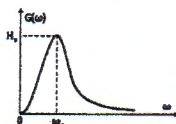
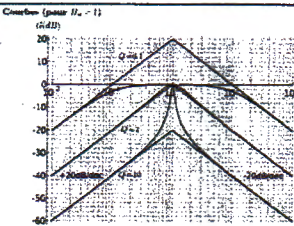
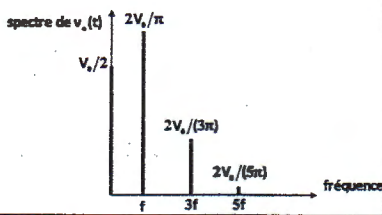
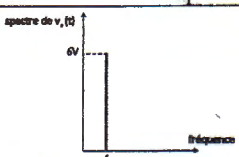


Corrigé physique

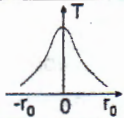
PT Juin 2019

	Problème 1	75
1	$M \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -kx(t) - \alpha \frac{dx(t)}{dt} + F_0 \cos(\omega t)$ $\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \frac{\omega_0}{Q} \frac{dx(t)}{dt} + \omega_0^2 x(t) = \omega_0^2 e(t) \text{ avec } e(t) = \frac{F_0}{k} \cos(\omega t) ; \omega_0^2 = \frac{k}{M} \text{ et } Q = \frac{M\omega_0}{\alpha}$	2 1
2	$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} + \omega_0^2 x(t) = 0 \Rightarrow x(t) = x_0 \cos(\omega_0 t)$ $E_c(t) = \frac{1}{2} M \left(\frac{dx(t)}{dt} \right)^2 = \frac{1}{2} M \omega_0^2 x_0^2 \sin^2(\omega_0 t) ; E_p(t) = \frac{1}{2} kx^2(t) = \frac{1}{2} kx_0^2 \cos^2(\omega_0 t)$ $E_m = E_c(t) + E_p(t) = \frac{1}{2} kx_0^2 \text{ est conservée}$	2 2 1
3	$-\omega^2 \underline{x}(t) + j\omega \frac{\omega_0}{Q} \underline{x}(t) + \omega_0^2 \underline{x}(t) = \omega_0^2 e(t) ; \underline{x}(t) = \frac{e(t)}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j \frac{\omega}{Q\omega_0}}$ $X_0 = \frac{F_0/k}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{Q^2\omega_0^2}}} : \text{ passe par un maximum lorsque } \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{Q^2\omega_0^2} \text{ minimal}$ On pose $u = \frac{\omega^2}{\omega_0^2}$ et $f(u) = (1-u)^2 + \frac{u}{Q^2}$ alors $f'(u) = 0$ pour $u = 1 - \frac{1}{2Q^2} = \frac{\omega^2}{\omega_0^2} > 0$ $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ et la résonance aura lieu pour $\omega = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$	2 1 2
4	$X_{0 \max} = \frac{F_0/k}{\frac{1}{Q} \sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \approx Q \frac{F_0}{k} \text{ lorsque } Q \gg 1$ $X_0(\omega_1) = X_0(\omega_2) = \frac{X_{0 \max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{X_{0 \max}}{\sqrt{Q^2 \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}} = \frac{X_{0 \max}}{\sqrt{2}} \text{ alors } Q^2(1-u)^2 + u = 2$ $u^2 - 2u \left(1 - \frac{1}{2Q^2}\right) + 1 - \frac{2}{Q^2} = 0 \text{ alors } \Delta' = \frac{1}{Q^2} \left(1 + \frac{1}{4Q^2}\right) \text{ et}$ $u_{1,2} = 1 - \frac{1}{2Q^2} \pm \frac{1}{Q} \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} \approx 1 \pm \frac{1}{Q} \Rightarrow \omega_{1,2} = \omega_0 \left(1 \pm \frac{1}{2Q}\right) \text{ et } \Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$	2 2
5	$E_m = \frac{1}{2} kX_0^2 \cos^2(\omega t + \varphi) + \frac{1}{2} M\omega^2 X_0^2 \sin^2(\omega t + \varphi)$ $\frac{dE_m}{dt} = -k\omega X_0^2 \cos(\omega t + \varphi) \sin(\omega t + \varphi) + M\omega^3 X_0^2 \cos(\omega t + \varphi) \sin(\omega t + \varphi)$ $\left\langle \frac{dE_m}{dt} \right\rangle = 0$: l'énergie mécanique est conservée : l'énergie reçue de la part de la force excitatrice est entièrement dissipée à travers la force de frottement.	2 1 1
