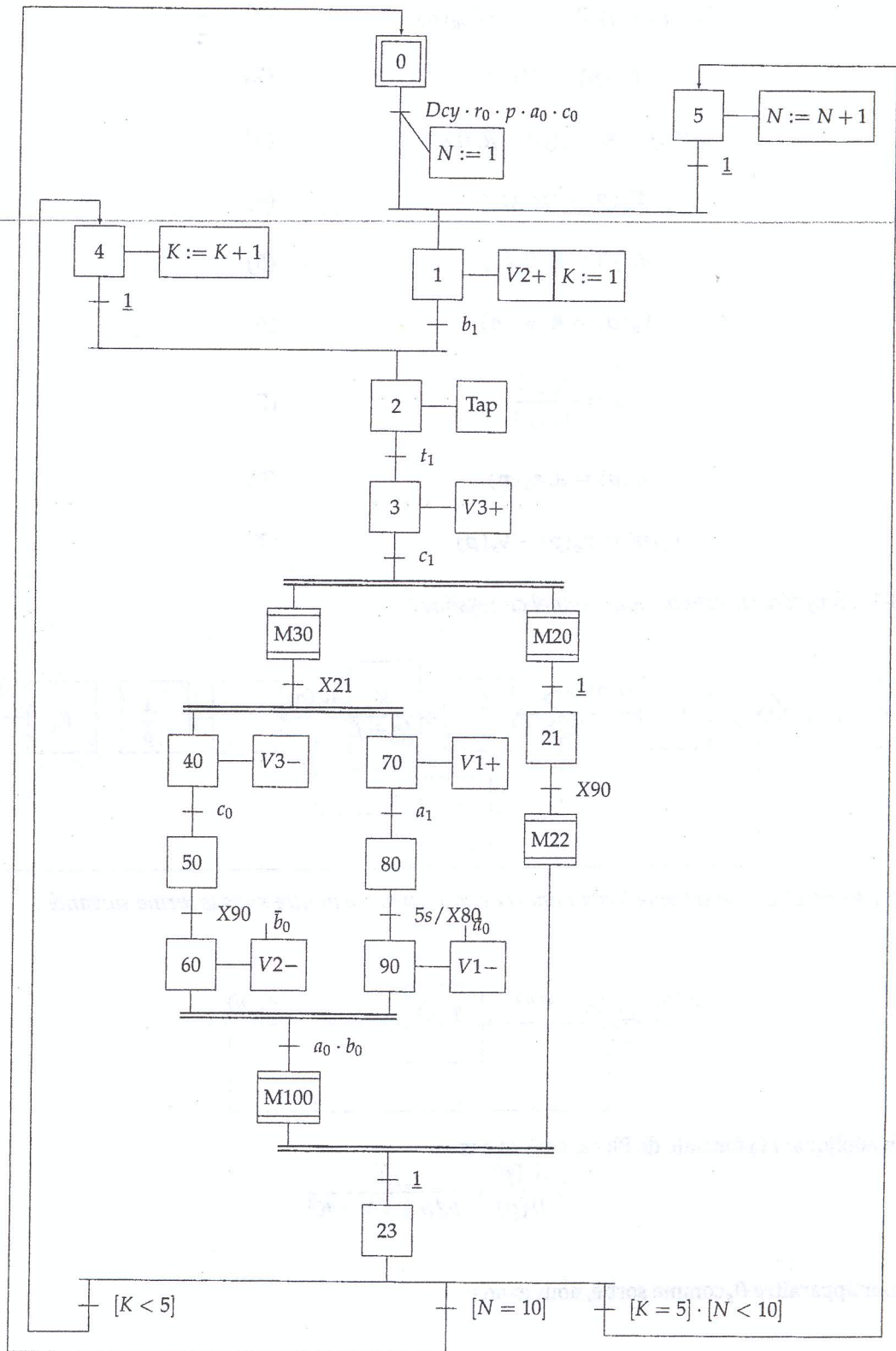
- L'effort normal
- Le moment fléchissant

Sollicitation	Contrainte maximale
Traction	$\sigma_{nmax} = \frac{N_{max}}{S} = \frac{4N_{max}}{h^2} = \frac{741.2}{h^2} \text{ (MPa) si } h \text{ est exprimée en mm}$
Flexion	$\sigma_n = \frac{M_f}{\frac{eh^3}{12}} \frac{h}{2} = 6 \frac{M_f}{eh^2} = 24 \frac{M_f}{h^3} = \frac{302400}{h^3} \text{ (MPa) si } h \text{ est exprimée en mm}$

Partie B : Automatique

1- Étude de la fonction principale FP : Déposer les fardeaux sur la palette

B-1. Compléter le Grafcet décrivant le fonctionnement du système.



2- Commande du système simplifié (Inductance $L = 0$)

B-2. Écrire les équations du système de (1) à (9) dans le domaine de Laplace en supposant que les conditions initiales sont nulles.

$$C_m(p) = Jp\Omega_m(p) + f\Omega_m(p) \quad (1)$$

$$C_m(p) = KI(p) \quad (2)$$

$$U(p) = K \cdot \Omega_m(p) + R \cdot I(p) \quad (3)$$

$$\Omega_s(p) = p\theta_s(p) \quad (4)$$

$$V_s(p) = K_1\theta_s(p) \quad (5)$$

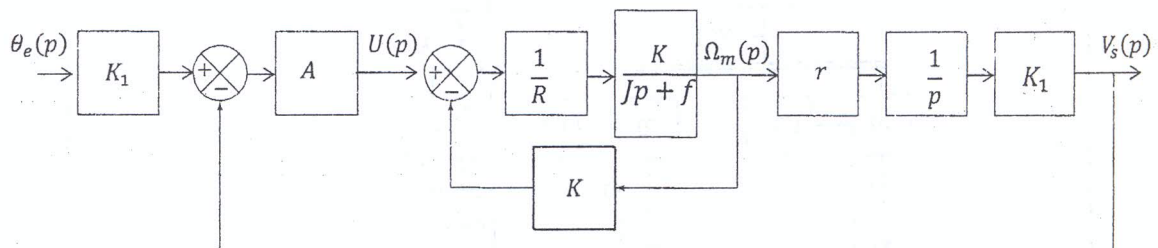
$$V_e(p) = K_1\theta_e(p) \quad (6)$$

$$r = \frac{\Omega_s(p)}{\Omega_m(p)} \quad (7)$$

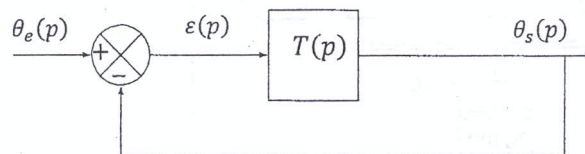
$$U(p) = A \cdot \varepsilon_1(p) \quad (8)$$

$$\varepsilon_1(p) = V_e(p) - V_s(p) \quad (9)$$

B-3. Compléter le schéma fonctionnel ci-dessous :



