

REPUBLIQUE TUNISIENNE

Ministère de l'Enseignement
Supérieur et de la
Recherche Scientifique

Concours Nationaux d'Entrée aux
Cycles de Formation d'Ingénieurs
Session 2020



الجمهورية التونسية

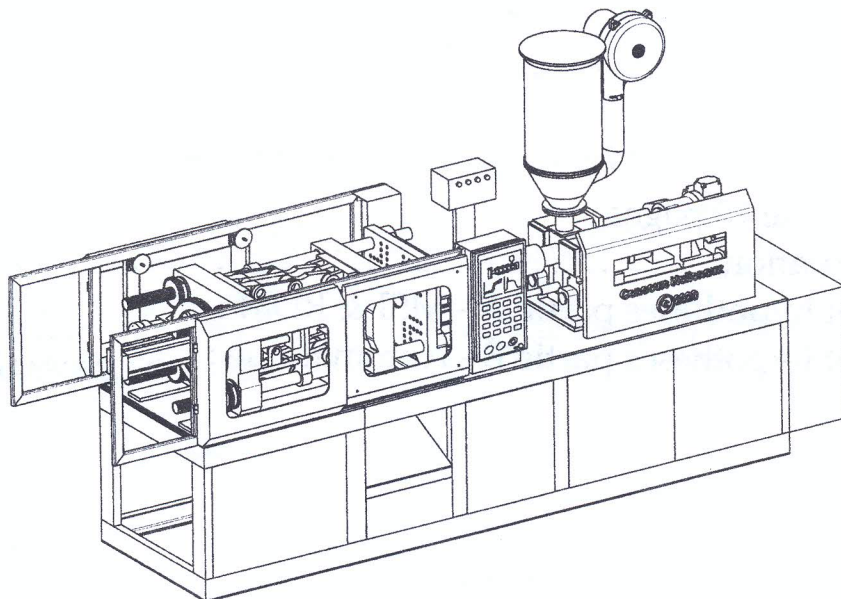
وزارة التعليم العالي
والبحوث العلمية

المناقصات الوحشية للدخول إلى
مراحل تكوين المهندسين
دورة 2020

Concours Technologie

Epreuve de

Systèmes Techniques Automatisés



Date : Samedi 18 Juillet 2020 Heure : 8 H Durée : 3 heures

L'épreuve comporte trois parties :

A - Mécanique des solides indéformables & Résistance des matériaux (10 pts)

B - Automatique (10 pts)

Le sujet de l'épreuve remis au candidat comporte trois dossiers :

1^{er} : "Mise en situation, Données et Hypothèses",

2^{ème} : Trois documents techniques DT-01, DT-02 et DT-03.

3^{ème} : "Document Réponses" contenant les questions à traiter.

N.B.

- * Aucun autre document n'est autorisé.
- * Seules des calculatrices de poche non programmables sont autorisées.
- * Un seul et unique document réponses est fourni au candidat et doit être rendu en totalité, à la fin de l'épreuve, même sans réponses. **Aucune feuille du document réponses ne doit être supprimée** (cet acte est considéré comme étant une tentative de fraude).

Dossier

Mise en situation, Données et Hypothèses

Ce dossier comporte 10 pages :

- ★ Mise en situation : pages de 1 à 4
- ★ Données et hypothèses partie A - MSI & RDM : pages de 4 à 8
- ★ Données et hypothèses partie B - Automatique : pages de 8 à 10

PRESSE D'INJECTION DE MATIÈRE PLASTIQUE

Mise en situation

Le système présenté par le document technique DT-01 est une "presse d'injection" 80 Tonnes qui permet l'obtention de pièces moulées par injection de la matière plastique (polymère).

Ce procédé de moulage s'effectue selon les trois étapes suivantes :

- chauffer et porter à l'état fondu la matière plastique,
- injecter, sous haute pression, cette matière fondue dans un moule comportant l'empreinte de la pièce désirée,
- refroidir rapidement le moule afin de ramener la matière plastique injectée à l'état solide.

Ces étapes, bien qu'elles peuvent paraître simples dans leur description, présentent des complexités sur le plan physico-technique. En effet, chaque type de matière plastique à injecter doit faire objet de consignes de chauffage, de pression et de vitesse de refroidissement en bonne adéquation. Cela permet d'éviter les défauts de fabrication et satisfaire les propriétés de résistance finales désirées.

Dans cette épreuve, nous proposons l'étude de la presse d'injection illustrée par la figure 1. Cette presse est constituée des sous-systèmes suivants :

- une unité d'alimentation en pression hydraulique,
- un automate programmable,
- une unité de plastification équipée d'un système de régulation de température,
- une unité de fermeture et de verrouillage du moule,
- un moule d'injection doté de système de refroidissement.

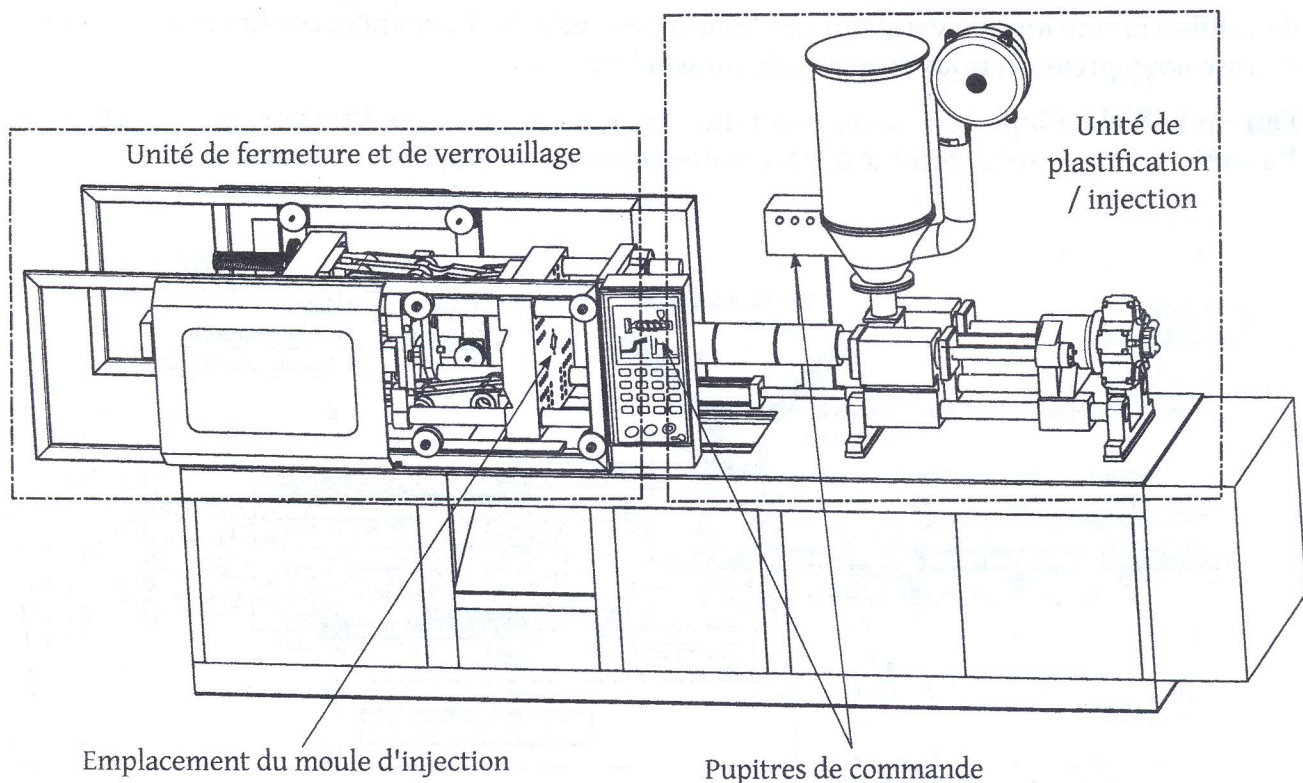


FIGURE 1 – Sous-systèmes de la presse d'injection

Diagramme SADT

La figure 2 représente l'actigramme SADT niveau A-0 de la presse d'injection proposée à l'étude. Cet actigramme permet de cerner la fonction globale de la machine ainsi que les données de contrôle, les entrées et les sorties secondaires.

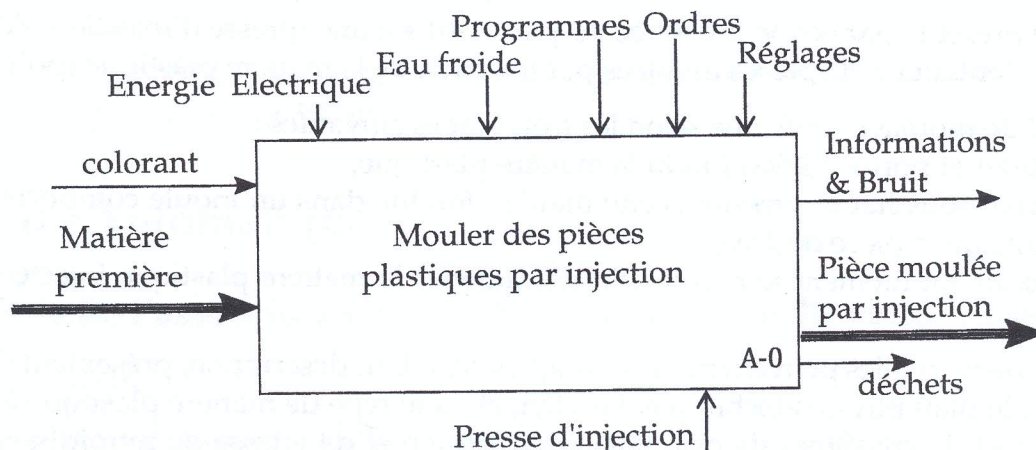


FIGURE 2 – Actigramme niveau (A-0) de la presse d'injection

Description de l'unité de plastification

L'élément principal de cette presse d'injection est l'unité de plastification (voir figure 1). C'est le sous-système qui permet la préparation et l'injection de la matière plastique. Il se compose, comme l'indique la figure 3, d'une trémie de stockage de la matière première sous forme de poudre, de granulé ou de lentilles.

Cette matière passe en premier lieu dans un cylindre pour être emprisonnée entre la paroi de celui-ci et une longue vis ayant des filets à pas variable. La matière confinée sera chauffée et mise sous pression pour être ensuite prête à l'injection.

Durant le cycle d'injection, la vis en rotation avance sous l'action d'un vérin pour permettre l'injection de la matière fondue à travers une buse dans l'empreinte du moule.

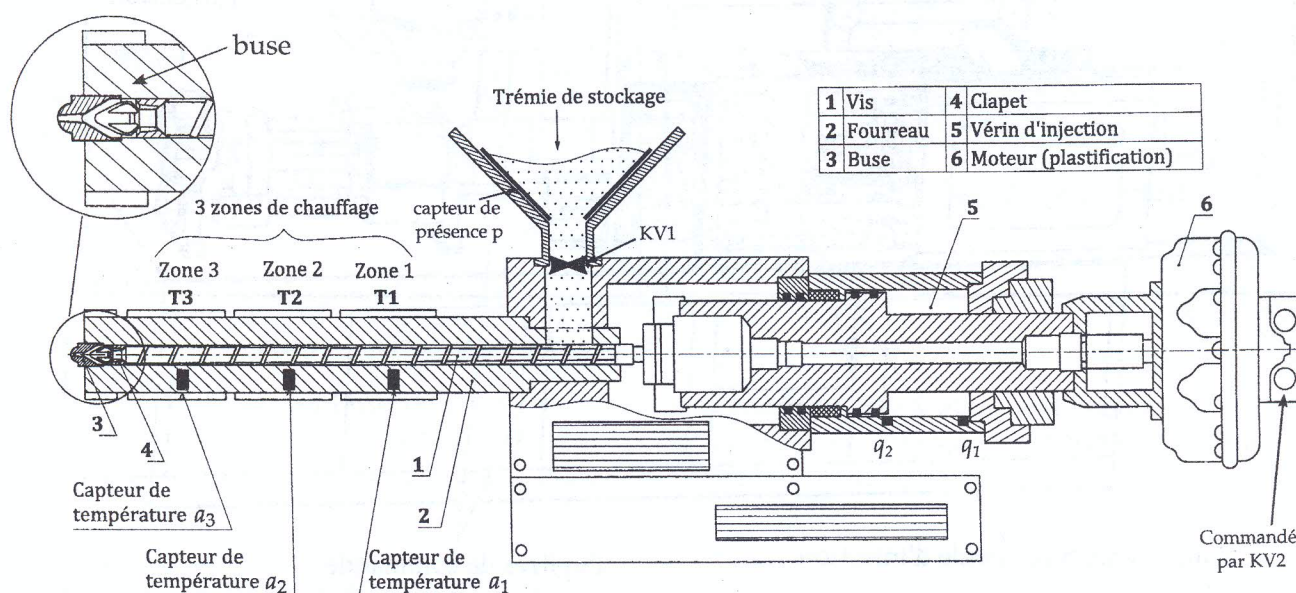


FIGURE 3 – Unité de plastification

La figure 4 présente le cycle d'injection développé en trois phases :

- accostage et dosage de la matière avec moule fermé (figure 4-a),
- remplissage de l'empreinte du moule et compactage de la matière plastique suivie d'un refroidissement (figure 4-b),
- ouverture du moule et éjection de la pièce finie accompagnée du recul de la vis pour reprendre un nouveau cycle d'injection.

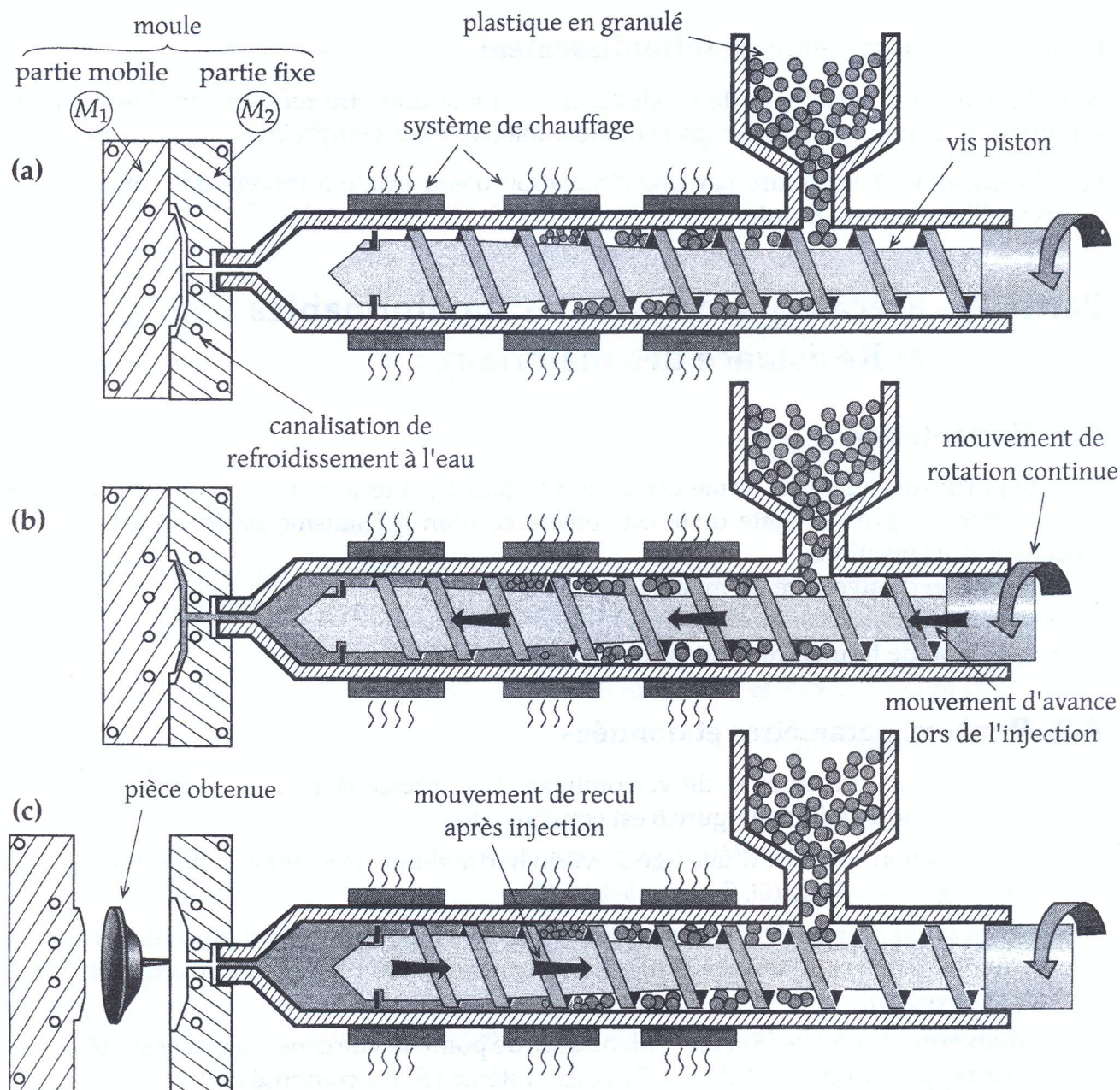


FIGURE 4 – Schématisation simplifiée des étapes d'injection

Unité de fermeture et de verrouillage

L'unité de fermeture et de verrouillage est destinée au positionnement et à la fixation de moules pouvant avoir différentes tailles et d'en assurer ensuite le cycle de fermeture, de verrouillage et d'ouverture.

Cette unité est composée de deux plateaux, l'un est mobile (plateau mobile) et l'autre est fixe. La partie mobile se déplace en respectant un profil de vitesses bien déterminé au cours d'un cycle d'injection.

Cette unité sert aussi à appliquer la force de fermeture et à centrer les deux parties du moule lors de sa fermeture.

Le moule et le système de refroidissement

Afin d'augmenter la cadence de production, le moule doit être refroidi rapidement pour solidifier en un minimum de temps la matière injectée dans l'empreinte.

Le refroidissement est assuré par une circulation d'eau froide à travers des canalisations percées à l'intérieur du moule.

Partie A - Mécanique des solides indéformables & Résistance des matériaux :

A.1 Présentation

L'étude porte sur l'unité de fermeture et de verrouillage mécanique à double genouillères illustrée par la figure 5. Cette unité est constituée d'un mécanisme permettant au moule d'occuper trois positions :

- position d'ouverture du moule (figure 5-a)
- position intermédiaire (figure 5-b)
- position de fermeture et de verrouillage (figure 5-c)

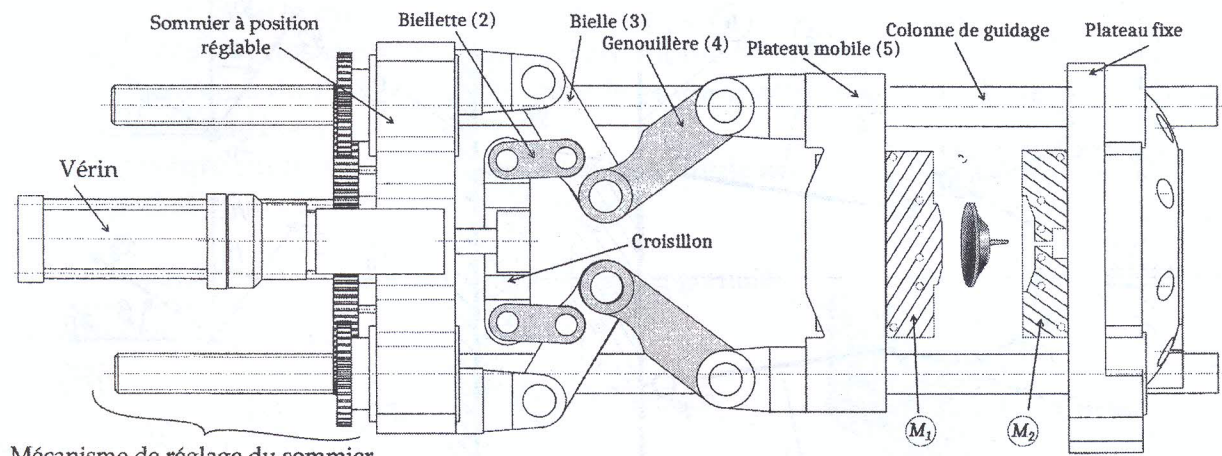
A.2 Repères, paramètres et données

Le mécanisme de fermeture et de verrouillage de la presse d'injection représenté par le schéma cinématique minimal figure 6 est constitué de :

- un croisillon solidaire d'une tige de vérin hydraulique, formant le solide (1) en liaison pivot glissant d'axe $(O, \vec{x}_0)$ avec le bâti (0).
- un plateau mobile (5) en liaison glissière d'axe $(I, \vec{x}_0)$ avec le bâti (0) (cette liaison est équivalente à la liaison de (5) avec les quatre colonnes de guidage et la liaison appui plan avec (0)).
- deux sous-systèmes (S) et (S') identiques de point de vue constituants et symétriques par rapport au plan $(O, \vec{x}_0, \vec{z}_0)$. Le sous-système (S) est composé de :
 - ★ deux billettes placées symétriquement par rapport au plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$. Cette symétrie permet de modéliser ces deux billettes par un seul solide (2) situé dans le plan de symétrie.
 - ★ une bielle (3) située dans le plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$.
 - ★ deux genouillères placées de part et d'autre du plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$. Elles seront modélisées par le solide (4) situé dans ce même plan.