6	$\vec{dF}_L = i(t) \vec{dl} \wedge \vec{B} = i(t) dl \vec{u}_\theta \wedge B \vec{u}_r = -Bi(t) dl \vec{u}_x \Rightarrow \vec{F}_L = -B\ell i(t) \vec{u}_x$	2
7	$M \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -kx(t) - \alpha \frac{dx(t)}{dt} - B\ell i(t) : \text{ équation mécanique (EM)}$	3
8	La bobine, mobile dans un champ $\vec{B}$ stationnaire, sera le siège d'une fem induite donnée par la loi de Faraday.	2
9	$E(t) = B\ell \frac{dx(t)}{dt} \text{ alors } u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} - B\ell \frac{dx(t)}{dt} : \text{ équation électrique (EE)}$	3
10	$(EE) * i(t) \Rightarrow u(t)i(t) = Ri^2(t) + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2(t) \right) - B\ell i(t) \frac{dx(t)}{dt}$ $(EM) * \frac{dx(t)}{dt} \Rightarrow \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} M \left(\frac{dx(t)}{dt} \right)^2 \right) = - \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} kx^2(t) \right) - \alpha \left(\frac{dx(t)}{dt} \right)^2 - B\ell i(t) \frac{dx(t)}{dt}$ D'où : $u(t)i(t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} Li^2(t) + \frac{1}{2} kx^2(t) + \frac{1}{2} M \left(\frac{dx(t)}{dt} \right)^2 \right) + Ri^2(t) + \alpha \left(\frac{dx(t)}{dt} \right)^2$ De la forme : $u(t)i(t) = \frac{dW}{dt} + P_e + P_m$ $W = \frac{1}{2} Li^2(t) + \frac{1}{2} kx^2(t) + \frac{1}{2} M \left(\frac{dx(t)}{dt} \right)^2$ est l'énergie totale du système	1 1 2 1
11	$\left\langle \frac{dW}{dt} \right\rangle = 0 \text{ et } \langle u(t)i(t) \rangle = \langle Ri^2(t) \rangle + \left\langle \alpha \left(\frac{dx(t)}{dt} \right)^2 \right\rangle ; \text{ la puissance moyenne fournie est en partie convertie en puissance sonore, l'autre partie est dissipée par effet joule.}$	2 1

12	On définit le rendement du haut parleur comme $\eta = \frac{\langle P_m \rangle}{\langle u(t)i(t) \rangle} = \frac{\langle P_m \rangle}{\langle P_e \rangle + \langle P_m \rangle}$. On pourra améliorer le rendement en minimisant les pertes par effet Joule.	2 2
13.1	$G(\omega) = \frac{H_0}{\sqrt{1+Q^2\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}}$	 2
13.2	Le gain maximal H_0 obtenu à la résonance pour $\omega = \omega_0$.	2
13.3	En BF : $x = \frac{\omega}{\omega_0} \ll 1$; $G(\omega) \approx H_0 \frac{x}{Q}$ et $g_{dB} = 20 \log H_0 - 20 \log Q + 20 \log x$: droite de pente +20 dB/dec En HF : $x = \frac{\omega}{\omega_0} \gg 1$; $G(\omega) \approx \frac{H_0}{Qx}$ et $g_{dB} = 20 \log H_0 - 20 \log Q - 20 \log x$: droite de pente -20 dB/dec C'est un filtre passe bande	 1 1 1 1
13.4	On pose $x = \frac{\omega}{\omega_0}$ pour que $G(x) = \frac{H_0}{\sqrt{1+Q^2\left(x - \frac{1}{x}\right)^2}} = \frac{H_0}{\sqrt{2}} \Rightarrow x^2 \pm \frac{x}{Q} - 1 = 0$ $x_{1,2} = \pm \frac{1}{2Q} + \sqrt{1 + 1/(4Q^2)}$ alors $\Delta x = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = \frac{1}{Q}$ et donc $\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$	1 2