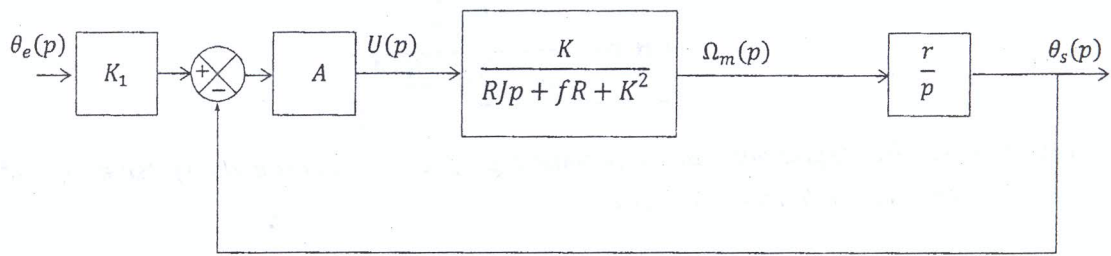
B-4 Montrer que le schéma fonctionnel ci-dessus peut se mettre sous la forme suivante :



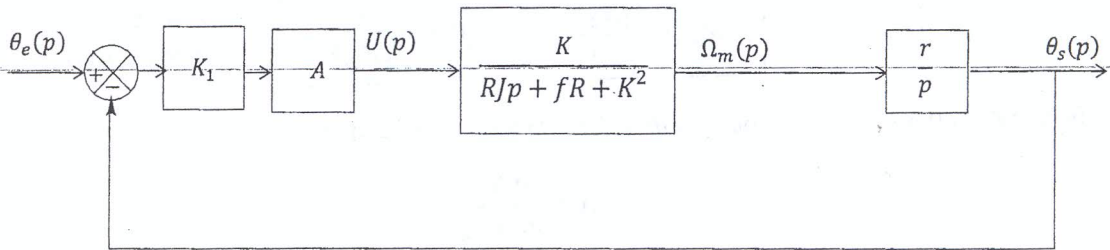
En appliquant la formule de Black, nous avons :

$$\frac{\Omega_s(p)}{U(p)} = \frac{K}{RJp + fR + K^2}$$

Pour apparaître θ_s comme sortie, nous avons :



Pour avoir le retour unitaire :



B-5. Donner l'expression de $T(p)$.

$$T(p) = \frac{r \cdot K \cdot K_1 \cdot A}{p(Rjp + fR + K^2)}$$

B-6. Écrire $T(p)$ sous la forme $T(p) = \frac{K_2 A}{p(1 + \tau p)}$ Donner les expressions de K_2 et τ .

$$T(p) = \frac{r \cdot K \cdot K_1 \cdot A}{p(Rjp + fR + K^2)} = \frac{\frac{r \cdot K \cdot K_1}{fR + K^2} A}{p \left(1 + \frac{RJ}{fR + K^2} p \right)}$$

$$K_2 = \frac{r \cdot K \cdot K_1}{fR + K^2} \quad \tau = \frac{RJ}{fR + K^2}$$

B-7. Montrer que la fonction de transfert en boucle fermée peut se mettre sous la forme :

$$H(p) = \frac{\theta_s(p)}{\theta_e(p)} = \frac{\omega_0^2}{p^2 + 2m\omega_0 p + \omega_0^2}$$

$$H(p) = \frac{\theta_s(p)}{\theta_e(p)} = \frac{T(p)}{1 + T(p)}$$

$$H(p) = \frac{K_2 A}{p(1 + \tau p) + K_2 A} = \frac{\frac{K_2 A}{\tau}}{p^2 + \frac{1}{\tau} p + \frac{K_2 A}{\tau}}$$

$$H(p) = \frac{\frac{K_2 A}{\tau}}{p^2 + \frac{1}{\tau}p + \frac{K_2 A}{\tau}}$$

B-8. Préciser les expressions de la pulsation propre non amortie du système ω_0 et de l'amortissement m en fonction de K_2 , τ et A .

$$\omega_0^2 = \frac{K_2 A}{\tau}; \quad 2m\omega_0 = \frac{1}{\tau}$$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_2 A}{\tau}}$	$m = \frac{0,5}{\sqrt{\tau K_2 A}}$
--	-------------------------------------

B-9. Si $K_2 = 0.4$ et $\tau = 0.2$, pour quelle valeur de A a-t-on $m = 0.95$?

$$A = \frac{0,25}{m^2 \tau K_2}$$

$A = 3,46$

B-10. En déduire la valeur de la pulsation propre non amortie ω_0 .

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{K_2 A}{\tau}}$$

$\omega_0 = 2,63 \text{ rad/s}$

B-11. Calculer l'amplitude du premier dépassement $D\%$ et son premier instant T_{pic} .

$D\% = 100 \exp\left(-\frac{\pi m}{\sqrt{1-m^2}}\right)$	$T_{pic} = \frac{\pi}{\omega_0 \sqrt{1-m^2}}$
--	---

$D\% = 0,70$	$T_{pic} = 3,82 \text{ s}$
--------------	----------------------------

B-12. A partir du résultat de la question B-9, calculer l'erreur statique de position et celle de traînage unitaires de la boucle de commande, $\varepsilon_p(\infty)$ et $\varepsilon_v(\infty)$.

La fonction de transfert en boucle ouverte est :

$$T(p) = \frac{K_2 A}{p(1 + \tau p)} = \frac{1,38}{p(1 + \tau p)}$$

Le système est donc de classe 1, ce qui donne les résultats suivants :

$\varepsilon_p(\infty) = 0$	$\varepsilon_v(\infty) = \frac{1}{1,38} = 0,72$
-----------------------------	---

B-13. Sur la base des exigences du cahier des charges, commenter les résultats des questions B-11 et B-12.

Compte tenu des résultats des questions B.11 et B12, nous remarquons que :

- Le dépassement est inférieur à 1%
- L'erreur de trainage est inférieure à 0,75

Ces deux constats font que la régulation proportionnelle du système étudié est satisfaisante vis-à-vis du cahier des charges.

