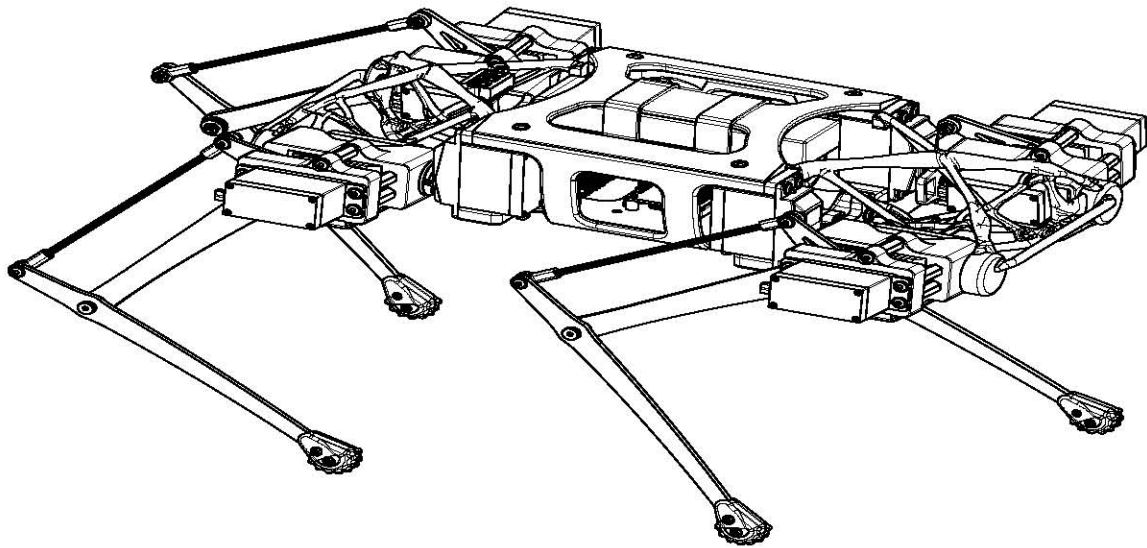




Concours Mathématiques-Physique & Physique-Chimie

Epreuve de

Systèmes Techniques Automatisés



Date : Vendredi 03 Juin 2022 Heure : 8 H Durée : 3 heures

L'épreuve comporte trois parties :

- | | |
|---|----------|
| A - Conception mécanique | (02 pts) |
| B - Mécanique des solides indéformables | (09 pts) |
| C - Automatique | (09 pts) |

Le sujet de l'épreuve remis au candidat comporte trois dossiers :

- 1^{er} : "Mise en situation, Données et Hypothèses",
- 2^{ème} : Trois documents techniques "DT-01, DT-02 et DT-03".
- 3^{ème} : "Document Réponses" contenant les questions à traiter.

N.B.

- * Aucun autre document n'est autorisé.
- * Seules les calculatrices de poche non programmables sont autorisées.
- * Un seul et unique document réponses est fourni au candidat et doit être rendu en totalité, à la fin de l'épreuve, même sans réponses. **Aucune feuille, du document réponses, ne doit être supprimée** (cet acte est considéré comme étant une tentative de fraude).

Dossier

Mise en situation

Données et Hypothèses

Ce dossier comporte 8 pages :

- ★ Mise en situation : page 1/8
- ★ Données et hypothèses partie A-Conception mécanique : page 2/8
- ★ Données et hypothèses partie B-MSI : page 3/8
- ★ Données et hypothèses partie C-Automatique : page 7/8

ROBOT QUADRUPÈDE

Mise en situation

Le secteur des robots quadrupèdes (à quatre jambes) est un marché en pleine expansion. Il touche de nombreux domaines d'activités sécuritaires ou industriels ainsi que le domaine de la santé. Ces robots sont capables d'effectuer des tâches particulièrement difficiles pour l'être humain. En effet, ils peuvent se faufiler dans des espaces réduits ou explorer des environnements hostiles et à hauts risques pour la santé des vivants.

Le robot mobile (figure 1), objet de notre étude, est un système quadrupède léger et autonome. Il s'agit d'un prototype permettant d'étudier les algorithmes de contrôle des mouvements et leur stabilité.

Ce robot utilise quatre jambes identiques pour avancer. La marche est animée par douze moto-réducteurs (3 moteurs/jambe). Deux de ces actionneurs interviennent directement dans la cinématique plane d'une jambe et le troisième joue le rôle d'une épaule permettant le basculement autour de la direction de roulis comme illustré sur la figure (1).

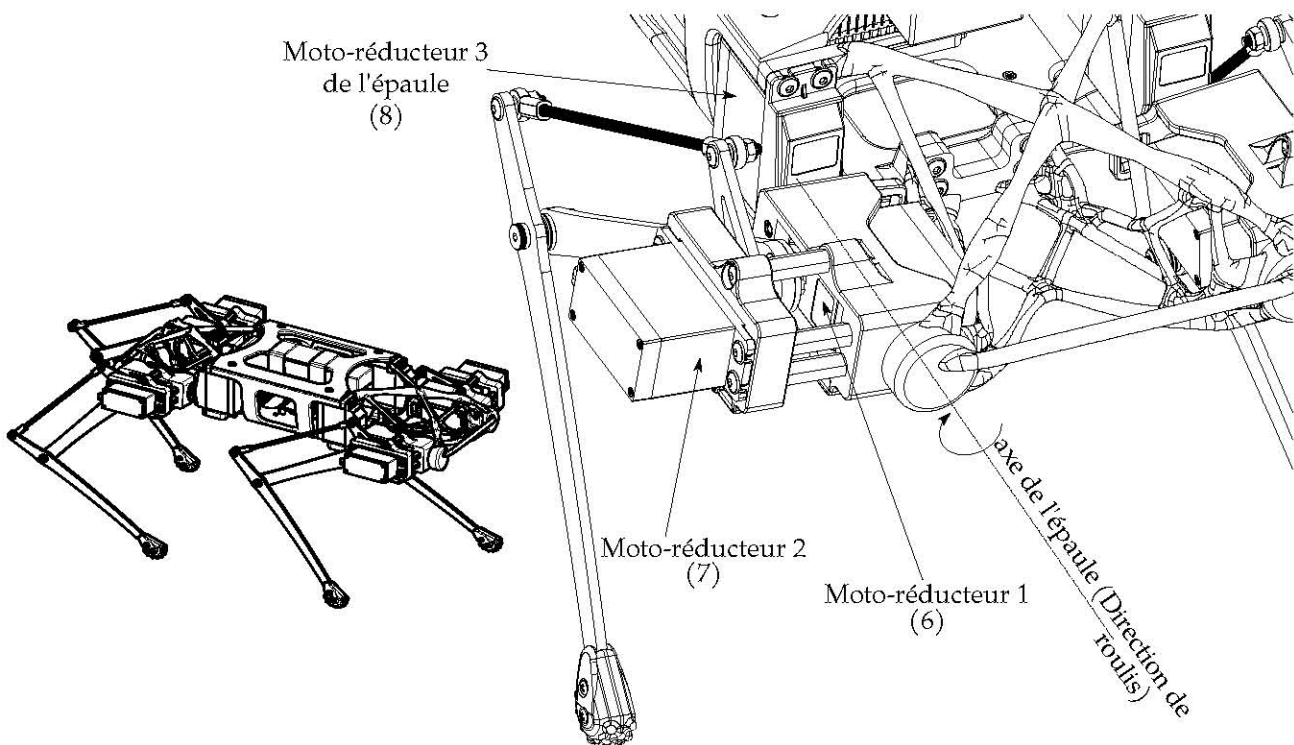


FIGURE 1 – Robot quadrupède

En mode d'avance normale, les jambes en diagonale effectuent simultanément un mouvement identique et sont ainsi en phase. Les jambes de l'autre diagonale effectuent, quant-à-elles, le mouvement en quadrature de phase. Ainsi, ce mouvement alterné des deux paires en diagonale empêche le basculement complet et la chute du robot.

L'étude proposée est composée de quatre parties :

1. Une analyse fonctionnelle du système.
2. La mécanique des solides indéformables où on s'intéresse à l'étude géométrique, cinématique, dynamique et énergétique du mouvement d'une jambe.
3. L'étude de l'afficheur de l'état de charge de la batterie.
4. L'étude de l'asservissement du couple moteur et de la position angulaire d'une jambe.

Partie A - Conception Mécanique : Analyse fonctionnelle

On donne le digramme des chaînes d'énergie et d'information figure (2). Dans ce diagramme, les chaînes d'énergie correspondent à l'ensemble "jambe avec son épaule". Comme le robot dispose de quatre jambes identiques, la description se limitera à une seule parmi elles. Il est à rappeler aussi que ce quadrupède est conçu pour être autonome, ce qui impose une source

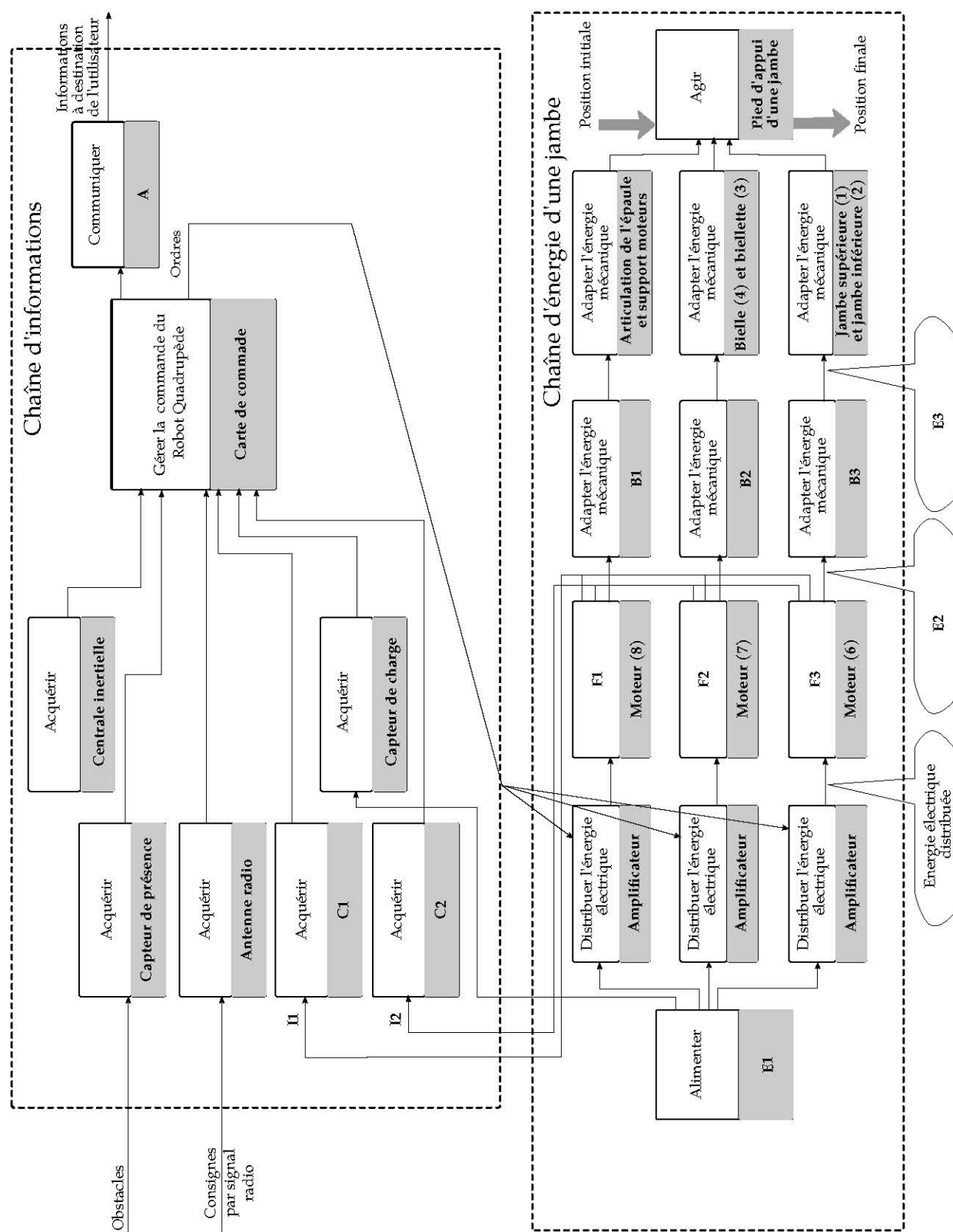


FIGURE 2 – Diagramme des chaînes d'énergie et d'information

d'énergie transportable. Le choix des batteries en Lithium s'impose, elles doivent ainsi être chargées suffisamment bien avant leur utilisation. Nous allons étudier le circuit combinatoire responsable du contrôle de l'afficheur de l'état de charge de celles-ci dans la première section de la partie automatique. Par ailleurs, nous allons voir, dans la partie asservissement de ce concours, que les différentes configurations que peut avoir le robot nécessitent un contrôle du couple moteur (à travers l'asservissement du courant d'induit) et aussi le contrôle de la position angulaire de l'arbre de sortie. Avec ces deux asservissements, le robot sera capable de maintenir son équilibre quelque soit la consigne imposée.

Partie B - Mécanique des solides indéformables : Étude du premier pas du mouvement cyclique d'une jambe

B.1 Présentation

Cette partie est consacrée à l'étude du comportement mécanique du système de solides qui composent une des jambes du robot. Ce système, présenté par le schéma cinématique de la figure 3, est composé de quatre solides. Les solides (1) et (2) sont désignés respectivement par jambe supérieure et jambe inférieure. Les solides (3) et (4) sont dénommés bielle et bielle.

L'animation de la jambe dans son plan est réalisée grâce à deux moteurs fixés sur le corps du robot (10) comme l'illustrent les documents DT-01 et DT-02. Le premier moteur (6) anime en rotation la jambe supérieure (1), le second moteur (7) fait tourner la bielle (4). Ces deux rotations s'effectuent autour du même axe $(C, \vec{z}_0)$.

B.2 Définition des repères, des paramètres et données de l'étude

Le mouvement du robot sera décrit dans le repère $\mathcal{R}_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ supposé galiléen. Comme les quatre solides composant la jambe se déplacent dans des plans parallèles, cela permet d'admettre que le mécanisme de la jambe est un système plan confondu avec le plan $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ appelé plan sagittale de la jambe.

On associe à la jambe supérieure (1) et à la bielle (4) les repères respectifs $\mathcal{R}_1(C, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)$ et $\mathcal{R}_4(C, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_0)$ comme l'illustre le schéma cinématique de la figure 3 et le document technique DT-03.

Les paramètres représentatifs d'un cycle de marche d'une jambes sont :

- La rotation α de (1) imposée par le moteur (6) autour de l'axe $(C, \vec{z}_0)$, avec $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$ avec $0 \leq \alpha \leq \pi$
- La rotation β de (4) imposée par le moteur (7) autour de l'axe $(C, \vec{z}_0)$, avec $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_4) = (\vec{y}_0, \vec{y}_4)$ avec $0 \leq \beta \leq \pi$.

Le mouvement du point C dans le plan sagittale est défini par les déplacements λ et μ , tel que : $\vec{OC} = \lambda \vec{x}_0 + \mu \vec{y}_0$. Les paramètres α , β , λ et μ évoluent au cours du temps. Les caractéristiques dimensionnelles de la jambe sont définies par les constantes a , b , c et l'angle de déviation δ . On les définit comme suit :

$$\vec{AC} = \vec{ED} = a\vec{x}_1, \vec{AE} = \vec{CD} = b\vec{y}_4, AB = c \text{ et } \delta = (\widehat{BA, \vec{y}_4}),$$

avec $a = 130 \text{ mm}$, $b = 35 \text{ mm}$, $c = 135 \text{ mm}$ et $\delta = 7^\circ$.