14.1	Le spectre de $v_e(t)$ comporte une composante continue $\frac{V_0}{2}$ et des harmoniques de fréquences impaires du fondamental f. 1 ^{ère} composante $\frac{V_0}{2}$: fréquence nulle ; 2 ^{ème} composante $\frac{2V_0}{\pi} \sin(2\pi ft)$: fréquence f ; 3 ^{ème} composante $\frac{2V_0}{\pi} \frac{1}{3} \sin(3 \times 2\pi ft)$: fréquence 3f ; 4 ^{ème} composante $\frac{2V_0}{\pi} \frac{1}{5} \sin(5 \times 2\pi ft)$: fréquence 5f	 1 1 2
14.2.a	$V_0 = 2V$ et $T = \frac{1}{f} = 500 \mu s$ donne $f = 2 \text{ kHz}$	3
14.2.b	 Le filtre sélectionne le fondamental du signal carré qui est une sinusoïde à la même fréquence f et d'amplitude $\frac{2V_0}{\pi} H_0 = 6V$	2 2
14.2.c	$\omega_0 = 2\pi f = 4\pi \cdot 10^3 \text{ rad.s}^{-1}$ et $H_0 = \frac{6\pi}{2V_0} = \frac{3\pi}{2} = 4,7$	2
15	Pour $\omega \gg \omega_0$; $\underline{H}(j\omega) \approx \frac{H_0}{jQ\frac{\omega}{\omega_0}} = \frac{H_0\omega_0}{Q} \frac{1}{j\omega} = \frac{V_s}{V_e} \Rightarrow$ $v_s(t) = \frac{H_0\omega_0}{Q} \int v_e(t) dt$: la tension de sortie est l'intégrale du signal d'entrée. Le signal d'entrée étant de forme carrée alors le signal de sortie sera triangulaire.	3 1 2

	Problème 2	125
1.1	$\text{div } \vec{E} = 0$; $\text{div } \vec{B} = 0$; $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ et $\overrightarrow{\text{rot}} \vec{B} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ alors : $\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$	2 1
1.2	$\Delta \vec{E} = -(\beta^2 + k^2) \vec{E}$ et $\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\omega^2 \vec{E} \Rightarrow k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \beta^2$	3
1.3	$\vec{E} = E_0 \cos(\beta y) e^{i(\omega t - kz)} \vec{u}_x = \underbrace{\frac{E_0}{2} e^{i(\omega t - \beta y - kz)}}_{\vec{E}_1} + \underbrace{\frac{E_0}{2} e^{i(\omega t + \beta y - kz)}}_{\vec{E}_2} \vec{u}_x$ $\vec{k}_1 = \beta \vec{u}_y + k \vec{u}_z$ et $\vec{k}_2 = -\beta \vec{u}_y + k \vec{u}_z$	2 2
1.4	$\vec{B}_1 = \frac{\vec{k}_1 \wedge \vec{E}_1}{\omega} = \frac{E_0}{2\omega} e^{i(\omega t - \beta y - kz)} [k \vec{u}_y - \beta \vec{u}_z]$	3

	$\vec{B}_2 = \frac{\vec{k}_2 \wedge \vec{E}_2}{\omega} = \frac{E_0}{2\omega} e^{i(\omega t + \beta y - kz)} [k\vec{u}_y + \beta\vec{u}_z]$	
2.1	$\vec{E} = E_0 e^{i(\omega t - kz)} (\vec{u}_x + i\alpha\vec{u}_y)$; en notation réelle : $E_x = E_0 \cos(\omega t - kz)$ et $E_y = -\alpha E_0 \sin(\omega t - kz)$ $\frac{E_x^2}{E_0^2} + \frac{E_y^2}{\alpha^2 E_0^2} = 1$: c'est l'équation d'une ellipse rapportée à ces axes principaux. Pour $\alpha = 0$: polarisation rectiligne le long de Ox. Pour $\alpha = 1$: polarisation circulaires. Sinon la polarisation est elliptique.	2 3
2.2	$\vec{E} \wedge \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \Big _{t=0} = -\alpha \omega E_0^2 \vec{u}_z$: $\alpha > 0$: polarisation droite ; $\alpha < 0$: polarisation gauche	3
2.3.a	$\vec{E}' = -E_0 e^{i(\omega t + kz)} (\vec{u}_x + i\alpha\vec{u}_y)$	2
2.3.b	$\vec{E}_{rés} = \vec{E} + \vec{E}' = E_0 (e^{i(\omega t - kz)} - e^{i(\omega t + kz)}) (\vec{u}_x + i\alpha\vec{u}_y) = 2E_0 \sin kz e^{i\omega t} (-i\vec{u}_x + \alpha\vec{u}_y)$ L'onde résultante est stationnaire	3 1
3.1	$\vec{E}_{rés} = -2iE_0 \sin kz e^{i\omega t} \vec{u}_x$	2