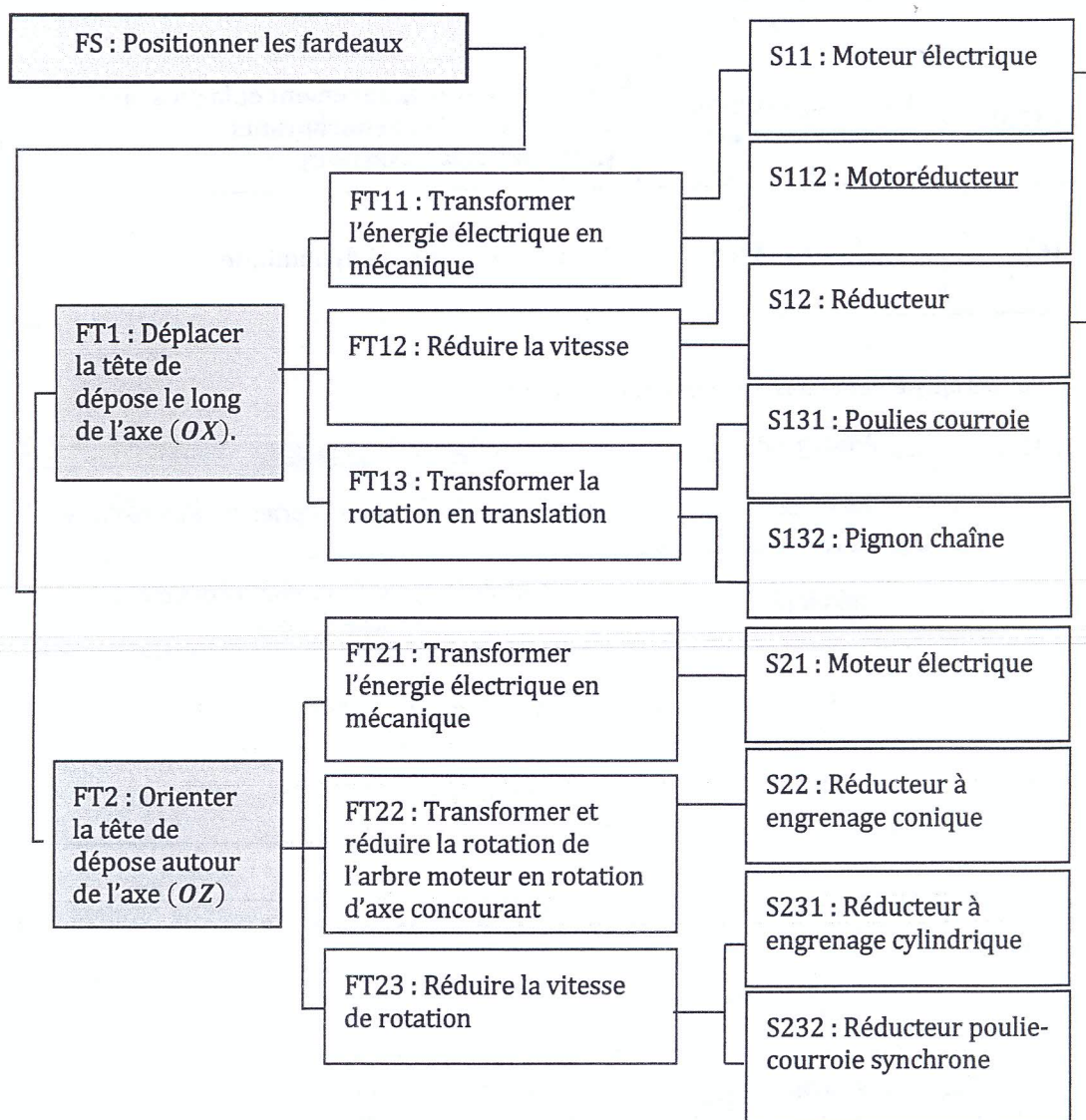
Partie A : Conception Mécanique

1- Étude technologique

A-1. Compléter le diagramme FAST relatif à la fonction de service (FS) de la tête de dépose en indiquant les fonctions techniques et les solutions technologiques existantes.

La solution technologique retenue est la même pour les deux translations le long des axes (OX) et (OY). Dans cette étude, on se limitera à l'analyse de la translation selon l'axe (OX).

(On se limitera au maximum aux cadres proposés sur le diagramme ci-dessous).



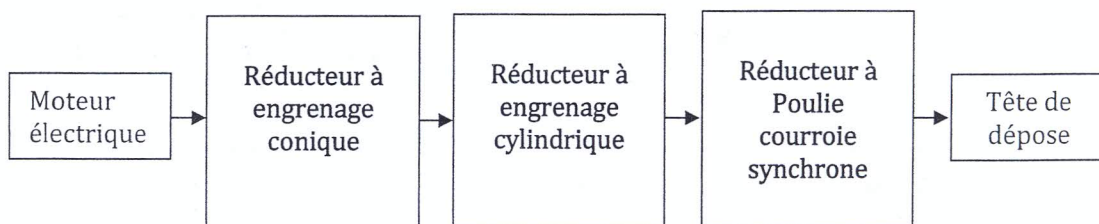
A-2. Donner le nom et la fonction des pièces et des ensembles suivants :

Pièce/Ensemble	Nom	Fonction(s)
(33)	Poulie synchrone (Poulie dentée crantée)	Assurer une transmission par obstacle du mouvement circulaire et du couple
(28)	Anneau élastique (Circlips)	- Réaliser des arrêts axiaux - Rattraper des jeux
(20)	Cale pelable (cale de réglage, clinquant)	Compenser des jeux
(1)/(16)	Engrenage conique à denture droite	Transformer le mouvement et la puissance entre deux arbres concourants (perpendiculaire ou non)
(4)	Joint à lèvres	Assurer l'étanchéité dynamique

A-3. Donner les ajustements des assemblages suivants :

Assemblage	Ajustement	Justification du choix de l'ajustement
(1)/(11)	k6 ou m6	Encastrement de la bague intérieure (Non réglable)
(1)/(7)	h6 ou j6	Centrage de la bague intérieure (Possibilité de Réglage du jeu)
(3)/(4)	H8	Positionnement (mise en place à la main)
(4)/(1)	h11	Positionnement (mise en place à la main)

A-4. Compléter le diagramme de transmission de puissance relatif au mouvement de rotation de la tête de dépose.



A-5. Compléter le schéma cinématique du réducteur utilisé dans la chaîne de transmission pour orienter la tête de dépose (DT-02).