Il est à noter que les points A, B et E ne sont pas sur le même alignement et les points A, C, D et E forment un parallélogramme.

B.3 Cycle de marche d'une jambe

Le pas effectué par une jambe est réalisé en deux étapes. Durant la première, l'extrémité B de la jambe décrit le trajet (B_0, B_1) comme l'illustre le document technique DT-03. Cette étape est réalisée en faisant varier simultanément les angles α et β pour passer de la configuration de référence, caractérisée par $\alpha = \alpha_0$ et $\beta = \beta_0$ correspondant à la position d'appui B_0 , à une nouvelle configuration obtenue avec $\alpha = \alpha_1$ et $\beta = \beta_1$ associée à B_1 .

La seconde étape est réalisée en maintenant la jambe inférieure (2) appuyée au sol à la position B_1 et en inversant conjointement le sens des rotations. En effet, durant le retour de nouveau à (α_0, β_0) , tout en ayant le contact maintenu en B_1 , le sol se comporte comme un obstacle au mouvement de l'extrémité B de la jambe inférieure (voir DT-03). Cela engendre un mouvement de la jambe autour du point d'appui B_1 provoquant des déplacements de l'ensemble des solides constituant la jambe (en particulier le point C , centre de la liaison de la jambe avec le corps avant (10) du robot).

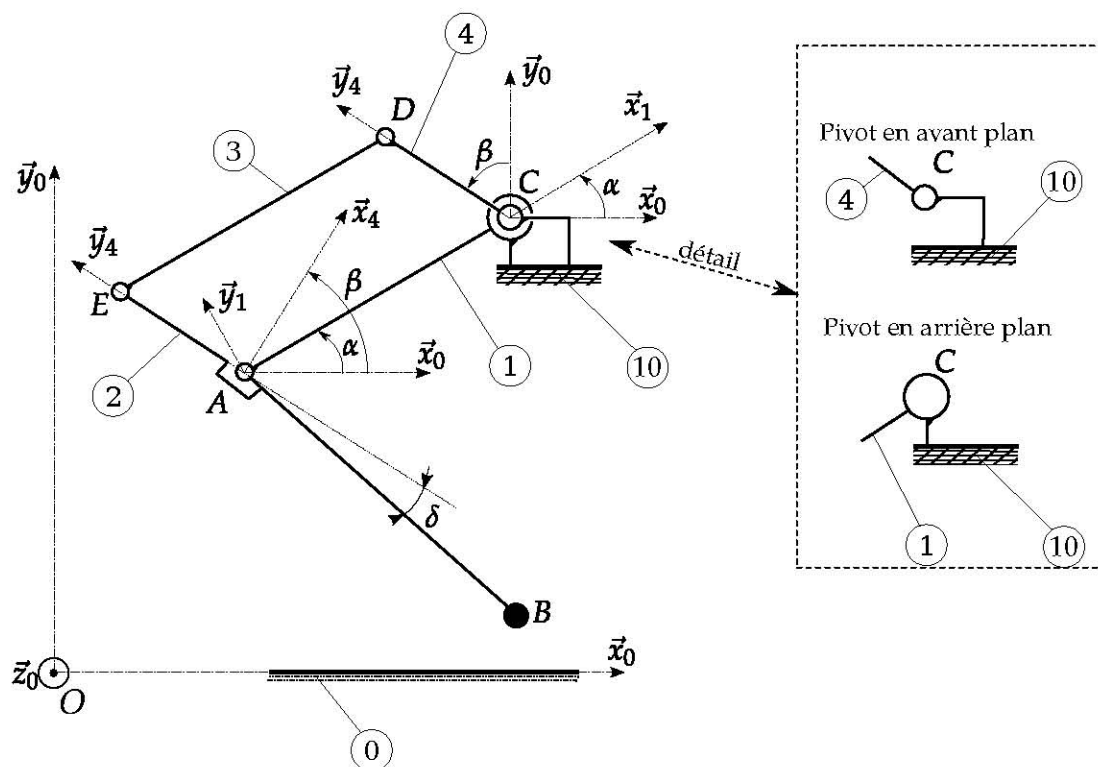


FIGURE 3 – Schéma Cinématique d'une jambe

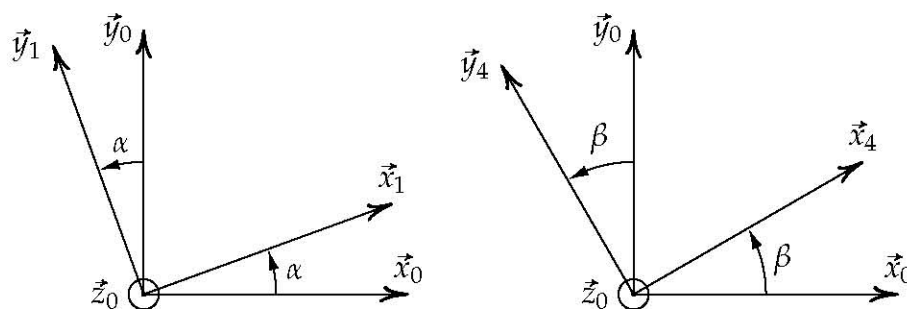


FIGURE 4 – Représentation plane des rotations

B.4 Étude Cinématique

On considère la seconde étape du cycle de marche de la jambe pour laquelle les paramètres α et β évoluent respectivement de α_1 à α_0 et de β_1 à β_0 . On rappelle que durant cette seconde étape l'extrémité B de la jambe se trouve appuyée contre le sol et bloquée à la position $B_1(x_1, 0)$. On admettra que durant cette phase, les vitesses de rotation imposées par les moteurs (6) et (7) sont constantes, elles sont telles que :

$$\dot{\alpha} = \omega_1 \text{ et } \dot{\beta} = \omega_4$$

On introduit les points particuliers G_1 et G_2 liés respectivement aux solides (1) et (2) dont les positions sont définies par :

$$\overrightarrow{AG_1} = \frac{a}{2}\vec{x}_1 \text{ et } \overrightarrow{AG_2} = -h\vec{x}_4$$

B.5 Étude dynamique et énergétique

Le tableau qui suit récapitule les résultats relatifs aux calculs des vitesses et des accélérations des centres d'inertie G_1 et G_2 .

Centre d'inertie	Vitesses	Accélérations
G_1	$\vec{V}_{G_1/\mathcal{R}_0} = \dot{\lambda}\vec{x}_0 + \dot{\mu}\vec{y}_0 - \frac{a}{2}\dot{\alpha}\vec{y}_1$	$\vec{\Gamma}_{G_1/\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}\vec{x}_0 + \ddot{\mu}\vec{y}_0 + \frac{a}{2}\dot{\alpha}^2\vec{x}_1$
G_2	$\vec{V}_{G_2/\mathcal{R}_0} = \dot{\lambda}\vec{x}_0 + \dot{\mu}\vec{y}_0 - a\dot{\alpha}\vec{y}_1 - h\dot{\beta}\vec{y}_4$	$\vec{\Gamma}_{G_2/\mathcal{R}_0} = \ddot{\lambda}\vec{x}_0 + \ddot{\mu}\vec{y}_0 + a\dot{\alpha}^2\vec{x}_1 + h\dot{\beta}^2\vec{x}_4$

Tous les solides composants la jambe sont soumis à leurs propres poids :

$$\vec{P}_i = -m_i g \vec{y}_0 \text{ avec } i = 1 \text{ et } 2$$

où g est l'accélération de la pesanteur.

L'action mécanique combinée du corps du robot et du moteur (6) s'appliquant à la jambe supérieure (1) est représentée, dans la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, par le torseur :

$$\{\mathcal{T}_{(10 \rightarrow 1)}\}_C = \left\{ \begin{array}{cc} X_1 & - \\ Y_1 & - \\ - & C_{1m} \end{array} \right\}_C^{\mathcal{B}_0}$$

où C_{1m} est le couple développé par le moteur (6).

L'action mécanique combinée du corps avant (10) du robot et du moteur (7) s'appliquant à la bielle (4) est représentée dans la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, par le torseur :

$$\{\mathcal{T}_{(10 \rightarrow 4)}\}_C = \left\{ \begin{array}{cc} X_4 & - \\ Y_4 & - \\ - & C_{4m} \end{array} \right\}_C^{\mathcal{B}_0}$$

Où C_{4m} est le couple développé par le moteur (7).

Lorsque la jambe inférieure (2) est en contact avec le sol, elle sera soumise en B à une action mécanique exprimée dans la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ par le torseur :

$$\{\mathcal{T}_{(0 \rightarrow 2)}\}_B = \left\{ \begin{array}{cc} T_0 & - \\ N_0 & - \\ - & 0 \end{array} \right\}_B^{\mathcal{B}_0}$$

Toutes les liaisons internes de la jambe sont supposées parfaites. Les caractéristiques inertielles des solides (1), (2), (3) et (4) composants la jambe du robot sont précisées dans le tableau qui suit :

Solide	Centre d'inertie	Masse	Matrice centrale d'inertie
1	G_1	m_1	$[I_{G_1}] = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & 0 \\ 0 & 0 & J_1 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_0)}$
2	G_2	m_2	$[I_{G_2}] = \begin{bmatrix} I_2 & -F_2 & 0 \\ -F_2 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 \end{bmatrix}_{(\vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_0)}$
3 et 4	<i>Les masses et les termes d'inertie des solides (3) et (4) seront supposés négligeables par rapport à ceux des solides (1) et (2).</i>		

N.B. Hypothèse :

Les hypothèses retenues resteront valable pour la cinématique, la dynamique et l'énergétique, en effet :

1. On considèrera la seconde étape du cycle de marche.
2. Les paramètres α et β évoluent respectivement de α_1 à α_0 et de β_1 à β_0 .
3. L'extrémité B de la jambe se trouve bloquée à la position $B_1(x_1, 0)$
4. Les vitesses de rotation sont constantes.

Partie C - Automatique

C.1 Étude de l'afficheur de l'état de charge de la batterie

Le robot est muni d'un afficheur dédié à l'information sur l'état de charge de la batterie. En effet, cet afficheur utilise trois modules à 14 segments (figure 5) pour illustrer quatre états différents :

- batterie faible en affichant (LOW),
- batterie moyennement chargée en affichant (MED),
- batterie en pleine charge en affichant (HIG),
- au moindre soucis de communication entre la batterie et le système de contrôle du robot, l'affichage bascule en mode erreur en affichant (ERR).

Les quatorze segments d'un module sont numérotés de a à m comme le montre la figure 5. Le système gère l'affichage par deux signaux x et y et les états sont codés en binaire naturel. On se limitera à l'étude des fonctions du premier module dans ses quatre états possibles affichant respectivement L , M , H et E .

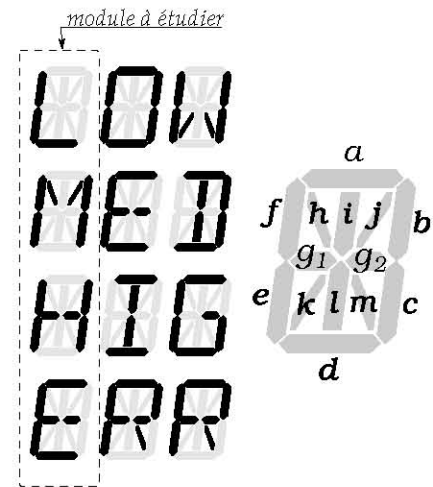


FIGURE 5 – Afficheur de batterie à 3 modules à 14 segments chacun

C.2 Étude du système de commande d'une jambe

La commande du mouvement du robot dans ses différentes configurations (simple marche, tourner à droite ou à gauche, monter un escalier, ...) nécessite à la fois le contrôle des couples moteur (à travers le contrôle du courant $i(t) = c_m(t)/K_m$) et le contrôle de la position angulaire des solides composant la jambe. On peut schématiser un des motoréducteurs (6) ou (7) avec ses variables entrées-sorties comme l'illustre la figure 6.

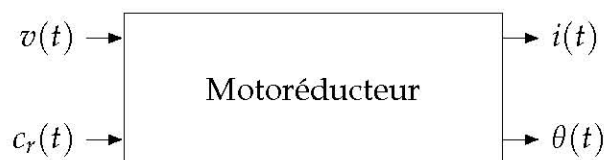


FIGURE 6 – Entrées-sorties du motoréducteur.

Le système qu'on désire étudier est un moteur à courant continu accouplé à une charge mécanique. Son fonctionnement est décrit par les équations suivantes :

$$v(t) = ri(t) + \ell \frac{di(t)}{dt} + e(t) \quad (1)$$

$$c_m(t) = J \frac{d\omega_m(t)}{dt} + f\omega_m(t) + c_r(t) \quad (2)$$

$$e(t) = K_e \omega_m(t) \quad (3)$$

$$c_m(t) = K_m i(t) \quad (4)$$

$$\theta(t) = \int \omega_m(t) dt \quad (5)$$

Où : $v(t)$, $i(t)$, $e(t)$, $c_m(t)$, $\omega_m(t)$ et $c_r(t)$ sont respectivement la tension d'alimentation du moteur, son courant d'induit, sa force contre-électromotrice, son couple moteur, sa vitesse angulaire et le couple résistant.

ℓ , r , f , K_m , K_e et J sont respectivement l'inductance, la résistance de l'induit, le coefficient de frottement visqueux, le coefficient de couple, le coefficient de la force contre-électromotrice et l'inertie équivalente ramenée à l'arbre de ce moteur.