3.2	$\vec{E}_{rés} = -2iE_0 \sin kz e^{i\omega t} \vec{u}_x = E_0 (e^{-ikz} - e^{ikz}) e^{i\omega t} \vec{u}_x = \underbrace{E_0 e^{i(\omega t - kz)} \vec{u}_x}_{\vec{E}_1} - \underbrace{E_0 e^{i(\omega t + kz)} \vec{u}_x}_{\vec{E}_2}$ $\vec{E}_1 = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \vec{u}_x$ et $\vec{E}_2 = -E_0 e^{i(\omega t + kz)} \vec{u}_x$ vérifient bien la condition au limite sur le miroir parfait $\vec{E}_1(0, t) + \vec{E}_2(0, t) = \vec{0}$	2 2
3.3.a	$\vec{E}_{rés}(z = -d) = \vec{0} \Rightarrow \sin kd = 0 \Rightarrow kd = m\pi \Rightarrow k_m = m \frac{\pi}{d}$ et $v_m = m \frac{c}{2d}$	3
3.3.b	Onde stationnaire résonante dans la cavité	1
3.3.c	$\Delta v = v_{m+1} - v_m = \frac{c}{2d} = v_1 = 500 \text{ MHz}$ et $v_2 = 2v_1 = 1 \text{ GHz}$	2
4.1	$E = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 a_0^2} = 5,1 \cdot 10^{11} \text{ V.m}^{-1}$	3
4.2	$E_0 = \sqrt{\frac{8P}{\pi\epsilon_0 c D^2}} = \sqrt{\frac{32P}{c D^2 4\pi\epsilon_0}} = 3,1 \text{ kV.m}^{-1}$	3
4.3	$P = \frac{W}{\tau} = 10^7 \text{ W}$ et $E_0 = \sqrt{\frac{32P}{c D^2 4\pi\epsilon_0}} = 9,8 \cdot 10^{10} \text{ V.m}^{-1}$	3
4.4	$E_0 = 9,8 \cdot 10^{10} \text{ V.m}^{-1}$ est de même ordre de grandeur que la champ de cohésion intra-atomique ($5,1 \cdot 10^{11} \text{ V.m}^{-1}$). On peut donc aboutir à un effet non linéaire avec un laser impulsif.	2
5.1	- Dualité : la lumière peut être assimilée à une onde EM ou un corpuscule. - Aspect ondulatoire : expérience d'interférence ou de diffraction - Aspect corpusculaire : expérience de l'effet photoélectrique.	1 1 1
5.2.a	$ \psi(x, t) ^2$: densité de probabilité de présence de la particule Dimensions de $ \psi(x, t) $ est $L^{-1/2}$.	2 1
5.2.b	On associe à toute particule de masse m et de quantité de mouvement $p = mv$, une onde de matière de longueur d'onde $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$. $E = \frac{p^2}{2m} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$; $E = \hbar\omega$ alors $\omega = \frac{\hbar k^2}{2m}$: la relation est non linéaire, cela entraîne l'étalement du paquet d'onde de la particule au cours de son déplacement.	2 2 2
5.3.a	$\rho(x) = \psi(x, t) ^2 = \varphi(x) ^2$ est indépendante du temps, l'état est alors stationnaire.	2
5.3.b	$\varphi(x=0) = \varphi(x=L) = 0$	2
5.3.c	$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} = E\varphi(x) \Rightarrow \frac{d^2 \varphi(x)}{dx^2} + \frac{2mE}{\hbar^2} \varphi(x) = 0$: $\varphi(x) = A \sin(\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} x) + B \cos(\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} x)$ Avec $\varphi(x=0) = 0$ alors $B=0 \Rightarrow \varphi(x) = A \sin(\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} x)$ $\int_0^L \psi(x, t) ^2 dx = 1 \quad A^2 \int_0^L \sin^2(\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} x) dx = 1 \quad A^2 \frac{L}{2} = 1 \Rightarrow A = \sqrt{2/L}$	1 2 2 2