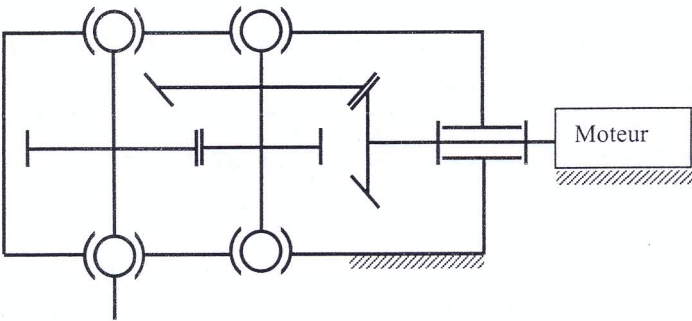


Figure A1- Schéma cinématique développé du réducteur (DT-02)

2- Calcul du couple transmissible au niveau de l'arbre (26)

A-6. Remplir le tableau suivant :

Engrenage		Repère de l'organe de transmission	Nombre de dents	Rapport de transmission (Formule)	Vitesse de rotation de l'organe de sortie (en tr/min et rd/s)
Engrenage conique	Entrée	Pignon conique (1)	18	$\frac{N_{16}}{N_1} = \frac{Z_1}{Z_{16}} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$	375 tr/min
	Sortie	Roue conique (16)	36		39,3 rd/s
Engrenage cylindrique	Entrée	Pignon cylindrique (17)	22	$\frac{N_{24}}{N_{17}} = \frac{Z_{17}}{Z_{24}} = \frac{22}{53} = 0,415$	156,7 tr/min
	Sortie	Roue cylindrique (24)	53		16,3 rd/s

A-7. Calculer le couple de frottement interne (C_{feq}) dû au frottement interne de la butée à billes (42).

Couple de frottement : $C_f = \mu F_a R_m$

$$C_f = 0,002 \times 2000 \times \frac{30 + 52}{2} 10^{-3} = 0,164 \text{ Nm}$$

A-8. Calculer le moment dynamique (M_d) dans le mouvement de la tête de dépose par rapport au caisson, pendant la phase de démarrage, ramené à l'arbre (26).

$$M_d = J a = 20 \times \left(9 \times \frac{18}{36} \times \frac{22}{53} \right) = 37,36 \text{ Nm}$$

A-9. En déduire le couple total d'entraînement au niveau de l'arbre (26)

$$C_{tot} = C_f + M_d = 0,164 + 37,36 = 37,52 \text{ Nm}$$

A-10. Compte tenues des caractéristiques du moteur et des rendements, calculer le couple maximal transmissible C_{26} par l'arbre (26).

$$\frac{P_{26}}{P_m} = \frac{C_{26} \omega_{26}}{P_m} = \eta_1 \eta_2 \quad C_{26} = \eta_1 \eta_2 \frac{P_m}{\omega_{26}}$$

$$C_{26} = 0,99 \times 0,98 \times \frac{1100}{16,3} = 65,5 \text{ Nm}$$

$$C_d = 2 C_n = 131 \text{ Nm}$$

A-11. Comparer les résultats des questions A-9 et A-10 et conclure.

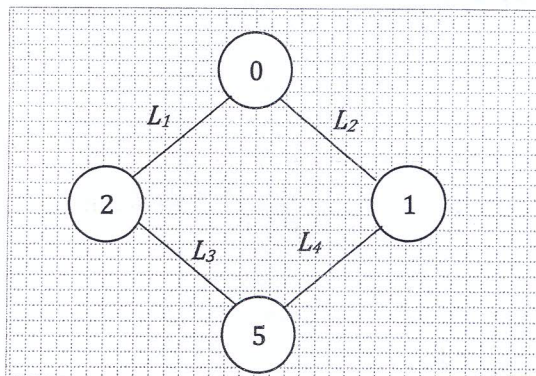
$$C_d > C_{tot}$$

Donc transmission assurée

2- Théorie des Mécanismes

Pour manipuler le mécanisme de la tête de dépose présenté par le schéma cinématique (voir figure 4), le constructeur souhaite placer un moteur électrique sur la liaison L_1 .

A-12. Établir le graphe des liaisons du mécanisme et déterminer son nombre cyclomatique.



Nombre cyclomatique = 1

A-13. Déterminer, au point O , les torseurs cinématiques des différentes liaisons. Les exprimer dans la base $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$

$\{\mathcal{V}(L_1)_{2/0}\}_O = \left\{ \begin{array}{c c} 0 & 0 \\ \beta_1 & 0 \\ 0 & -a\beta_1 \end{array} \right\}_0$	$\{\mathcal{V}(L_2)_{1/0}\}_O = \left\{ \begin{array}{c c} 0 & 0 \\ \beta_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_0$
$\{\mathcal{V}(L_3)_{2/5}\}_O = \left\{ \begin{array}{c c} 0 & c\beta_3 \\ \beta_3 & 0 \\ 0 & -b\beta_3 \end{array} \right\}_0$	$\{\mathcal{V}(L_4)_{1/5}\}_O = \left\{ \begin{array}{c c} 0 & -f\beta_4 \\ \beta_4 & 0 \\ 0 & -e\beta_4 \end{array} \right\}_0$

A-14. Écrire, au point O , l'équation torsorielle relative au mécanisme de la tête de dépose. En déduire le système d'équations scalaires.

Équation torsorielle

Cycle 0-2-5-1-0: $-\{\mathcal{V}(L_1)_{2/0}\}_O + \{\mathcal{V}(L_3)_{2/5}\}_O - \{\mathcal{V}(L_4)_{1/5}\}_O + \{\mathcal{V}(L_2)_{1/0}\}_O = 0$

Équations scalaires

(1) $0 = 0$

(4) $c\beta_3 + f\beta_4 = 0$

(2) $-\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - \beta_4 = 0$

(5) $0 = 0$

(3) $0 = 0$

(6) $a\beta_1 - b\beta_3 + e\beta_4 = 0$

A-15. Déterminer la loi Entrée - Sortie entre les paramètres cinématiques des liaisons L_1 et L_2 . On considère le paramètre d'entrée β_1 de la liaison L_1 et le paramètre de sortie β_2 de la liaison L_2 .

liaison L_2 .

On cherche une fonction $\beta_2 = f(\beta_1)$

$$(2) \quad \beta_2 + \beta_3 - \beta_4 = \beta_1$$

$$(4) \quad c\beta_3 + f\beta_4 = 0$$

$$(6) \quad -b\beta_3 + e\beta_4 = -a\beta_1$$

$$\beta_2 = \frac{\Delta(\beta_2)}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} \beta_1 & 1 & -1 \\ 0 & c & f \\ -a\beta_1 & -b & e \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & c & f \\ 0 & -b & e \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & c & f \\ -a & -b & e \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & c & f \\ 0 & -b & e \end{vmatrix}} \times \beta_1 = \frac{(ce + bf) - a(f + c)}{(ce + bf)} \times \beta_1$$

$$\beta_2 = \left(1 - \frac{a(f + c)}{(ce + bf)}\right) \times \beta_1$$

A-16. En déduire le nombre de degré(s) de mobilité et le nombre de degré(s) d'hyperstaticité du mécanisme.