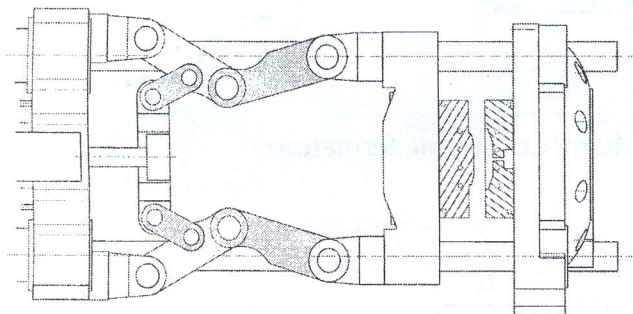
Du point de vue liaisons :

- ★ le solide (2) est articulé au solide (1) au point B ,
- ★ la bielle (3) est articulée d'une part en C au bâti (0) et d'autre part en D au solide (2),

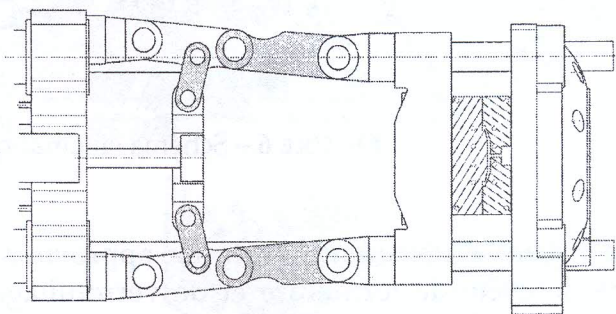


Mécanisme de réglage du sommier
lors du changement de moule

(a) position initiale de la genouillère



(b) position intermédiaire



(c) position finale

FIGURE 5 – Configurations possibles du mécanisme de verrouillage.
(Pour une meilleure visibilité, des pièces en avant plan ont été cachées.)

* le solide (4) est articulé en F au plateau mobile (5) et en E à la bielle (3).

Le moule est composé de deux parties (M_1) et (M_2) fixées respectivement sur le plateau mobile (5) et le plateau fixe solidaire du bâti (0).

Les symétries que possède le mécanisme de fermeture et de verrouillage des moules, permettent de simplifier l'étude en ne traitant que le sous-système (S).

On convient d'appeler équipage mobile l'ensemble (Σ_1) défini par : $\Sigma_1 = \{(1), (2), (3), (4), (5)\}$. Tous les mouvements des solides formants (Σ_1) sont définis par rapport au repère $\mathcal{R}_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié au bâti (0) de la presse. Ce repère sera supposé galiléen ayant pour axe vertical ascendant ($O, \vec{y}_0$).

Le mouvement de translation du solide (1) par rapport au bâti (0) est paramétré par λ .

Le mouvement de translation du plateau (5) par rapport au bâti (0), est paramétré par μ .

On associe aux solides (2), (3) et (4) de l'équipage mobile (Σ_1), les repères suivants :

- $\mathcal{R}_2(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ lié au solide (2) tel que sa rotation par rapport au bâti (0) est définie par l'angle $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$.
- $\mathcal{R}_3(C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_0)$ lié à la bielle (3) tel que sa rotation par rapport au bâti (0) est définie par l'angle $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$.
- $\mathcal{R}_4(F, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_0)$ repère lié au solide (4) tel que sa rotation par rapport au bâti (0) est définie par l'angle : $\gamma = (\vec{x}_0, \vec{x}_4) = (\vec{y}_0, \vec{y}_4)$.

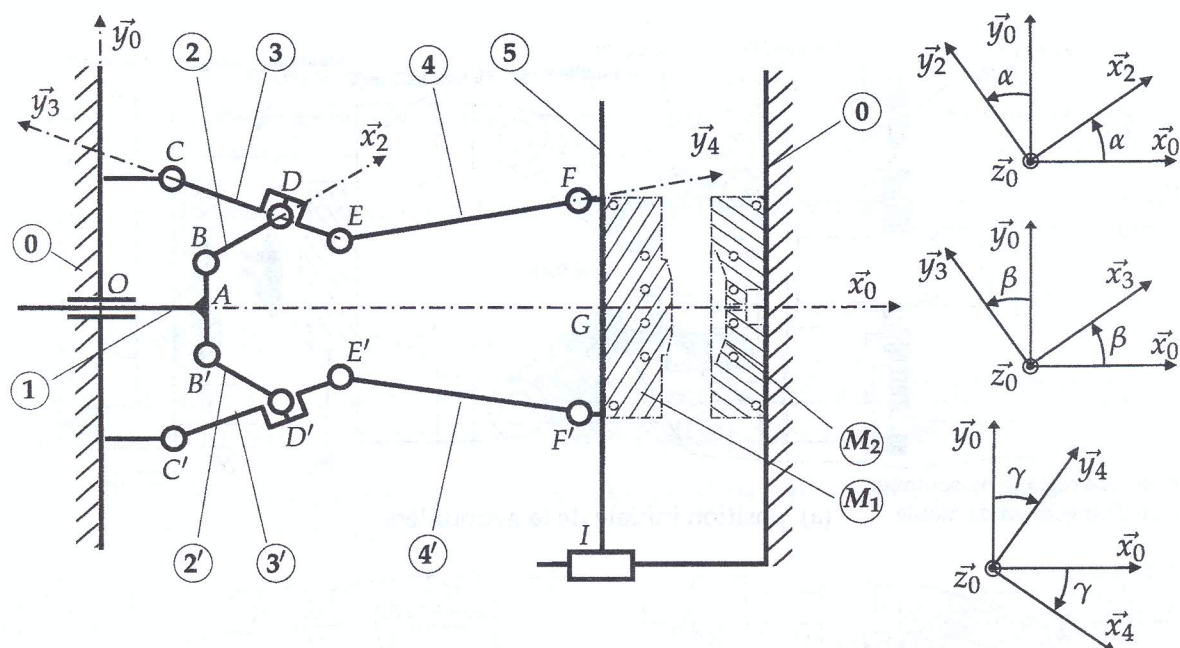


FIGURE 6 – Schéma cinématique du mécanisme de fermeture

La Figure 7 représente de façon approximative le cycle de fermeture et de verrouillage du moule. Ce cycle s'effectue en quatre étapes I, II, III et IV. La fermeture du moule est réalisée avec une avance uniformément accélérée (étape I) suivie d'une avance à vitesse constante V (étape II); le mouvement d'approche est réalisé avec une avance uniformément décélérée (étape III); l'étape IV correspond à la phase de verrouillage et d'injection.

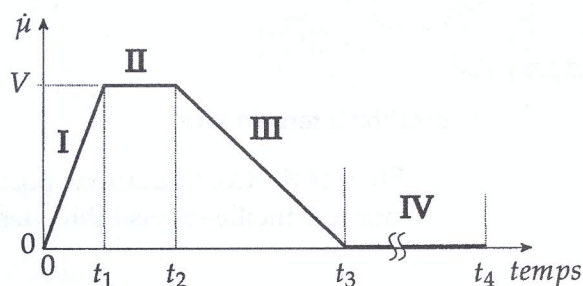


FIGURE 7 – Cycle de fermeture et de verrouillage

Données du problème

Les paramètres et les données géométriques de l'équipage mobile sont définis par les relations vectorielles suivantes :

$$\vec{OA} = \lambda \vec{x}_0; \vec{OG} = \mu \vec{x}_0; \vec{AB} = a \vec{y}_0; \vec{BD} = R \vec{x}_2; \vec{DC} = d \vec{y}_3; \vec{ED} = c \vec{y}_3; \vec{EF} = h \vec{y}_4; \vec{IG} = L \vec{y}_0.$$

où

- a, R, c, d, h et L sont des caractéristiques dimensionnelles (constantes) de l'équipage mobile,
- $\alpha, \beta, \gamma, \mu$ et λ sont les paramètres de l'équipage mobile (variables de configuration).

L'accélération de la pesanteur est définie par : $\vec{g} = -g \vec{y}_0$.

L'action du vérin sur (1), au point A, est modélisée par le torseur : $\{\mathcal{T}(\text{Vérin} \rightarrow 1)\}_A = \begin{Bmatrix} F_v \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{Bmatrix}_A$

Hypothèses

H₁ La liaison équivalente entre le plateau (5) et le bâti (0) est une glissière d'axe $(I, \vec{x}_0)$.

Cette liaison se caractérise aussi par un frottement de glissement de coefficient f ,

cela engendre une action mécanique

représentée au point de contact I par le torseur :

$$\{\mathcal{T}(0 \rightarrow 5)\}_I = \begin{Bmatrix} X_{05} & - \\ Y_{05} & - \\ - & N_{05} \end{Bmatrix}_I^{\mathcal{B}_0}$$

Toutes les autres liaisons de l'équipage mobile seront supposées parfaites.

H₂ Compte tenu de l'importance de la masse M du plateau (5) devant les masses respectives des composants (1), (2), (3) et (4), celles-ci seront négligées. Les forces d'inerties associées à ces solides seront considérées négligeables par rapport aux forces transmissibles par les liaisons.

N.B. Il convient de retenir, pour ce problème plan, la notation :

$$\{\mathcal{T}(i \rightarrow j)\}_Q = \begin{Bmatrix} X_{ij} & - \\ Y_{ij} & - \\ - & N_{ij} \end{Bmatrix}_Q^{B_0}$$

pour représenter le torseur des actions mécaniques en un point Q , qu'exerce un solide (i) sur un solide (j) exprimé dans la base $B_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

A.3 Résistance des matériaux

On se propose d'étudier la résistance de la bielle (3) vis-à-vis des actions mécaniques extérieures qui lui sont appliquées lors de la phase de verrouillage du moule. L'étude est menée selon une approche simplifiée dans laquelle la bielle est modélisée par une poutre droite prismatique pleine, de section rectangulaire ($S = H \times e$) constante, de longueur $CE = d + c = 300$ mm.

Dans cette phase, les expressions permettant le calcul des actions mécaniques appliquées sur la bielle (3) ont permis de déterminer leurs valeurs lors d'une utilisation de la presse d'injection dans les conditions les plus extrêmes. Ces actions sont exprimées dans la base $B(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ lié à la poutre dont l'axe est $(C, \vec{x})$. (figure 8).

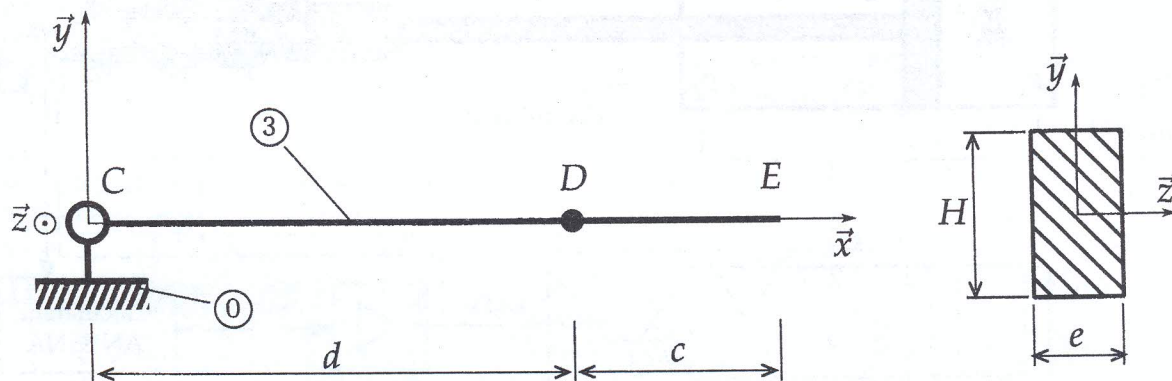


FIGURE 8 – Modèle poutre de la bielle (3).

On donne :

$$- \{\mathcal{T}(0 \rightarrow 3)\}_C = \begin{Bmatrix} 383822 & 0 \\ -20933 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_C^B \quad \text{Torseur d'action mécanique de (0) sur (3) au point C.}$$

$$- \{\mathcal{T}(2 \rightarrow 3)\}_D = \begin{Bmatrix} 15410 & 0 \\ 62799 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_D^B \quad \text{Torseur d'action mécanique de (2) sur (3) au point D.}$$

$$- \{\mathcal{T}(4 \rightarrow 3)\}_E = \begin{Bmatrix} -399232 & 0 \\ -41866 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_E^B \quad \text{Torseur d'action mécanique de (4) sur (3) au point E.}$$

— Les forces sont exprimées en Newton (N);

- Le poids de la bielle (3) est négligeable devant les autres actions mécaniques ;
- $c = 100 \text{ mm}$ et $d = 200 \text{ mm}$;
- La section droite (S) est de forme rectangulaire pleine ;
- La bielle est en acier ayant une limite élastique à l'extension $Re = 1275 \text{ MPa}$
- On adopte un coefficient de sécurité ($s = 2$) et une valeur moyenne d'un facteur de concentration des contraintes en traction-compression ou en flexion ($K_t = 2.5$) ;
- G est le centre de la section droite (S) de la poutre tel que : $\overrightarrow{CG} = x\vec{x}$ (le paramètre x est compris entre 0 et 300 mm) ;

Partie B - Automatique

B.1 Étude de l'asservissement électro-hydraulique du vérin d'injection

Mise en situation

L'objectif de cette partie est la modélisation et la commande en pression du vérin de la vis d'injection. En effet, les conditions thermodynamiques du matériau à l'injection doivent satisfaire des conditions strictes de pression, de température et de volume. C'est pour cela que le vérin d'injection doit être asservi en pression et qu'il est important de s'informer de sa vitesse de translation d'une manière continue.

Dans ce cadre, nous présentons sur la figure 9 la synoptique de la commande du système électro-hydraulique objet de l'étude.

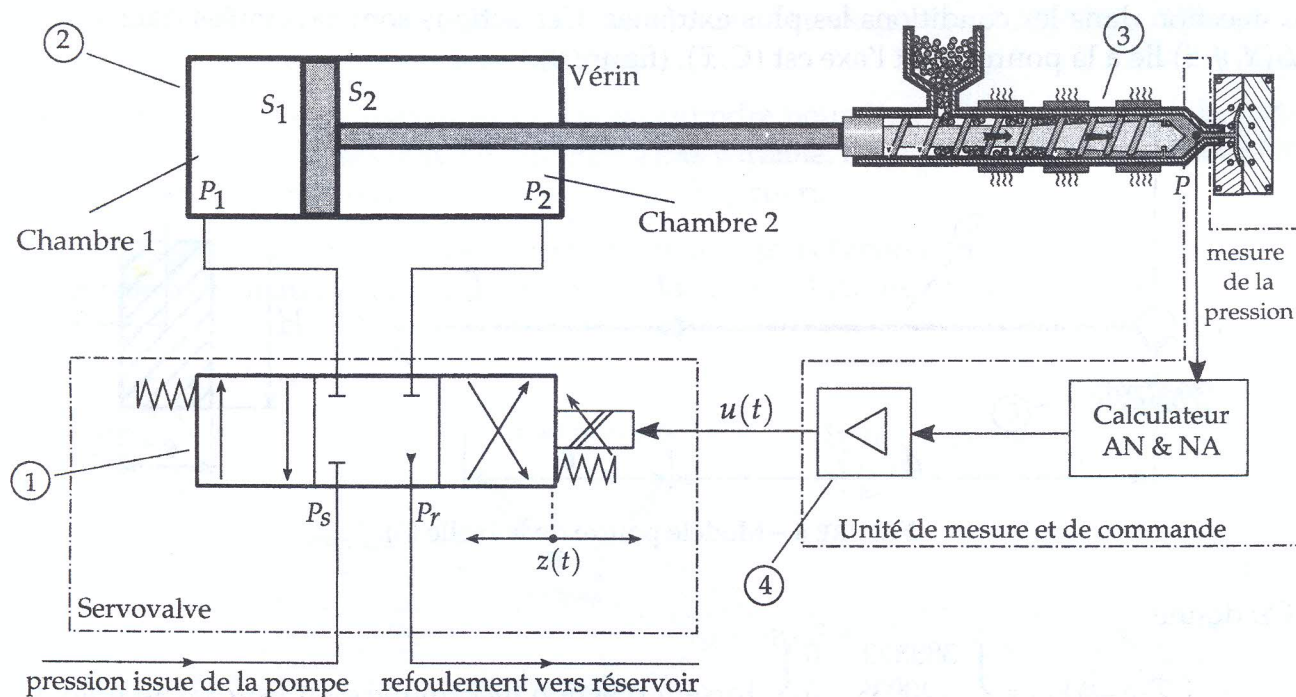


FIGURE 9 – Synoptique de la commande du système électro-hydraulique d'injection :

1. Distributeur proportionnel 4/3 (Servovalve proportionnelle électro-hydraulique à 3 étages) ;
2. Vérin hydraulique à double effet ;
3. Vis d'injection ;
4. Amplificateur.

Explication qualitative du fonctionnement

Par une commande de tension $u(t)$, une force électromagnétique F créée par le solénoïde permet de déplacer d'une distance $z(t)$ le tiroir d'un distributeur. La pression P_1 dans la

chambre 1 du vérin va augmenter et la pression P_2 dans la chambre 2 va diminuer (mise au refoulement de la chambre 2).

Cette pression P_1 sera transmise à la vis de plastification et va générer une pression d'injection au niveau de la buse. La pression d'injection est mesurée d'une manière continue par un capteur de pression et l'information est systématiquement envoyée au calculateur afin de permettre sa régulation.

Modélisation de la servovalve électro-hydraulique

Le schéma de principe de la servovalve électro-hydraulique à trois étages (dite aussi distributeur électro-hydraulique proportionnel 4/3) est donné par la figure 10. Le solénoïde, de résistance R et d'inductance L , engendre une force électromagnétique proportionnelle au courant $i(t)$

$$F(t) = k_e \cdot i(t) \quad (1)$$

Cette force entraîne le déplacement $z(t)$ du tiroir de la servovalve.

L'équation électrique décrivant le fonctionnement du solénoïde est donnée par :

$$Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} = u(t) \quad (2)$$

L'équation décrivant le mouvement du tiroir de la servovalve est donnée par :

$$m_s \frac{d^2 z(t)}{dt^2} + f_s \frac{dz(t)}{dt} + k_s z(t) = F(t) \quad (3)$$

où m_s désigne la masse du tiroir de la servovalve, f_s le coefficient de frottement visqueux et k_s la raideur du ressort de rappel.

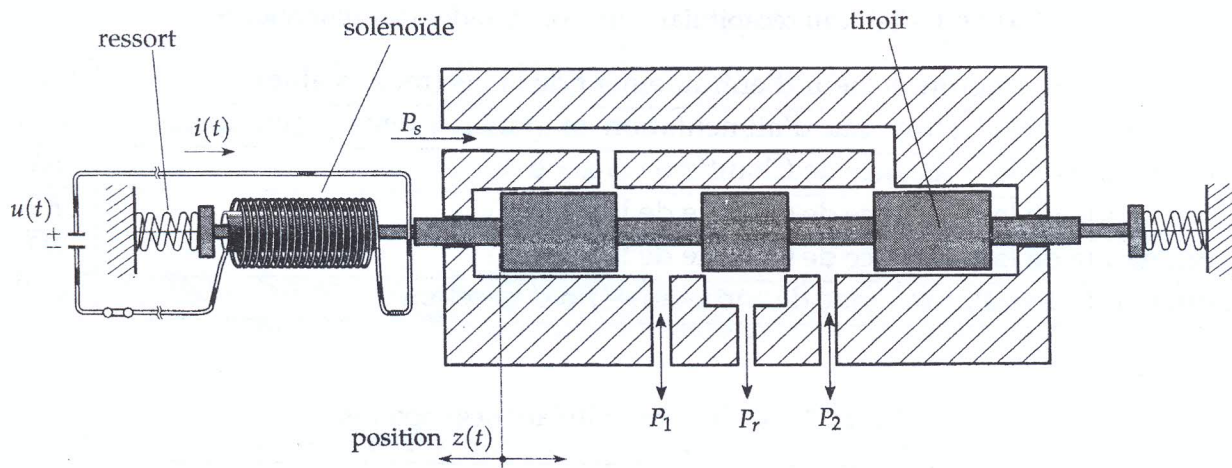


FIGURE 10 – Servovalve électro-hydraulique.