Session : 2022

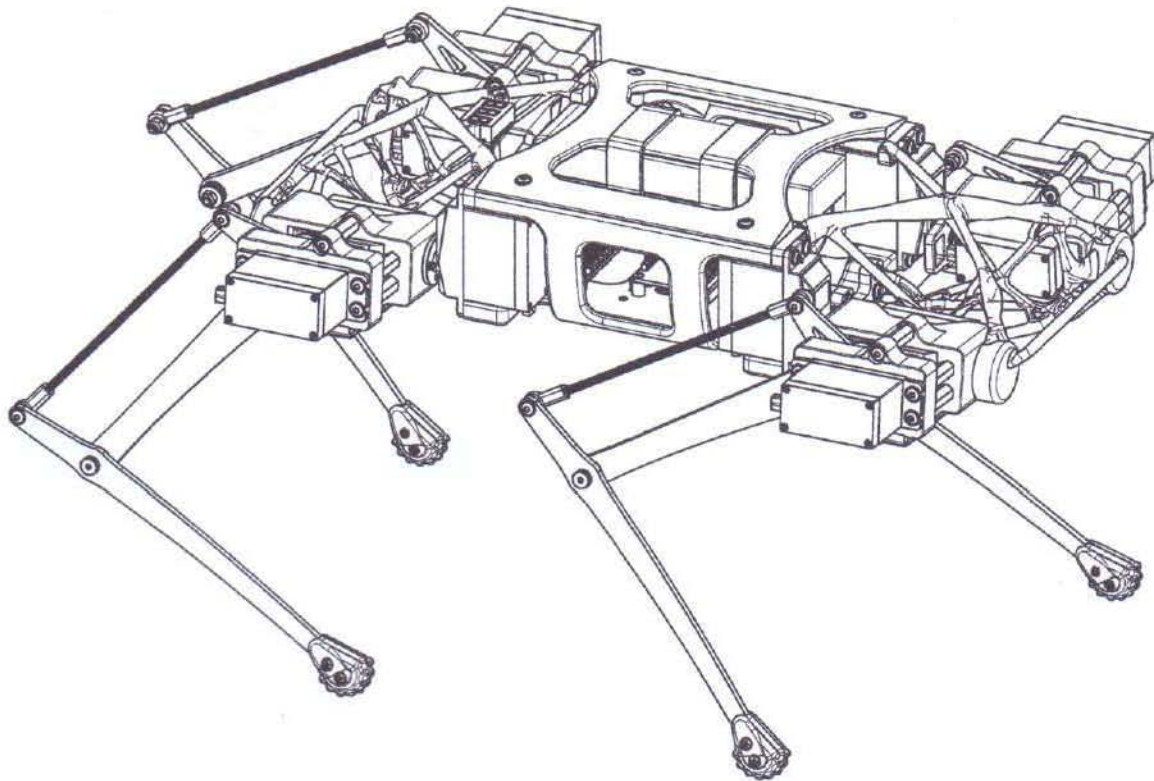
Concours : Technologie

Épreuve : Systèmes Techniques Automatisés (S.T.A)

Date : Vendredi 03 Juin 2022 à 8H

DOCUMENTS TECHNIQUES

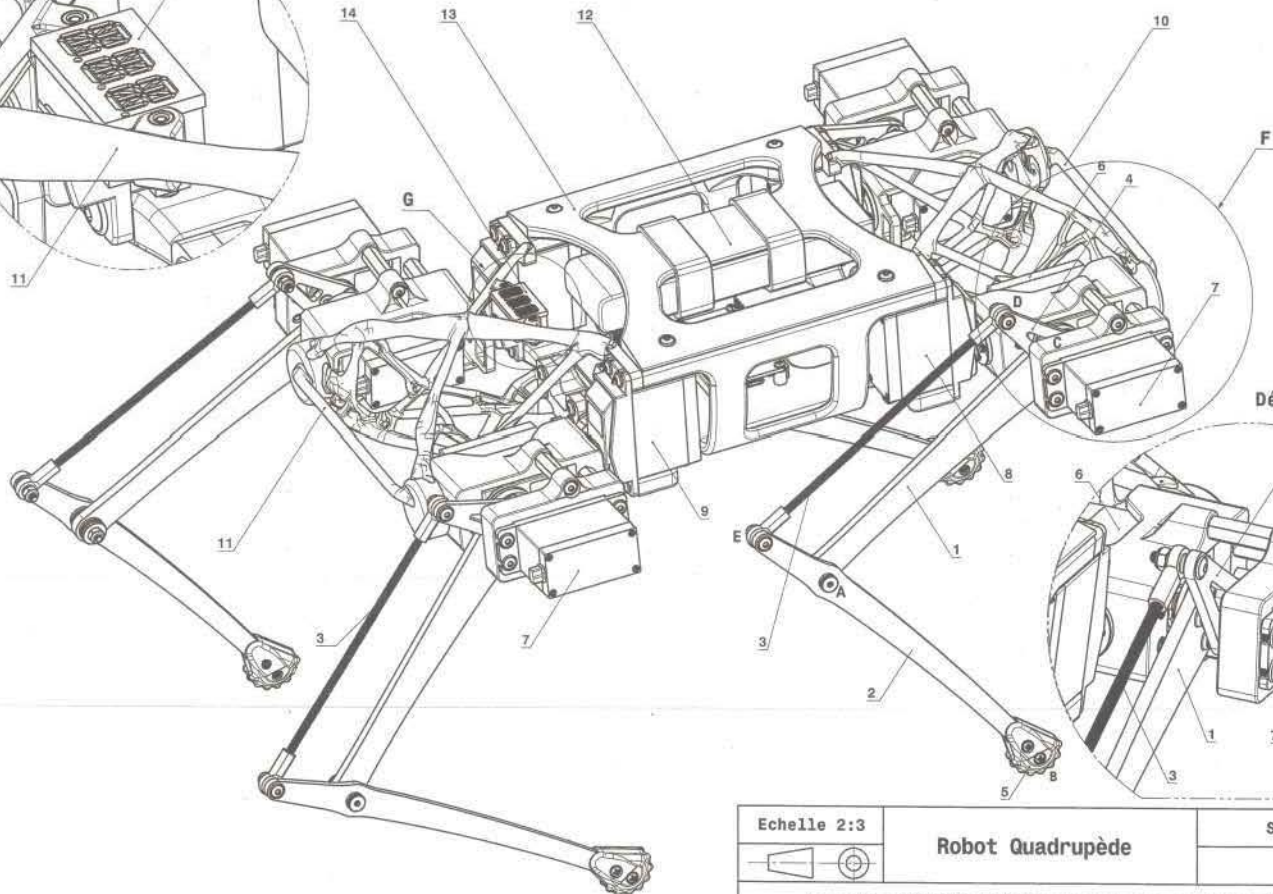
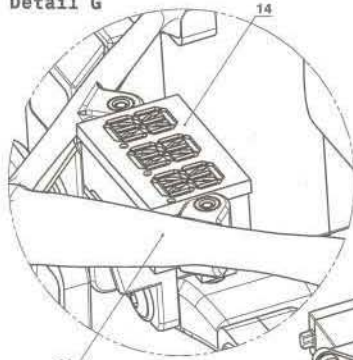
Sujet : Étude d'un Robot Quadrupède



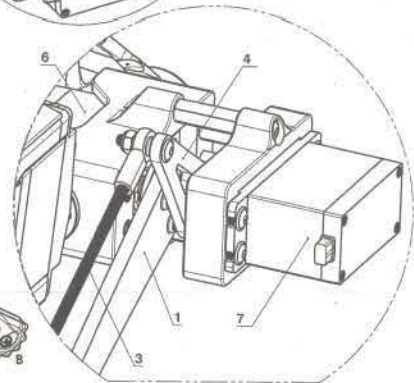
Ce dossier comporte 3 documents techniques numérotés de DT-01 à DT-03

DT	Document Technique			
DT-01	<i>Robot Quadrupède en 3D</i>	<i>Détail F</i> <i>Détail G</i>		
DT-02	Jambe du robot quadrupède en 3D	Détail I		
DT-03	<i>Jambe du robot quadrupède</i>	<i>Schéma cinématique 3D</i>	<i>Étapes 1 & 2 de la marche</i>	<i>Nomenclature</i>

Détail G



Détail F



Echelle 2:3



Robot Quadrupède

Session 2022

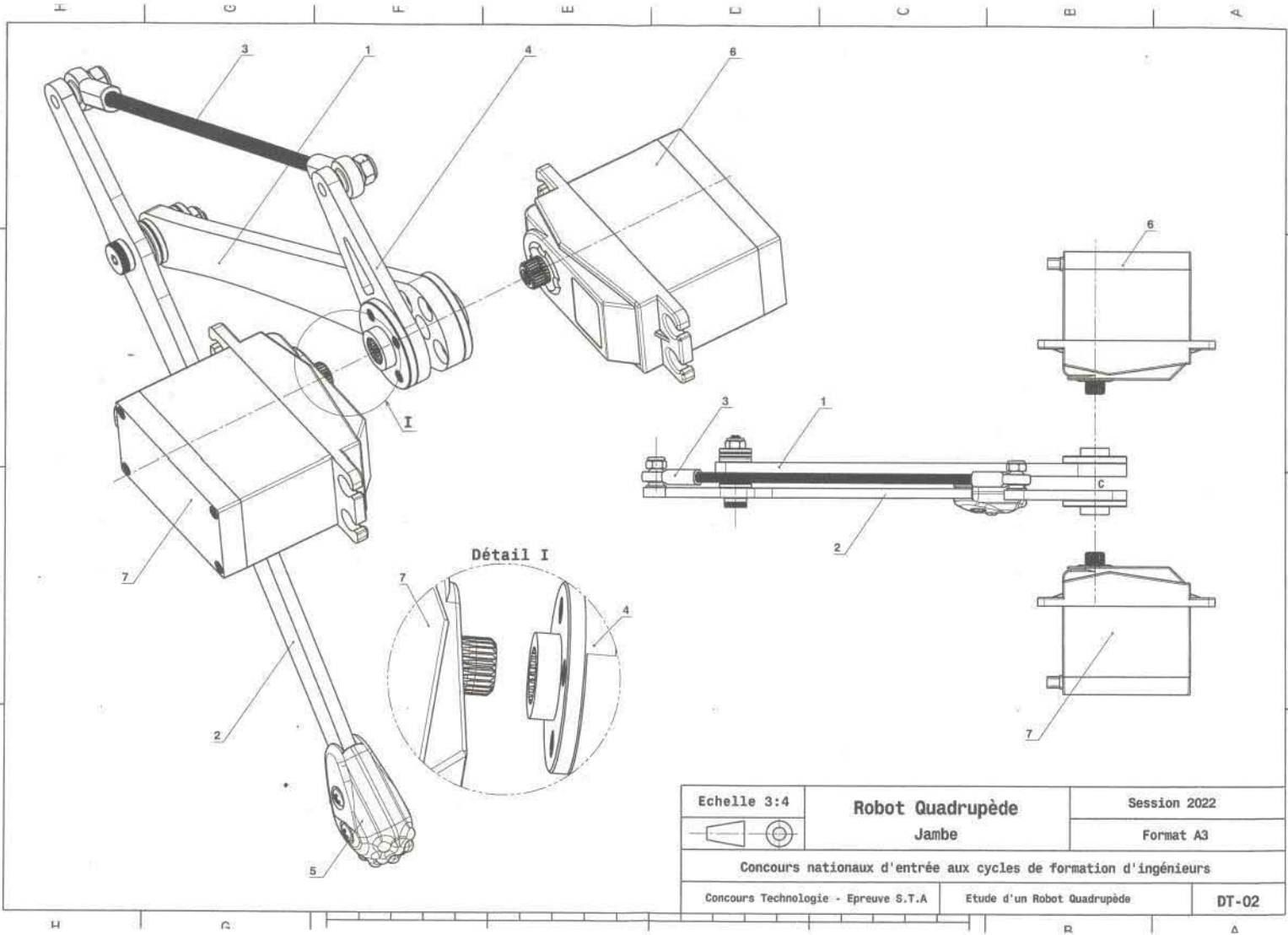
Format A3

Concours nationaux d'entrée aux cycles de formation d'ingénieurs

Concours Technologie - Epreuve S.T.A

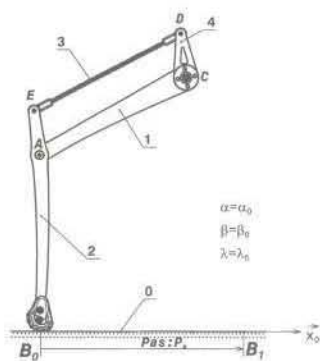
Etude d'un Robot Quadrupède

DT-01

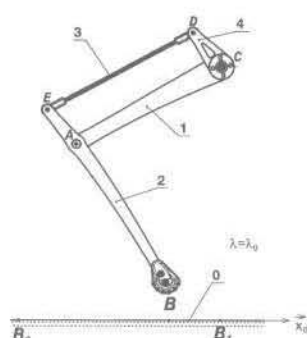


Echelle 3:4	Robot Quadrupède Jambe	Session 2022
		Format A3
Concours nationaux d'entrée aux cycles de formation d'ingénieurs		
Concours Technologie - Epreuve S.T.A	Etude d'un Robot Quadrupède	DT-02

1 Etape 1: position initiale
Début d'un pas (Configuration de référence)

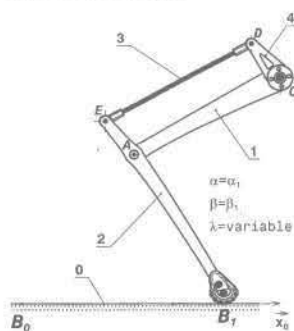


2 Etape 1: position intermédiaire
Configuration courante

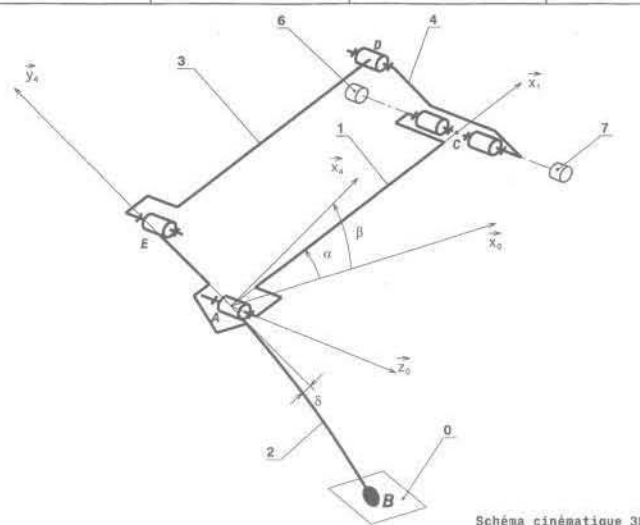
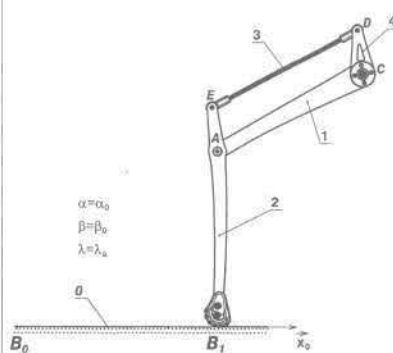


3 Fin Etape 1 et début Etape 2
Configuration à la fin de l'étape 1, après un pas

A partir du moment où B touche B1, λ devient variable



4 Etape 2: position finale
Configuration à la fin de l'étape 2 (retour à la position initiale après un pas)



Rep	Nbre	Désignation	Matériaux	Obs.
15	1	Corps		
14	1	Afficheur de batterie 14 segments		
13	1	Plaque supérieure		
12	1	Batterie		
11	1	Corps Arrière		
10	1	Corps Avant		
9	2	Motoréducteur activant le Corps Arrière		
8	2	Motoréducteur activant le Corps Frontal		
7	4	Motoréducteur activant la Bielle		
6	4	Motoréducteur activant la Jambe Supérieure		
5	4	Pied		
4	4	Bielle		
3	4	Biellette		
2	4	Jambe inférieure		
1	4	Jambe supérieure		

Rep	Nbre	Désignation	Matériaux	Obs.
Echelle 3:4		Robot Quadrupède	Session 2022	
		Jambe	Format A3	
Concours nationaux d'entrée aux cycles de formation d'ingénieurs				
Concours Technologie - Epreuve S.T.A		Etude d'un Robot Quadrupède		DT-03

**Concours Nationaux d'Entrée aux
Cycles de Formation d'Ingénieurs**

Session : **2022**

Concours : **Technologie**

Epreuve de : **S.T.A**

Date : **Vendredi 03 Juin 2022 à 8 H**

Durée : **3 Heures**

Document Réponses

**Concours Nationaux d'Entrée aux
Cycles de Formation d'Ingénieurs**

Session : **2022**

Concours : **Technologie**

Epreuve de : **Systèmes Techniques Automatisés**

Date : **Vendredi 03 Juin 2022 à 8 H**

Durée : **3 Heures**

Nom :

Prénom :

Date & lieu de naissance :

Etablissement d'origine :

N° C.I.N ou N° du passeport pour les étrangers :

--	--	--	--	--	--	--	--

Série :

--	--	--

Identifiant :

--	--	--	--	--	--

Nombre de
cahiers remis

1

Nombre de
cahiers remis

1

Ne rien écrire ici

Ne rien écrire ici

Dossier

DOCUMENT REPONSES

- * Ce dossier comporte 19 pages numérotées de 1 à 19
 - ▷ Partie A – Mécanique des Solides Indéformables
& Résistance des Matériaux pages de 1 à 11
 - ▷ Partie B – Automatique : pages de 12 à 19
- * Un seul dossier réponse est fourni au candidat et doit être rendu à la fin de l'épreuve, en totalité, même sans réponses.
- * Le renouvellement ou la reproduction de ce dossier sont strictement interdits.