Nombre de degré(s) de mobilité	Nombre de degré(s) d'hyperstaticité
1	3

A-17. Sachant que le mécanisme est hyperstatique, indiquer selon les trois axes (OX), (OY) et (OZ) le type de l'hyperstaticité (composantes de moment hyperstatique et/ou des composantes de force hyperstatique).

Les équations (1), (3) et (5) non principales de type ($0=0$) présentent :

- ✓ Equations (1) = projection des vitesses de rotation sur l'axe (OX) indique la présence d'un moment hyperstatique autour de cet axe : (L_1 ou L_2 ou L_3 ou L_4)
- ✓ Equations (3) : projection des vitesses de rotation sur l'axe (OZ) indique la présence d'un moment hyperstatique autour de cet axe : (N_1 ou N_2 ou N_3 ou N_4)
- ✓ Equations (5) : projection des vitesses de translation sur l'axe (OY) indique la présence d'une force hyperstatique selon cet axe : (Y_1 ou Y_2 ou Y_3 ou Y_4)

A-18. Proposer une liaison en A permettant de rendre le mécanisme isostatique. Indiquer son nom et la schématiser en 2 vues (figure A2).

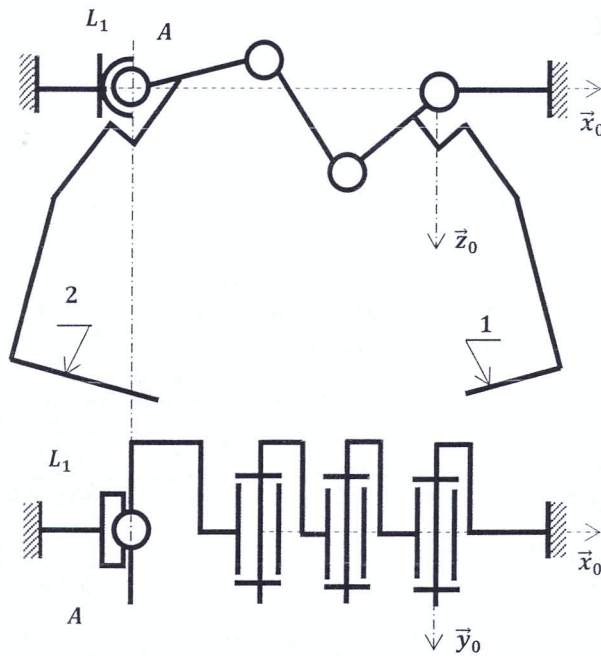
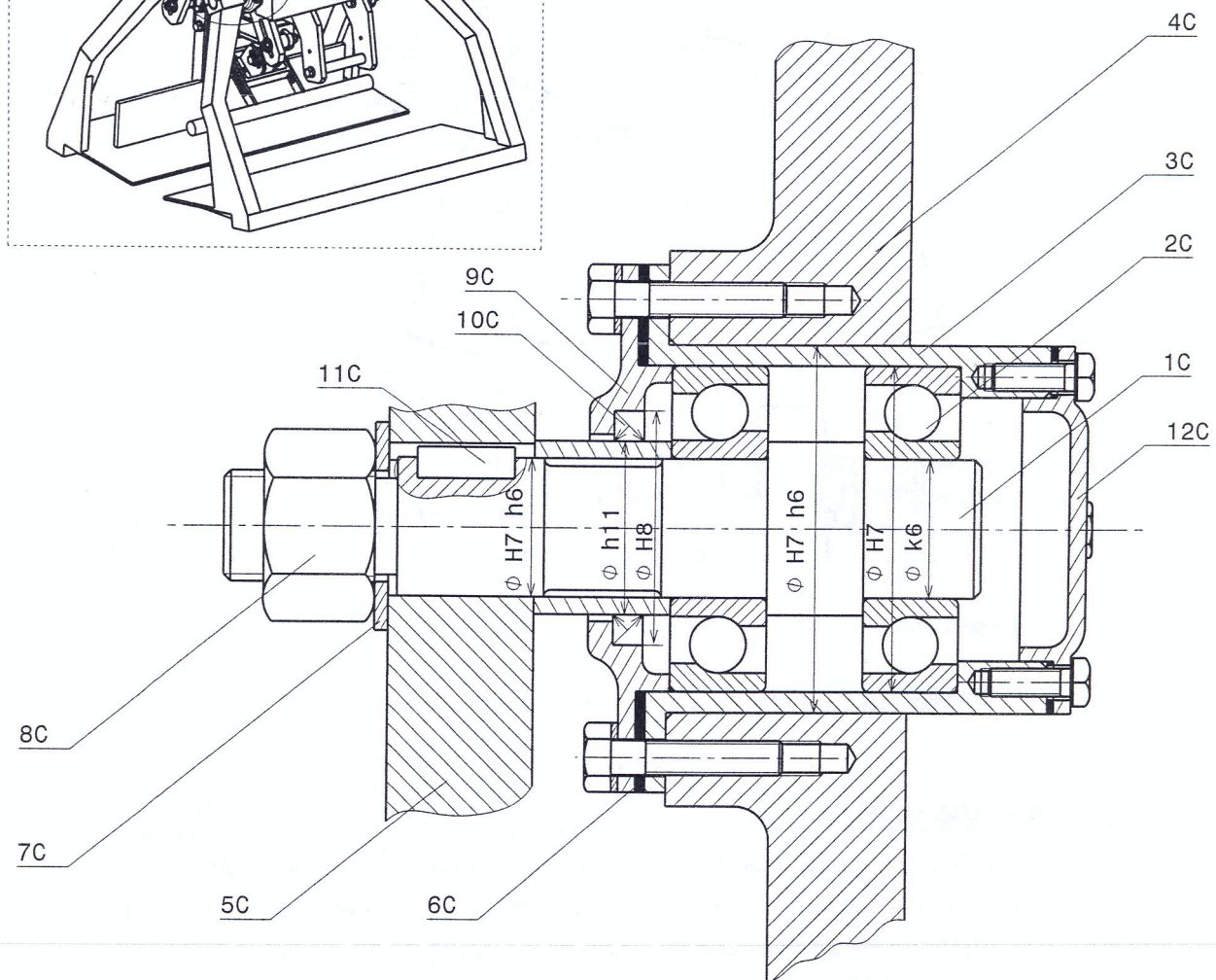


Figure A2- Schéma cinématique du mécanisme isostatique

4- Représentation Graphique

A-19. On se propose de concevoir la liaison L_1 (question A-18) entre le bras (5C) et le caisson (4C) en utilisant deux roulements à billes à contact oblique. Compléter le dessin et la nomenclature (Page 8/15, DT-04), en utilisant le document technique DT-09 et en étudiant :

- Le montage des roulements dans le boîtier (3C),
- La liaison du boîtier (3C) avec le caisson (4C),
- La liaison encastrement du bras (5C) avec l'arbre (1C),
- Le réglage du jeu fonctionnel des roulements (2C),
- L'étanchéité,
- Les ajustements nécessaires au bon fonctionnement de l'ensemble du palier.