La pression $P_1(t)$ au niveau de la chambre (1) du vérin est proportionnelle à la position $z(t)$ du tiroir.

$$P_1(t) = k_v \cdot z(t) \quad (4)$$

De même, la pression au niveau de la buse $P(t)$ est aussi proportionnelle à la pression du vérin :

$$P(t) = k_b \cdot P_1(t) \quad (5)$$

B.2 Étude séquentielle du cycle de plastification/injection

Nous désignons par "le cycle de plastification/injection" les étapes successives que suit la matière plastique depuis son point de stockage dans la trémie jusqu'à la phase d'injection proprement dite¹. Le lancement du cycle se fait par appui sur le bouton *Dcy*. La présence de granulés de matière première dans la trémie doit être confirmée par un capteur de présence ($p = 1$) et le vérin d'injection doit se trouver à sa position sortie ($q_2 = 1$) pour que le cycle puisse être déclenché.

Le chauffage des trois zones du cylindre de plastification se fait par trois résistances chauffantes dédiées chacune à une zone spécifique (voir figure 3). Trois capteurs de température permettent à l'automate de détecter si la zone concernée a atteint ou non la température de consigne désirée.

L'automate doit contrôler continuellement les températures de ces trois zones simultanément avec le déroulement du processus d'injection. En effet, si l'une de ces trois températures se trouve temporairement en dessous de la consigne désirée, la résistance dédiée doit être immédiatement alimentée.

Le processus d'injection ne pourra se lancer que si les températures des trois zones sont atteintes. Si c'est le cas, l'automate actionne simultanément un moteur électrique entraînant la rotation de la vis de plastification ainsi que l'électrovanne d'alimentation en matière première afin d'acheminer cette matière plastique entre le fourreau et la vis.

Il est à noter que, la rotation de cette vis entraîne l'avance de la matière le long du fourreau (voir figure 4) jusqu'à son accumulation au niveau de la buse. Ainsi, la pression de la matière va augmenter de plus en plus ce qui va pousser la vis ainsi que la tige du vérin hydraulique d'injection vers l'arrière petit à petit jusqu'à ce que le capteur q_1 soit activé. Arrivé à ce stade (position rentrée du vérin hydraulique atteinte ($q_1 = 1$)), la phase d'injection proprement dite peut commencer.

Le vérin hydraulique, commandé par (KV2), pousse ainsi la vis pour injecter la matière fondue dans le moule. Une fois que celle-ci est injectée (vérin arrivant au bout de sa course ($q_2 = 1$)) et tant qu'il y a encore de la matière dans la trémie de stockage ($p = 1$), le cycle de plastification recommence après une temporisation de 10s. Si la matière première est épuisée, l'automate arrête la machine à la fin du cycle en cours.

TABLE 1 – Tableau récapitulatif des commandes des actionneurs

Commande du motoréducteur d'entraînement de la vis (monostable)	KM1
Commande de l'électrovanne d'alimentation en matière première (monostable)	KV1
Commande de la résistance de Chauffage de la zone ①	R1
Commande de la résistance de Chauffage de la zone ②	R2
Commande de la résistance de Chauffage de la zone ③	R3
Commande de l'électrovanne de sortie du vérin d'injection	KV2

TABLE 2 – Tableau récapitulatif des capteurs

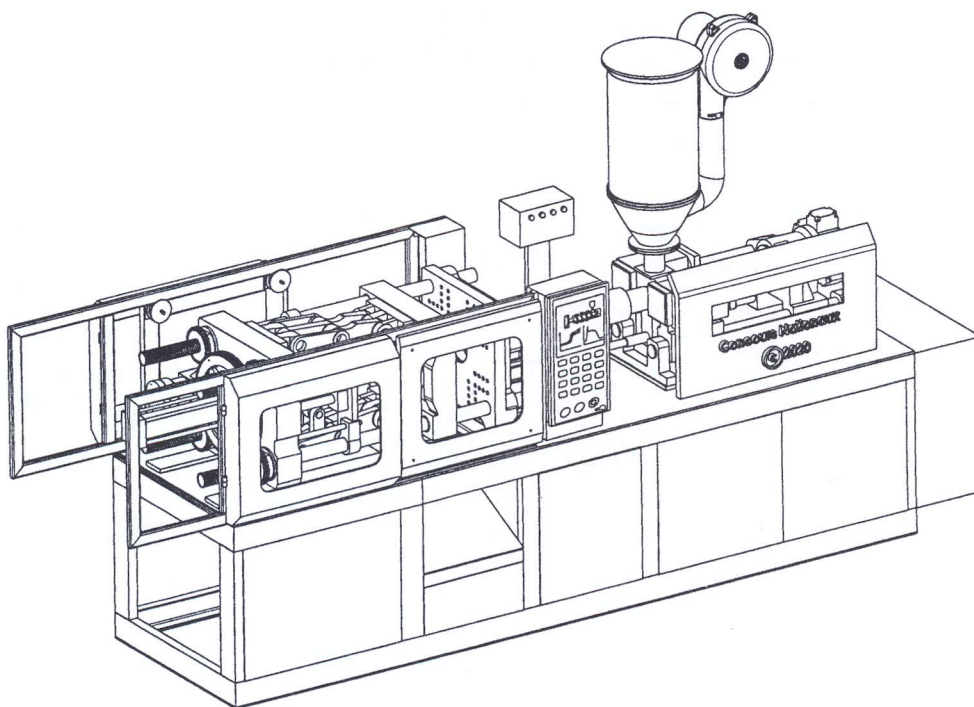
Présence de matière première (granulés) dans la trémie	p
Appui sur bouton de "Départ cycle"	<i>Dcy</i>
Température consigne zone ① atteinte	a_1
Température consigne zone ② atteinte	a_2
Température consigne zone ③ atteinte	a_3
Capteur de position rentrée du vérin d'injection	q_1
Vérin d'injection en position sortie (fin d'injection)	q_2

1. Nous ne traitons pas ici le cycle de fermeture du moule.

Session : 2020
 Concours : Technologie
 Épreuve de : Systèmes Techniques Automatisés (T.S.A)
 Date : Samedi 18 Juillet 2020 à 8H

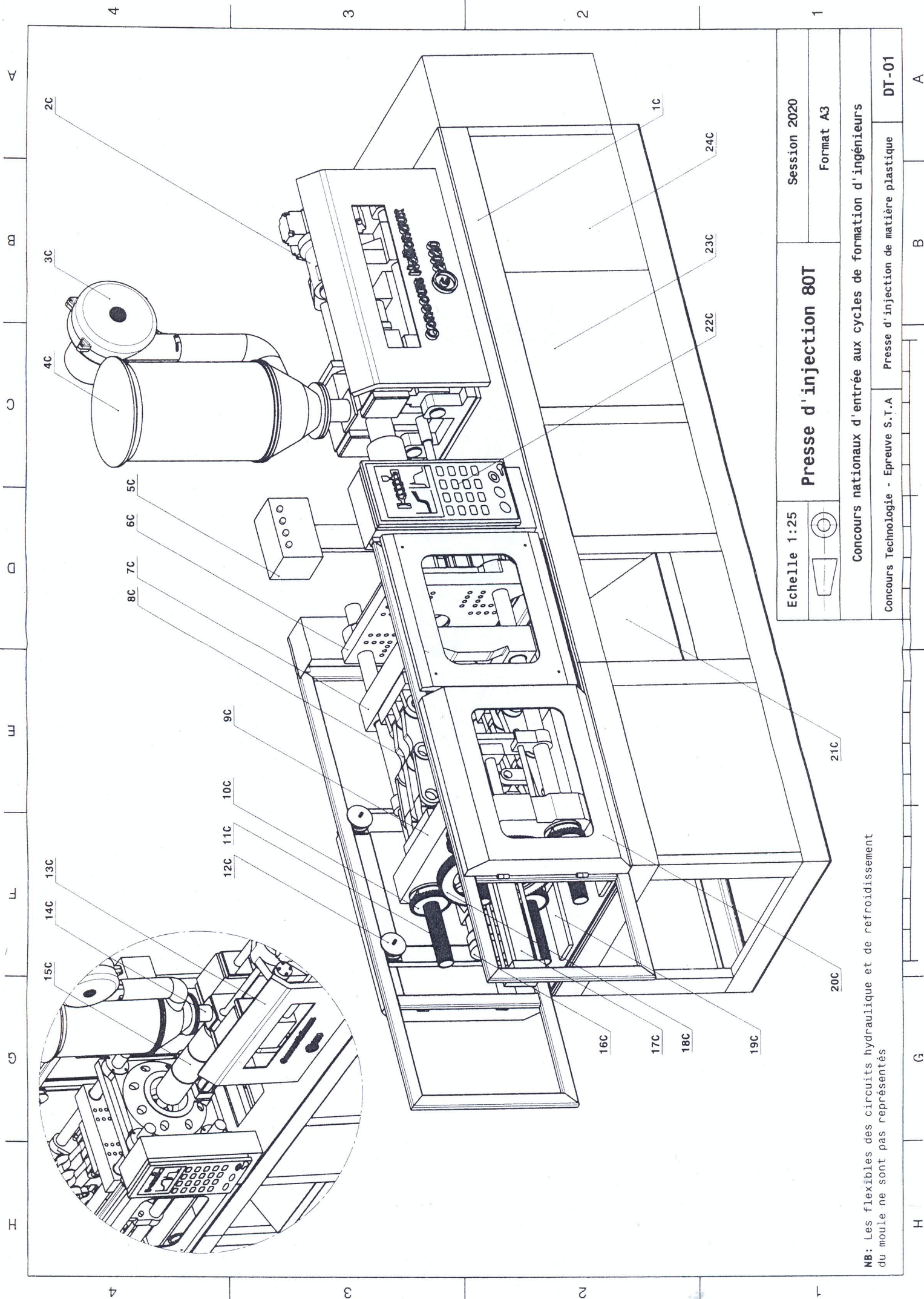
DOCUMENTS TECHNIQUES

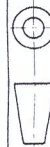
Sujet : Presse d'injection de matière plastique 80T



Ce dossier comporte **03** documents techniques numérotés de **DT-01** à **DT-03**

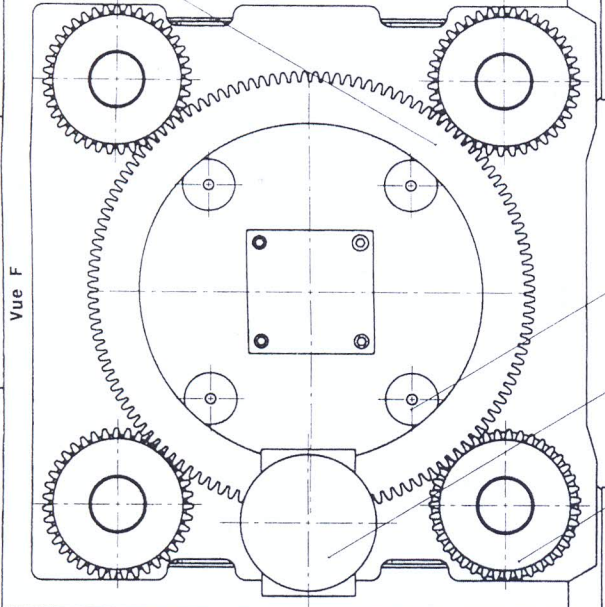
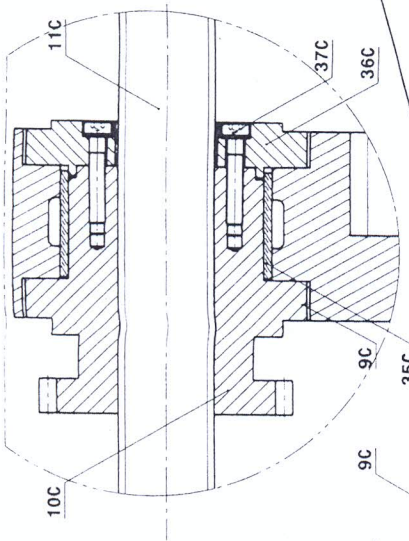
DT	Documents Techniques		
● DT-01	Presse d'injection 80T	Dessin 3D	
● DT-02	Mécanisme de fermeture et de verrouillage	Dessin 3D	Détail A (en coupe longitudinale)
		Vue F	Moteur + Système d'engrènement
● DT-03	Nomenclature générale	Rep. 1C → 38C	



Echelle 1:25		Presse d'injection 80T	Session 2020	
			Format A3	
Concours nationaux d'entrée aux cycles de formation d'ingénieurs				
Concours Technologie - Epreuve S.T.A		Presse d'injection de matière plastique		DT-01

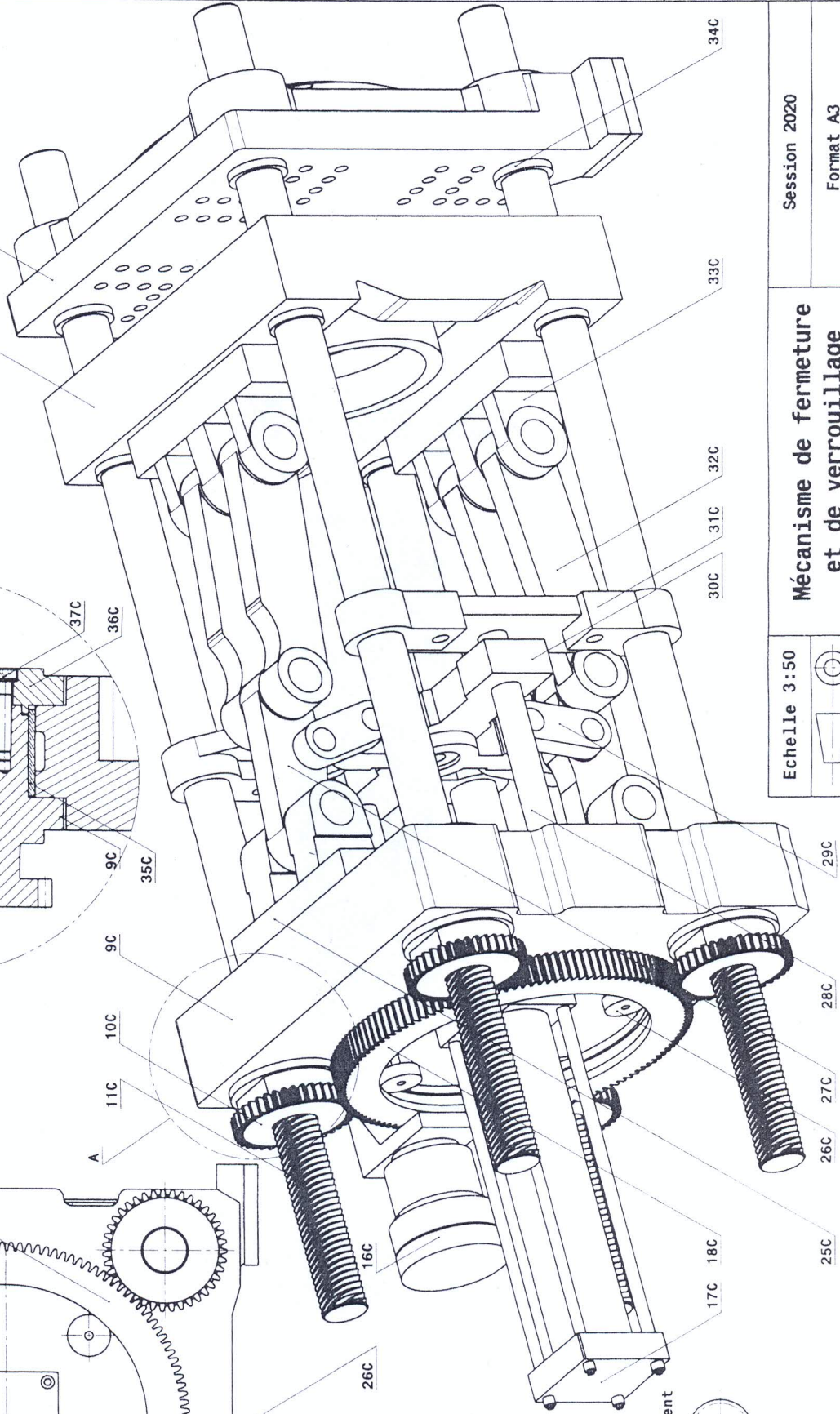
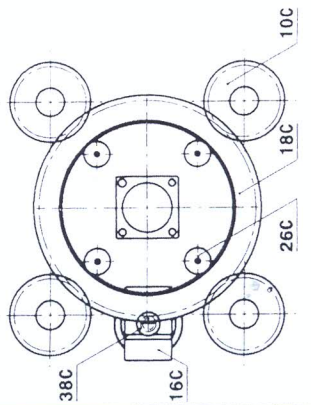
NB: Les flexibles des circuits hydraulique et de refroidissement du moule ne sont pas représentés

Détail A (en coupe longitudinale)



Vue suivant F

Moteur + Système d'engrainement



Echelle 3:50



Session 2020

Format A3

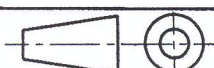
Mécanisme de fermeture et de verrouillage

Concours nationaux d'entrée aux cycles de formation d'ingénieurs

Concours Technologie - Epreuve S.T.A Presse d'injection de matière plastique

DT-02

A B C D E F G H

38C	1	Pignon du moto-réducteur (16C)		
37C	48	Vis CHC M10		
36C	4	Bague de fixation		
35C	4	Coussinet		
34C	4	Capteur de déformation		
33C	2	Charnière plateau mobile		
32C	4	Genouillère		
31C	2	Tige de centrage croisillon		
30C	1	Croisillon		
29C	4	Biellette		
28C	2	Tige de centrage		
27C	2	Bielle		
26C	4	Galet de centrage de couronne		
25C	2	Charnière de sommier		
24C	1	Armoire électrique		
23C	1	Réservoir d'huile		
22C	1	Interface de commande de presse		
21C	1	Trémie d'évacuation d'articles injectés		
20C	2	Portes principales		
19C	1	Glissière		
18C	1	Couronne dentée		
17C	1	Vérin électro-hydraulique		
16C	1	Moto-réducteur		
15C	1	Cylindre de plastification		
14C	1	Gorge de trémie		
13C	1	Unité de plastification		
12C	4	Galet de guidage de porte		
11C	4	Colonne de guidage		
10C	4	Roue dentée		
9C	1	Sommier arrière		
8C	1	Mécanisme de fermeture et de verrouillage		
7C	1	Plateau mobile		
6C	1	Plateau fixe		
5C	1	Pupitre de commande		
4C	1	Trémie de chargement de matière première		
3C	1	Séchoir à trémie		
2C	1	Servo-moteur hydraulique		
1C	1	Socle		
Rep	Nbre	Désignation	Matériaux	Obs.
Concours nationaux d'entrée aux cycles de formation d'ingénieurs				
		Presse d'injection de matière plastique 80T	Session 2020	DT-03

Dossier

DOCUMENT REPONSES

- * Ce dossier comporte 21 pages numérotées de 1 à 21
 - ▷ Partie A – Mécanique des Solides Indéformables
& Résistance des Matériaux pages de 1 à 15
 - ▷ Partie B – Automatique : pages de 16 à 21
- * Un seul dossier réponse est fourni au candidat et doit être rendu à la fin de l'épreuve, en totalité, même sans réponses.
- * Le renouvellement ou la reproduction de ce dossier sont strictement interdits.

Partie A : Mécanique des Solides Indéformables

A.1 Étude Cinématique

L'objectif de l'étude cinématique consiste à établir la loi entrée-sortie des vitesses (relation exprimant le rapport des vitesses $(\dot{\mu}/\dot{\lambda})$ en fonction des paramètres géométriques du mécanisme).

