



Concours Technologie
Epreuve de Physique

Date : Lundi 20 Juillet 2020 Heure : 8 H Durée : 4 H Nb pages : 08
Barème : Partie 1 : 10 pts Partie 2 : 10 pts

L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé. L'épreuve comporte deux parties indépendantes, le candidat peut les résoudre dans l'ordre qui lui convient en respectant néanmoins la numérotation des questions. Un candidat peut toujours se servir d'un résultat fourni par l'énoncé pour continuer sa composition.

Données :

$R = 8,31 \text{ J. mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}\vec{A}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}\vec{A}) - \Delta\vec{A}$	$\cos(p + q) = \cos p \cos q - \sin p \sin q$
$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	$\epsilon_0 \approx 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F. m}^{-1}$	$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$
$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m. s}^{-1}$	$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$
$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-z^2} dz = \sqrt{\pi}$	$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-z^2} \sin(\gamma z) dz = 0$	$\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-z^2} \cos(\gamma z) dz = \sqrt{\pi} e^{-\frac{\gamma^2}{4}}$

Partie 1 : Onde électromagnétique et action mécanique :

On considère une lumière incidente assimilée à une onde électromagnétique plane, monochromatique, progressive, de pulsation ω et de vecteur d'onde $\vec{k}_i = k\vec{e}_z$ se propageant dans le vide, et rencontrant une surface plane (supposée infinie) du conducteur parfait se trouvant dans la partie de l'espace $z > 0$. (Figure 1). Le champ électrique correspondant $\vec{E}_{inc}$ est donné en notation complexe par :

$$\vec{E}_{inc} = E_0 e^{i(\omega t - kz)} \vec{e}_x \quad \text{avec } E_0 \text{ et } k \text{ sont deux constantes positives et } i^2 = -1.$$

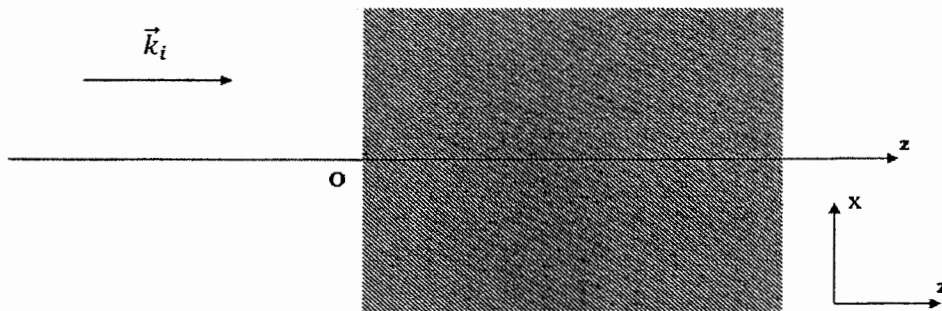


Figure 1

On donne sans démonstration les relations de passage du champ électromagnétique à travers une surface séparant deux milieux (1) et (2) en un point M, avec $\vec{n}_{12}$ le vecteur normal unitaire de cette surface orienté de 1 vers 2 :

- Le champ électrique subit une discontinuité à la traversée de la surface, lorsqu'une densité de charge surfacique σ est présente en M, la relation s'écrit : $\vec{E}_2(M^+) - \vec{E}_1(M^-) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{n}_{12}$
- Le champ magnétique subit une discontinuité à la traversée de la surface, lorsqu'un courant de surface de vecteur densité de courant surfacique $\vec{J}_s$ est présent en M, la relation s'écrit : $\vec{B}_2(M^+) - \vec{B}_1(M^-) = \mu_0 \vec{J}_s \wedge \vec{n}_{12}$