Partie A : Mécanique des Solides Indéformables & RDM

A.1 Étude géométrique

A.1: Exprimer, en fonction des paramètres du système, les vecteurs position des points A et B , dans le repère $\mathcal{R}_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

 $x_A =$ $y_A =$ $x_B =$ $y_B =$

A.2: Dédurre l'équation traduisant le contact avec le sol, de l'extrémité B de la jambe inférieure.

A.3: Pour quelles valeurs de α et β , μ est maximale (μ_{Max}) ?

Quelle est donc sa valeur numérique ?

AN: $\mu_{Max} =$

On se propose d'analyser le premier cycle de marche d'une jambe en considérant la configuration de référence réalisée avec $\alpha = \alpha_0 = 30^\circ$ et $\beta = \beta_0 = \delta$ (lorsque l'extrémité B coïncide avec $B_0(x_0, 0)$). On supposera le paramètre $\lambda = \lambda_0$ constant tout au long de l'étape 1 de ce cycle de marche (voir DT-03).

A.4: Déterminer les expressions simplifiées de x_0 et μ_0 (valeur du paramètre μ), associés à la configuration de référence, puis calculer μ_0 .

$x_0 =$ _____

$\mu_0 =$ _____

AN :

$\mu_0 =$ _____

A.5: Pour que le contact de l'extrémité B avec le sol se déplace de $B_0(x_0, 0)$ à $B_1(x_1, 0)$ durant la première étape, on fait varier simultanément α et β , de α_0 à α_1 et de β_0 à β_1 . Exprimer :

a. x_1 en fonction de λ_0 , α_1 et β_1

$x_1 =$ _____

b. μ_1 (paramètre μ pour la configuration en $B_1(x_1, 0)$) en fonction de α_1 et β_1

$\mu_1 =$ _____

c. Le pas P_a effectué par l'extrémité B de la jambe inférieure ($P_a = x_1 - x_0$) en fonction de α_1 , β_1 et des caractéristiques dimensionnelles.

$$P_a = \dots\dots\dots$$

Dans la position de contact réalisé en $B_1(x_1, 0)$, l'extrémité B se trouve bloquée par le sol. A partir de cette position, la seconde étape du cycle de marche est amorcée, en inversant le sens des deux rotations dans un ordre prédéfini garantissant le maintien de contact en B_1 . Cela permet à la jambe de retrouver une nouvelle configuration avec les angles α_0 et β_0 moyennant une actualisation des paramètres λ et μ qui passent de λ_0 à λ_a et de μ_1 à μ_a (Voir DT-03).

A.6: Écrire les relations exprimant les paramètres actualisés λ_a et μ_a notamment en fonction de α_1 et β_1 .

$$\lambda_a = \dots\dots\dots$$

$$\mu_a = \dots\dots\dots$$

A.2 Étude Cinématique

A.7: Exprimer, dans la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, les vitesses de rotation par rapport à $\mathcal{R}_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, des solides (1), (2), (3) et (4).

$$\vec{\Omega}_{1/0} = \dots\dots\dots$$

$$\vec{\Omega}_{2/0} = \dots\dots\dots$$

$$\vec{\Omega}_{3/0} = \dots\dots\dots$$

$$\vec{\Omega}_{4/0} = \dots\dots\dots$$

A.8: Utiliser les résultats de la question (B.1) pour exprimer $\dot{\lambda}$ et $\dot{\mu}$ en fonction de α , β et de leurs vitesses. En déduire $\ddot{\mu}$ et $\ddot{\lambda}$.

$\dot{\mu} =$
$\dot{\lambda} =$

$\ddot{\mu} =$
$\ddot{\lambda} =$

A.3 Étude dynamique et énergétique

A.9: Montrer que l'expression vectorielle de l'action qu'exerce la jambe (2) sur la biellette (3) au point E est de la forme :

$$\vec{\mathcal{R}}_{(2 \rightarrow 3)} = X_{23} \vec{x}_1$$

A.10: Appliquer les théorèmes de la résultante et du moment dynamiques au sous-ensemble formé par les solides (3) et (4). En déduire les inconnus de force X_{23} , X_4 et Y_4 en fonction du couple C_{4M} .

$$X_{23} = \dots\dots\dots$$

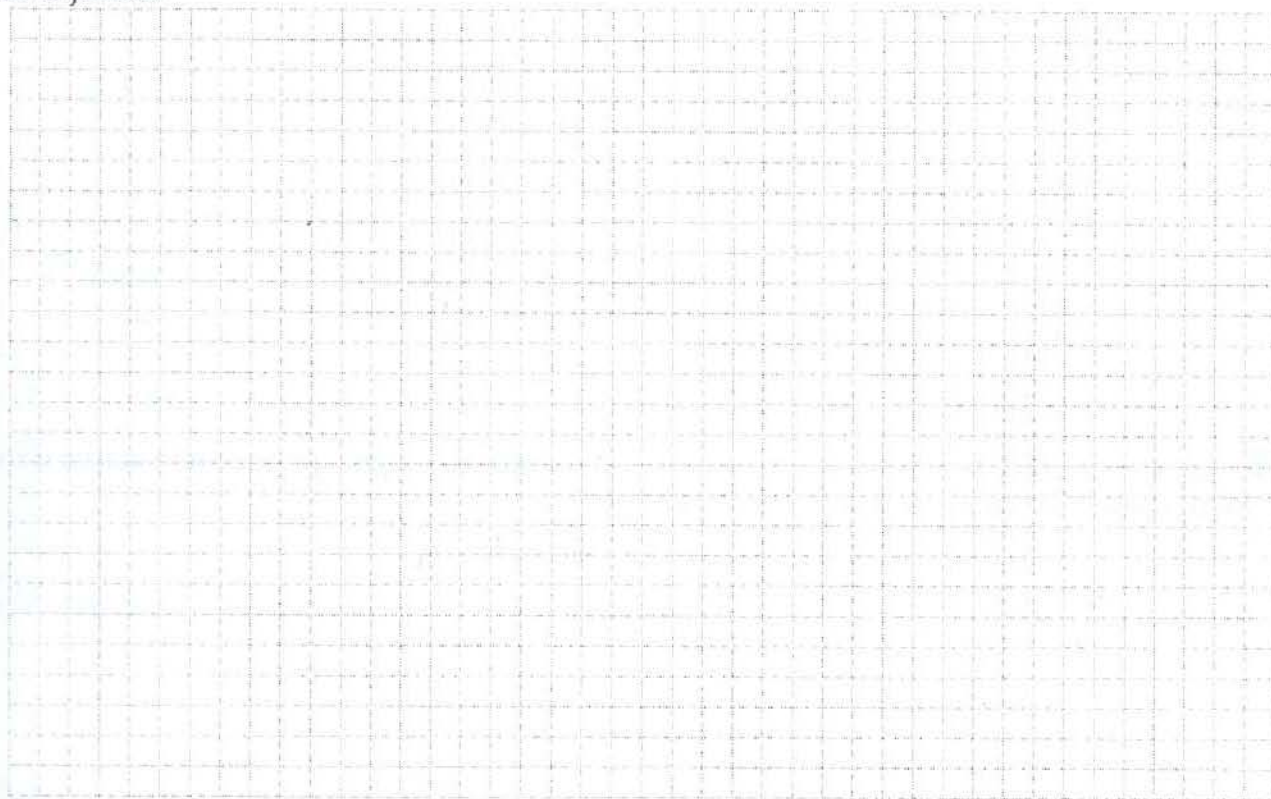
$$X_4 = \dots\dots\dots$$

$$Y_4 = \dots\dots\dots$$

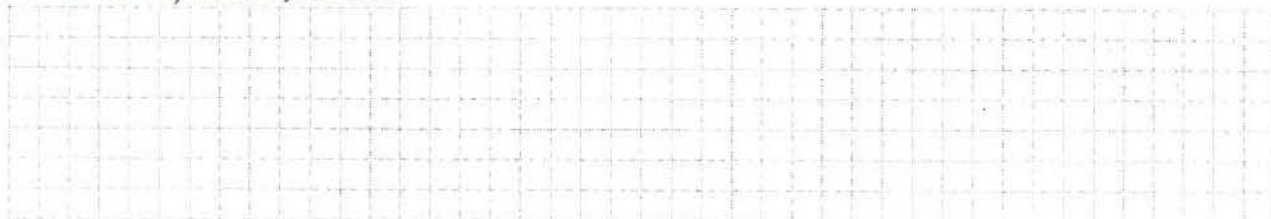
A.11: Appliquer le théorème de la résultante dynamique au sous-ensemble formé par les solides (1) et (2). En déduire les inconnus de force X_1 et Y_1 en fonction de T_0 , N_0 , C_4m et des paramètres du mouvement.

A.12: Calculer la puissance développée par l'action de pesanteur sur la jambe dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

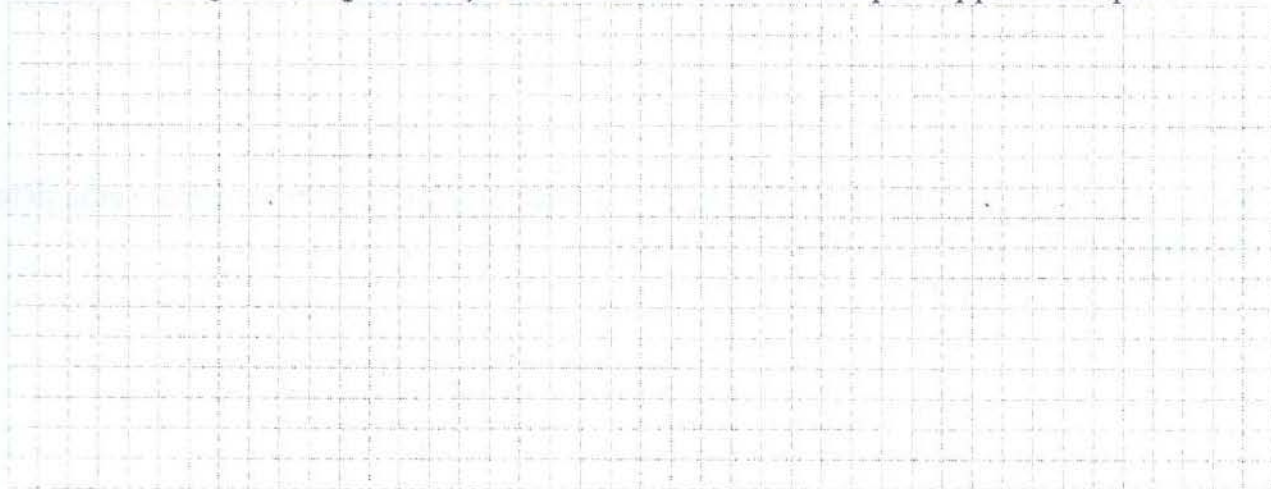
A.13: Exprimer la puissance développée par les forces transmises par les liaisons extérieures de la jambe.

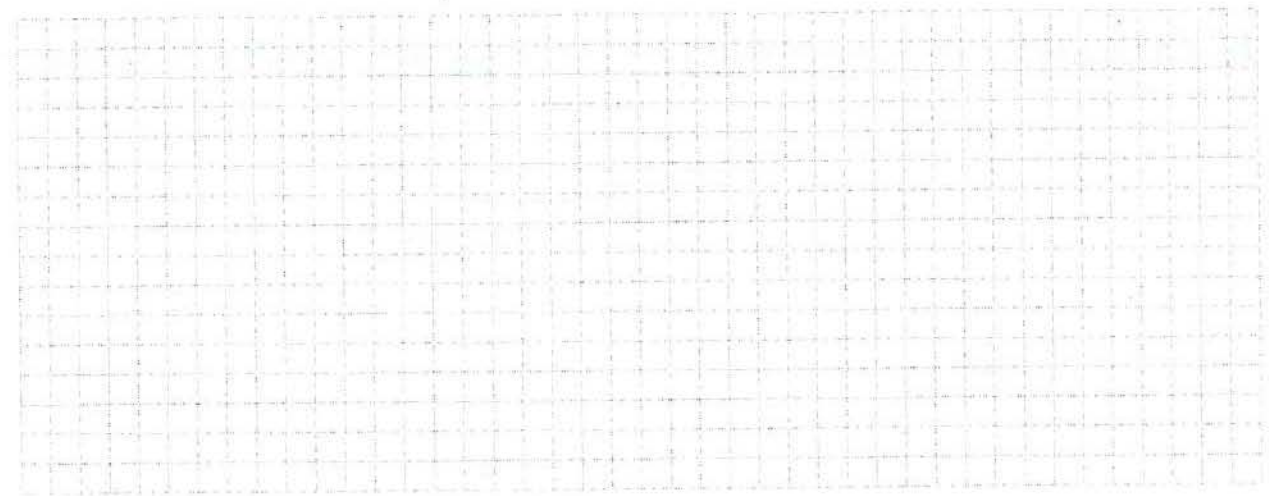


A.14: Quelle est la puissance développée par les forces transmises par les liaisons intérieures de la jambe ? Justifier.

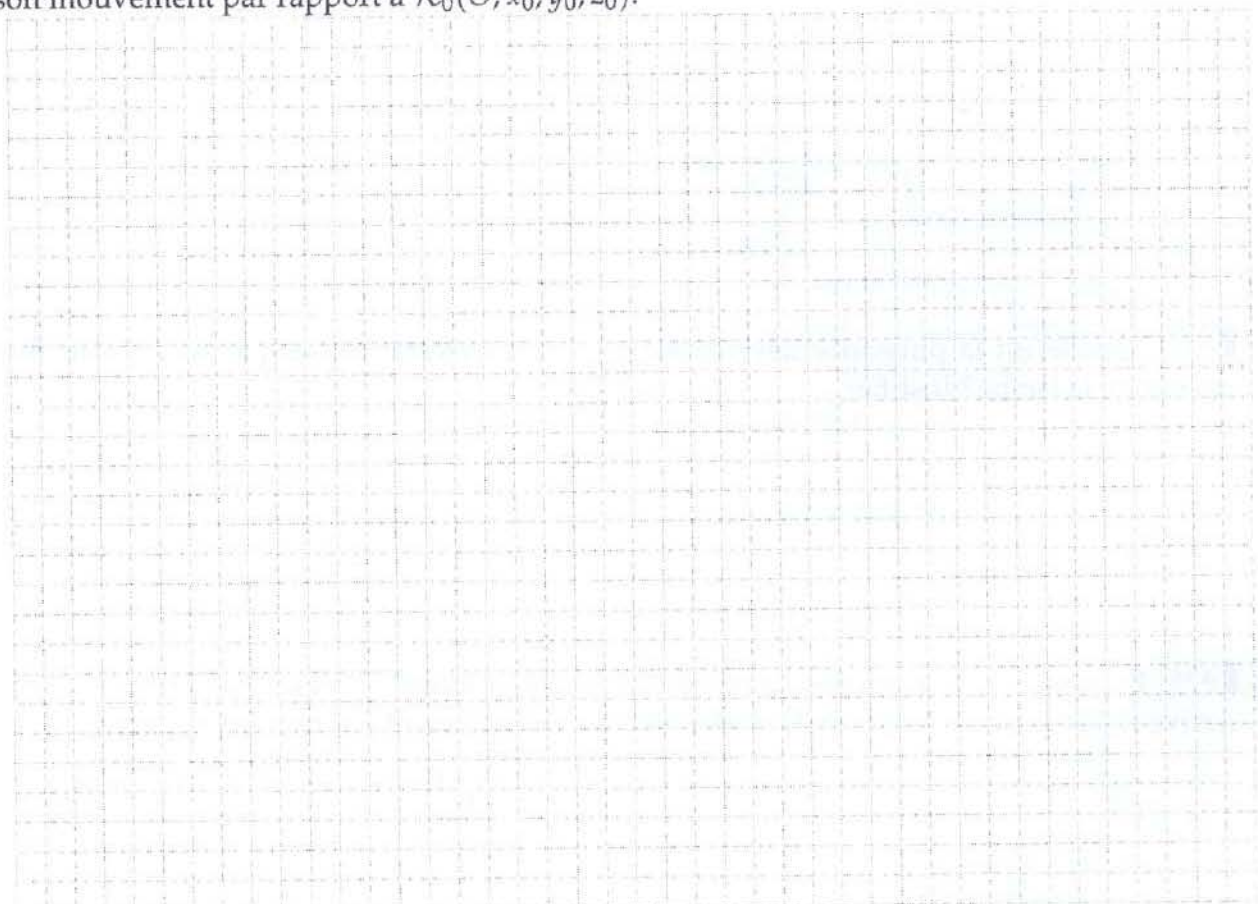


A.15: Exprimer en fonction des caractéristiques dimensionnelles, des paramètres et de leurs dérivées, l'énergie cinétique de la jambe dans son mouvement par rapport au repère.