A.1: Déterminer, dans la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, les torseurs cinématiques, dans leur mouvement par rapport au bâti (0), des solides suivants :

a. le solide (1) au point A :

$$\{\mathcal{V}_{1/0}\}_A = \left\{ \begin{array}{c|c} \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \end{array} \right\} \begin{array}{l} \mathcal{B}_0 \\ A \end{array}$$

b. le solide (2) au point B, puis au point D :

$$\{\mathcal{V}_{2/0}\}_B = \left\{ \begin{array}{c|c} \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots & \dots\dots\dots \end{array} \right\} \begin{array}{l} \mathcal{B}_0 \\ B \end{array}$$

$$\{v_{2/0}\}_D = \left\{ \begin{array}{|l} \text{.....} \\ \text{.....} \\ \text{.....} \end{array} \left| \begin{array}{l} \text{.....} \\ \text{.....} \\ \text{.....} \end{array} \right. \right\} \begin{array}{l} B_0 \\ D \end{array}$$

c. le solide (3) au point D , en passant par C :

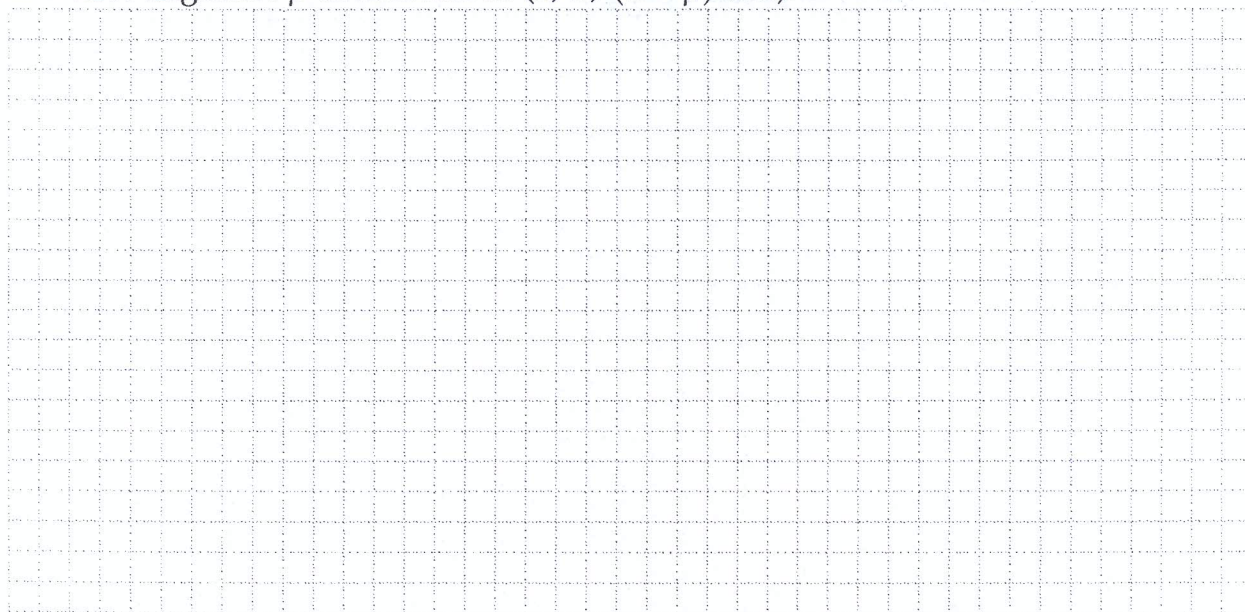
$$\{v_{3/0}\}_D = \left\{ \begin{array}{|l} \text{.....} \\ \text{.....} \\ \text{.....} \end{array} \left| \begin{array}{l} \text{.....} \\ \text{.....} \\ \text{.....} \end{array} \right. \right\} \begin{array}{l} B_0 \\ D \end{array}$$

A.2: En déduire :

a. la vitesse angulaire $\dot{\alpha}$ en fonction de $(\dot{\lambda}, R, \beta \text{ et } (\alpha - \beta))$

$$\dot{\alpha} = \text{.....}$$

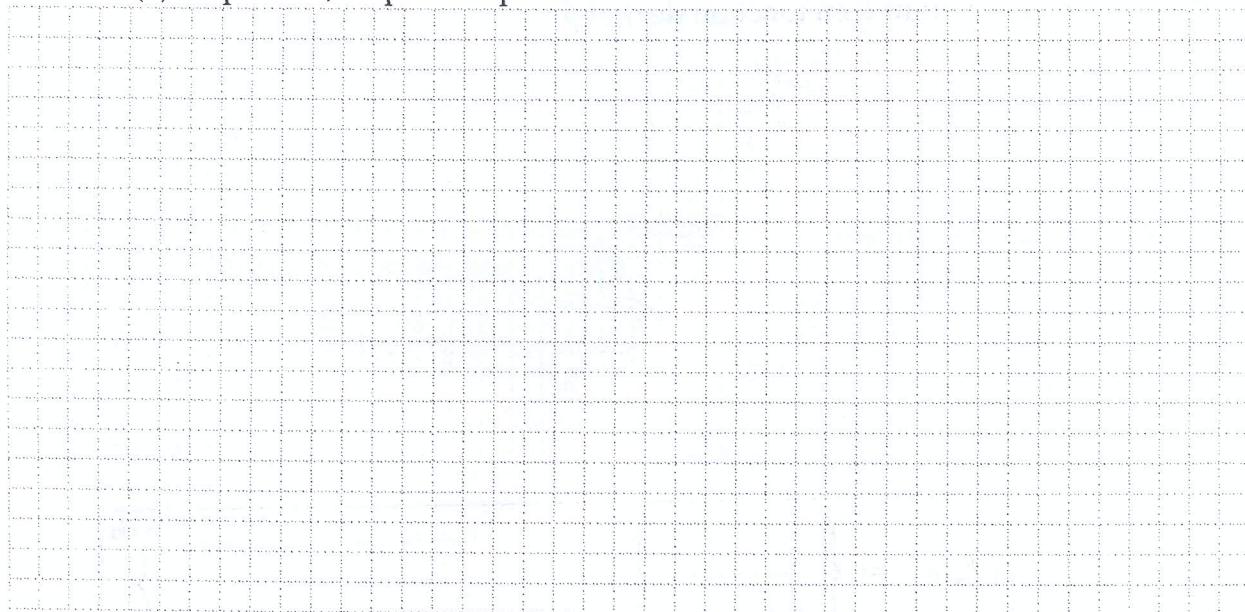
b. la vitesse angulaire $\dot{\beta}$ en fonction de $(d, \alpha, (\alpha - \beta)$ et $\dot{\lambda}$)



$\dot{\beta} =$

A.3: Déterminer, dans la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, les torseurs cinématiques, dans leur mouvements par rapport au bâti (0), des solides suivants :

a. le solide (3) au point E, en passant par C :



$$\{\gamma_{3/0}\}_E = \left\{ \begin{array}{|l} \text{.....} \\ \text{.....} \\ \text{.....} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \mathcal{B}_0 \\ E \end{array}$$

b. le solide (4) au point F , en passant par E :

$$\{ \mathcal{V}_{4/0} \}_F = \left\{ \begin{array}{|l} \text{.....} \\ \text{.....} \\ \text{.....} \end{array} \left| \begin{array}{l} \text{.....} \\ \text{.....} \\ \text{.....} \end{array} \right. \right\} \begin{array}{l} \mathcal{B}_0 \\ F \end{array}$$

c. le solide (4) au point F en fonction de $\dot{\gamma}$ et $\dot{\mu}$:

$$\{ \mathcal{V}_{4/0} \}_F = \left\{ \begin{array}{|l} \text{.....} \\ \text{.....} \\ \text{.....} \end{array} \left| \begin{array}{l} \text{.....} \\ \text{.....} \\ \text{.....} \end{array} \right. \right\} \begin{array}{l} \mathcal{B}_0 \\ F \end{array}$$

A.4: En déduire les relations exprimant :

a. la vitesse de translation, $\dot{\mu}$, du plateau mobile (5) par rapport au bâti (0) en fonction de (c , d , h , β , $\dot{\beta}$, γ et $\dot{\gamma}$)

$$\dot{\mu} =$$

b. l'accélération $\ddot{\mu}$, de (5) par rapport au bâti (0), en fonction de $(\ddot{\beta}, \dot{\beta}, \beta, \ddot{\gamma}, \dot{\gamma}, \gamma, c, d \text{ et } h)$.

$$\ddot{\mu} =$$

c. la vitesse angulaire $\dot{\gamma}$ en fonction de $(c, d, h, \beta, \dot{\beta} \text{ et } \gamma)$

$$\dot{\gamma} =$$

A.5: Dédurre le rapport des vitesses $(\dot{\mu}/\dot{\lambda})$ en fonction de $(c, d, \alpha, \beta, \text{ et } \gamma)$.

$$\frac{\dot{\mu}}{\dot{\lambda}} =$$

A.6: Donner la relation entre les valeurs critiques β_c et γ_c (des angles β et γ) réalisant l'alignement des points C, E et F (position de verrouillage du moule)

=

A.7: Vérifier que, dans cette position de verrouillage, la vitesse de translation $\dot{\mu}$ du plateau mobile (5) par rapport au bâti (0) est nulle ($\dot{\mu} = 0$)

A.2 Étude dynamique

On se propose de déterminer les efforts transmissibles par l'équipage mobile pendant la phase de fermeture et de verrouillage, en considérant l'hypothèse **H₂** page (7/10) du dossier "Mise en situation, Données et Hypothèses".

A.8: Les efforts extérieurs appliqués sur le solide (2) par le solide (1) en B et par le solide (3) en D sont notés respectivement par $\vec{F}_B$ et $\vec{F}_D$:

- a. En appliquant le théorème de la résultante dynamique au solide (2) au cours de son mouvement par rapport au bâti (0), montrer que $\vec{F}_B = -\vec{F}_D$

[illegible]

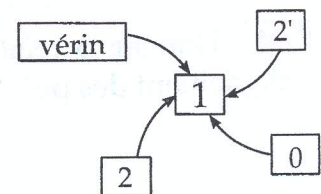
- b. En appliquant le théorème du moment dynamique, au point B , au solide (2) au cours de son mouvement par rapport au bâti (0), déduire la ligne d'action des deux forces $\vec{F}_B$ et $\vec{F}_D$?

- c. Exprimer $\vec{F}_B$ et $\vec{F}_D$ dans la base $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ en fonction de F_B (intensité de $\vec{F}_B$).

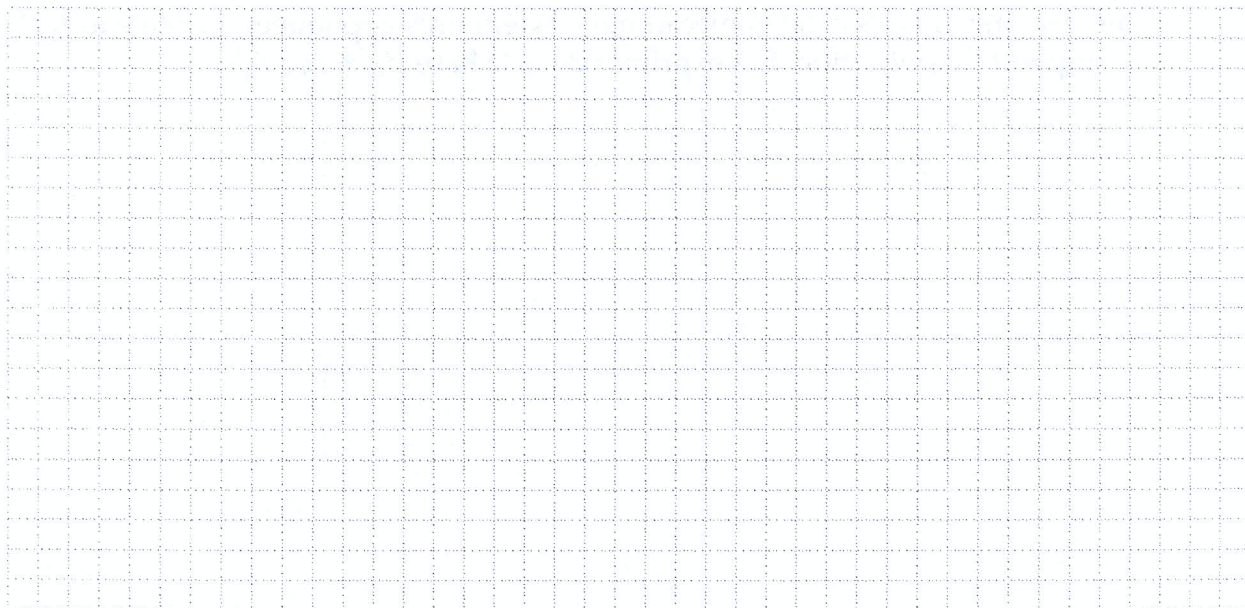
$\vec{F}_B =$ et $\vec{F}_D =$

A.9: On cherche à déterminer l'intensité F_B de la force $\vec{F}_B$.

- a. En considérant le graphe ci-contre représentant le bilan des actions mécaniques extérieures appliquées au solide (1), écrire les torseurs associés à ces actions en leur point d'application. Les exprimer dans la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.



A large grid of graph paper with 20 columns and 10 rows, intended for drawing a graph.



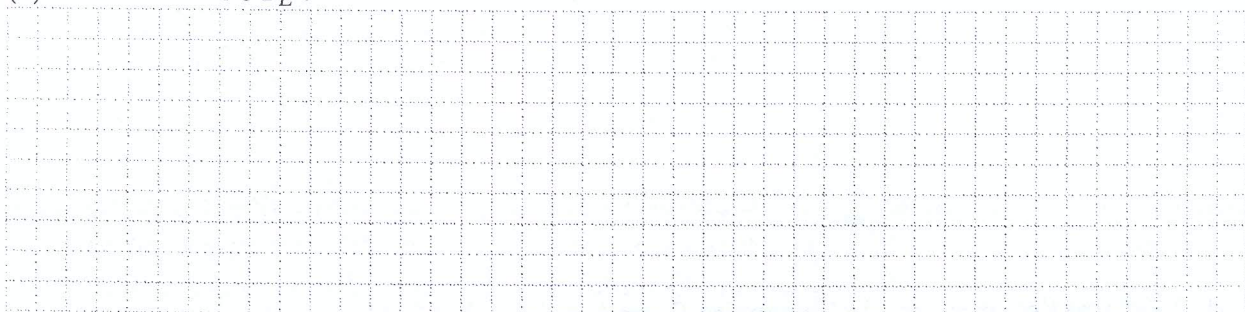
- b. Écrire les équations scalaires qui découlent du théorème de la résultante dynamique appliqué au solide (1) au cours de son mouvement par rapport au bâti (0). En déduire l'intensité F_B en fonction de l'intensité F_v de l'action du vérin sur (1) et de l'angle α .



$$F_B = \dots\dots\dots$$

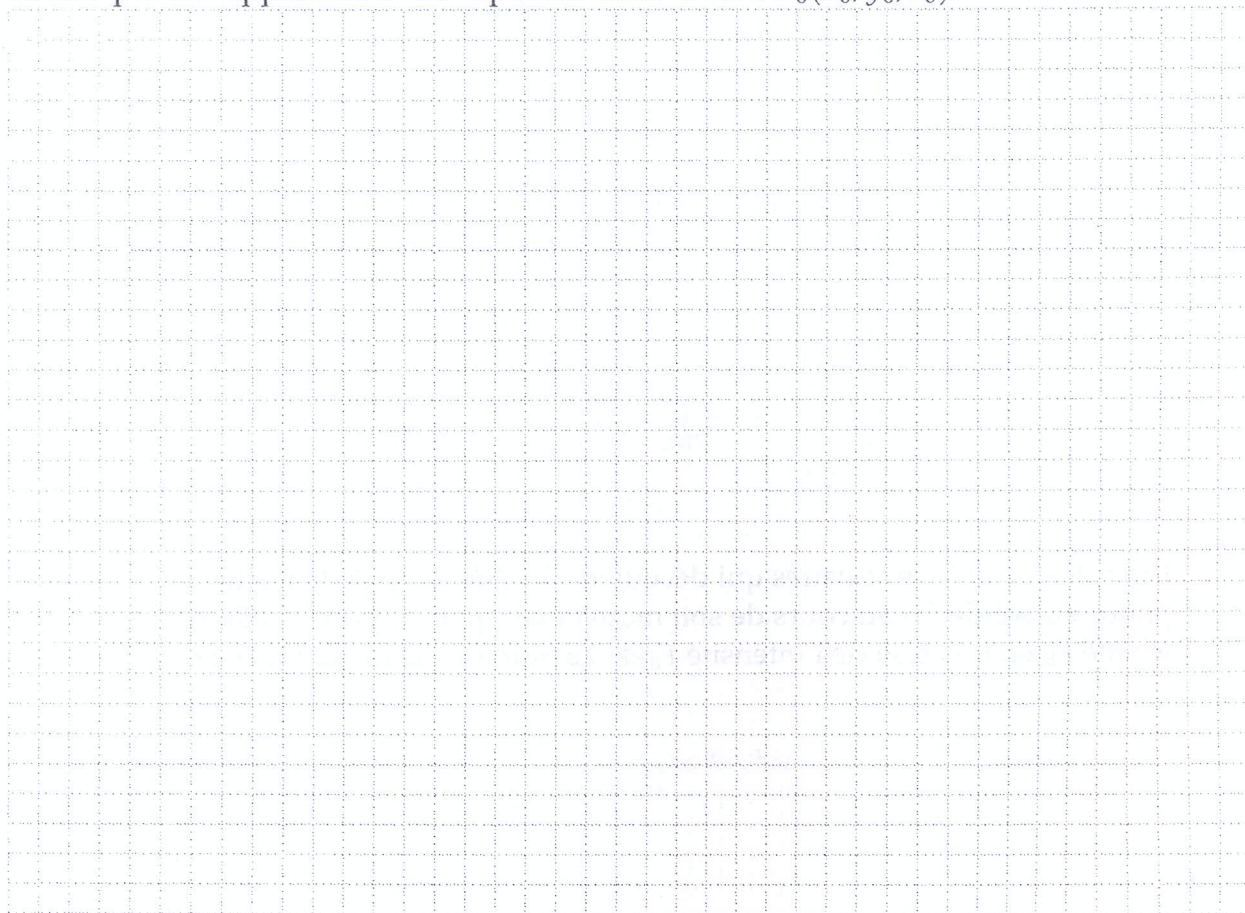
A.10: Détermination de l'intensité F_E de l'action du solide (3) sur le solide (4) au point E . Par analogie avec l'étude précédente, on montre que l'expression vectorielle de l'effort $\vec{F}_E$ s'exprime en fonction de son intensité par : $\vec{F}_E = F_E \vec{y}_4$.

- a. Donner l'expression de l'effort $\vec{F}_F$ exercé au point F par le plateau mobile (5) sur le solide (4) en fonction de F_E .

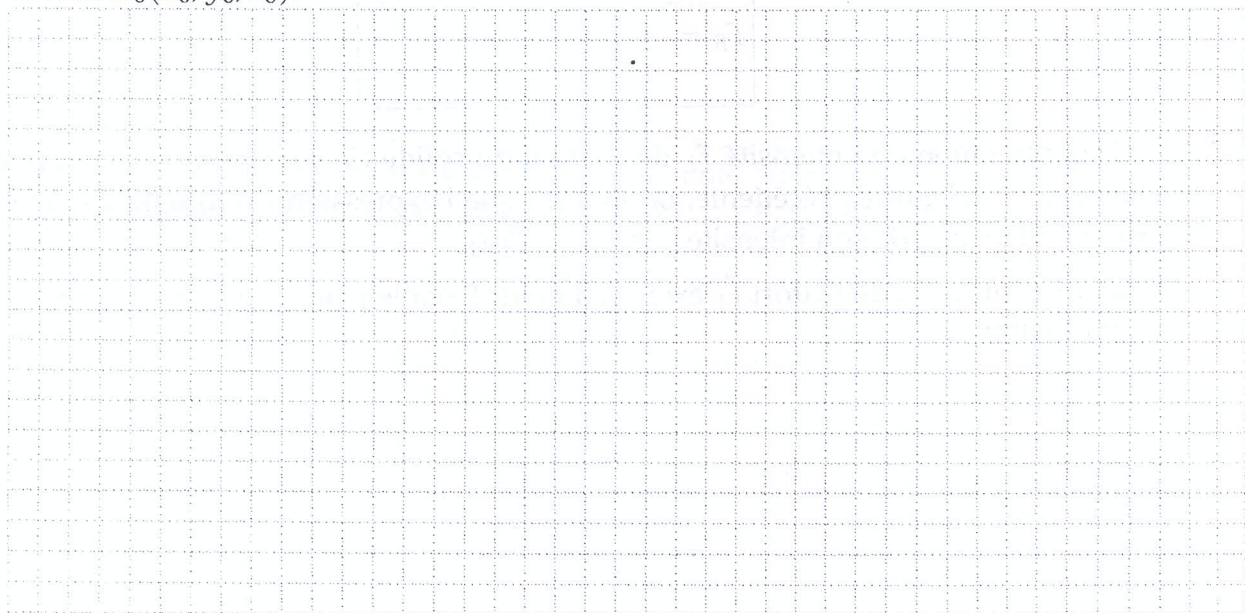


$$\vec{F}_F = \dots\dots\dots$$

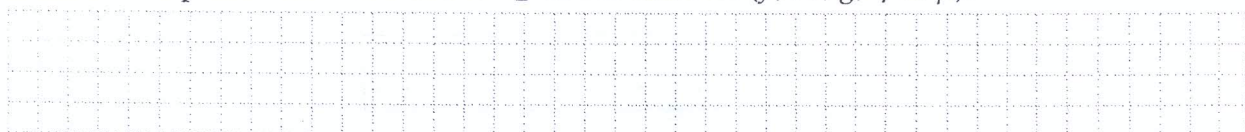
- b. Écrire les torseurs des actions mécaniques extérieures appliquées au plateau mobile (5) en leur point d'application. Les exprimer dans la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

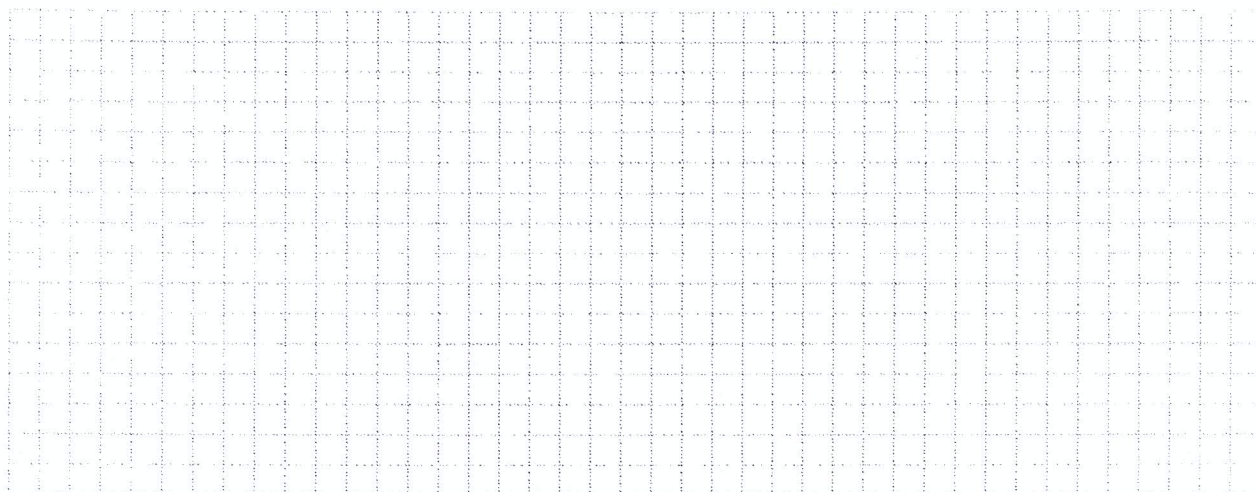


- c. Écrire les équations scalaires issues du théorème de la résultante dynamique appliqué au plateau mobile (5) au cours de son mouvement par rapport au bâti (0) en projection sur la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.