1. Définir la notion de conducteur parfait. Quelle est la valeur du champ électromagnétique à l'intérieur du conducteur parfait ? Justifier.
2. Une onde réfléchi dans l'espace $z < 0$ apparait, quelle est l'origine de cette onde ?
3. Déterminer les expressions des champs suivants : $\vec{B}_{inc}$ le champ magnétique incident, $\vec{E}_r$ le champ électrique réfléchi et $\vec{B}_r$ le champ magnétique réfléchi.
4. Donner en notation réelle les deux champs électrique et magnétique résultants $\vec{E}(z, t)$ et $\vec{B}(z, t)$. Comment on qualifie cette onde résultante ?
5. Etablir les expressions de la densité surfacique de charge σ et le vecteur densité surfacique de courant $\vec{J}_s$.
6. En théorie ondulatoire, la force de Laplace **induite** exercée sur l'élément de surface dS est telle que $d\vec{F}_L = \vec{J}_s dS \wedge \vec{B}_{inc}(z = 0^-)$.
- 6.1. Pourquoi dans l'expression de la force de Laplace induite on a pris uniquement $\vec{B}_{inc}$ et pas $\vec{B}_r$?
- 6.2. Calculer la valeur moyenne temporelle $\langle \|\vec{dF}_L\| \rangle$ à laquelle est soumise l'élément de surface métallique dS . En déduire l'expression de $\beta = \frac{\langle \|\vec{dF}_L\| \rangle}{dS}$ appelée pression de radiation.
7. On se propose de retrouver la pression de radiation en utilisant une autre méthode basée sur la théorie corpusculaire :
 - 7.1. Donner l'expression de la quantité de mouvement $\vec{p}$ d'un photon de fréquence $\nu = \frac{\omega}{2\pi}$ et de célérité $\vec{c} = c\vec{e}_z$.
 - 7.2. On suppose que tous les photons incidents sont réfléchis et que l'énergie du photon n'est pas affectée. Donner la variation de la quantité de mouvement pour un photon $\Delta\vec{p} = \vec{p} - \vec{p}'$ (voir Figure 2).

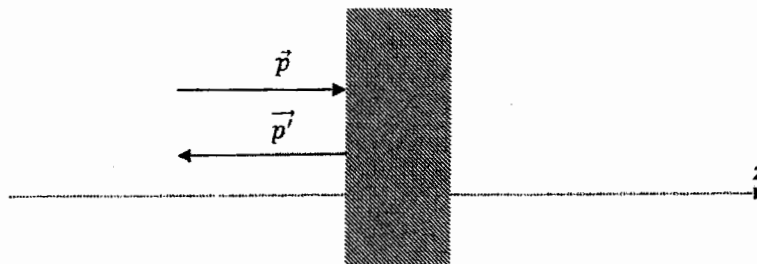


Figure 2

- 7.3. Soit n le nombre de photons incident par unité de volume, quelle est le nombre Γ de photons qui arrivent sur une surface élémentaire dS pendant un intervalle de temps dt ? Dans ce cas, déduire la quantité de mouvement totale $\delta^2 \vec{p}$ fournie à la cible.
- 7.4. Donner l'expression de la force de radiation $\delta \vec{F}$ exercée sur dS pendant dt .
- 7.5. Déterminer la valeur moyenne temporelle $\beta' = \frac{\langle \|\delta \vec{F}\| \rangle}{dS}$. Conclure en comparant β et β' .
8. En se basant sur les résultats des questions précédentes, donner la surface minimale Σ_m d'une voile solaire permettant à un vaisseau spatial de masse $M = 982 \text{ Kg}$ d'échapper à l'attraction solaire.
- Données : Distance vaisseau-soleil : $d = 1,5 \cdot 10^8 \text{ km}$; Puissance solaire : $P_s = 3,82 \cdot 10^{26} \text{ W}$; Masse du soleil : $m_s = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$; Constante de gravitation : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$
- * La norme de la force gravitationnelle qui s'exerce entre deux corps A et B distants de d s'écrit :
- $$\|\vec{F}_{A/B}\| = \|\vec{F}_{B/A}\| = G \frac{m_A m_B}{d^2} \text{ Où } G \text{ est la constante universelle de gravitation.}$$