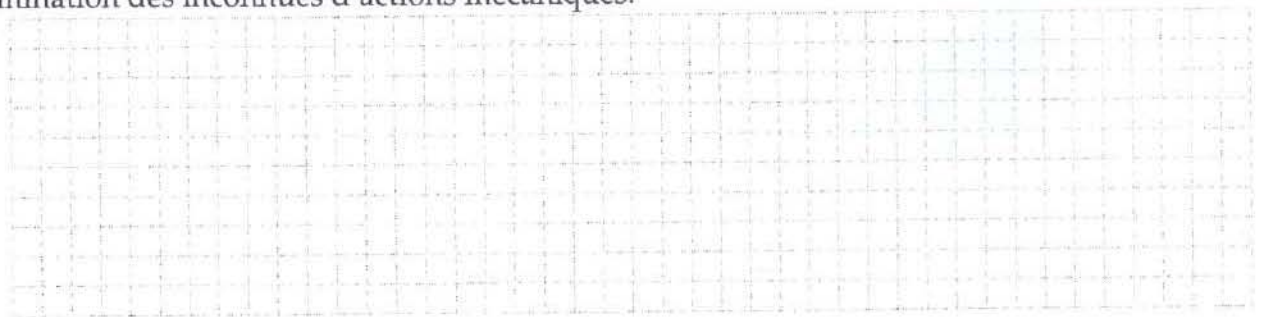




A.16: Écrire l'équation issue du théorème de l'énergie cinétique appliqué à la jambe dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

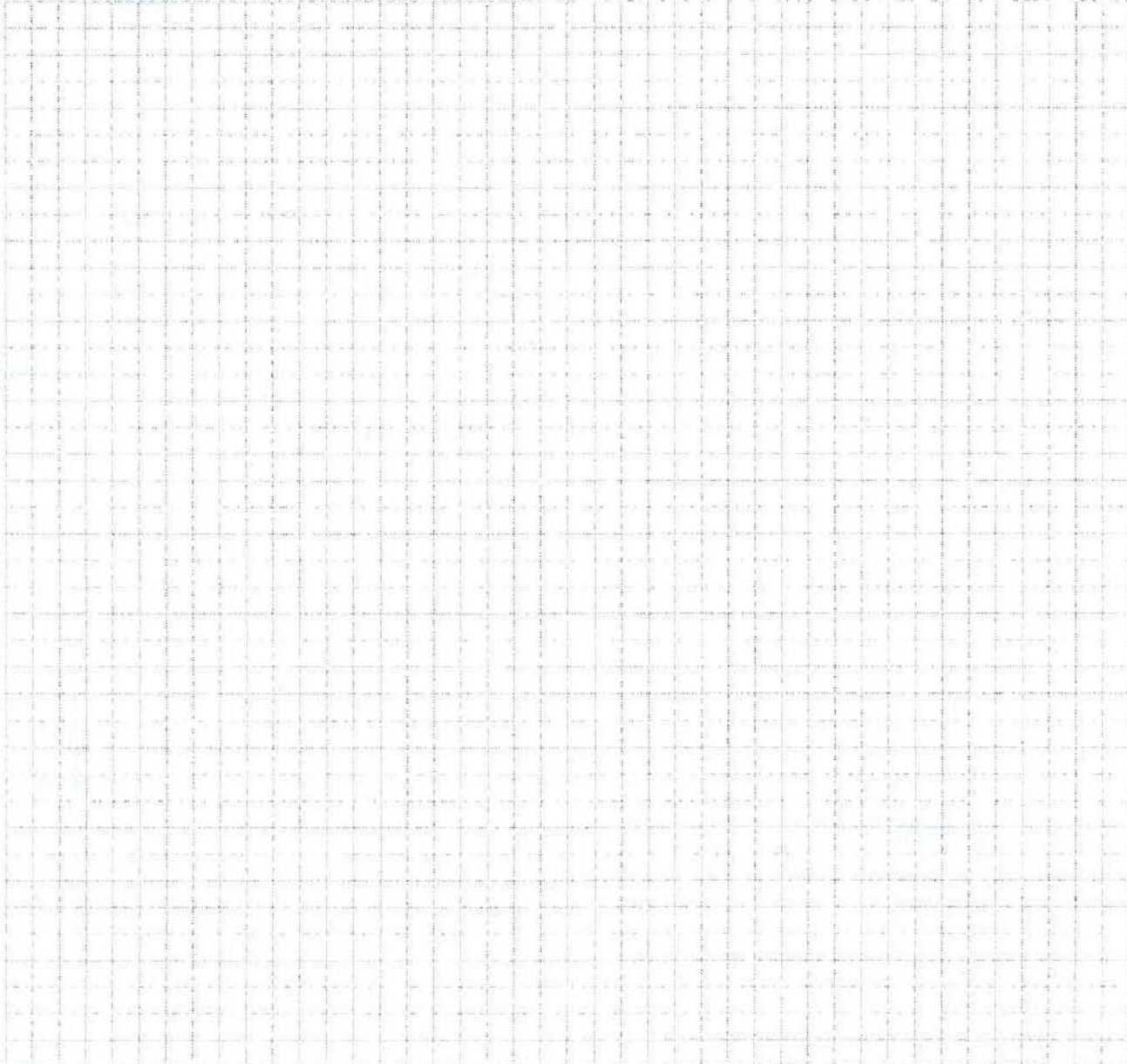


A.17: Conclure, sans faire de calcul, quant à la résolution du problème proposé et la détermination des inconnues d'actions mécaniques.



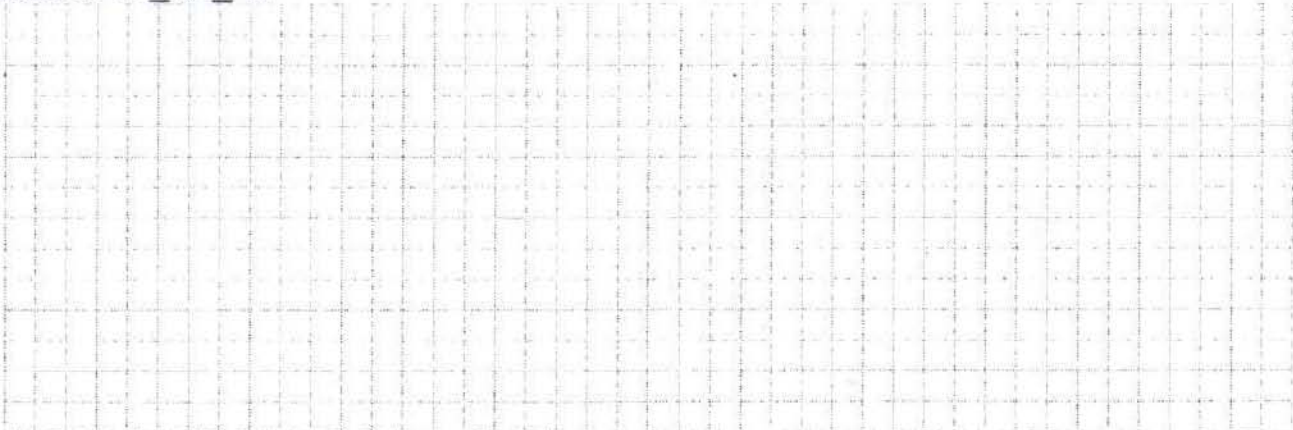
A.4 Résistance des matériaux

A.18: Déterminer les inconnus des liaisons.



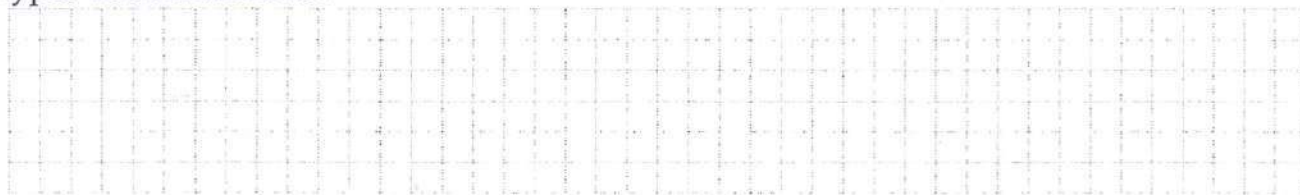
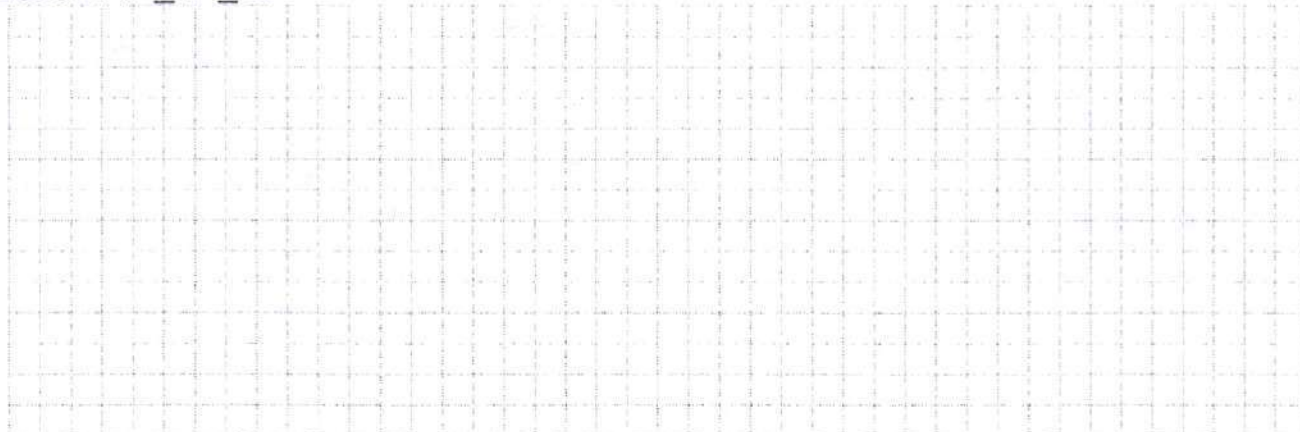
A.19: Déterminer les composantes du torseur de cohésion tout au long de la ligne moyenne de la poutre. Préciser le type des sollicitations simples.

Zone 1 : $\dots \leq x \leq \dots$



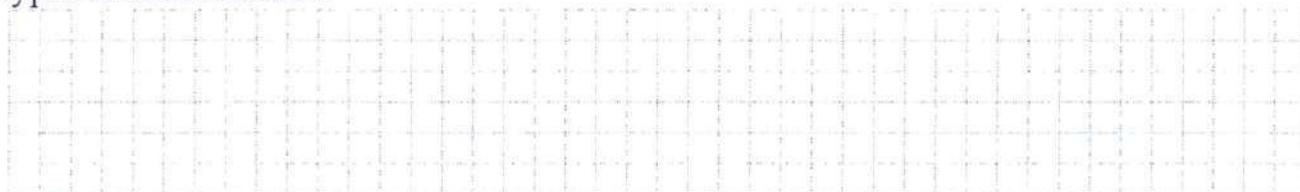
$$\{\mathcal{T}_{coh}\}_G = \left\{ \begin{array}{|l} \text{.....} \\ \text{.....} \\ \text{.....} \end{array} \right\} \begin{array}{l} B \\ \\ G \end{array}$$

Types de sollicitations :

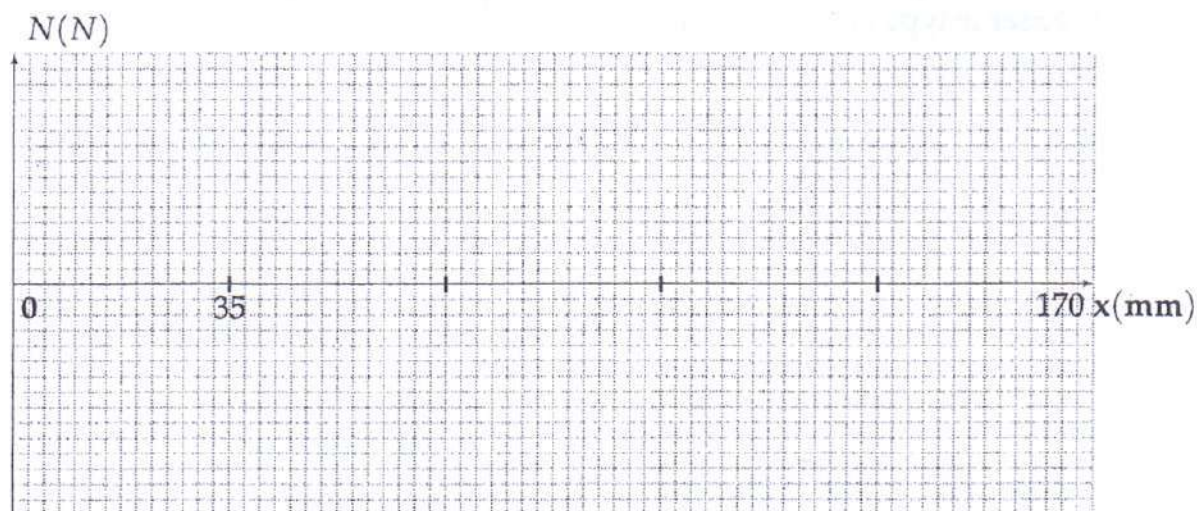
Zone 2 : ... $\leq x \leq$...