- d. Dédire l'expression de l'intensité F_E en fonction de $(f, M, g, \gamma$ et $\ddot{\mu})$.

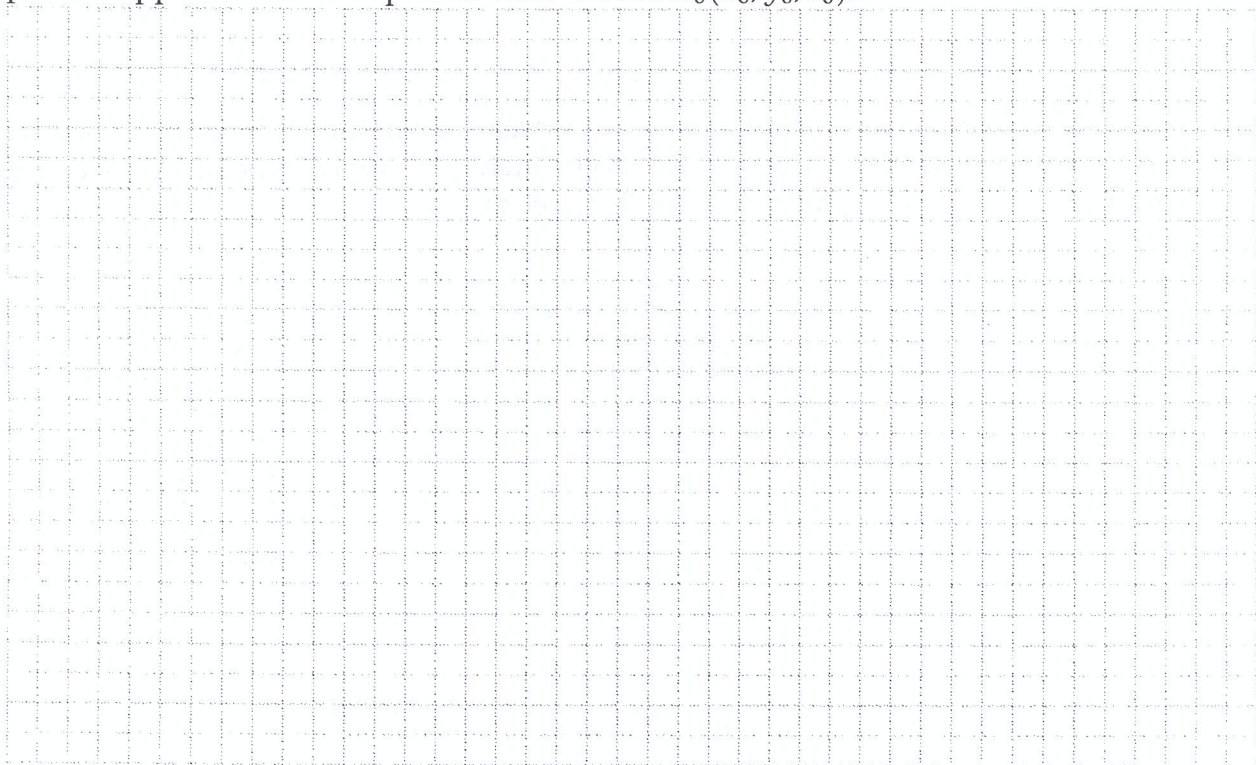




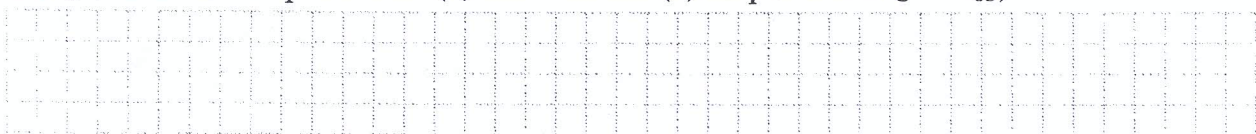
$$F_E =$$

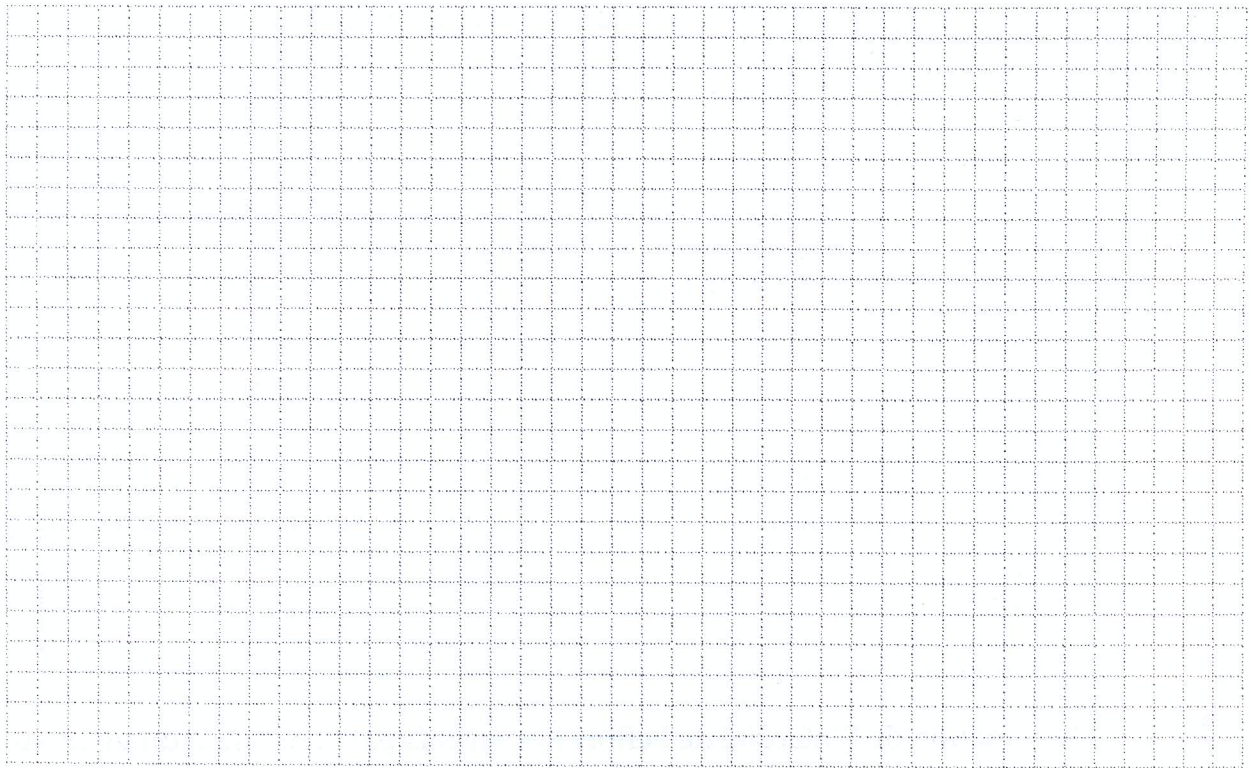
A.11: Détermination de l'intensité de l'effort $\vec{F}_v$ transmis par la pression du vérin au solide (1).

- a. Écrire les torseurs des actions mécaniques extérieures appliquées au solide (3) en leur point d'application. Les exprimer dans la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

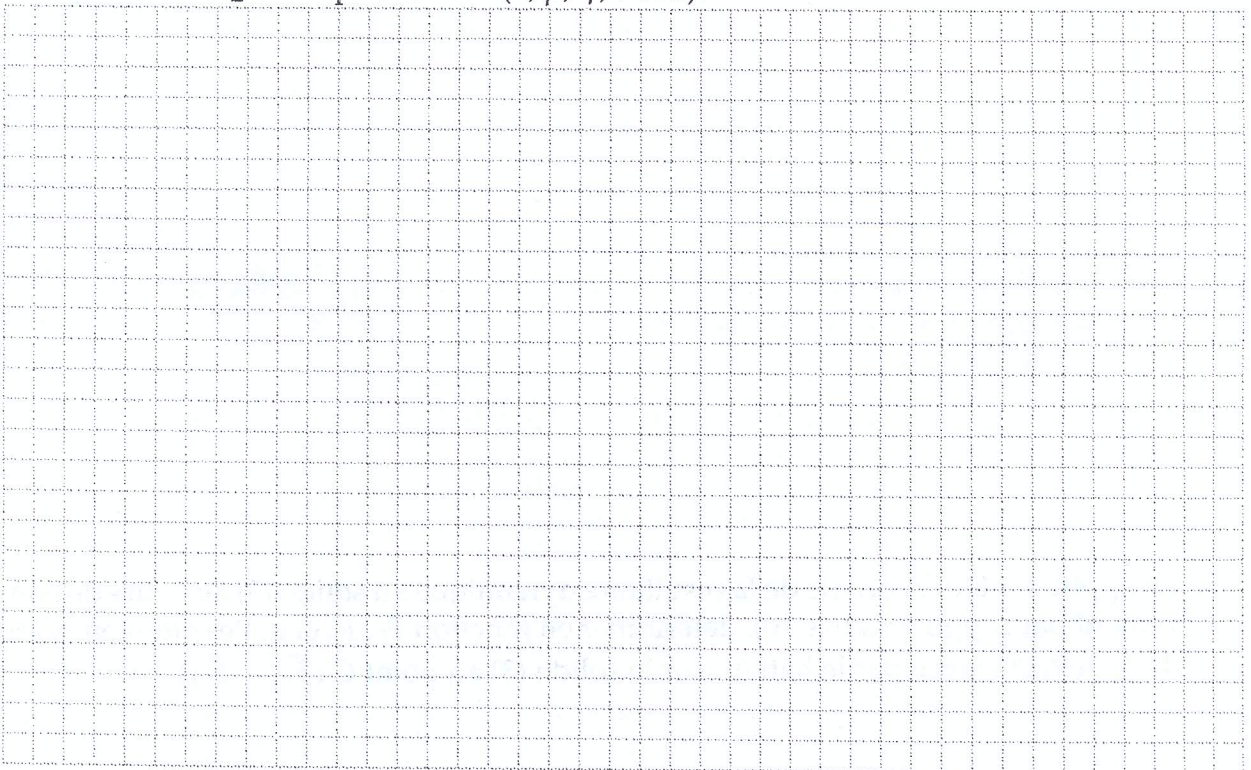


- b. En appliquant le théorème de la résultante dynamique au solide (3) au cours de son mouvement par rapport au bâti (0), déterminer en fonction F_E , F_v et α , l'expression vectorielle de $\vec{F}_C$ (effort exercé par le bâti (0) sur le solide (3) au point C : $\vec{F}_C = \vec{F}_{03}$)



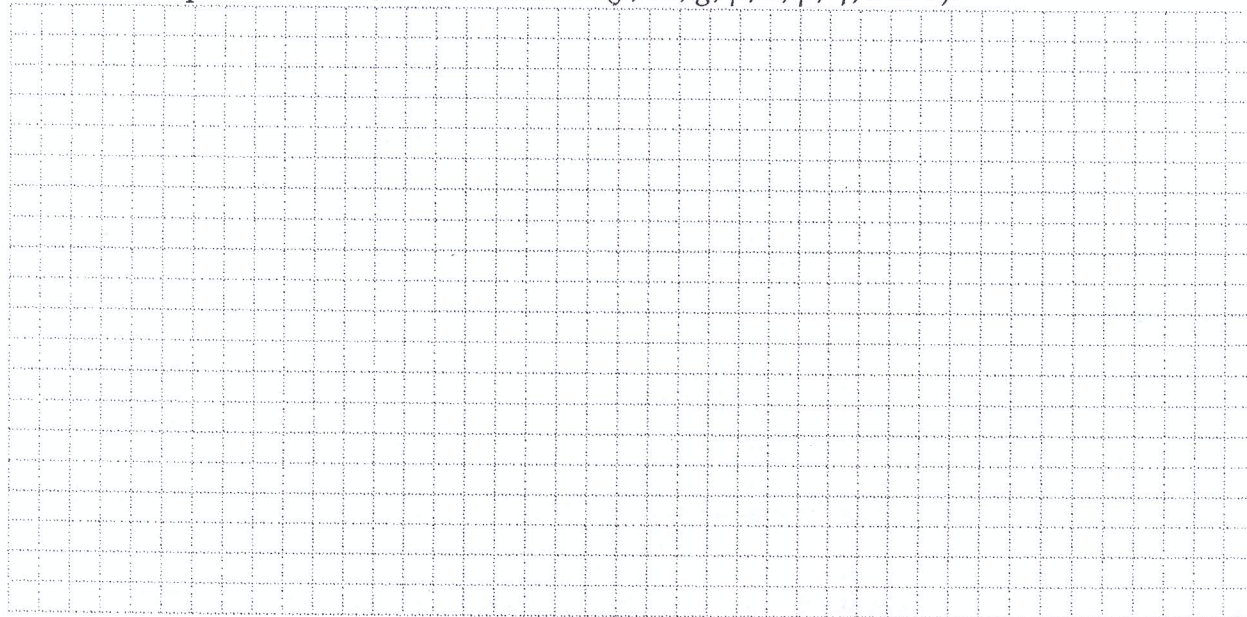
 $\vec{F}_C =$

- c. Écrire l'équation scalaire qui découle du théorème du moment dynamique, au point C, appliqué au solide (3) au cours de son mouvement par rapport au bâti (0) qui exprime F_v en fonction de F_E et les paramètres (α , β , γ , c et d).



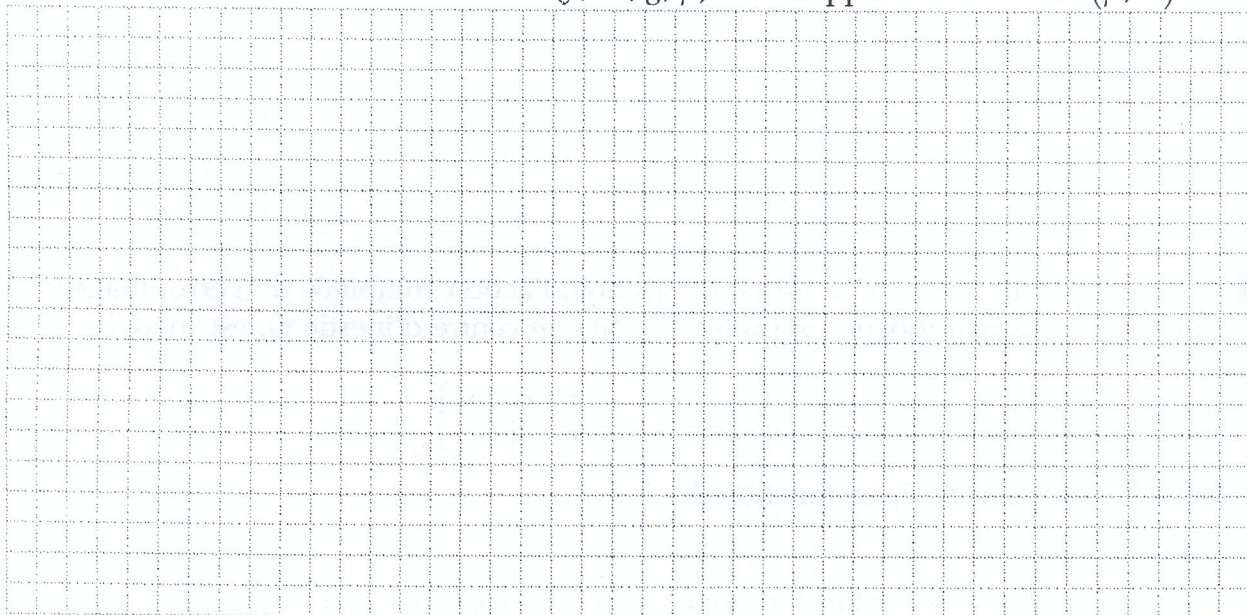
$$F_v = \dots\dots\dots$$

- d. Déduire l'expression de F_v en fonction de $(f, M, g, \ddot{\mu}, \alpha, \beta, \gamma, c$ et $d)$.



$$F_v = \dots\dots\dots$$

- e. Déduire de nouveau F_v en fonction de $(f, M, g, \ddot{\mu})$ et du rapport des vitesses $(\dot{\mu}/\dot{\lambda})$.



$$F_v = \dots\dots\dots$$

- f. Pour les trois étapes I, II et III du cycle de fermeture du moule (Figure 7), donner l'expression de l'accélération $\ddot{\mu}$ en fonction de la vitesse V et du temps.

Étape I

Étape II

Étape III

A.12: Sachant que pendant la phase d'injection, l'action combinée de verrouillage et d'injection sur le plateau mobile (5) (notée P_i), en son centre d'inertie G , est modélisée par le torseur :

$$\{\mathcal{T}_{(P_i \rightarrow 5)}\}_G = \left\{ \begin{array}{c} -F_i \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G$$

donner l'expression de F_E en fonction de (F_i et γ).

$F_E = \dots\dots\dots$

A.3 Résistance des matériaux

A.13: Déterminer les composantes du torseur de cohésion tout au long de la ligne moyenne de la poutre (C, E). Préciser le type de sollicitations simples.