Figure 3

9. En réalité le milieu occupant le demi-espace $z > 0$ n'est pas un conducteur parfait mais un conducteur métallique *réel*. Sous l'effet d'un champ électrique incident de la forme $\vec{E} = \vec{E}_i e^{i\omega t}$, les particules de ce milieu se mettent en mouvement à une vitesse de dérive notée $\vec{v}$. Dans le cadre du modèle de Drude, les collisions aléatoires que subissent les charges du conducteur sont équivalentes à une force de frottement visqueux proportionnelle à la vitesse de la forme $\vec{f} = -\frac{m}{\tau} \vec{v}$ où m est la masse de l'électron et τ la durée moyenne entre deux collisions.
- Le métal est considéré comme un milieu neutre, homogène, ayant la même permittivité et la même perméabilité que celles du vide. On néglige l'apport magnétique sur les forces exercées sur l'électron. Soit N le nombre de porteurs de charge dans un mètre cube du métal.
- 9.1. Exprimer $\vec{v}$ en fonction de m , τ , e , ω et $\vec{E}$.
- 9.2. Sachant que le vecteur densité de courant volumique vérifie la loi d'Ohm locale, déduire que la conductivité $\underline{\gamma} = \frac{\gamma_0}{1+i\omega\tau}$ et exprimer γ_0 en fonction de N , e , m et τ . Que représente γ_0 ?
- 9.3. On suppose maintenant que l'onde électromagnétique dans ce milieu est de la forme : $\vec{E} = \underline{f}(z) e^{i\omega t} \vec{e}_x$, écrire les équations de Maxwell dans ce milieu.
- 9.4. En déduire l'équation aux dérivées partielles vérifiée par le champ électrique.

- 9.5. Montrer que $\underline{f}(z)$ vérifie l'équation suivante : $\frac{d^2 \underline{f}(z)}{dz^2} + \frac{\omega^2}{c^2} n^2 \underline{f}(z) = 0$ où $n^2 = 1 - i \frac{\tau \omega_p^2}{\omega(1+i\omega\tau)}$ avec $\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{\epsilon_0 m}$. Quelle est la signification physique de n ?
- 9.6. On pose $n = n' - in''$. Exprimer $\underline{f}(z)$.
- 9.7. On suppose que $n' > 0$ et $E_0 = \underline{f}(z=0)$, donner la solution complète de l'onde électromagnétique qui se propage dans le sens des z croissants dans ce milieu.
- 9.8. A quel phénomène physique n'' est lié ?
- 9.9. Le milieu est-il dispersif ? Justifier.
- 9.10. Déterminer alors la valeur moyenne temporelle du vecteur de Poynting de cette onde.
- 9.11. Ecrire la puissance moyenne qui traverse une section S perpendiculaire à (Oz) sous la forme : $P(z) = P_0 e^{-\alpha z}$ où α un coefficient à déterminer en fonction de n'' , ω et c . Que représente α ?

Partie 2 : Elargissement spectral des raies

Une lampe spectrale ou à décharge est constituée d'un tube ou d'une ampoule en verre contenant un gaz (ou de la vapeur atomique) sous haute ou basse pression. En faisant y circuler un courant électrique, elle émet de façon discontinue une lumière composée de plusieurs raies. Par son passage dans le gaz, le courant électrique est à l'origine de nombreuses collisions permettant l'excitation des atomes qui émettront à leur tour des photons appelés aussi quanta de rayonnement électromagnétique.

Dans cette partie on s'intéresse à l'étendu spectral des raies d'émission de la lumière émise par les lampes à décharges. Dans un premier temps on étudie la contribution de l'effet Doppler à l'élargissement spectral de la raie. Dans un second temps, on propose un protocole expérimental permettant une mesure de cette largeur.

I. Elargissement spectral d'une raie d'émission par effet Doppler

La fréquence du rayonnement émis par l'atome en mouvement est en général différente de celle reçue par un photodétecteur fixe dans le référentiel $R(O, x, y, z)$ du laboratoire, supposé galiléen. Ce changement apparent de la fréquence ou encore ce décalage de fréquence est connu sous le nom de l'effet Doppler.

1. Effet Doppler

On présente ici un modèle simplifié qui rend compte de cet effet conduisant à l'élargissement spectral du rayonnement émis par la lampe et détecté par un photodétecteur.