Concours nationaux d'entrée aux cycles de formation d'ingénieurs

Partie B : Fabrication Mécanique

1- Étude de fabrication du couvercle

L'obtention du couvercle nécessite plusieurs opérations de mise en forme comme l'illustre la figure B1.

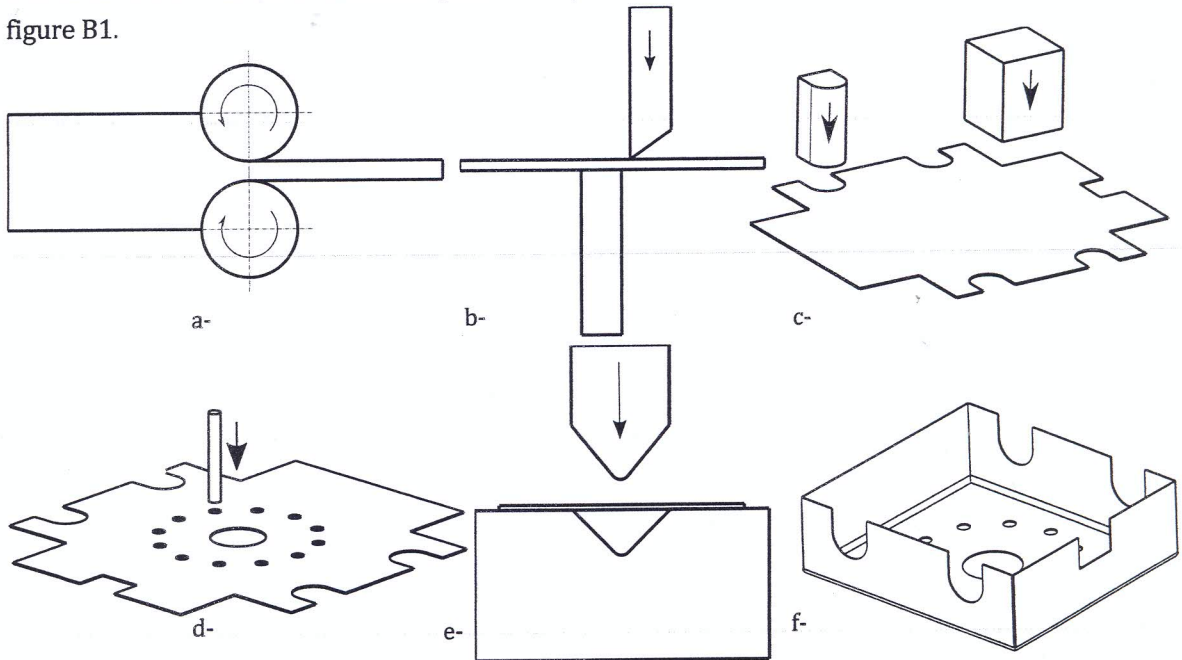


Figure B1. Procédés de mise en forme du couvercle

B-1. Compléter le tableau suivant et nommer chaque opération de mise en forme permettant la production du couvercle.

Rep.	Opération	Rep.	Opération
a	Laminage	d	Poinçonnage
b	Découpage	e	Pliage
c	Encochage	f	Soudage

B-2. Entre le soudage oxyacétylénique et à l'arc électrique avec électrode infusible TIG, quelle technique convient le mieux pour souder les angles du couvercle ? Justifier le choix retenu.

Soudage T.I.G

- ◆ Généralement utilisé pour le soudage des aciers inoxydables
- ◆ Cordon de soudure propre
- ◆ Pas d'oxydation
- ◆ OA provoque :
 - des déformations de la tôle due à la flamme
 - l'oxydation du joint de soudure

B-3. Expliciter la désignation du matériau du couvercle *X 5 Cr Ni 18-10*, en complétant le tableau suivant :

X	Symbole des aciers fortement alliés
5	0,05% de carbone
Cr	Chrome
Ni	Nickel
18	18% de chrome
10	10% de Nickel

B-4. Pour la réalisation du trou $\varnothing 120$ mm, on utilise une matrice et un poinçon (figure B.2), montés sur une presse de 40 Tonnes.

Calculer l'effort de poinçonnage F_p .

Est-il possible de réaliser ce trou sur cette machine, sachant que la résistance pratique au cisaillement du matériau ($R_g = 480$ MPa).

Sinon, proposer une solution technologique permettant de réussir cette opération.

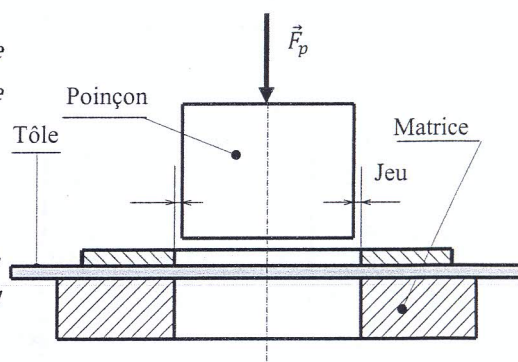


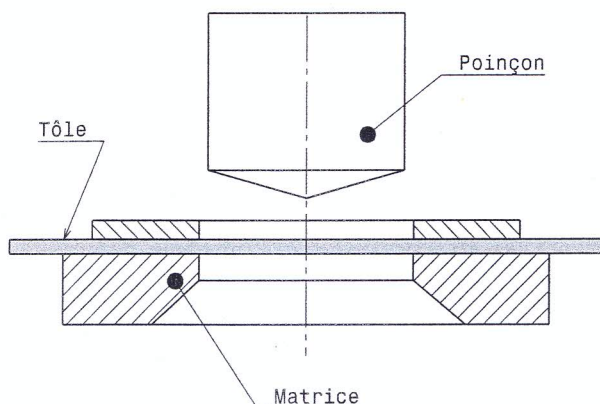
Figure B.2- Outillage de poinçonnage

Effort de poinçonnage : $F_p = P \cdot e \cdot R_g$; $P = \pi \cdot D$

AN : $F_p = \pi \cdot D \cdot e \cdot R_g = \pi \cdot 120 \cdot 3 \cdot 480 = 542880 \text{ N} = 54,288 \text{ tonnes}$