Zone 1 : $\dots \leq x < \dots$

$$\{\mathcal{T}_{coh}\}_G = \left\{ \begin{array}{|l} \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{|l} \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right\} \begin{array}{l} B. \\ G \end{array}$$

Types de sollicitations simples :

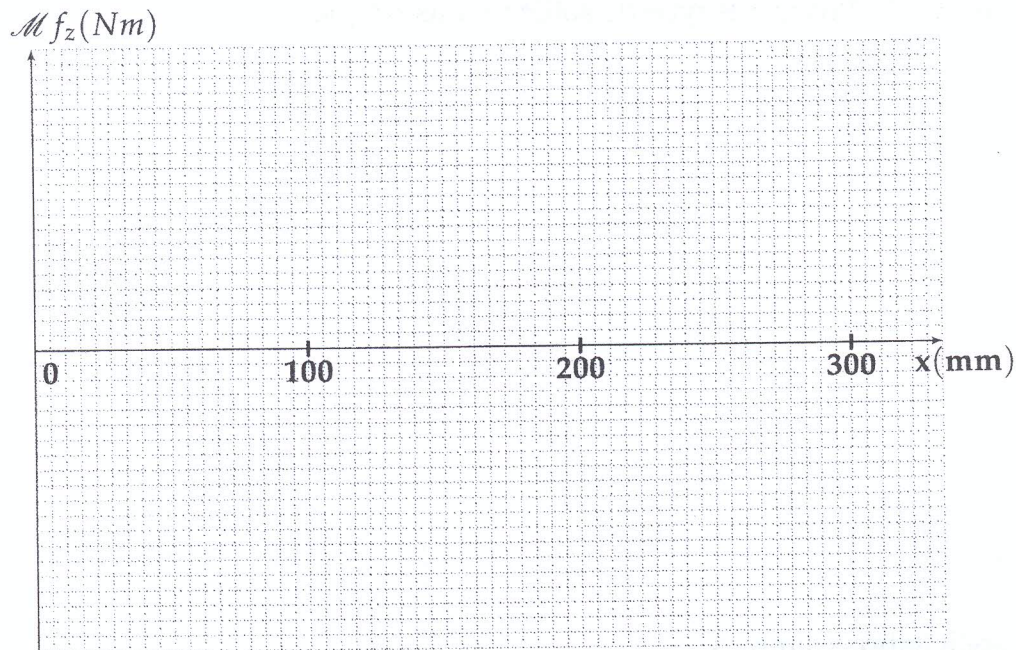
Zone 2 : $\dots \leq x < \dots$

$$\{\mathcal{T}_{coh}\}_G = \left\{ \begin{array}{|l} \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{|l} \dots \\ \dots \\ \dots \end{array} \right\} \begin{array}{l} B. \\ G \end{array}$$

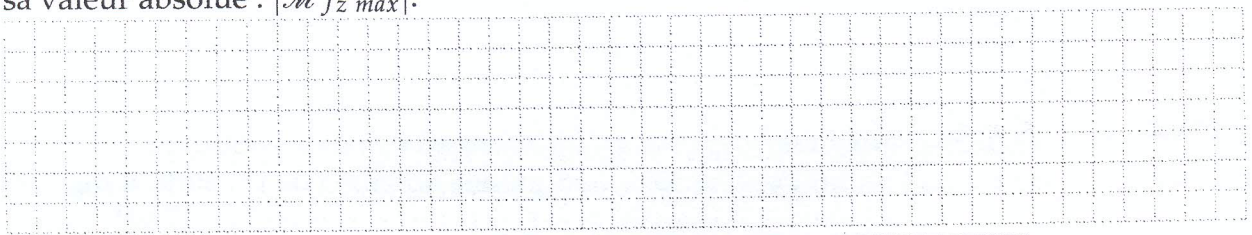
Types de sollicitations simples :

A.14: Étude de la résistance de la poutre au moment fléchissant

a. Tracer le diagramme du moment fléchissant $\mathcal{M}_z$:

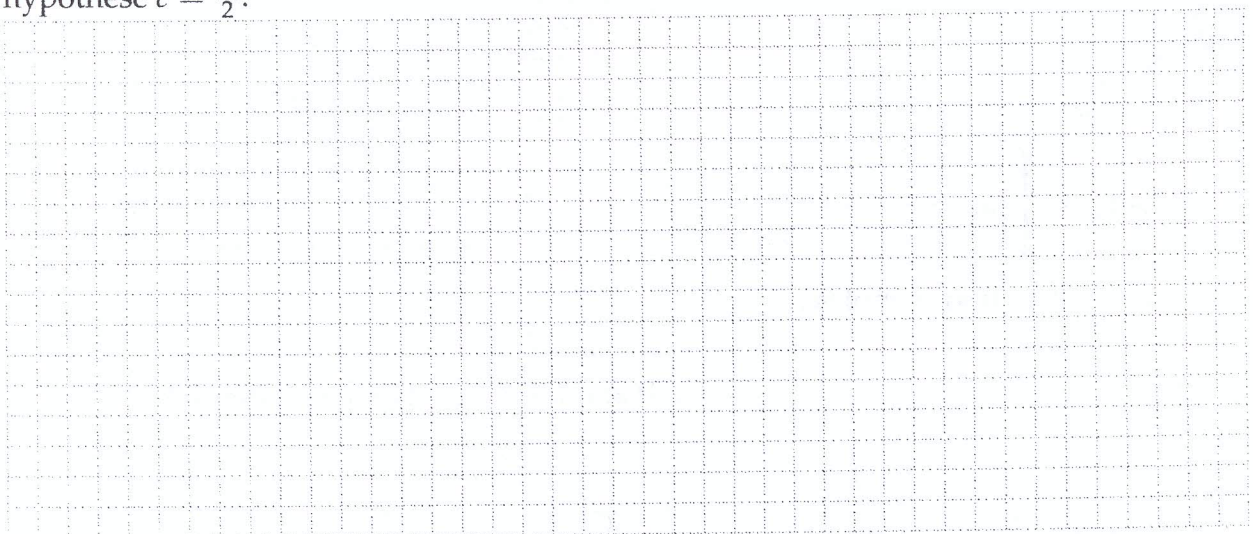


b. Dans quelle section droite de la poutre le moment fléchissant $\mathcal{M}_z$ est maximal ? Donner sa valeur absolue : $|\mathcal{M}_{z \max}|$.



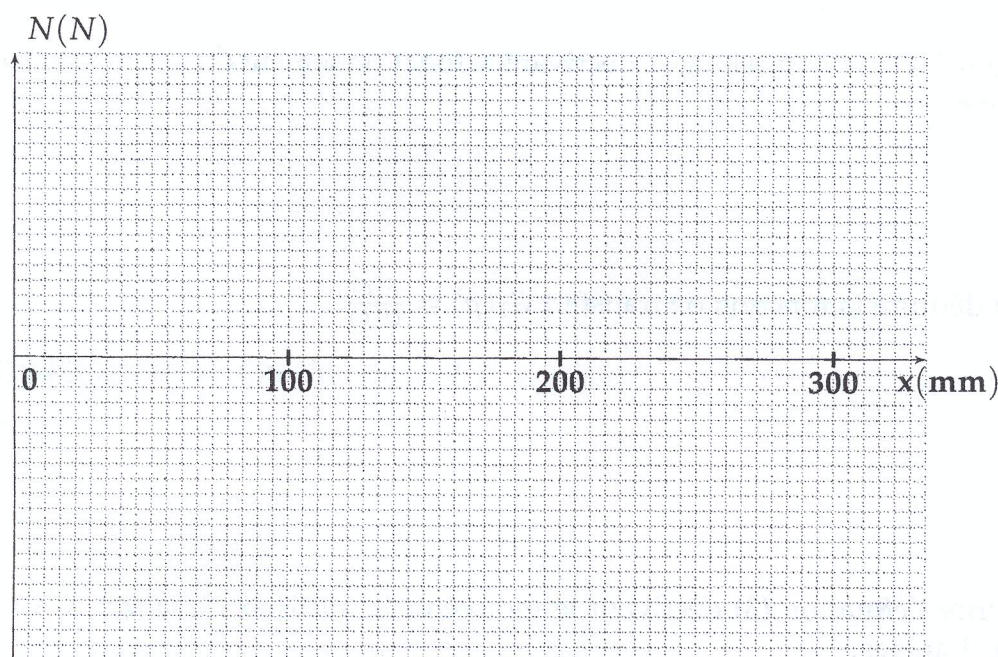
$$|\mathcal{M}_{z \max}| = \dots$$

c. En appliquant le critère de résistance à la contrainte normale en flexion, calculer les dimensions minimales de la section $(S = H \times e)_{\min}$. Pour ce calcul on prendra comme hypothèse $e = \frac{H}{2}$.



A.15: Étude de la résistance de la poutre à l'effort normal.

a. Tracer le diagramme de l'effort normal N .



b. Dans quelle section droite de la poutre l'effort normal N est maximal? Donner sa valeur absolue : $|N_{max}|$.

$$|N_{max}| = \dots$$

c. Pour la section $(S = H \times e)_{min}$ calculée précédemment, vérifier la condition de résistance à l'effort normal et conclure.

B.6: En déduire les expressions de $(k_0, \omega_0, \tau_e \text{ et } \xi)$ en fonction de $(R, L, k_e, m_s, f_s \text{ et } k_s)$.

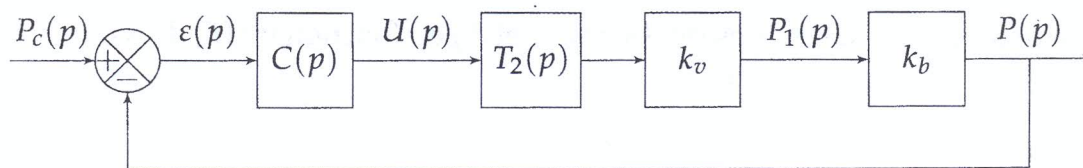
B.7: Déterminer les paramètres $(\tau_e, k_0, \omega_0 \text{ et } \xi)$ de la fonction de transfert $T_1(p)$ sachant que $k_s = 10 \text{ N/m}$, $k_e = 10 \text{ N/A}$, $L = 0.1 \text{ H}$, $m_s = 0.4 \text{ Kg}$, $f_s = 2.8 \text{ N.s/m}$ et $R = 10 \Omega$.

B.8: En négligeant l'inductance du solénoïde, montrer que la fonction de transfert de l'ensemble {solénoïde, tiroir} est donnée par :

$$T_2(p) = \frac{2.5}{(p^2 + 7p + 25)}$$

Commande du système électro-hydraulique

Le système de commande est donné par le schéma fonctionnel suivant :



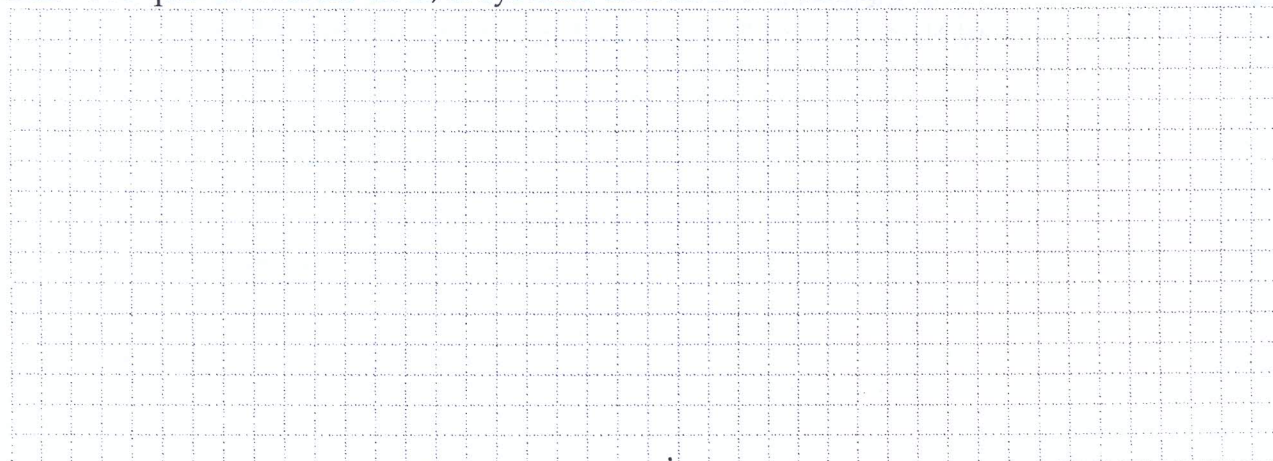
$P_c(p)$ et $\varepsilon(p)$ désignent respectivement la consigne et le signal d'erreur. On supposera que le produit : $k_v \cdot k_b = 1 \text{ N/m}^3$.

On cherche à concevoir un correcteur $C(p)$ permettant de garantir au système les performances suivantes :

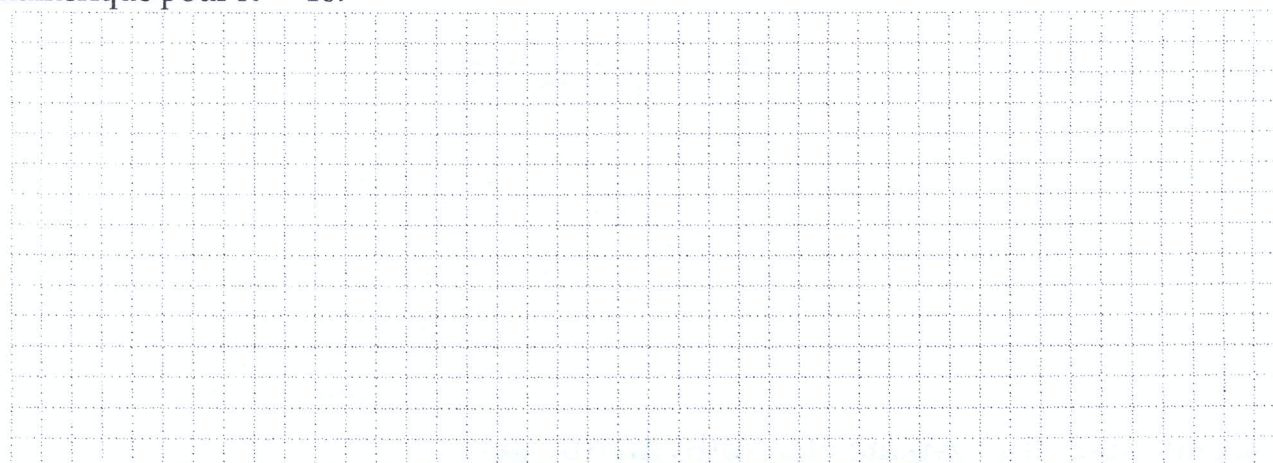
performances	exigences
stabilité	système stable
précision	erreur statique de position unitaire nulle

Cas d'un correcteur proportionnel $C(p) = K$

B.9: Pour quelles valeurs de K , le système est stable en boucle fermée ?



B.10: Déterminer l'erreur statique de position unitaire en fonction de K , faire l'application numérique pour $K = 10$.



B.11: Pour cette même valeur de K calculer le dépassement et le temps de pic.

B.12: Conclure quant aux performances obtenues par ce correcteur.

Cas d'un correcteur intégral $C(p) = \frac{90}{p}$

B.13: Avec ce correcteur peut-on assurer une erreur statique de position nulle? Conclure quant à l'efficacité de ce correcteur pour ce système.

Cas d'un correcteur $C(p) = K_1 \left(\frac{p + K_2}{p} \right)$ où K_1 et K_2 sont des constantes positives

B.14: De quel type de correcteur s'agit-il? Donner ses paramètres caractéristiques.

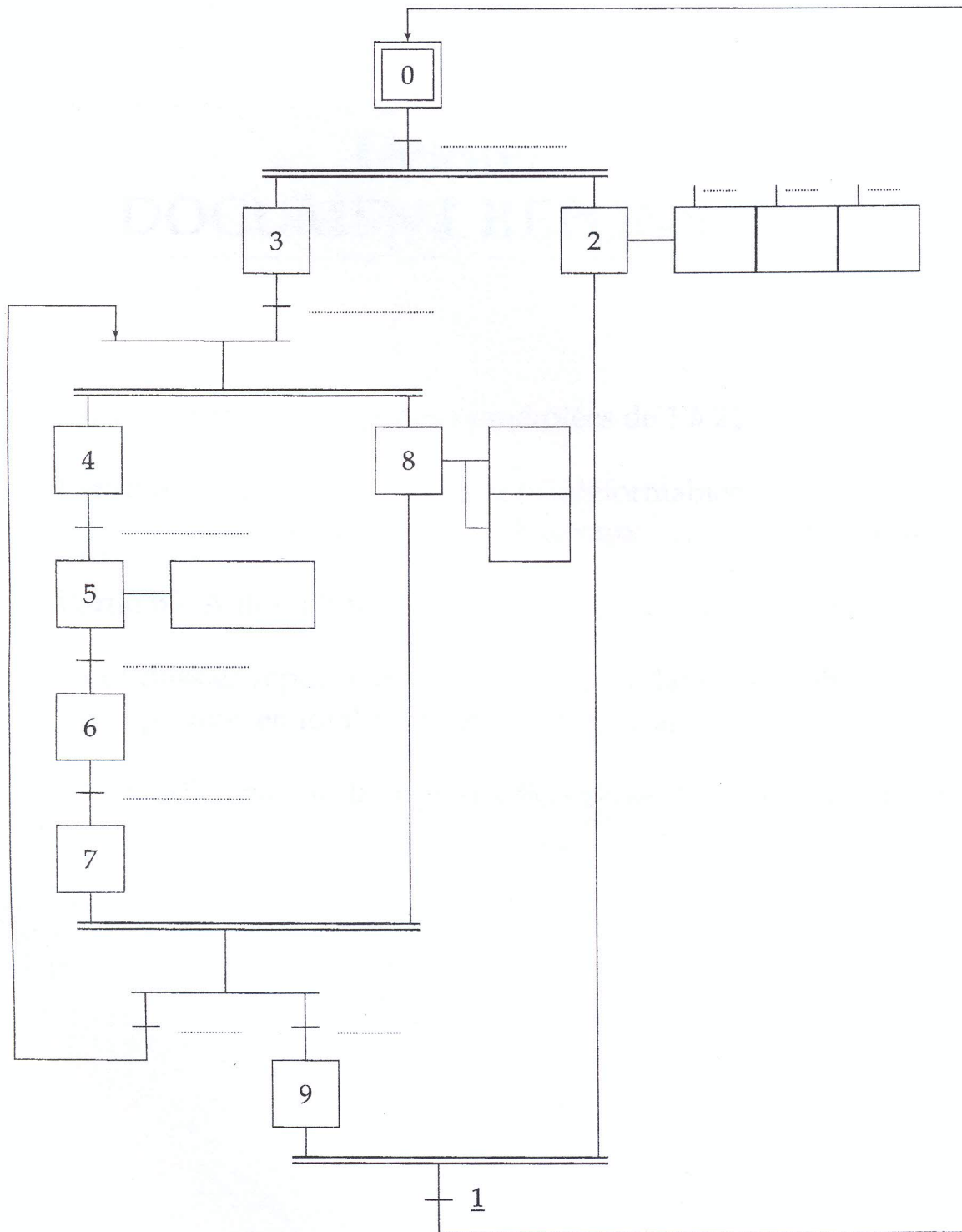
B.15: Étudier la stabilité du système en boucle fermée en fonction de K_1 et K_2 , en déduire le domaine de stabilité dans le plan $K_2 = f(K_1)$;

B.16: Déterminer les erreurs statiques de position et de vitesse unitaires.

B.17: Conclure quant aux performances garanties par ce correcteur dans ce cas de figure.

B.2 Étude séquentielle du système d'injection

B.18: Compléter le grafcet de point de vue commande du système d'injection ci-dessous.



**Concours Nationaux d'Entrée
aux Cycles de Formation
d'Ingénieurs**

Session : 2020

Concours : Technologie

Epreuve de : Systèmes Techniques
Automatisés

Date : Samedi 18 Juillet 2020 à 8h

Durée : 3 heures

**Concours Nationaux d'Entrée
aux Cycles de Formation
d'Ingénieurs**

Session : 2020

Concours : Technologie

Epreuve de : Systèmes Techniques
Automatisés

Date : Samedi 18 Juillet 2020 à 8h

Durée : 3 Heures

Nom :

Prénom :

Date & lieu de naissance :

Etablissement d'origine :

N° C.I.N ou N° du Passeport pour les étrangers :

--	--	--	--	--	--	--	--

Série :

--	--	--

Identifiant :

--	--	--	--	--	--

NE RIEN ÉCRIRE ICI

Nombre de
cahiers remis

01

Nombre de
cahiers remis

01

NE RIEN ÉCRIRE ICI

Dossier

DOCUMENT REPONSES

※ Ce dossier comporte 21 pages numérotées de 1 à 21

▷ Partie A – Mécanique des Solides Indéformables
& Résistance des Matériaux pages de 1 à 15

▷ Partie B – Automatique : pages de 16 à 21

※ Un seul dossier réponse est fourni au candidat et doit être rendu à la fin de l'épreuve, en totalité, même sans réponses.

※ Le renouvellement ou la reproduction de ce dossier sont strictement interdits.

Partie A : Mécanique des Solides Indéformables

Nota : Les parties A.2 et ?? peuvent être traitées indépendamment l'une de l'autre.

A.1 Étude Cinématique

L'objectif de l'étude cinématique consiste à établir la loi entrée-sortie des vitesses (relation exprimant le rapport des vitesses $(\dot{\mu}/\dot{\lambda})$ en fonction des paramètres géométriques du mécanisme).