On suppose que le gaz d'atomes est un gaz parfait monoatomique à une dimension où chaque atome est susceptible de se déplacer uniquement selon l'axe (Ox) de vecteur unitaire $\vec{u}_x$.

Dans le cas où l'atome se déplace vers les x positifs à une vitesse constante $\vec{V}_x = V_x \vec{u}_x$, et le photodétecteur est toujours fixe (voir Figure 4), cet atome émet un rayonnement de période T_0 correspondant à la fréquence ν_0 et se propageant à la vitesse de la lumière c .



Figure 4

- 1.1. On désigne part et $t + T_0$ les instants du début et de la fin du signal périodique émis par l'atome. Soient t' et $t' + T$ les instants du début et de la fin du même signal reçu par le photodétecteur.

Exprimer les instants t' et $t' + T$, en fonction de t , T_0 , $x(t)$, $x(t + T_0)$ et c . En déduire que la période T du signal à la réception s'écrit sous la forme : $T = T_0 \left(1 + \frac{v_x}{c}\right)$.

1.2. Sachant que $V_x \ll c$; montrer que la fréquence ν du rayonnement reçu par le photodétecteur peut se mettre sous la forme $\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{v_x}{c}\right)$.

1.3. Application : on suppose que la fréquence du rayonnement émis par l'atome est $\nu_0 = 5,49 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$. Celle-ci correspond à la fréquence centrale de la raie verte du mercure.

a. Exprimer la fréquence ν_1 du rayonnement détecté lorsqu'il est émis par un atome ayant la vitesse $V_x = u$ ($u > 0$). Dans le cas où l'atome a une vitesse $V_x = -u$, exprimer la fréquence ν_2 du rayonnement détecté.

b. Déduire le décalage Doppler $\Delta\nu_{\text{Doppler}} = \nu_2 - \nu_1$ en fonction de u , ν_0 et c . Evaluer $\Delta\nu_{\text{Doppler}}$ et vérifier que $\Delta\nu_{\text{Doppler}} \ll \nu_0$. On donne $u = 10^2 \text{ m.s}^{-1}$.

2. Intensité spectrale d'une raie

On considère une lampe spectrale contenant de la vapeur monoatomique de masse molaire M à la température T supposée constante. Chaque atome constitue une source mobile suivant (Ox) qui émet un rayonnement à la fréquence ν_0 . On place un photodétecteur pour mesurer l'intensité lumineuse du rayonnement émis dans la direction (Ox) .

On admet que la population des atomes du gaz obéit à la loi de distribution des vitesses de Maxwell.

Si N désigne le nombre total d'atomes, alors dN qui représente le nombre d'atomes dont la composante de vitesse est comprise entre V_x et $V_x + dV_x$, est donné par :

$$dN = N \sqrt{\frac{M}{2\pi RT}} \exp\left[-\frac{MV_x^2}{2RT}\right] dV_x \text{ Où } R \text{ est la constante des gaz parfaits}$$

2.1. En tenant compte du décalage Doppler étudié précédemment (1.2), exprimer la vitesse V_x en fonction de la fréquence ν détectée. Déduire la variation dV_x en fonction de $d\nu$.

2.2. En admettant que l'intensité élémentaire dI_s du rayonnement reçu par le photodétecteur s'écrit sous la forme $dI_s = \alpha dN$ où α est une constante, exprimer dI_s qui correspond à l'intervalle spectral $[\nu, \nu + d\nu]$.

2.3. On appelle distribution spectrale de la source, la fonction $f(\nu) = \frac{dI_s}{d\nu}$. Mettre $f(\nu)$ sous la forme $f(\nu) = \beta \exp\left[-\left(\frac{\nu - \nu_0}{\Delta\nu}\right)^2\right]$ et exprimer β et $\Delta\nu$ en fonction des données.

2.4. Evaluer $\Delta\nu$ dans le cas de la raie verte du mercure pour les températures $T_1 = 1000 \text{ K}$ et $T_2 = 2000 \text{ K}$. Commenter ces valeurs obtenues.

On donne : $M = 200,6 \text{ g.mol}^{-1}$.