$$F_p = 54,288 \text{ tonnes}$$

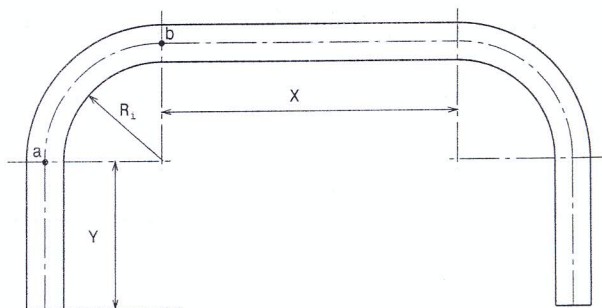
Il n'est pas possible, car F_p est supérieure à la capacité de la machine. Pour résoudre ce problème, on doit prévoir un vague de coupe (chanfrein) sur le poinçon



B-5. Calculer la longueur (L_d) et la largeur (l_d) développées du flan de départ, en se rapportant au document (DT-06).

$$L = X + 2Y + 2\widehat{ab} \text{ avec } \widehat{ab} = R_f \frac{\pi}{2}$$

Rayon de la fibre neutre : $R_f = R_i + \frac{e}{2}$



$$L_d = [550 - 2(R_i + e)] + 2[170 - (R_i + e)] + 2 \left[\left(R_i + \frac{e}{2} \right) x \frac{\pi}{2} \right]$$

$$L_d = [550 - 2(10 + 3)] + 2[170 - (10 + 3)] + 2 \left[\left(10 + \frac{3}{2} \right) x \frac{\pi}{2} \right] = 874 \text{ mm}$$

$$l_d = L_d - 50 = 824 \text{ mm}$$

$L_d = 874 \text{ mm}$	$l_d = 824 \text{ mm}$
------------------------	------------------------

2- Etude de projet de gamme de fabrication de la patte de fixation (4F) (DT-05)

Documents techniques :

- Dessin de définition de la patte de fixation (DT-07),
- Dessin de la pince avec la numérotation des surfaces à usiner et du brut de départ (DT-08).

B-6. Compléter la gamme de fabrication relative à la phase 30 (usinage des surfaces 3, 4 et 5 en précisant pour cette phase (Page 12/15) :

- Le référentiel de mise en position « isostatisme » (placer les normales de repérage sur le croquis),
- L'outil de coupe représenté en position de travail,
- La machine-outil,
- Les instruments de contrôle,
- Les cotes de fabrication (pour les éventuels transferts de cotes, les chaînes doivent être représentées sur le dessin).

Avant-projet de gamme de fabrication

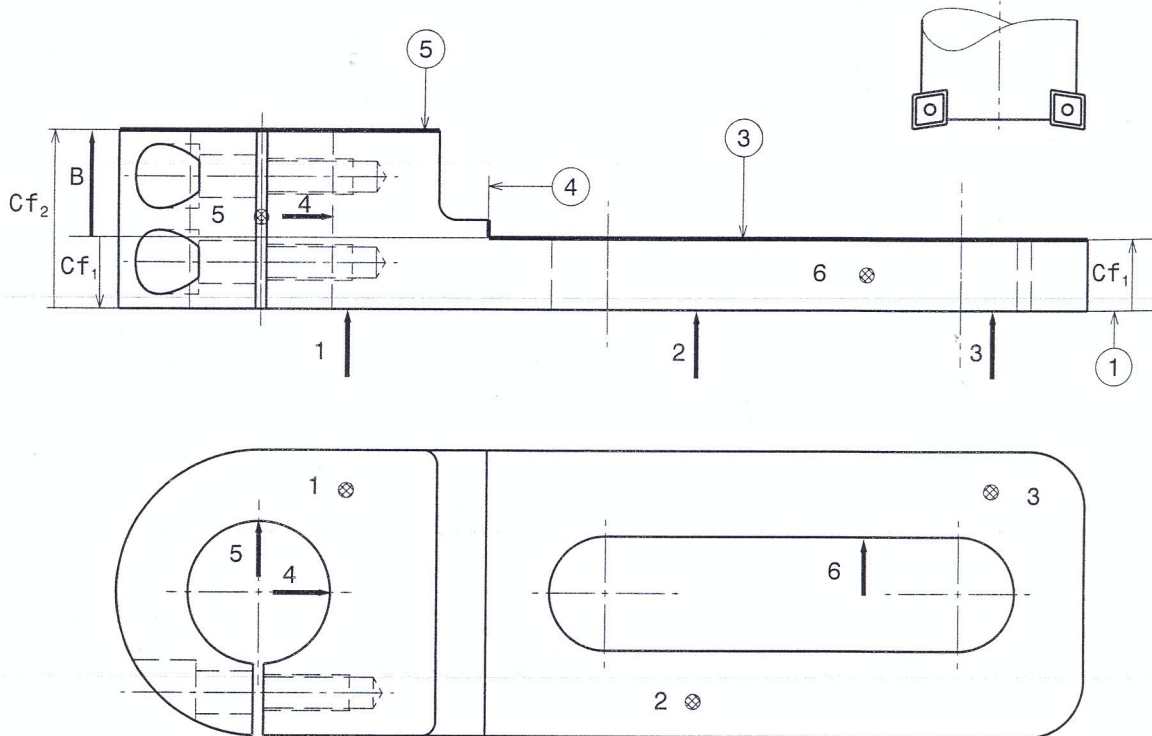
Pièce: Patte de fixation

Matière: EN-JS 1040

Phase: 30

Machine: Fraiseuse verticale

Désignation opération: Fraisage



Croquis de mise en position

Désignation de l'isostatisme	Outils	Moyens de vérification
Appui plan sur (1) (1,2,3) Centrage court sur (2) (4,5) Butée sur B3 (6)	Fraise 2T Ø100mm	Pied à coulisse