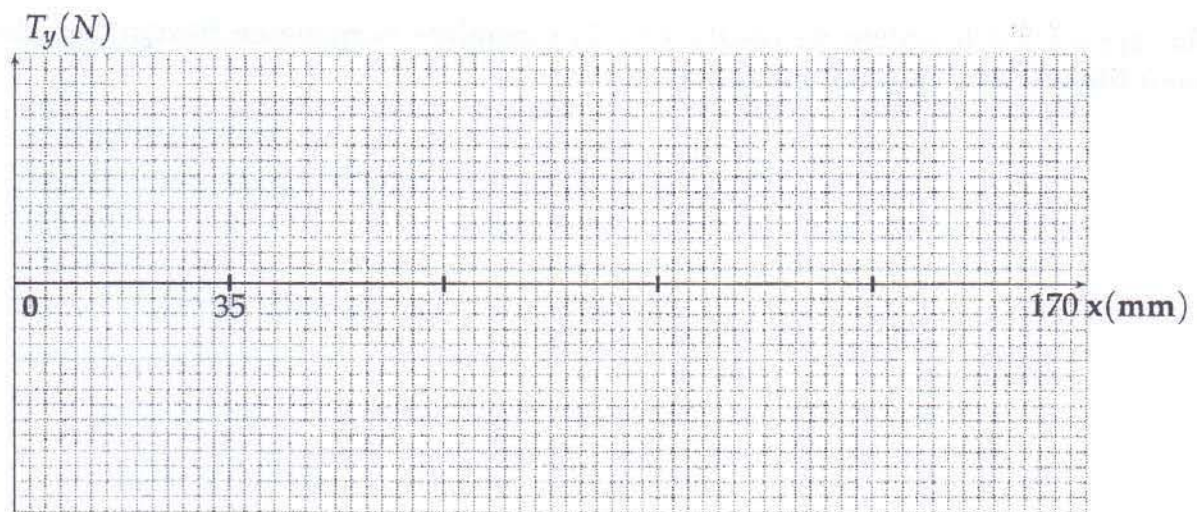
$$\{\mathcal{T}_{coh}\}_G = \left\{ \begin{array}{|l} \text{.....} \\ \text{.....} \\ \text{.....} \end{array} \right\} \begin{array}{l} B \\ \\ G \end{array}$$

Types de sollicitations :

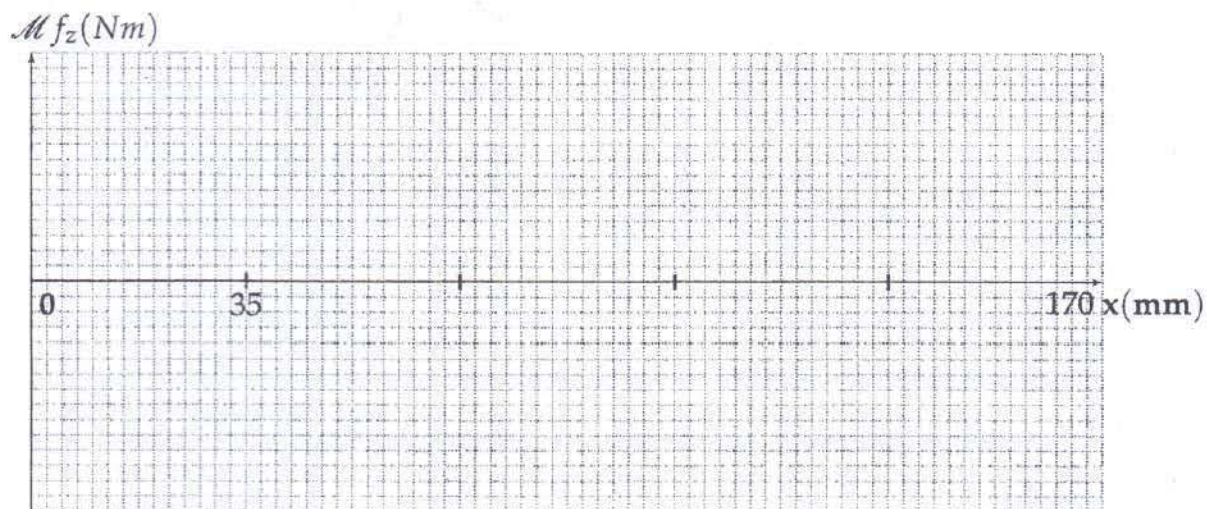


A.20: Tracer les diagrammes des efforts :

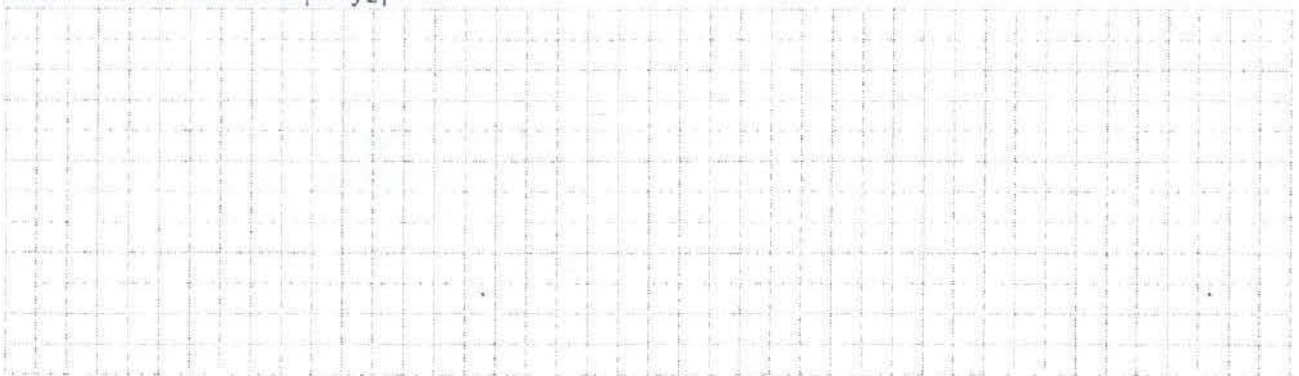




A.21: Tracer les diagrammes des moments fléchissant $\mathcal{M}_z$.

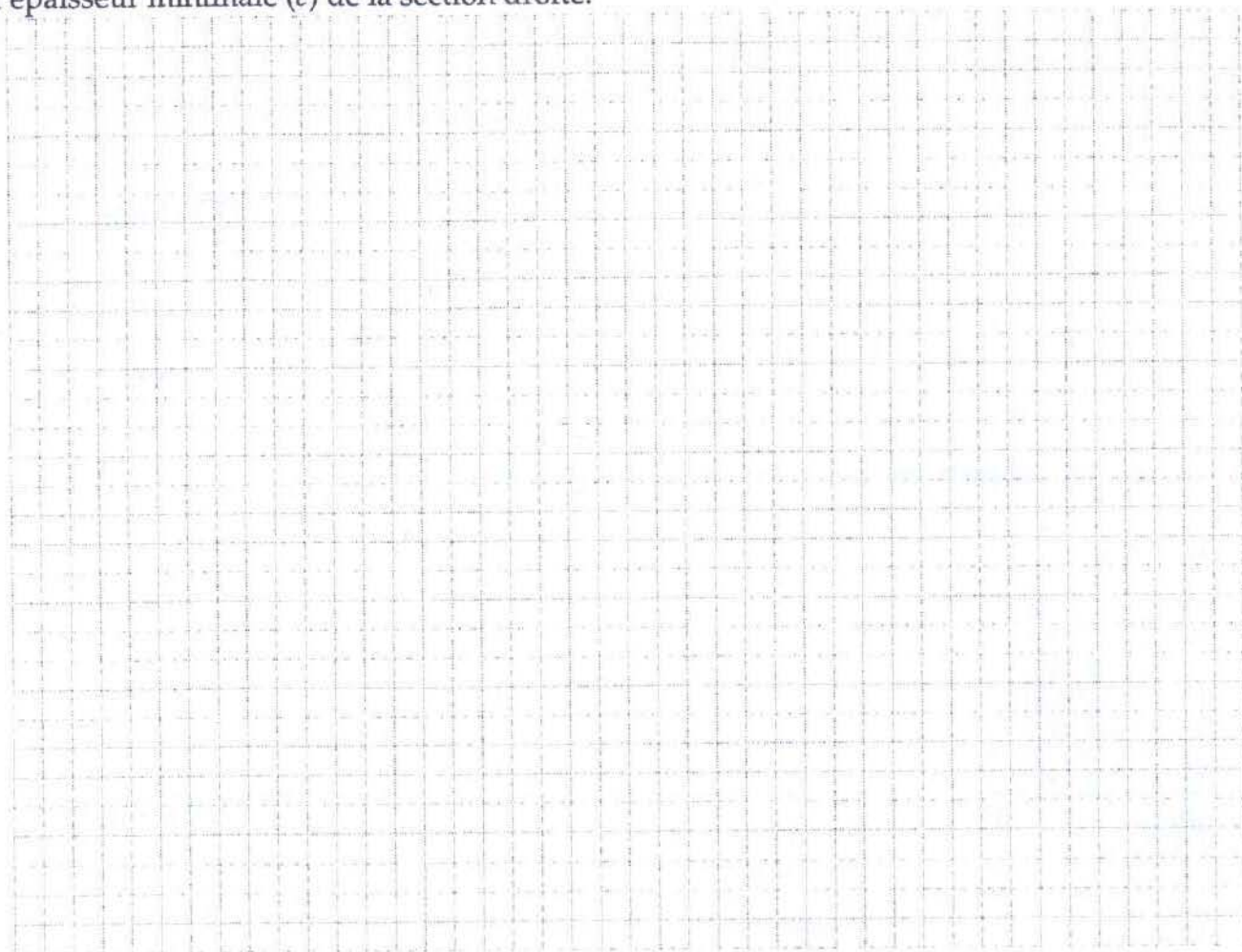


A.22: Dans quelle section droite de la poutre le moment fléchissant $\mathcal{M}_z$ est maximal ? Donner sa valeur absolue $|\mathcal{M}_z|$.



$|\mathcal{M}_{z \max}| =$ _____

A.23: En appliquant le critère de résistance à la contrainte normale en flexion, calculer l'épaisseur minimale (e) de la section droite.



Partie B : Automatique

B.1 Étude de l'afficheur de l'état de charge de la batterie

B.1: Compléter la table de vérité correspondant au fonctionnement du premier module de l'afficheur.

	Entrées		Sorties													
	x	y	a	b	c	d	e	f	g_1	g_2	h	i	j	k	l	m
L	0	0														
M	0	1														
H	1	0														
E	1	1														

B.2: Donner les expressions simplifiées des sorties non constantes uniquement.

B.3: Compléter le logigramme figure (B.1), uniquement pour les sorties non constantes, en utilisant exclusivement des portes "NAND" à deux entrées.

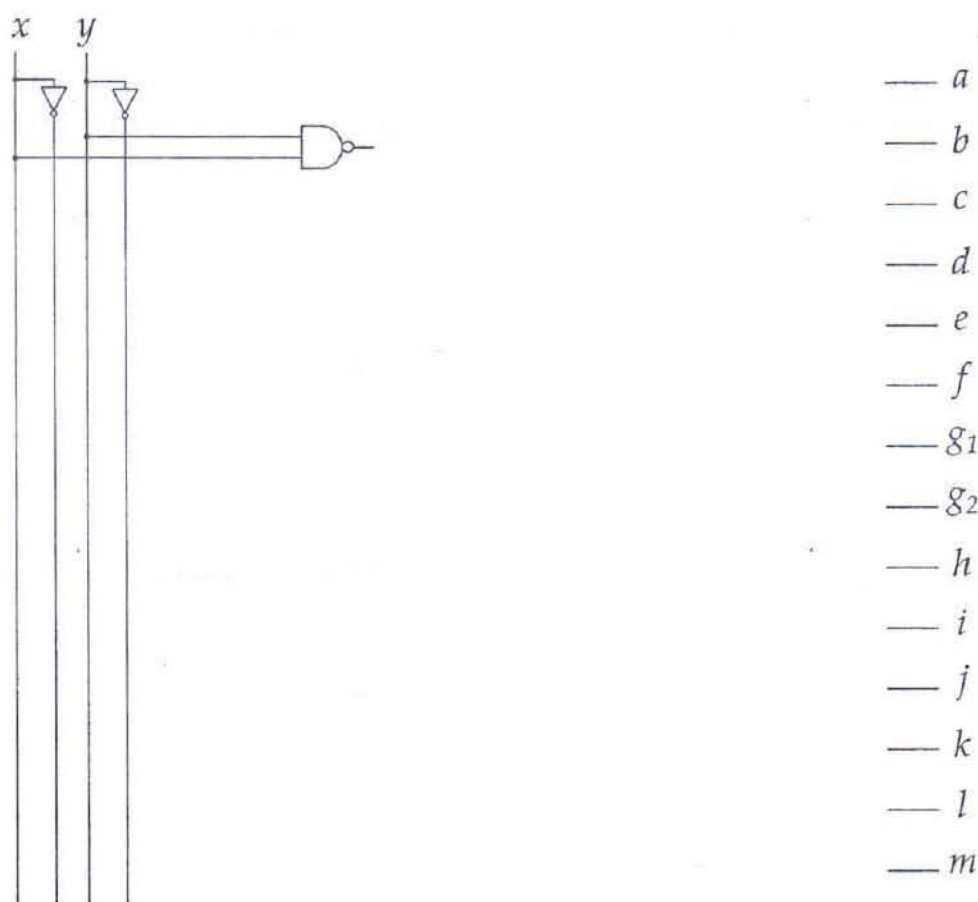


FIGURE B.1 – Logigramme du premier module de l'afficheur

B.2 Modélisation du motoréducteur

B.4: Écrire les équations, de (1) à (5) du système, décrites dans le document "Mise en situation, Données et Hypothèses" dans le domaine de Laplace (avec conditions initiales nulles).

B.5: Compléter le schéma fonctionnel de la figure B.2.

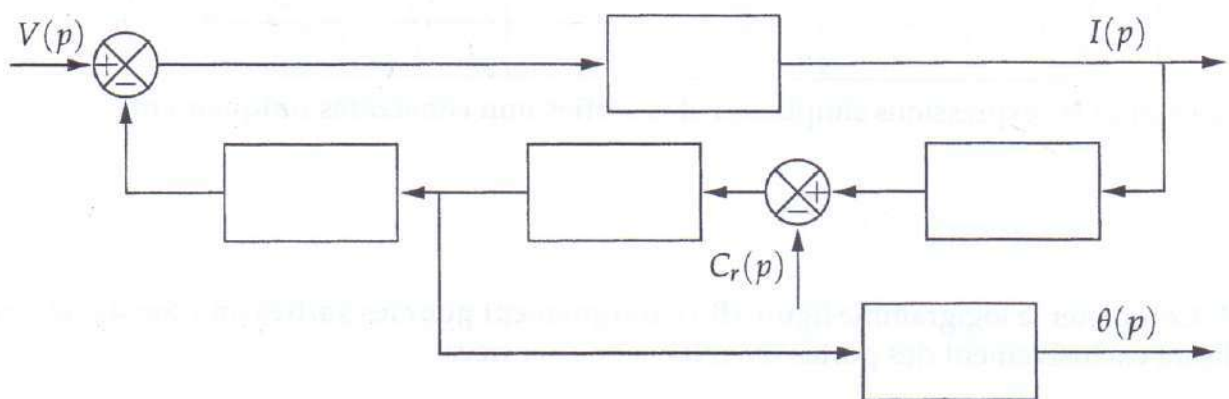


FIGURE B.2 – Schéma-bloc du moteur

B.6: Pour $C_r(p) = 0$, déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $G_1(p) = \frac{I(p)}{V(p)}$.

B.7: Dans le cas où $V(p) = 0$, représenter le schéma-bloc d'entrée $C_r(p)$ et de sortie $I(p)$

B.8: Pour $V(p) = 0$, déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $G_2(p) = \frac{I(p)}{C_r(p)}$.

B.9: Dédurre l'expression du courant $I(p) = f(V(p), C_r(p))$

B.3 Étude de la boucle d'asservissement de courant

Dans ce qui suit on considère que $C_r(p) = 0$. La boucle d'asservissement de courant est donnée par le schéma de la figure (B.3) avec K_1 et τ_1 sont des constantes positives. Nous utilisons un capteur de courant de gain K_c .