II. Détermination expérimentale de la largeur spectrale

On propose dans cette deuxième partie une méthode de mesure de la largeur spectrale de la raie verte du mercure reposant sur une mesure interférométrique utilisant l'interféromètre de Michelson :

3. L'interféromètre de Michelson

L'interféromètre de Michelson (**Figure 5**), réglé en lame d'air à faces parallèles d'épaisseur x , est constitué :

- De deux miroirs plans $[M_1]$ et $[M_2]$. Le miroir $[M_1]$ est fixe et situé à une distance $d_0 = OO_1$ alors que $[M_2]$ peut subir un mouvement de translation suivant l'axe (Ox) , perpendiculairement au plan de sa surface. La translation est commandée par un moteur et les plans contenant les deux miroirs restent orthogonaux.
- D'une lame séparatrice $[S_p]$ semi-réfléchissante supposée d'épaisseur nulle, n'introduisant aucun déphasage, inclinée à 45 degré par rapport à l'axe (Ox) .

Le Michelson, plongé dans l'air d'indice supposé égal à 1, est éclairé par la raie verte du mercure considérée ici comme une source étendue et parfaitement monochromatique de fréquence ν .

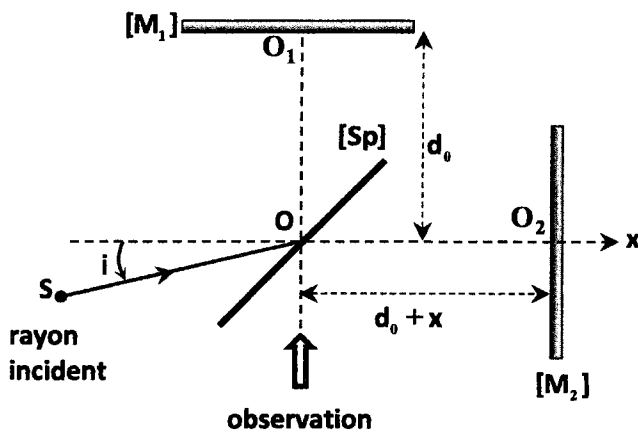


Figure 5

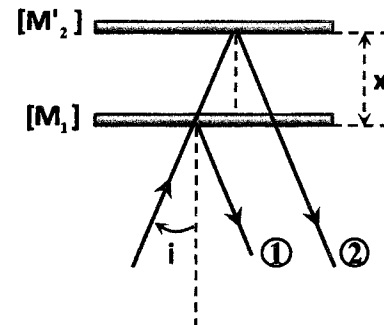


Figure 6

- 3.1. On considère un rayon incident (SO) issu de la source qui fait l'angle i avec l'axe des x . Faire une figure soignée et montrer qu'un tel rayon, dédoublé par la séparatrice, donnera à la sortie (côté observation) deux rayons ① et ②.
- 3.2. Les conditions d'interférence sont-elles vérifiées par les rayons ① et ②. Justifier.
- 3.3. En se basant sur la **Figure 6** (où $[M'_2]$ désigne le symétrique du miroir $[M_2]$ par rapport à la séparatrice $[S_p]$), montrer que l'intensité d'interférence s'écrit sous la forme suivante :

$$I(M) = \frac{I_0}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{4\pi\nu}{c} x \cos i \right) \right] \text{ où } I_0 \text{ est l'intensité maximale.}$$

- 3.4. En utilisant un diaphragme à iris et une lentille convergente (L_0). Proposer un protocole expérimental qui permet à l'aide d'un miroir plan et de la lampe spectrale de positionner ces éléments afin de former un faisceau de lumière parallèle l'axe (Ox) émergent de la lentille.
- 3.5. L'interféromètre est éclairé maintenant par une source ponctuelle placée au foyer objet d'une lentille convergente (L_0) d'axe (Ox) . Le faisceau sortant du Michelson est focalisé à l'aide d'une lentille convergente (L) sur un photo-détecteur placé au foyer image F' de celle-ci (**Figure 7**).

3.5.a. Donner l'expression de l'intensité I en F' reçue par le photo-détecteur en fonction de I_0 , x , v et c .