A.1: Déterminer, dans la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, les torseurs cinématiques, dans leur mouvement par rapport au bâti (0), des solides suivants :

a. le solide (1) au point A :

$$\{\mathcal{V}_{1/0}\}_A = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ \dot{\lambda} \vec{x}_0 \end{array} \right\}_A$$

$$\{\mathcal{V}_{1/0}\}_A = \left\{ \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} & \begin{array}{c} \dot{\lambda} \\ 0 \\ 0 \end{array} \end{array} \right\}_{\substack{\mathcal{B}_0 \\ A}}$$

b. le solide (2) au point B, puis au point D :

$$\{\mathcal{V}_{2/0}\}_B = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\alpha} \vec{z}_0 \\ \dot{\lambda} \vec{x}_0 \end{array} \right\}_B$$

$$\{\mathcal{V}_{2/0}\}_D = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\alpha} \vec{z}_0 \\ \dot{\lambda} \vec{x}_0 + \dot{\alpha} \vec{z}_0 \wedge R \vec{x}_2 = \dot{\lambda} \vec{x}_0 + R \dot{\alpha} \vec{y}_2 \end{array} \right\}_D$$

$$\{\mathcal{V}_{2/0}\}_B = \left\{ \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \dot{\alpha} \end{array} & \begin{array}{c} \dot{\lambda} \\ 0 \\ 0 \end{array} \end{array} \right\}_{\substack{\mathcal{B}_0 \\ B}}$$

$$\{\mathcal{V}_{2/0}\}_D = \left\{ \begin{array}{c|c} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\alpha} \end{matrix} & \begin{matrix} \dot{\lambda} - R\dot{\alpha} \sin \alpha \\ R\dot{\alpha} \cos \alpha \\ 0 \end{matrix} \end{array} \right\}_{\substack{\mathcal{B}_0 \\ D}}$$

c. le solide (3) au point D, en passant par C :

$$\{\mathcal{V}_{3/0}\}_D = \left\{ \begin{array}{c} \beta \dot{z}_0 \\ \beta \wedge \overrightarrow{CD} = \beta \dot{z}_0 \wedge (-d\vec{y}_3) = d\beta \vec{x}_3 \\ \end{array} \right\}_D$$

$$\{\mathcal{V}_{3/0}\}_D = \left\{ \begin{array}{c|c} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\beta} \end{matrix} & \begin{matrix} d\dot{\beta} \cos \beta \\ d\dot{\beta} \sin \beta \\ 0 \end{matrix} \end{array} \right\}_{\substack{\mathcal{B}_0 \\ D}}$$

A.2: En déduire :

a. la vitesse angulaire $\dot{\alpha}$ en fonction de $(\dot{\lambda}, R, \beta \text{ et } (\alpha - \beta))$

$$\vec{V}_{D \in 2/3} = \vec{0} \Rightarrow \vec{V}_{D \in 2/0} = \vec{V}_{D \in 3/0}$$

ainsi, par projection dans la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ on en déduit :

$$\begin{cases} \dot{\lambda} - R\dot{\alpha} \sin \alpha = d\dot{\beta} \cos \beta \\ R\dot{\alpha} \cos \alpha = d\dot{\beta} \sin \beta \end{cases} \Rightarrow \tan \beta = \frac{R\dot{\alpha} \cos \alpha}{\dot{\lambda} - R\dot{\alpha} \sin \alpha}$$

$$\Rightarrow \dot{\alpha} = \frac{\dot{\lambda} \tan \beta}{R(\cos \alpha + \tan \beta \sin \alpha)} = \frac{\dot{\lambda} \sin \beta}{R \cos(\alpha - \beta)}$$

$$\dot{\alpha} = \frac{\dot{\lambda} \sin \beta}{R \cos(\alpha - \beta)}$$

b. la vitesse angulaire $\dot{\beta}$ en fonction de $(d, \alpha, (\alpha - \beta)$ et $\dot{\lambda}$)

$$\dot{\beta} = \frac{R\dot{\alpha} \cos \alpha}{d \sin \beta} = \frac{\dot{\lambda} \cos \alpha}{d \cos(\alpha - \beta)}$$

$$\dot{\beta} = \frac{\dot{\lambda} \cos \alpha}{d \cos(\alpha - \beta)}$$

A.3: Déterminer, dans la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, les torseurs cinématiques, dans leur mouvements par rapport au bâti (0), des solides suivants :

a. le solide (3) au point E, en passant par C :

$$\{\mathcal{V}_{3/0}\}_E = \left\{ \begin{array}{c} \dot{\beta} \vec{z}_0 \\ (c+d)\dot{\beta} \vec{x}_3 \end{array} \right\}_E$$

$$\{\mathcal{V}_{3/0}\}_E = \left\{ \begin{array}{c|c} \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ \dot{\beta} \end{array} & \begin{array}{c} (c+d)\dot{\beta} \cos \beta \\ (c+d)\dot{\beta} \sin \beta \\ 0 \end{array} \end{array} \right\}_{\begin{array}{c} \mathcal{B}_0 \\ E \end{array}}$$

b. le solide (4) au point F , en passant par E :

$$\{\mathcal{V}_{4/0}\}_F \left\{ \begin{array}{c} -\dot{\gamma}\vec{z}_0 \\ (c+d)\dot{\beta}\vec{x}_3 \end{array} \right\}_E$$

Au point F :

$$\vec{V}_{F \in 4/0} = \vec{V}_{E \in 4/0} + \vec{\Omega}_{4/0} \wedge \vec{EF} = (c+d)\dot{\beta}\vec{x}_3 - \dot{\gamma}\vec{z}_0 \wedge h\vec{y}_4 = (c+d)\dot{\beta}\vec{x}_3 + h\dot{\gamma}\vec{x}_4$$

$$\{\mathcal{V}_{4/0}\}_F = \left\{ \begin{array}{c|c} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\gamma} \end{matrix} & \begin{matrix} (c+d)\dot{\beta} \cos \beta + h\dot{\gamma} \cos \gamma \\ (c+d)\dot{\beta} \sin \beta - h\dot{\gamma} \sin \gamma \\ 0 \end{matrix} \end{array} \right\}_{\substack{\mathcal{B}_0 \\ F}}$$

c. le solide (4) au point F en fonction de $\dot{\gamma}$ et $\dot{\mu}$:

$$\vec{V}_{F \in 4/0} = \underbrace{\vec{V}_{F \in 4/5}}_{=\vec{0}} + \vec{V}_{F \in 5/0} = \vec{V}_{G \in 5/0} = \dot{\mu}\vec{x}_0$$

$$\{\mathcal{V}_{4/0}\}_F = \left\{ \begin{array}{c|c} \begin{matrix} 0 \\ 0 \\ -\dot{\gamma} \end{matrix} & \begin{matrix} \dot{\mu} \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \end{array} \right\}_{\substack{\mathcal{B}_0 \\ F}}$$

A.4: En déduire les relations exprimant :

a. la vitesse de translation, $\dot{\mu}$, du plateau mobile (5) par rapport au bâti (0) en fonction de $(c, d, h, \beta, \dot{\beta}, \gamma$ et $\dot{\gamma})$

Par projection de $\vec{V}_{F \in 4/0}$ sur $\vec{x}_0$ on en déduit : $\dot{\mu} = (c+d)\dot{\beta} \cos \beta + h\dot{\gamma} \cos \gamma$

$$\dot{\mu} = (c + d)\dot{\beta} \cos \beta + h\dot{\gamma} \cos \gamma$$

b. l'accélération $\ddot{\mu}$, de (5) par rapport au bâti (0), en fonction de $(\ddot{\beta}, \dot{\beta}, \beta, \ddot{\gamma}, \dot{\gamma}, \gamma, c, d \text{ et } h)$.

Par dérivation par rapport au temps de la vitesse $\dot{\mu} = (c + d)\dot{\beta} \cos \beta + h\dot{\gamma} \cos \gamma$ on aura :

$$\ddot{\mu} = (c + d) [\ddot{\beta} \cos \beta - \dot{\beta}^2 \sin \beta] + h [\ddot{\gamma} \cos \gamma - \dot{\gamma}^2 \sin \gamma]$$

$$\ddot{\mu} = (c + d) [\ddot{\beta} \cos \beta - \dot{\beta}^2 \sin \beta] + h [\ddot{\gamma} \cos \gamma - \dot{\gamma}^2 \sin \gamma]$$

c. la vitesse angulaire $\dot{\gamma}$ en fonction de $(c, d, h, \beta, \dot{\beta} \text{ et } \gamma)$

Par projection de $\vec{V}_{F \in 4/0}$ sur $\vec{y}_0$ on en déduit : $0 = (c + d)\dot{\beta} \sin \beta - h\dot{\gamma} \sin \gamma$

$$\dot{\gamma} = \frac{(c + d) \sin \beta}{h \sin \gamma} \dot{\beta}$$

A.5: Dédurre le rapport des vitesses $(\dot{\mu} / \dot{\lambda})$ en fonction de $(c, d, \alpha, \beta, \text{ et } \gamma)$.

On a : $\dot{\mu} = (c + d)\dot{\beta} \cos \beta + h\dot{\gamma} \cos \gamma$ et $\dot{\gamma} = \frac{(c + d) \sin \beta}{h \sin \gamma} \dot{\beta}$ ainsi :

$$\begin{aligned} \dot{\mu} &= (c + d)\dot{\beta} \cos \beta + h \cos \gamma \frac{(c + d) \sin \beta}{h \sin \gamma} \dot{\beta} = \frac{(c + d)}{\sin \gamma} [\cos \beta \sin \gamma + \cos \gamma \sin \beta] \dot{\beta} \\ &= \frac{(c + d) \sin(\beta + \gamma)}{\sin \gamma} \dot{\beta} \end{aligned}$$

$$\text{Or } \dot{\beta} = \frac{\dot{\lambda} \cos \alpha}{d \cos(\alpha - \beta)}. \text{ D'où : } \dot{\mu} = \frac{(c + d) \sin(\beta + \gamma) \cos \alpha}{d \sin \gamma \cos(\alpha - \beta)} \dot{\lambda} \Rightarrow \frac{\dot{\mu}}{\dot{\lambda}} = \frac{(c + d) \sin(\beta + \gamma) \cos \alpha}{d \sin \gamma \cos(\alpha - \beta)}$$

$$\frac{\dot{\mu}}{\dot{\lambda}} = \frac{(c + d) \sin(\beta + \gamma) \cos \alpha}{d \sin \gamma \cos(\alpha - \beta)}$$

A.6: Donner la relation entre les valeurs critiques β_c et γ_c (des angles β et γ) réalisant l'alignement des points C, E et F (position de verrouillage du moule)

L'alignement des points C, E et F entraîne $\vec{y}_3 = -\vec{y}_4 \Rightarrow \vec{y}_3 \wedge \vec{y}_4 = \vec{0} \Rightarrow$

$$\sin(\beta + \gamma) = 0 \Rightarrow \beta + \gamma = \pi$$

$$\beta_c + \gamma_c = \pi$$

A.7: Vérifier que, dans cette position de verrouillage, la vitesse de translation $\dot{\mu}$ du plateau mobile (5) par rapport au bâti (0) est nulle ($\dot{\mu} = 0$)

Pour cette situation : $\sin(\beta_c + \gamma_c) = 0 \Rightarrow \frac{\dot{\mu}}{\dot{\lambda}} = 0$
 il s'en suit : $\dot{\mu} = 0$

A.2 Étude dynamique

On se propose de déterminer les efforts transmissibles par l'équipage mobile pendant la phase de fermeture et de verrouillage, en considérant l'hypothèse **H₂** page (7/10) du dossier "Mise en situation, Données et Hypothèses".

A.8: Les efforts extérieurs appliqués sur le solide (2) par le solide (1) en B et par le solide (3) en D sont notés respectivement par $\vec{F}_B$ et $\vec{F}_D$:

- a. En appliquant le théorème de la résultante dynamique au solide (2) au cours de son mouvement par rapport au bâti (0), montrer que $\vec{F}_B = -\vec{F}_D$

$$\vec{\mathcal{R}}_{(2 \rightarrow 2)} = \vec{0} = \vec{\mathcal{R}}_{(1 \rightarrow 2)} + \vec{\mathcal{R}}_{(3 \rightarrow 2)} \Rightarrow \vec{F}_B = -\vec{F}_D$$

- b. En appliquant le théorème du moment dynamique, au point B, au solide (2) au cours de son mouvement par rapport au bâti (0), déduire la ligne d'action des deux forces $\vec{F}_B$ et $\vec{F}_D$?

$$\vec{\mathcal{M}}_B(\vec{2} \rightarrow 2) = \vec{0} \Rightarrow \vec{\mathcal{M}}_B(1 \rightarrow 2) + \vec{\mathcal{M}}_B(3 \rightarrow 2) = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{BD} \wedge \vec{F}_D = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{BD} // \vec{F}_D$$

Ainsi, la ligne d'action des deux forces $\vec{F}_B$ et $\vec{F}_D$ est la droite (BD)

- c. Exprimer $\vec{F}_B$ et $\vec{F}_D$ dans la base $(\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$ en fonction de F_B (intensité de $\vec{F}_B$).

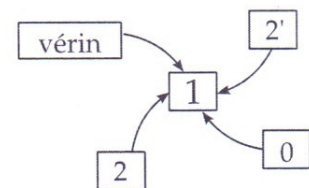
D'après ce qui précède $\vec{F}_B = -\vec{F}_D = F_B \vec{x}_2$

$$\vec{F}_B = F_B \vec{x}_2$$

$$\text{et } \vec{F}_D = -F_B \vec{x}_2$$

A.9: On cherche à déterminer l'intensité F_B de la force $\vec{F}_B$.

- a. En considérant le graphe ci-contre représentant le bilan des actions mécaniques extérieures appliquées au solide (1), écrire les torseurs associés à ces actions en leur point d'application. Les exprimer dans la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.



$$\text{Action de (2) sur (1) en B : } \{ \mathcal{T}_{(2 \rightarrow 1)} \}_B = \left\{ \begin{array}{c} -F_B \vec{x}_2 \\ 0 \end{array} \right\}_B = \left\{ \begin{array}{c} -F_B \cos \alpha \\ -F_B \sin \alpha \\ 0 \end{array} \middle| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}_{\mathcal{B}_0}$$

$$\text{Action de (2')} \text{ sur (1) en } B' : \{\mathcal{T}(2' \rightarrow 1)\}'_B = \left\{ \begin{array}{c} -F_B \vec{x}'_2 \\ 0 \end{array} \right\}_B = \left\{ \begin{array}{c} -F_B \cos \alpha \\ F_B \sin \alpha \\ 0 \end{array} \middle| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}_B^{\mathcal{B}_0}$$

$$\text{Action de (0) sur (1) en } A : \{\mathcal{T}(0 \rightarrow 1)\}_A = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ Y_{01} \\ 0 \end{array} \middle| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ N_{01} \end{array} \right\}_A^{\mathcal{B}_0}$$

$$\text{Action du vérin sur (1) en } A : \{\mathcal{T}(\text{vérin} \rightarrow 1)\}_A = \left\{ \begin{array}{c} F_v \\ 0 \\ 0 \end{array} \middle| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}_A^{\mathcal{B}_0}$$

- b. Écrire les équations scalaires qui découlent du théorème de la résultante dynamique appliqué au solide (1) au cours de son mouvement par rapport au bâti (0). En déduire l'intensité F_B en fonction de l'intensité F_v de l'action du vérin sur (1) et de l'angle α .

$$\vec{\mathcal{R}}(\bar{1} \rightarrow 1) = \vec{0} \Rightarrow \vec{\mathcal{R}}(2 \rightarrow 1) + \vec{\mathcal{R}}(2' \rightarrow 1) + \vec{\mathcal{R}}(0 \rightarrow 1) + \vec{\mathcal{R}}(\text{vérin} \rightarrow 1) = \vec{0}$$

Ainsi par projection sur $\vec{x}_0$: $F_v - 2F_B \cos \alpha = 0 \Rightarrow F_B = \frac{F_v}{2 \cos \alpha}$

par projection sur $\vec{y}_0$: $Y_{01} = 0$

$$F_B = \frac{F_v}{2 \cos \alpha}$$

A.10: Détermination de l'intensité F_E de l'action du solide (3) sur le solide (4) au point E. Par analogie avec l'étude précédente, on montre que l'expression vectorielle de l'effort $\vec{F}_E$ s'exprime en fonction de son intensité par : $\vec{F}_E = F_E \vec{y}_4$.

- a. Donner l'expression de l'effort $\vec{F}_F$ exercé au point F par le plateau mobile (5) sur le solide (4) en fonction de F_E .

$$\vec{\mathcal{R}}(\bar{4} \rightarrow 4) = \vec{0} \Rightarrow \vec{\mathcal{R}}(3 \rightarrow 4) + \vec{\mathcal{R}}(5 \rightarrow 4) = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{F}_E + \vec{F}_F = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_F = -\vec{F}_E = -F_E \vec{y}_4$$

$$\vec{F}_F = -F_E \vec{y}_4$$

- b. Écrire les torseurs des actions mécaniques extérieures appliquées au plateau mobile (5) en leur point d'application. Les exprimer dans la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

$$\text{Action de (4) sur (5) en } F : \{\mathcal{T}_{(4 \rightarrow 5)}\}_F = \left\{ \begin{array}{c|c} F_E \vec{y}_4 & \vec{0} \\ \hline \vec{0} & \end{array} \right\}_F = \left\{ \begin{array}{c|c} F_E \sin \gamma & 0 \\ F_E \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_F^{\mathcal{B}_0}$$

$$\text{Action de (4') sur (5) en } F' : \{\mathcal{T}_{(4' \rightarrow 5)}\}_{F'} = \left\{ \begin{array}{c|c} F_E \vec{y}'_4 & \vec{0} \\ \hline \vec{0} & \end{array} \right\}_{F'} = \left\{ \begin{array}{c|c} F_E \sin \gamma & 0 \\ -F_E \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_{F'}^{\mathcal{B}_0}$$

$$\text{Action de (0) sur (5) en } I : \{\mathcal{T}_{(0 \rightarrow 5)}\}_I = \left\{ \begin{array}{c|c} X_{01} & 0 \\ Y_{05} & 0 \\ 0 & N_{05} \end{array} \right\}_I^{\mathcal{B}_0}$$

$$\text{Action de la pesanteur sur (5) en } G : \{\mathcal{T}_{(g \rightarrow 5)}\}_G = \left\{ \begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ -Mg & 0 \\ 0 & 0 \end{array} \right\}_G^{\mathcal{B}_0}$$

- c. Écrire les équations scalaires issues du théorème de la résultante dynamique appliqué au plateau mobile (5) au cours de son mouvement par rapport au bâti (0) en projection sur la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

$$\vec{\mathcal{R}}_{(5 \rightarrow 5)} = M\ddot{x}_0 \vec{x}_0$$

$$\text{par projection sur } \vec{x}_0 : 2F_E \sin \gamma + X_{05} = M\ddot{x}_0$$

$$\text{par projection sur } \vec{y}_0 : Y_{05} = Mg > 0$$

- d. Déduire l'expression de l'intensité F_E en fonction de $(f, M, g, \gamma \text{ et } \ddot{x}_0)$.

$$\text{On a : } 2F_E \sin \gamma + X_{05} = M\ddot{x}_0 \Rightarrow 2F_E \sin \gamma = M\ddot{x}_0 - X_{05}$$

Or d'après la loi de Coulomb pour le frottement de glissement :

$$X_{05} = -fY_{05} = -fMg$$

$$\text{On en déduit : } 2F_E \sin \gamma = M\ddot{u} + fMg \Rightarrow F_E = \frac{M(\ddot{u} + fg)}{2 \sin \gamma}$$

$$F_E = \frac{M(\ddot{u} + fg)}{2 \sin \gamma}$$

A.11: Détermination de l'intensité de l'effort $\vec{F}_v$ transmis par la pression du vérin au solide (1).

- a. Écrire les torseurs des actions mécaniques extérieures appliquées au solide (3) en leur point d'application. Les exprimer dans la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

$$\text{Action de (0) sur (3) en C : } \{\mathcal{T}_{(0 \rightarrow 3)}\}_C = \left\{ \begin{array}{c} \vec{F}_C \\ \vec{0} \end{array} \right\}_C = \left\{ \begin{array}{c} X_{03} \\ Y_{03} \\ 0 \end{array} \middle| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}_C^{\mathcal{B}_0}$$

Action de (2) sur (3) en C :

$$\{\mathcal{T}_{(2 \rightarrow 3)}\}_D = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\mathcal{R}}^{(2 \rightarrow 3)} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_D = \left\{ \begin{array}{c} -F_D \vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_D = \left\{ \begin{array}{c} F_B \vec{x}_2 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_D = \left\{ \begin{array}{c} F_B \cos \alpha \\ F_B \sin \alpha \\ 0 \end{array} \middle| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}_D^{\mathcal{B}_0}$$

Action de (4) sur (3) en C :

$$\{\mathcal{T}_{(4 \rightarrow 3)}\}_E = \left\{ \begin{array}{c} \vec{\mathcal{R}}^{(4 \rightarrow 3)} \\ \vec{0} \end{array} \right\}_E = \left\{ \begin{array}{c} -F_E \vec{y}_4 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_E = \left\{ \begin{array}{c} -F_E \sin \gamma \\ -F_E \cos \gamma \\ 0 \end{array} \middle| \begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \end{array} \right\}_E^{\mathcal{B}_0}$$

- b. En appliquant le théorème de la résultante dynamique au solide (3) au cours de son mouvement par rapport au bâti (0), déterminer en fonction F_E , F_v et α , l'expression vectorielle de $\vec{F}_C$ (effort exercé par le bâti (0) sur le solide (3) au point C : $\vec{F}_C = \vec{F}_{03}$)

$$\vec{\mathcal{R}}^{(3 \rightarrow 3)} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_C = -F_B \vec{x}_2 + F_E \vec{y}_4 \quad \text{avec } F_B = \frac{F_v}{2 \cos \alpha}$$

d'où

$$\vec{F}_C = -\frac{F_v}{2 \cos \alpha} \vec{x}_2 + F_E \vec{y}_4$$

Dans la base $\mathcal{B}_0$:

$$\vec{F}_C = \left[-\frac{F_v}{2} + F_E \sin \gamma \right] \vec{x}_0 + \left[-\frac{F_v}{2} \tan \alpha + F_E \cos \gamma \right] \vec{y}_0$$

$$\vec{F}_C = -\frac{F_v}{2 \cos \alpha} \vec{x}_2 + F_E \vec{y}_4$$

- c. Écrire l'équation scalaire qui découle du théorème du moment dynamique, au point C, appliqué au solide (3) au cours de son mouvement par rapport au bâti (0) qui exprime F_v en fonction de F_E et les paramètres (α , β , γ , c et d).