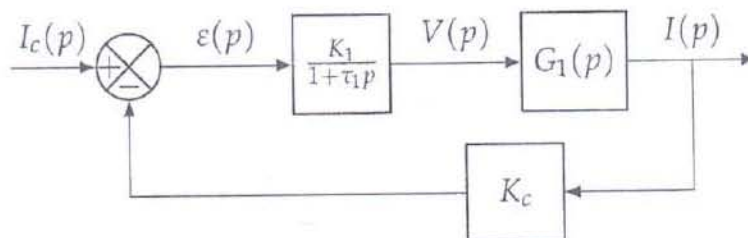


FIGURE B.3 – Boucle d'asservissement de courant

B.10: Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $T_1(p)$.

B.11: Quelle est la classe du système ? Justifier.

B.12: Calculer l'erreur statique de position si $v(t) = 0.5\Gamma(t)$ où $\Gamma(t)$ représente l'échelon unitaire.

B.13: Quelle est la condition sur τ_1 pour compenser le zéro de la fonction de transfert de la boucle ouverte $T_1(p)$ de l'asservissement de courant ?

B.14: Déterminer, dans ce cas, la fonction de transfert en boucle fermée $H_1(p)$.

B.15: Étudier ainsi la stabilité de l'asservissement de courant en fonction de K_1 .

B.4 Étude de la boucle d'asservissement de position

Dans ce qui suit, on s'intéresse à la sortie position angulaire et toujours avec un couple résistant $C_r(p) = 0$.

Le système de fonction de transfert $G(p)$ est commandé par un régulateur $R_2(p)$ comme le montre le schéma de la figure (B.4) :

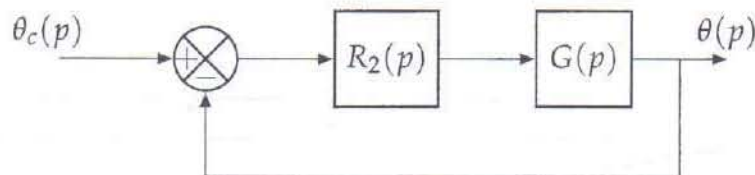


FIGURE B.4 – Boucle d'asservissement de la position

Pour une correction proportionnelle, $R_2(p) = K_2 = 1$, des essais harmoniques sur le système ayant la fonction de transfert en boucle ouverte $T_2(p) = R_2(p)G(p)$ ont donné les résultats présentés sur le tableau suivant :

$\omega [\text{rad/s}]$	0.05	0.1	0.2	0.5	0.8	1.1	1.3	1.5	1.8	2	2.5
$ T_2(j\omega) [\text{dB}]$	26	20	16	13	11.5	8.5	6.2	4	2.4	0	-5
$\text{Arg}\{T_2(j\omega)\} [^\circ]$	-92	-105	-112	-128	-136	-146	-154	-162	-166	-172	-180

B.16: Exploiter le tableau ci-dessus pour déterminer les marges de gain et de phase du système, justifier.

B.17: Conclure quant-à la stabilité du système.

B.18: Quelle est la valeur de l'erreur statique de position unitaire ?

Dans ce qui suit, nous allons considérer $R_2(p) = K_2 = 6.25$ et $G(p) = \frac{80}{p(p+0.5)(p+20)}$. Ainsi nous avons une erreur statique de 2% en réponse à une rampe unitaire. Nous désirons conserver une telle performance, mais le système est instable.

B.19: En se référant aux diagrammes de Bode de la figure B.5, expliquer où apparaît cette instabilité.

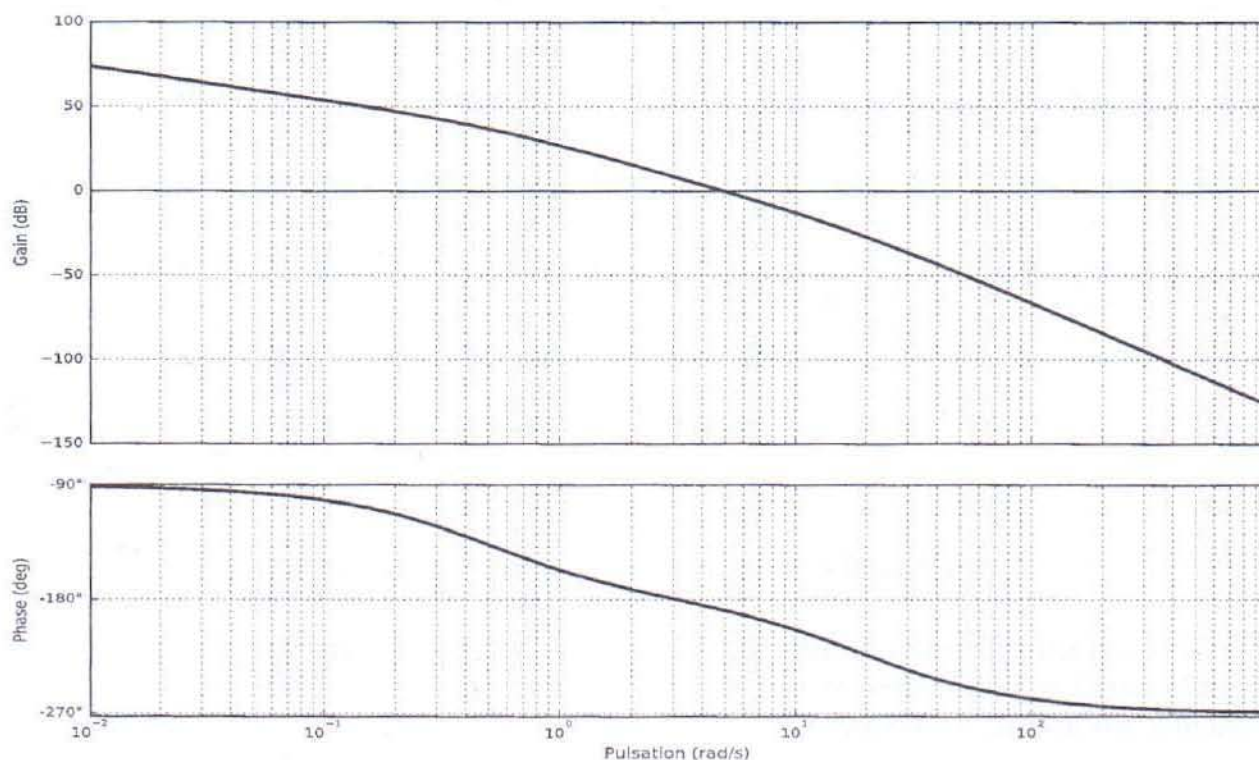


FIGURE B.5 – Diagrammes de bode de la boucle d'asservissement de position.

Afin de rendre le système stable, on utilise le correcteur schématisé par le circuit électrique de la figure (B.6) :

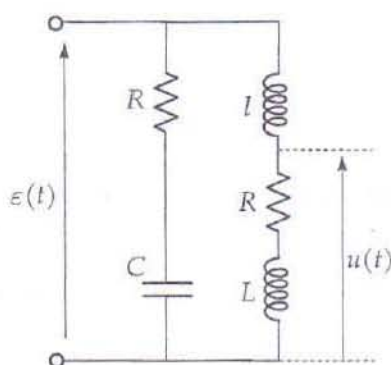
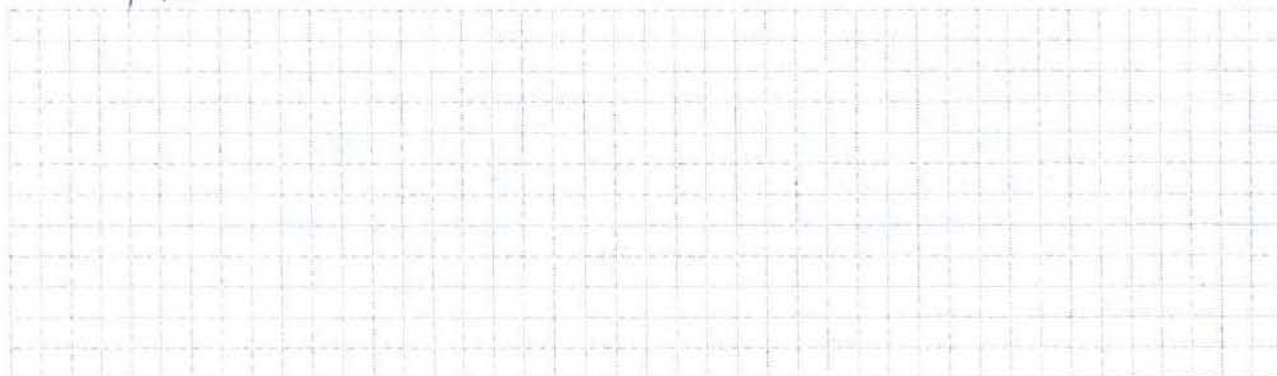


FIGURE B.6 – Schéma électrique du régulateur.

B.20: Calculer la fonction de transfert du correcteur $R_2(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)}$ et la mettre sous la forme : $K \frac{p+a}{p+b}$ tout en précisant K , a et b .



B.21: Déterminer la valeur de l'inductance L si $R = 1\Omega$ et $a = 20$.

B.22: Déterminer la nouvelle fonction de transfert en boucle ouverte $T_2(p)$ et celle en boucle fermée $H(p)$

B.23: Étudier la stabilité du système en boucle fermée en fonction de K et b pour $a = 20$.

B.24: Représenter le domaine de stabilité $K = f(b)$.

B.25: Calculer la valeur de K qui assure une marge de gain de 14dB si $b = 40$.

B.26: Calculer l'erreur statique de position et de traînage unitaire pour $b = 40$.

B.27: Pour quelle valeur de K a-t-on une erreur de traînage de 2% ?

B.28: Conclure quant aux performances du système vis à vis de cette correction.

Partie B : Mécanique des Solides Indéformables

B.1 Étude géométrique

B.1: Exprimer, en fonction des paramètres du système, les vecteurs position des points A et B , dans le repère $\mathcal{R}_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

$$\begin{aligned}\vec{OA} &= \vec{OC} + \vec{CA} \\ \vec{OA} &= \lambda \vec{x}_0 + \mu \vec{y}_0 - a \vec{x}_1\end{aligned}$$

$$x_A = \lambda - a \cos(\alpha)$$

$$y_A = \mu - a \sin(\alpha)$$

$$\begin{aligned}\vec{OB} &= \vec{OA} + \vec{AB} \\ \vec{OB} &= \lambda \vec{x}_0 + \mu \vec{y}_0 - a \vec{x}_1 - c \sin(\delta) \vec{x}_2 - c \cos(\delta) \vec{y}_2\end{aligned}$$

$$x_B = \lambda - a \cos(\alpha) + c \sin(\beta - \delta)$$

$$y_B = \mu - a \sin(\alpha) - c \cos(\beta - \delta)$$

B.2: Dédurre l'équation traduisant le contact avec le sol, de l'extrémité B de la jambe inférieure.

$$\mu - a \sin(\alpha) - c \cos(\beta - \delta) = 0$$

B.3: Pour quelles valeurs de α et β , μ est maximale (μ_{Max}) ?

$$\sin(\alpha) = 1 \text{ et } \cos(\beta - \delta) = 1 \quad \text{d'où} \quad \alpha = \pi/2 \text{ et } \beta = \delta$$

Quelle est donc sa valeur numérique ?

$$\mu_{Max} = a + c = 130 + 135$$

AN : $\mu_{Max} = 265 \text{ mm.}$

On se propose d'analyser le premier cycle de marche d'une jambe en considérant la configuration de référence réalisée avec $\alpha = \alpha_0 = 30^\circ$ et $\beta = \beta_0 = \delta$ (lorsque l'extrémité B coïncide avec $B_0(x_0, 0)$). On supposera le paramètre $\lambda = \lambda_0$ constant tout au long de l'étape 1 de ce cycle de marche (voir DT-03).

B.4: Déterminer les expressions simplifiées de x_0 et μ_0 (valeur du paramètre μ), associés à la configuration de référence, puis calculer μ_0 .

$$x_0 = \lambda_0 - a \cos(\alpha_0) = \lambda_0 - a \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$\mu_0 = a \sin(\alpha_0) + c \cos(\beta_0 - \delta) = \frac{1}{2}a + c$$

$$x_0 = \lambda_0 - a \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\mu_0 = \frac{1}{2}a + c$$

$$\text{AN : } \mu_0 = 200 \text{ mm}$$

B.5: Pour que le contact de l'extrémité B avec le sol se déplace de $B_0(x_0, 0)$ à $B_1(x_1, 0)$ durant la première étape, on fait varier simultanément α et β , de α_0 à α_1 et de β_0 à β_1 . Exprimer :

a. x_1 en fonction de λ_0 , α_1 et β_1

$$x_1 = \lambda_0 - a \cos(\alpha_1) + c \sin(\beta_1 - \delta)$$

b. μ_1 (paramètre μ pour la configuration en $B_1(x_1, 0)$) en fonction de α_1 et β_1

$$\mu_1 = a \sin(\alpha_1) + c \cos(\beta_1 - \delta)$$

c. Le pas P_a effectué par l'extrémité B de la jambe inférieure ($P_a = x_1 - x_0$) en fonction de α_1 , β_1 et des caractéristiques dimensionnelles.

$$\begin{aligned} P_a &= x_1 - x_0 = a (\cos(\alpha_0) - \cos(\alpha_1)) + c (\sin(\beta_1 - \delta) - \sin(\beta_0 - \delta)) \\ &= a \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos(\alpha_1) \right) + c \sin(\beta_1 - \delta) \end{aligned}$$

$$P_a = a \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos(\alpha_1) \right) + c \sin(\beta_1 - \delta)$$

Dans la position de contact réalisé en $B_1(x_1, 0)$, l'extrémité B se trouve bloquée par le sol. A partir de cette position, la seconde étape du cycle de marche est amorcée, en inversant le sens des deux rotations dans un ordre prédéfini garantissant le maintien de contact en B_1 . Cela permet à la jambe de retrouver une nouvelle configuration avec les angles α_0 et β_0 moyennant une actualisation des paramètres λ et μ qui passent de λ_0 à λ_a et de μ_1 à μ_a (Voir DT-03).

B.6: Écrire les relations exprimant les paramètres actualisés λ_a et μ_a notamment en fonction de α_1 et β_1 .