3.5.b. L'origine des temps $t = 0$ est prise au moment du contact optique pour lequel $x = 0$ et on suppose que le miroir M_2 est entraîné par un moteur avec une vitesse constante V_m . Exprimer l'intensité I en F' en fonction de I_0 , t , v , V_m et c .

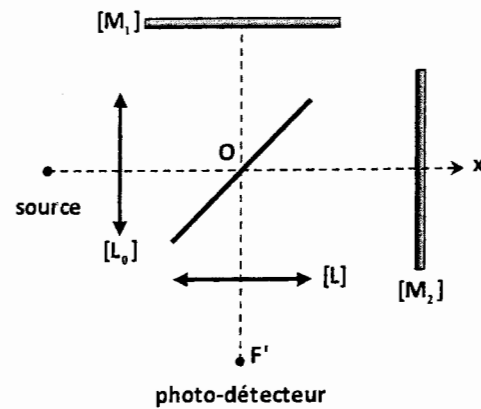


Figure 7

4. Mesure de la largeur de la raie spectrale

On reprend le dispositif de la question précédente 3.5 où la source est ponctuelle mais n'est plus considérée parfaitement monochromatique. Celle-ci présente une distribution spectrale étudiée en 2.3.

4.1. En se servant de la question 3.5.a, donner l'intensité élémentaire dI en F' reçue par le photo-détecteur pour cet intervalle de fréquence $[v, v + dv]$ sachant qu'elle est proportionnelle à $f(v)dv$.

4.2. La fonction $f(v)$ ayant des valeurs quasi-nulles pour $v < 0$ ce qui permet d'étendre les intégrales comprenant cette fonction de $\mathbb{R}^+$ à $\mathbb{R}$. En utilisant les données fournies en début d'énoncé, calculer l'intensité totale détectée et la mettre sous la forme suivante :

$$I(x) = \frac{I_{\max}}{2} \left[1 + e^{-\left(\frac{2x}{L_c}\right)^2} \cos\left(\frac{4\pi x}{c} v_0\right) \right]$$

Où $I_{\max}$ l'intensité correspondante à $x = 0$.

Expliciter L_c en fonction de la largeur spectrale Δv et de c .

On souhaite tracer l'interférogramme, en utilisant une table traçante, correspondant à la source étudiée, c'est-à-dire la courbe $I(x)$ mesurée par le photo-détecteur lorsqu'on fait varier l'épaisseur x de la lame d'air à l'aide d'un moteur entraînant le miroir $[M_2]$ à la vitesse constante V_m .

Le principe de fonctionnement de la table traçante consiste à faire défiler le papier millimétré à une vitesse V_t ; un stylet se déplace transversalement au défilement du papier et trace une courbe dont l'ordonnée est proportionnelle à un signal électrique provenant du photodétecteur. On obtient ainsi sur le papier millimétré une courbe $Y(X)$ dont l'abscisse est proportionnelle au temps et l'ordonnée est proportionnelle à l'intensité lumineuse détectée (Figure 8).

L'enregistrement est obtenu en mettant en marche **simultanément** le moteur et la table traçante à partir de la position donnant le contact optique.