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_{C(\vec{3} \rightarrow 3)} = \vec{0} &\Rightarrow \frac{F_v}{2 \cos \alpha} \vec{x}_2 \wedge d\vec{y}_3 - F_E \vec{y}_4 \wedge (c + d) \vec{y}_3 = \vec{0} \\ &\Rightarrow \left[\frac{d \cos(\beta - \alpha)}{2 \cos \alpha} F_v - (c + d) \sin(\beta + \gamma) F_E \right] \vec{z}_0 = \vec{0} \end{aligned}$$

on en déduit :

$$F_v = \frac{(c + d) 2 \cos \alpha \sin(\beta + \gamma)}{d \cos(\beta - \alpha)} F_E$$

$$F_v = \frac{(c+d)2 \cos \alpha \sin(\beta + \gamma)}{d \cos(\beta - \alpha)} F_E$$

d. Dédurre l'expression de F_v en fonction de $(f, M, g, \ddot{\mu}, \alpha, \beta, \gamma, c$ et $d)$.

Nous avons : $F_E = \frac{M(\ddot{\mu} + fg)}{2 \sin \gamma}$

en l'injectant dans la relation précédente on aura :

$$F_v = \frac{(c+d) \cos \alpha \sin(\beta + \gamma)}{d \sin \gamma \cos(\beta - \alpha)} M(\ddot{\mu} + fg)$$

$$F_v = \frac{(c+d) \cos \alpha \sin(\beta + \gamma)}{d \sin \gamma \cos(\beta - \alpha)} M(\ddot{\mu} + fg)$$

e. Dédurre de nouveau F_v en fonction de $(f, M, g, \ddot{\mu})$ et du rapport des vitesses $(\dot{\mu}/\dot{\lambda})$.

D'après l'étude cinématique : $\frac{(c+d) \cos \alpha \sin(\beta + \gamma)}{d \sin \gamma \cos(\beta - \alpha)} = \frac{\dot{\mu}}{\dot{\lambda}}$
par suite :

$$F_v = \frac{\dot{\mu}}{\dot{\lambda}} M(\ddot{\mu} + fg)$$

$$F_v = \frac{\dot{\mu}}{\dot{\lambda}} M(\ddot{\mu} + fg)$$

- f. Pour les trois étapes I, II et III du cycle de fermeture du moule (Figure 7), donner l'expression de l'accélération $\ddot{\mu}$ en fonction de la vitesse V et du temps.

Étape I

$$\ddot{\mu} = \frac{V}{t_1}$$

Étape II

$$\ddot{\mu} = 0$$

Étape III

$$\ddot{\mu} = -\frac{V}{t_3 - t_2}$$

A.12: Sachant que pendant la phase d'injection, l'action combinée de verrouillage et d'injection sur le plateau mobile (5) (notée P_i), en son centre d'inertie G , est modélisée par le torseur :

$$\{\mathcal{T}(P_i \rightarrow 5)\}_G = \left\{ \begin{array}{c} -F_i \vec{x}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G$$

donner l'expression de F_E en fonction de (F_i et γ).

Au moment de l'opération d'injection, l'application du théorème de la résultante dynamique au solide (5) en équilibre par rapport au bâti (0) en projection sur $\vec{x}_0$ donne :

$$2F_E \sin \gamma - F_i = 0$$

$$F_E = \frac{F_i}{2 \sin \gamma}$$

A.3 Résistance des matériaux

A.13: Déterminer les composantes du torseur de cohésion tout au long de la ligne moyenne de la poutre (C, E). Préciser le type de sollicitations simples.

Zone 1 : $0 \leq x < 200$

$$\{\mathcal{T}_{coh}\}_G = -\{\mathcal{T}_{(0 \rightarrow 3)}\}_G = -\left\{ \begin{array}{c|c} 383822 & 0 \\ -20933 & 0 \\ 0 & 20933x \end{array} \right\}_G^B.$$

$$\{\mathcal{T}_{coh}\}_G = \left\{ \begin{array}{c|c} -383822 & 0 \\ 20933 & 0 \\ 0 & -20933x \end{array} \right\}_G^B.$$

Types de sollicitations simples :

Compression avec $N = 383822$ N et flexion simple dans le plan $(G, \vec{x}, \vec{y})$
avec $T_y = 20933$ N et $\mathcal{M}f_z(x) = 20933x$ N.mm

Zone 2 : $200 \leq x < 300$ mm

$$\{\mathcal{T}_{coh}\}_G = +\{\mathcal{T}_{(4 \rightarrow 3)}\}_G = \left\{ \begin{array}{c|c} -399232 & 0 \\ -41866 & 0 \\ 0 & -41866(300 - x) \end{array} \right\}_G^B.$$

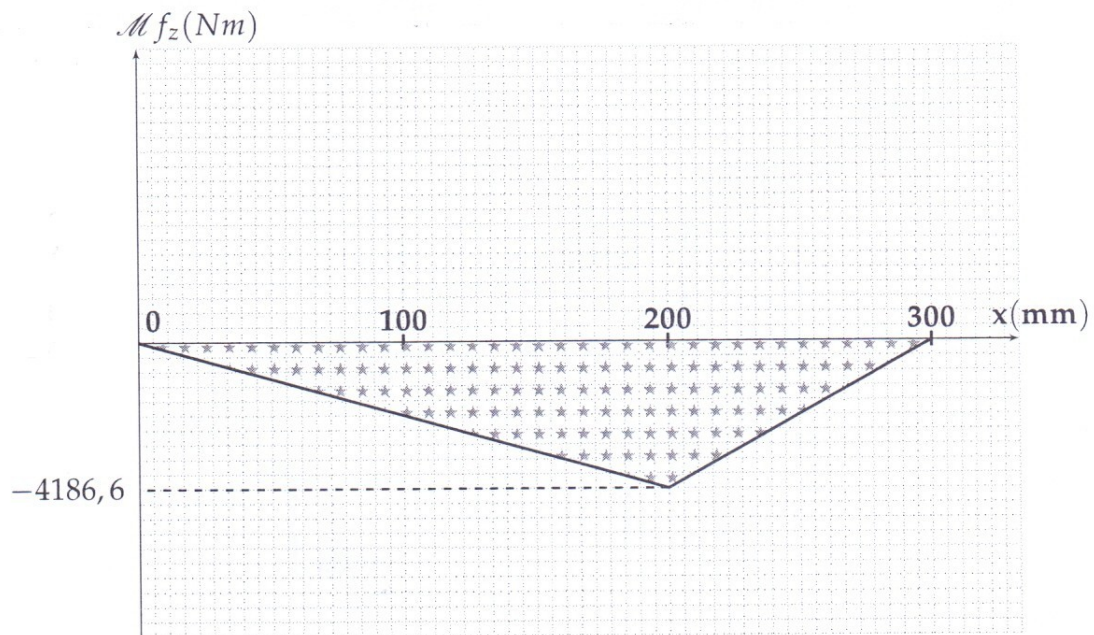
$$\{\mathcal{T}_{coh}\}_G = \left\{ \begin{array}{c|c} -399232 & 0 \\ -41866 & 0 \\ 0 & -41866(300 - x) \end{array} \right\}_G^B.$$

Types de sollicitations simples :

Compression avec $N = -399232$ N.
Flexion simple plane dans le plan $(G, \vec{x}, \vec{y})$ avec $T_y = -41866$ N
et $\mathcal{M}f_z(x) = -41866(300 - x)$ Nmm.

A.14: Étude de la résistance de la poutre au moment fléchissant

a. Tracer le diagramme du moment fléchissant $\mathcal{M}_z$:



b. Dans quelle section droite de la poutre le moment fléchissant $\mathcal{M}_z$ est maximal ? Donner sa valeur absolue : $|\mathcal{M}_{z \max}|$.

La section de centre $D(x = 200 \text{ mm})$

$$|\mathcal{M}_{z \max}| = -4186,6 \text{ Nm}$$

c. En appliquant le critère de résistance à la contrainte normale en flexion, calculer les dimensions minimales de la section $(S = H \times e)_{\min}$. Pour ce calcul on prendra comme hypothèse $e = \frac{H}{2}$.

$$\sigma_{\max} = k_t \frac{|\mathcal{M}_{z \max}|}{(I_{G,z}(S)/v)} \leq R_{pe} = \frac{\sigma_e}{s}$$

$$\text{avec } I_{G,z}(S) = \frac{eH^3}{12}; e = \frac{H}{2} \Rightarrow I_{G,z}(S) = \frac{H^4}{24} \text{ et } v = \frac{H}{2}$$

$$\text{d'où : } (I_{G,z}(S)/v) = \frac{H^3}{12}$$

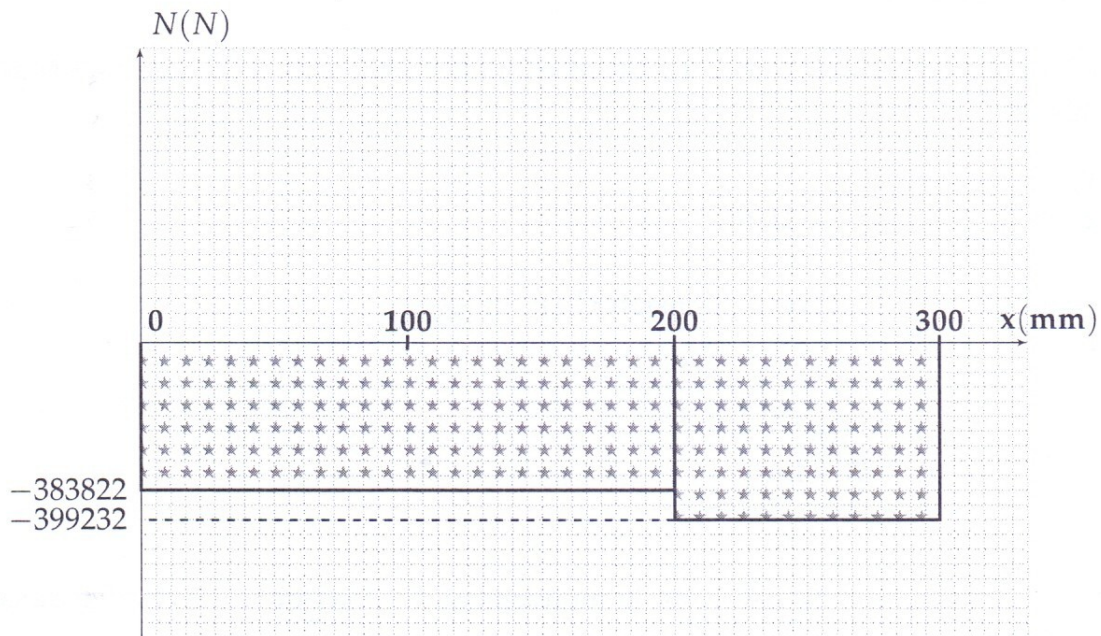
ainsi :

$$H \geq \sqrt[3]{\frac{12sk_t|\mathcal{M}_{z \max}|}{\sigma_e}} = \sqrt[3]{\frac{12 \times 2 \times 2,5 \times 4186600}{1275}} = 58,188 \text{ mm}$$

$$\text{et } e = 29,09 \text{ mm}$$

A.15: Étude de la résistance de la poutre à l'effort normal.

a. Tracer le diagramme de l'effort normal N .



b. Dans quelle section droite de la poutre l'effort normal N est maximal? Donner sa valeur absolue : $|N_{max}|$.

L'effort normal est maximal dans les sections entre $x = 200$ et $x = 300$ mm.

$$|N_{max}| = 399232 \text{ N}$$

c. Pour la section $(S = H \times e)_{min}$ calculée précédemment, vérifier la condition de résistance à l'effort normal et conclure.

$$\sigma_{max} = k_t \frac{N_{max}}{S_{min}} = 2,5 \times \frac{399232}{58,188 \times 29,09} = 589,56 \text{ MPa} \leq R_{pe} = \frac{\sigma_e}{s} = 637,5 \text{ MPa}$$

la condition $\sigma_{max} \leq R_{pe}$ est vérifiée $\Rightarrow$ La poutre résiste à l'effort normal maximal.

Partie B : Automatique

B.1 Étude de l'asservissement du vérin électro-hydraulique d'injection

B.1: Écrire les équations (1) et (2) décrivant le fonctionnement du solénoïde dans le domaine de Laplace.

$$(1) \Rightarrow F(p) = k_e I(p)$$

$$(2) \Rightarrow (R + Lp)I(p) = U(p)$$

B.2: En déduire la fonction de transfert $G_1(p) = \frac{F(p)}{U(p)}$.

$$G_1(p) = \frac{F(p)}{U(p)} = \frac{k_e}{R + Lp}$$

B.3: Écrire l'équation (3) décrivant le mouvement du tiroir de la servovalve dans le domaine de Laplace.

$$(3) \Rightarrow (m_s p^2 + f_s p + k_s)Z(p) = F(p)$$

B.4: En déduire la fonction de transfert $G_2(p) = \frac{Z(p)}{F(p)}$.

$$G_2(p) = \frac{Z(p)}{F(p)} = \frac{1}{m_s p^2 + f_s p + k_s}$$

B.5: Montrer que la fonction de transfert de l'ensemble {solénoïde, tiroir} est de la forme :

$$T_1(p) = \frac{Z(p)}{U(p)} = \frac{k_0 \omega_0^2}{(1 + \tau_e p)(p^2 + 2\xi \omega_0 p + \omega_0^2)}$$

$$T_1(p) = \frac{Z(p)}{F(p)} \cdot \frac{F(p)}{U(p)} = \frac{\frac{k_e}{R m_s}}{(1 + \frac{L}{R} p)(p^2 + \frac{f_s}{m_s} p + \frac{k_s}{m_s})}$$

B.6: En déduire les expressions de $(k_0, \omega_0, \tau_e \text{ et } \zeta)$ en fonction de $(R, L, k_e, m_s, f_s \text{ et } k_s)$.

$$\begin{cases} k_0 \omega_0^2 = k_e / R m_s \\ \tau_e = L / R \\ \omega_0^2 = k_s / m_s \\ 2\zeta \omega_0 = f_s / m_s \end{cases}$$

$$\omega_0 = \sqrt{k_s / m_s} \quad \tau_e = L / R \quad k_0 = k_e / k_s R$$

$$\zeta = \frac{0.5 f_s}{\sqrt{m_s k_s}}$$

B.7: Déterminer les paramètres $(\tau_e, k_0, \omega_0 \text{ et } \zeta)$ de la fonction de transfert $T_1(p)$ sachant que $k_s = 10 \text{ N/m}$, $k_e = 10 \text{ N/A}$, $L = 0.1 \text{ H}$, $m_s = 0.4 \text{ Kg}$, $f_s = 2.8 \text{ N.s/m}$ et $R = 10 \Omega$.

$$\tau_e = 0,01 \text{ s} \quad k_0 = 0,1 \quad \omega_0 = 5 \text{ rd/s} \quad \zeta = 0,7$$

B.8: En négligeant l'inductance du solénoïde, montrer que la fonction de transfert de l'ensemble {solénoïde, tiroir} est donnée par :

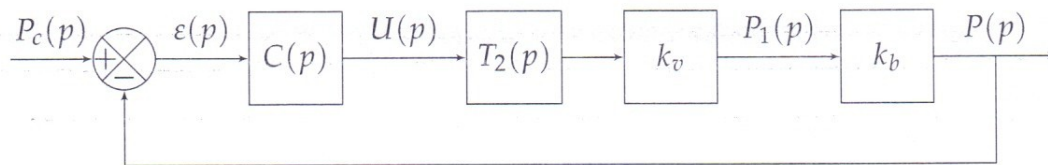
$$T_2(p) = \frac{2.5}{(p^2 + 7p + 25)}$$

$$\text{si } L = 0 \Rightarrow T_2(p) = \frac{0,1 \times 25}{p^2 + 2 \times 0,7 \times 5p + 25} \text{ soit}$$

$$T_2(p) = \frac{2.5}{(p^2 + 7p + 25)}$$

Commande du système électro-hydraulique

Le système de commande est donné par le schéma fonctionnel suivant :



$P_c(p)$ et $\varepsilon(p)$ désignent respectivement la consigne et le signal d'erreur. On supposera que le produit : $k_v \cdot k_b = 1 \text{ N/m}^3$.

On cherche à concevoir un correcteur $C(p)$ permettant de garantir au système les performances suivantes :

performances	exigences
stabilité	système stable
précision	erreur statique de position unitaire nulle

Cas d'un correcteur proportionnel $C(p) = K$

B.9: Pour quelles valeurs de K , le système est stable en boucle fermée ?

$p^2 + 7p + 25 + 2,5K = 0$ le système est stable si et seulement si

$$25 + 2,5K > 0 \quad \text{soit } K > -10$$

B.10: Déterminer l'erreur statique de position unitaire en fonction de K , faire l'application numérique pour $K = 10$.

$$\text{F.T.B.O. } T(p) = \frac{2,5K}{p^2 + 7p + 25}$$

$$\text{système de classe 0} \Rightarrow \varepsilon_p(\infty) = \frac{25}{25 + 2,5K}$$

$$\text{pour } K = 10 \Rightarrow \varepsilon_p(\infty) = 0,5$$

B.11: Pour cette même valeur de K calculer le dépassement et le temps de pic.

$$\begin{aligned} \text{F.T.B.F.} \quad H(p) &= \frac{25}{p^2 + 7p + 50} \\ \omega_0 &= \sqrt{50} \text{ rad/s} \quad \xi = \frac{7}{2\sqrt{50}} = 0,5 \\ D\% &= 100 \exp\left(-\frac{\pi \cdot 0,5}{\sqrt{1 - 0,5^2}}\right) = 16,3\% \\ t_{pic} &= \frac{\pi}{\sqrt{50(1 - 0,5^2)}} = 0,51\text{s} \end{aligned}$$

B.12: Conclure quant aux performances obtenues par ce correcteur.

Correcteur non performant car l'erreur statique de position unitaire n'est pas nulle.

Cas d'un correcteur intégral $C(p) = \frac{90}{p}$

B.13: Avec ce correcteur peut-on assurer une erreur statique de position nulle? Conclure quant à l'efficacité de ce correcteur pour ce système.

$$\text{F.T.B.O. : } T(p) = \frac{225}{p(p^2 + 7p + 25)}$$

l'introduction d'une intégration dans la boucle entrave à la stabilité du système, d'où la nécessité de la vérifier en premier lieu.

L'équation caractéristique est $p^3 + 7p^2 + 25p + 225 = 0$

— la première condition de Routh est vérifiée.

— le tableau de Routh :

p^3	1	25
p^2	7	225
p^1	-7,14	
p^0	225	

le système est donc instable avec ce correcteur intégral

Comme la stabilité n'est pas vérifiée on ne peut tolérer ce correcteur.

Cas d'un correcteur $C(p) = K_1\left(\frac{p + K_2}{p}\right)$ où K_1 et K_2 sont des constantes positives

B.14: De quel type de correcteur s'agit-il? Donner ses paramètres caractéristiques.

$$C(p) = K_1\left(\frac{p + K_2}{p}\right) = K_1\left(1 + \frac{K_2}{p}\right) \text{ il s'agit d'un correcteur PI avec } K_p = K_1 \text{ et } K_i = K_2$$

$$\text{ou bien } C(p) = K_p + \frac{1}{\tau_i p} \text{ ce qui fait } K_p = K_1 \text{ et } \frac{1}{\tau_i} = K_1 K_2$$

B.15: Étudier la stabilité du système en boucle fermée en fonction de K_1 et K_2 , en déduire le domaine de stabilité dans le plan $K_2 = f(K_1)$;

$$\text{F.T.B.O. : } T(p) = \frac{2,5K_1(p + K_2)}{p(p^2 + 7p + 25)}$$

$$\text{L'équation caractéristique : } p^3 + 7p^2 + (25 + 2,5K_1)p + 2,5K_1K_2 = 0$$

La condition (1) de Routh :

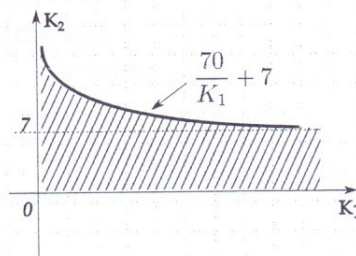
$$K_1K_2 > 0 ; 25 + 2,5K_1 > 0 \Rightarrow K_1 > 0 ; K_2 > 0 \text{ condition déjà vérifiée.}$$

Le tableau de Routh :

p^3	1	$25 + 2,5K_1$
p^2	7	$2,5K_1K_2$
p^1	$25 + 2,5K_1 - 0,3571K_1K_2$	
p^0	$2,5K_1K_2$	

Le système est stable si et seulement si :

$$25 + 2,5K_1 - 0,3571K_1K_2 > 0 \Rightarrow K_2 < \frac{70}{K_1} + 7$$



B.16: Déterminer les erreurs statiques de position et de vitesse unitaires.

$$\text{F.T.B.O. : } T(p) = \frac{2,5K_1(p + K_2)}{p(p^2 + 7p + 25)}$$

$$\text{Le système est de classe 1} \Rightarrow \varepsilon_p(\infty) = 0$$

$$\varepsilon_v(\infty) = \frac{10}{K_1K_2}$$

B.17: Conclure quant aux performances garanties par ce correcteur dans ce cas de figure.

Ce correcteur satisfait les performances recherchées.

B.2 Étude séquentielle du système d'injection

B.18: Compléter le grafcet de point de vue commande du système d'injection ci-dessous.