5.3.d	$\varphi(x=L) = \sqrt{2/L} \sin(\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} L) = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} L = n\pi \Rightarrow E_n = \frac{(n\pi\hbar)^2}{2mL^2}$ la quantification de l'énergie est due au confinement de la particule.	2 1

6.1	$\psi(x, 0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\Delta k}} \int_{k_0 - \frac{\Delta k}{2}}^{k_0 + \frac{\Delta k}{2}} e^{ikx} dk = \sqrt{\frac{\Delta k}{2\pi}} \operatorname{sinc}\left(\frac{\Delta k}{2}x\right) e^{ik_0 x}$	3
6.2	$\rho(x) = \psi(x, 0) ^2 = \frac{\Delta k}{2\pi} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\Delta k}{2}x\right)$ $\rho(x) = 0 \Rightarrow x_n = \frac{2n\pi}{\Delta k} \text{ où } n \in \mathbb{N}^*$ $\text{et } \rho_0 = \rho(0) = \frac{\Delta k}{2\pi}$	2 2 2
6.3	$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(x, 0) ^2 dx \text{ ne diverge pas et on vérifie bien qu'il est égal à 1.}$ $\frac{\Delta k}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{sinc}^2\left(\frac{\Delta k}{2}x\right) dx = \frac{2}{\pi} \int_0^{+\infty} \operatorname{sinc}^2(u) du = 1 \text{ avec } u = \frac{\Delta k}{2}x$	1 3
6.4	$x_+ = \frac{2\pi}{\Delta k}; x_- = -\frac{2\pi}{\Delta k}; \Delta x = x_+ - x_- = \frac{4\pi}{\Delta k}$ $\Rightarrow \Delta x \cdot \Delta k = 4\pi \text{ et } \Delta x \cdot \Delta p = 4\pi\hbar : \text{ inégalité de Heisenberg.}$ On ne peut pas connaître simultanément avec précision la position et la vitesse de la particule.	1 2 1
7	$\vec{j}_{\text{th}} = -\lambda \overrightarrow{\operatorname{grad} T}; \lambda \text{ en } \text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ En l'absence de source interne et en régime stationnaire $\Delta T = 0$	3 1
8	$\frac{d^2 T}{dz^2} = 0 \Rightarrow T(z) = \frac{T_2 - T_1}{L} z + T_1; \vec{j}_{\text{th}} = -\lambda \frac{dT}{dz} \vec{u}_z; \Phi_{\text{th}} = j_{\text{th}} S = \frac{\lambda}{L} (T_1 - T_2) S$ $R_{\text{th}} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi_{\text{th}}} = \frac{L}{\lambda S}$	3 2
9	$\Phi_{\text{cv}} = hS(T_p - T_f) \text{ et } R_{\text{cv}} = \frac{T_p - T_f}{\Phi_{\text{cv}}} = \frac{1}{hS}$	3
10	Une association en série de trois résistances : $R = R_{\text{th}} + 2R_{\text{cv}} = \frac{L}{\lambda S} + \frac{2}{hS}$	3
11.1	$\lambda \Delta T + q = 0$	1
11.2	$\frac{\lambda}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) + q = 0 \Rightarrow r \frac{dT}{dr} + \frac{q}{2\lambda} r^2 + A = 0 \Rightarrow T(r) = -\frac{q}{4\lambda} r^2 + A \ln(r) + B$ En $r = 0$ la température doit être finie $\Rightarrow A = 0$ $T(r = r_0) = T_0 \Rightarrow B = T_0 + \frac{q}{4\lambda} r_0^2 \text{ et } T(r) = T_0 + \frac{qr_0^2}{4\lambda} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right)$	3 1 2
11.3		2
11.4	$T(r = 0) - T_0 = \frac{qr_0^2}{4\lambda} = \delta T : \text{ c'est la différence de température maximale entre le centre et la surface du barreau.}$	2
11.5	$\delta T = \frac{qr_0^2}{4\lambda} : \text{ plus } \lambda \text{ est grand, plus la chaleur est évacuée vers l'extérieur du cristal.}$	3
11.6	$\Phi_{\text{th}} = -\lambda S \frac{dT}{dr} = 2\pi r_0 L \frac{qr_0}{2\lambda} = \pi r_0^2 q L = 0,53 \text{ W}$	3