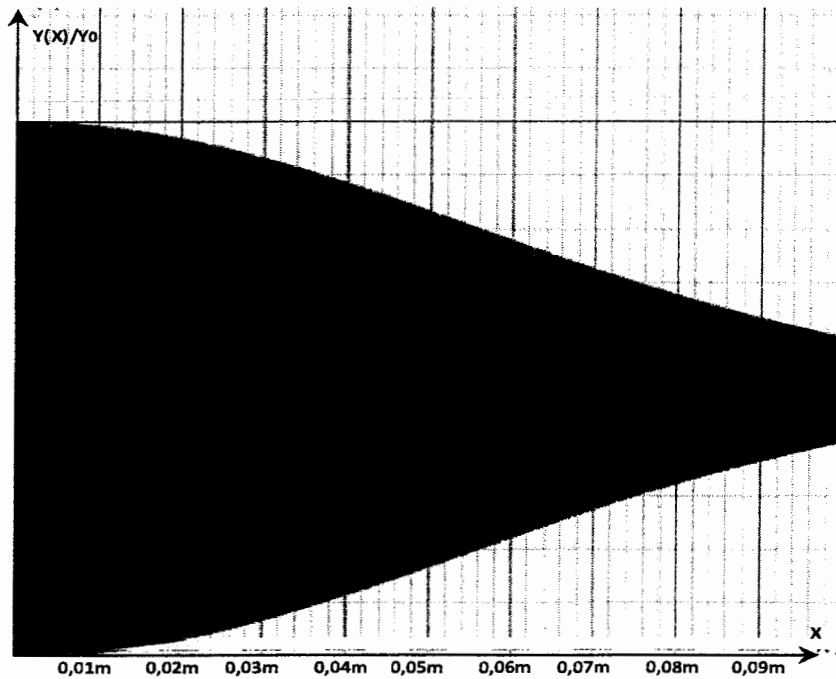
4.3. Mettre $Y(X)$ sous la forme :

$$Y(X) = Y_0 \left[1 + e^{-\left(\frac{X}{\Delta X}\right)^2} \cos\left(2\pi \frac{X}{X_0}\right) \right] \text{ où } Y_0 \text{ est une constante}$$

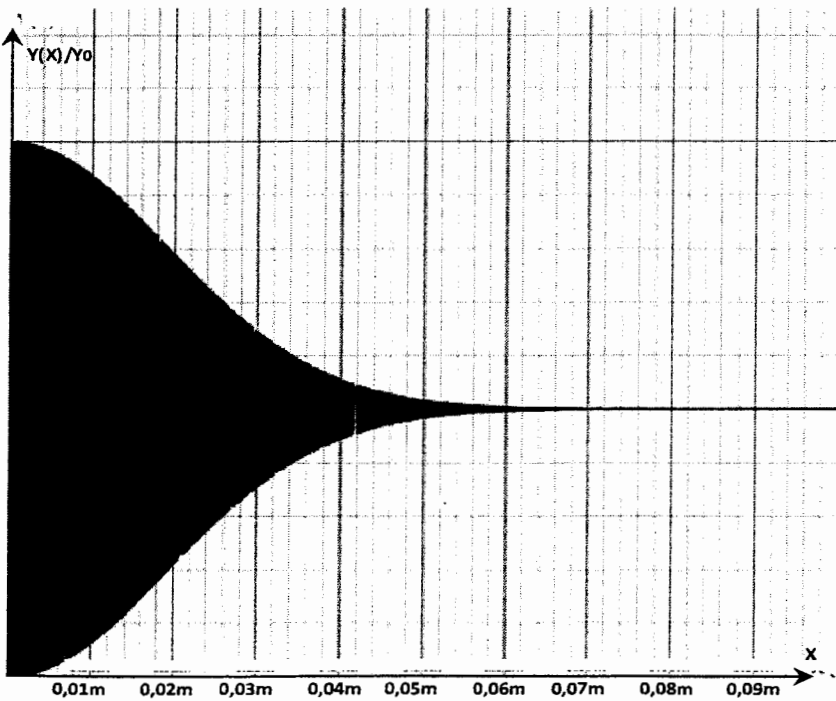
Donner les expressions de ΔX en fonction de V_m , V_t et L_c d'une part et celle de X_0 en fonction de V_m , V_t , v_0 et c d'autre part.

- 4.4. Les deux tracés fournis à la **Figure 8** ont été obtenus à l'aide d'une lampe spectrale identique à celle étudiée en 2.3. L'un des deux tracés correspond à la lampe fonctionnant à $T_1 = 1000 \text{ K}$, l'autre correspond à la lampe fonctionnant à une température $T_2 = 2000 \text{ K}$.

Préciser à quel tracé correspond chaque température. Dédurre de la forme des tracés, la valeur de L_c et de Δv dans chacun des deux cas. On donne : $V_t = 0,5 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$ et $V_m = 0,5 \text{ } \mu\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.



Tracé 1



Tracé 2

Figure 8