Calcul des cotes de fabrication

Surfacer et dresser (3) et (4) $Cf_1 = 20^{+0,2}_{-0,1}$ Surfacer (5) Cf_2 à calculer après transfert de cote

$$ITB = IT Cf_1 - IT Cf_2 \longrightarrow IT Cf_2 = ITB - IT Cf_1 = 0,5 - 0,3 = 0,2 > 0 \quad \text{Transfert possible}$$

$$Cf_{2M} = B_M + Cf_{1m}$$

$$Cf_{2m} = B_m + Cf_{1M}$$

$$Cf_{2M} = 30,3 + 19,9 = 50,2$$

$$Cf_{2m} = 29,8 + 20,2 = 50 \longrightarrow Cf_2 = 50^{+0,2}_0$$

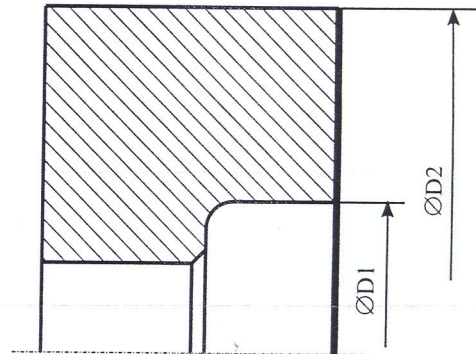
3- Etude de fabrication de l'entretoise

(9F) (DT-05)

3.1 - Etude de la coupe

Soit à dresser en finition la face de l'entretoise (voir figure 5) d'une série de N_p pièces sur un tour à commande numérique avec un outil à dresser à plaquette rapportée en carbure.

B-7. Donner l'expression du temps de coupe T_N (temps où l'outil arrache effectivement le copeau) lors d'une opération de dressage à vitesse de rotation constante N et à une avance f .



$$T_N = \frac{L}{V_a}, \quad V_a = f \cdot N, \quad L = \frac{D_2 - D_1}{2}$$

$$T_N = \frac{D_2 - D_1}{2 \cdot f \cdot N}$$

B-8. Quel inconvénient présente le dressage à vitesse de rotation constante ?

La vitesse de coupe est variable lors de l'usinage

B-9. L'expression obtenue en B-7 est-elle valable si l'usinage se fait à vitesse de coupe constante ? Justifier.

Non car $V_a = f \cdot \frac{1000 \cdot V_{cc}}{\pi \cdot D}$ N'est pas constante (D variable)

B-10. Montrer que le temps de coupe T_c de l'opération de dressage à vitesse de coupe constante V_{cc} s'écrit sous la forme :

$$T_c = \frac{\pi \cdot (D_2^2 - D_1^2)}{4000 \cdot V_{cc} \cdot f}$$

$$V_a = f \cdot \frac{1000 \cdot V_{cc}}{\pi \cdot x} \text{ et } V_a = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dt = \frac{2 \cdot \pi \cdot x \cdot dx}{1000 \cdot f \cdot V_{cc}}$$

$$\Rightarrow \int_0^{T_c} dt = \frac{2 \cdot \pi}{1000 \cdot f \cdot V_{cc}} \int_{\frac{D_1}{2}}^{\frac{D_2}{2}} x dx$$

$$\Rightarrow T_c = \left[\frac{\pi \cdot x^2}{1000 \cdot f \cdot V_{cc}} \right]_{\frac{D_1}{2}}^{\frac{D_2}{2}} = \frac{\pi \cdot (D_2^2 - D_1^2)}{4000 \cdot V_{cc} \cdot f}$$

A.N

$$T_c = \frac{\pi \cdot (100^2 - 44^2)}{4000 \cdot 140 \cdot 0,08} = 0,565 \text{ min}$$

B-11. Vérifier si, lors du dressage, la vitesse de rotation de la broche atteint la vitesse maximale de la machine (N_{max}).

La vitesse de la broche est maximale quand D est minimal

$$N = \frac{1000 \cdot V_{cc}}{\pi \cdot D_1} = \frac{1000 \cdot 140}{\pi \cdot 44} = 1013 \text{ tr/min}$$

La vitesse de la broche n'a pas atteint la vitesse maximale $N < N_{max}$

B-12. Sachant qu'une plaquette possède 2 arêtes tranchantes, déterminer le nombre de plaquettes N_q nécessaires pour l'usinage du lot de pièces.

$$\text{Temps de coupe du lot} \quad T_{c \text{ lot}} = N_p \cdot T_c$$

$$\text{Nombre de plaquettes} \quad N_q = \frac{1}{2} \frac{T_{c \text{ lot}}}{T} = \frac{1}{2} \frac{N_p \cdot T_c}{T}$$

A.N

$$N_q = \frac{500 \cdot 0,565}{2 \cdot 90} = 1,57 \text{ soit 2 plaquettes}$$

B-13. On ne dispose que d'une plaquette pour tout le lot, déterminer alors la nouvelle valeur de la vitesse de coupe V_{ccm} à afficher sur la machine.

Une plaquette (2 tranchants) $\rightarrow$ Temps de coupe du lot = durée de vie de l'outil/2

$$T_{c \text{ lot}} = \frac{1}{2} T_m \quad (A)$$

$$T_{c \text{ lot}} = N_p \frac{\pi \cdot (D_2^2 - D_1^2)}{4000 \cdot V_{cc} \cdot f} \quad (B)$$

$$\text{Taylor: } V_{cc60} T^n = V_{ccm} T_m^n \quad (C)$$

$$(A), (B) \text{ et } (C) \Rightarrow V_{ccm} = \left(\frac{K_m}{T} \right)^{\frac{1}{1-n}} (V_{cc60})^{\frac{1}{1-n}} \text{ avec } K_m = N_p \frac{\pi \cdot (D_2^2 - D_1^2)}{8000 \cdot f}$$

$$V_{ccm} = \left[N_p \frac{\pi \cdot (D_2^2 - D_1^2)}{8000 \cdot f \cdot T \cdot V_{cc60}^{\frac{1}{n}}} \right]^{\frac{n}{n-1}}$$

A.N

$$V_{ccm} = 114,6 \text{ m/min soit } 114 \text{ m/min}$$

3.2- Programme Commande Numérique

B-14. Compléter le programme ci-dessous de N120 à N240 pour réaliser l'alésage finition du point P₁ au point P₇:

PROGRAMME	CROQUIS
%2017 (USINAGE DE L'ENTRETOISE) N10 G90 G71 G92 S3000 ... (FINITION ALESAGE) N120 G0 X160 Z60 (CHANGEMENT OUTIL) N130 T7 D7 M6 N140 G95 F0.1 N150 G97 S500 M3 M41 M8 N160 G0 X44 Z45 (P ₁) N170 G96 S70 N180 G1 X44 Z26 (P ₂) N190 G3 X36 Z22 R4 (P ₃) N200 X30 Z20 (P ₄) N210 X26 Z20 (P ₅) N220 G1 X22 Z20 (P ₆) N230 G97 S500 N240 G0 X22 Z45 (P ₇) N250 G0 X160 Z60 (DEGAGEMENT) ...	