Le contact est maintenu fixe en B_1 , en passant de la configuration définie par (α_1, β_1) à celle réalisée par (α_0, β_0) . De ce fait, on écrit :

$$x_B = x_1 = \lambda_0 - a \cos \alpha_1 + c \sin(\beta_1 - \delta) = \lambda_a - a \cos \alpha_0 + c \sin(\beta_0 - \delta) = \lambda_a - a \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{ainsi on a : } \lambda_a = \lambda_0 + a \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos \alpha_1 \right) + c \sin(\beta_1 - \delta)$$

$$\text{par ailleurs : } \mu = a \sin \alpha_1 + c \cos(\beta_1 - \delta) = 0 \text{ et } \mu_a = a \sin \alpha_0 + c \cos(\beta_0 - \delta)$$

$$\text{il vient alors : } \mu_a = \frac{a}{2} + c$$

$$\lambda_a = \lambda_0 + a \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \cos \alpha_1 \right) + c \sin(\beta_1 - \delta)$$

$$\mu_a = \frac{a}{2} + c$$

B.2 Étude Cinématique

B.7: Exprimer, dans la base $\mathcal{B}_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, les vitesses de rotation par rapport à $\mathcal{R}_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$, des solides (1), (2), (3) et (4).

$$\vec{\Omega}_{1/0} = \omega_1 \vec{z}$$

$$\vec{\Omega}_{2/0} = \omega_4 \vec{z}$$

$$\vec{\Omega}_{3/0} = \omega_1 \vec{z}$$

$$\vec{\Omega}_{4/0} = \omega_4 \vec{z}$$

B.8: Utiliser les résultats de la question (B.1) pour exprimer $\dot{\lambda}$ et $\dot{\mu}$ en fonction de α , β et de leurs vitesses. En déduire $\ddot{\mu}$ et $\ddot{\lambda}$.

$$\dot{\mu} = -c\omega_4 \sin(\beta - \delta) + a\omega_1 \cos \alpha$$

$$\ddot{\mu} = -a\omega_1^2 \sin \alpha - c\omega_4^2 \cos(\beta - \delta)$$

$$\dot{\lambda} = -(c\omega_4 \cos(\beta - \delta) + a\omega_1 \sin \alpha)$$

$$\ddot{\lambda} = -a\omega_1^2 \cos \alpha + c\omega_4^2 \sin(\beta - \delta)$$

B.3 Étude dynamique et énergétique

B.9: Montrer que l'expression vectorielle de l'action qu'exerce la jambe (2) sur la biellette (3) au point E est de la forme :

$$\vec{\mathcal{H}}_{(2 \rightarrow 3)} = X_{23} \vec{x}_1$$

(3) étant de masse négligeable, $PFD \equiv PFS$

$$\text{ainsi } \vec{\mathcal{M}}_{E(3 \rightarrow 3)} = \vec{\mathcal{M}}_{E(2 \rightarrow 3)} + \vec{\mathcal{M}}_{D(4 \rightarrow 3)} + \vec{\mathcal{H}}_{(4 \rightarrow 3)} \wedge \overrightarrow{DE} = \begin{vmatrix} X_{43} \\ Y_{43} \\ - \end{vmatrix}_{\mathcal{B}_1} \wedge \begin{vmatrix} -a \\ 0 \\ - \end{vmatrix}_{\mathcal{B}_1} = aY_{43} \vec{z}_0 = \vec{0}$$

on a donc $Y_{43} = 0$;

$$\text{par ailleurs } \vec{\mathcal{H}}_{(3 \rightarrow 3)} = \vec{0} = \vec{\mathcal{H}}_{(4 \rightarrow 3)} + \vec{\mathcal{H}}_{(2 \rightarrow 3)} = (X_{23} + X_{43}) \vec{x}_1 + (Y_{43} + Y_{23}) \vec{y}_1$$

$$\text{alors } Y_{23} = 0 \quad \text{d'où} \quad \vec{\mathcal{H}}_{(2 \rightarrow 3)} = X_{23} \vec{x}_1$$

B.10: Appliquer les théorèmes de la résultante et du moment dynamiques au sous-ensemble formé par les solides (3) et (4). En déduire les inconnus de force X_{23} , X_4 et Y_4 en fonction du couple C_{4m} .

(3) et (4) étant de masses négligeables, $PFD \equiv PFS$

$$\text{ainsi } \vec{\mathcal{H}}_{(10 \rightarrow 4)} + \vec{\mathcal{H}}_{(2 \rightarrow 3)} = \vec{0}$$

$$\text{en projection dans la base } \mathcal{B}_0 : \quad X_{23} \cos \alpha + X_4 = 0 \quad \text{et} \quad X_{23} \sin \alpha + Y_4 = 0$$

$$\text{par ailleurs } \vec{\mathcal{M}}_{C(3 \cup 4 \rightarrow 3 \cup 4)} = \vec{\mathcal{M}}_{C(10 \rightarrow 4)} + \vec{\mathcal{M}}_{C(2 \rightarrow 3)} = \vec{0}$$

$$\text{or } \vec{\mathcal{M}}_{C(2 \rightarrow 3)} = \vec{\mathcal{M}}_{E(2 \rightarrow 3)} + \vec{\mathcal{H}}_{(2 \rightarrow 3)} \wedge \overrightarrow{EC} = \vec{\mathcal{H}}_{(2 \rightarrow 3)} \wedge [\overrightarrow{ED} + \overrightarrow{DC}] = X_{23} \vec{x}_1 \wedge [a \vec{x}_1 - b \vec{y}_4] = -bX_{23} \cos(\beta - \alpha) \vec{z}_0$$

ainsi

$$\vec{\mathcal{M}}_{C(3 \cup 4 \rightarrow 3 \cup 4)} = -bX_{23} \cos(\beta - \alpha) \vec{z}_0 + C_{4m} \vec{z}_0 = \vec{0}$$

$$\text{d'où } X_{23} = \frac{C_{4m}}{b \cos(\beta - \alpha)} \quad \text{et} \quad Y_4 = -\frac{C_{4m} \sin \alpha}{b \cos(\beta - \alpha)} \quad \text{et} \quad X_4 = -\frac{C_{4m} \cos \alpha}{b \cos(\beta - \alpha)}$$

$$X_{23} = \frac{C_{4m}}{b \cos(\beta - \alpha)}$$

$$X_4 = -\frac{C_{4m} \cos \alpha}{b \cos(\beta - \alpha)}$$

$$Y_4 = -\frac{C_{4m} \sin \alpha}{b \cos(\beta - \alpha)}$$

B.11: Appliquer le théorème de la résultante dynamique au sous-ensemble formé par les solides (1) et (2). En déduire les inconnus de force X_1 et Y_1 en fonction de T_0 , N_0 , C_{4m} et des paramètres du mouvement.

$$\vec{\mathcal{R}}_{(1 \cup 2 \rightarrow 1 \cup 2)} = m_1 \vec{\Gamma}_{G_1/\mathcal{R}_0} + m_2 \vec{\Gamma}_{G_2/\mathcal{R}_0}$$

$$\vec{\mathcal{R}}_{(10 \rightarrow 1)} + \vec{\mathcal{R}}_{(0 \rightarrow 2)} + \vec{\mathcal{R}}_{(3 \rightarrow 2)} + \vec{\mathcal{R}}_{(g \rightarrow 1 \cup 2)} = m_1 \vec{\Gamma}_{G_1/\mathcal{R}_0} + m_2 \vec{\Gamma}_{G_2/\mathcal{R}_0}$$

par projection sur $\mathcal{B}_0$

$$X_1 + T_0 - X_{23} \cos \alpha = (m_1 + m_2)\ddot{\lambda} + \left(\frac{m_1}{2} + m_2\right)a\omega_1^2 \cos \alpha + m_2 h \omega_4^2 \cos \beta$$

$$Y_1 + N_0 - X_{23} \sin \alpha - (m_1 + m_2)g = (m_1 + m_2)\ddot{\mu} + \left(\frac{m_1}{2} + m_2\right)a\omega_1^2 \sin \alpha + m_2 h \omega_4^2 \sin \beta$$

en remplaçant X_{23} par son expression :

$$X_1 = -T_0 + \frac{C_{4m} \cos \alpha}{b \cos(\beta - \alpha)} + (m_1 + m_2)\ddot{\lambda} + \left(\frac{m_1}{2} + m_2\right)a\omega_1^2 \cos \alpha + m_2 h \omega_4^2 \cos \beta$$

$$Y_1 = -N_0 + \frac{C_{4m} \sin \alpha}{b \cos(\beta - \alpha)} + (m_1 + m_2)[g + \ddot{\mu}] + \left(\frac{m_1}{2} + m_2\right)a\omega_1^2 \sin \alpha + m_2 h \omega_4^2 \sin \beta$$

B.12: Calculer la puissance développée par l'action de pesanteur sur la jambe dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

Seule les pièces (1) et (2) ont une masse : $\mathcal{P}_{(g \rightarrow 1 \cup 2/0)} = \mathcal{P}_{(g \rightarrow 1/0)} + \mathcal{P}_{(g \rightarrow 2/0)}$

$$\mathcal{P}_{(g \rightarrow 1/0)} = \{ \mathcal{T}_{(g \rightarrow 1)} \}_{G_1} \{ \mathcal{V}_{1/0} \}_{G_1} = -m_1 g (\dot{\mu} - \frac{a}{2} \omega_1 \cos \alpha)$$

$$\mathcal{P}_{(g \rightarrow 2/0)} = \{ \mathcal{T}_{(g \rightarrow 2)} \}_{G_2} \{ \mathcal{V}_{2/0} \}_{G_2} = -m_2 g (\dot{\mu} - a \omega_1 \cos \alpha - h \omega_4 \cos \beta)$$

B.13: Exprimer la puissance développée par les forces transmises par les liaisons extérieures de la jambe.

Notons ici l'ensemble Jambé par J

$$\text{alors } \mathcal{P}_{(J \rightarrow J/0)} = \mathcal{P}_{(10 \rightarrow 1/0)} + \mathcal{P}_{(10 \rightarrow 4/0)} + \mathcal{P}_{(sol \rightarrow 2/0)}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{(10 \rightarrow 1/0)} &= \{ \mathcal{T}(10 \rightarrow 1) \}_C \{ \mathcal{V}_{1/0} \}_C = \left\{ \begin{matrix} X_1 & - \\ Y_1 & - \\ - & C_{1m} \end{matrix} \right\}_C^{B_0} \left\{ \begin{matrix} - & \dot{\lambda} \\ - & \dot{\mu} \\ \omega_1 & - \end{matrix} \right\}_C^{B_0} \\ &= \dot{\lambda} X_1 + \dot{\mu} Y_1 + C_{1m} \omega_1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{(10 \rightarrow 4/0)} &= \{ \mathcal{T}(10 \rightarrow 4) \}_C \{ \mathcal{V}_{4/0} \}_C = \left\{ \begin{matrix} X_4 & - \\ Y_4 & - \\ - & C_{4m} \end{matrix} \right\}_C^{B_0} \left\{ \begin{matrix} - & \dot{\lambda} \\ - & \dot{\mu} \\ \omega_4 & - \end{matrix} \right\}_C^{B_0} \\ &= \dot{\lambda} X_4 + \dot{\mu} Y_4 + C_{4m} \omega_4 \end{aligned}$$

$$\mathcal{P}_{(sol \rightarrow 2/0)} = 0$$

B.14: Quelle est la puissance développée par les forces transmises par les liaisons intérieures de la jambe ? Justifier.

Toutes les liaisons pivot sont des liaisons parfaites alors les puissances mutuelles interne sont toutes nulles $\mathcal{P}_{(1 \leftrightarrow 2)} = \mathcal{P}_{(3 \leftrightarrow 2)} = \mathcal{P}_{(3 \leftrightarrow 4)} = 0$

B.15: Exprimer en fonction des caractéristiques dimensionnelles, des paramètres et de leurs dérivées, l'énergie cinétique de la jambe dans son mouvement par rapport au repère.

seules (1) et (2) ont une masse : alors $Ec(J/0) = Ec(1/0) + Ec(2/0)$

$$Ec(1/0) = \frac{1}{2} \{ \mathcal{V}_{1/0} \}_{G_1} \{ \mathcal{L}_{1/0} \}_{G_1} \quad \text{avec} \quad \{ \mathcal{L}_{1/0} \}_{G_1} = \left\{ m_1 \vec{V}_{G_1/0} \mid [I_{G_1}] \vec{\Omega}_{1/0} \right\}_{G_1}$$

$$Ec(1/0) = \frac{1}{2} [m_1 (\vec{V}_{G_1/0})^2 + J_1 \omega_1^2] = \frac{1}{2} \left[m_1 \left\{ \left(\dot{\lambda} + \frac{a}{2} \omega_1 \sin \alpha \right)^2 + \left(\dot{\mu} - \frac{a}{2} \omega_1 \cos \alpha \right)^2 \right\} + J_1 \omega_1^2 \right]$$

$$Ec(2/0) = \frac{1}{2} \{ \mathcal{V}_{2/0} \}_{G_2} \{ \mathcal{L}_{2/0} \}_{G_2} \quad \text{avec} \quad \{ \mathcal{L}_{2/0} \}_{G_2} = \left\{ m_2 \vec{V}_{G_2/0} \mid [I_{G_2}] \vec{\Omega}_{2/0} \right\}_{G_2}$$

$$\begin{aligned} Ec(2/0) &= \frac{1}{2} [m_2 (\vec{V}_{G_2/0})^2 + J_2 \omega_2^2] \\ &= \frac{1}{2} \left[m_2 \left\{ \left(\dot{\lambda} + a \omega_1 \sin \alpha + h \omega_4 \sin \beta \right)^2 + \left(\dot{\mu} - a \omega_1 \cos \alpha - h \omega_4 \cos \beta \right)^2 \right\} + J_2 \omega_2^2 \right] \end{aligned}$$

B.16: Écrire l'équation issue du théorème de l'énergie cinétique appliqué à la jambe dans son mouvement par rapport à $\mathcal{R}_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

$$\begin{aligned}\frac{dEc_{(1\cup 2/0)}}{dt} &= \mathcal{P}_{((1\cup 2)\rightarrow(1\cup 2)/0)} + \mathcal{P}_{int(1\cup 2\cup 3\cup 4)} \\ \frac{dEc_{(1\cup 2/0)}}{dt} &= m_1 \left[(\dot{\lambda} + \frac{a}{2}\omega_1 \sin \alpha)(\ddot{\lambda} + \frac{a}{2}\omega_1^2 \cos \alpha) + (\dot{\mu} - \frac{a}{2}\omega_1 \cos \alpha)(\ddot{\mu} + \frac{a}{2}\omega_1^2 \sin \alpha) \right] \\ &\quad + m_2 \left[(\dot{\lambda} + a\omega_1 \sin \alpha + h\omega_4 \sin \beta)(\ddot{\lambda} + a\omega_1^2 \cos \alpha + h\omega_4^2 \cos \beta) \right] \\ &\quad + m_2 \left[(\dot{\mu} - a\omega_1 \cos \alpha - h\omega_4 \cos \beta)(\ddot{\mu} + a\omega_1^2 \sin \alpha + h\omega_4^2 \sin \beta) \right] \\ &= (X_1 + X_4)\dot{\lambda} + (Y_1 + Y_4)\dot{\mu} + C_{4m}\omega_4 + C_{1m}\omega_1 - m_1g(\dot{\mu} - \frac{a}{2}\omega_1 \cos \alpha) \\ &\quad - m_2g(\dot{\mu} - a\omega_1 \cos \alpha - h\omega_4 \cos \beta)\end{aligned}$$

B.17: Conclure, sans faire de calcul, quant à la résolution du problème proposé et la détermination des inconnues d'actions mécaniques.

Les inconnus sont huit $X_1, X_4, Y_1, Y_4, T_0, N_0, C_{4m}, C_{1m}$

Les équations sont cinq : 2eq(B.10) ; 2eq(B.11) ; 1eq(B.16)

c'est insuffisant, il faut faire l'équilibre dynamique global du robot pour déduire T_0 et N_0 ainsi que le théorème du Moment dynamique de (1) et (2) pour venir à bout des inconnues.

Il serait aussi nécessaire de considérer les configurations dynamiques les plus contraignantes pour les jambes, afin de remonter aux inconnus du problème.

Partie C : Automatique

C.1 Étude de l'afficheur de l'état de charge de la batterie

C.1: Compléter la table de vérité correspondant au fonctionnement du premier module de l'afficheur.

	Entrées		Sorties													
	x	y	a	b	c	d	e	f	g_1	g_2	h	i	j	k	l	m
L	0	0	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
M	0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0
H	1	0	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0
E	1	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0

C.2: Donner les expressions simplifiées des sorties non constantes uniquement.

$$a = x.y \quad ; \quad b = \bar{x}.y + x.\bar{y} = c \quad ; \quad d = \bar{x}.\bar{y} + x.y$$

$$g_1 = g_2 = x \quad ; \quad h = \bar{x}.y = j$$

C.3: Compléter le logigramme figure (C.1), uniquement pour les sorties non constantes, en utilisant exclusivement des portes "NAND" à deux entrées.

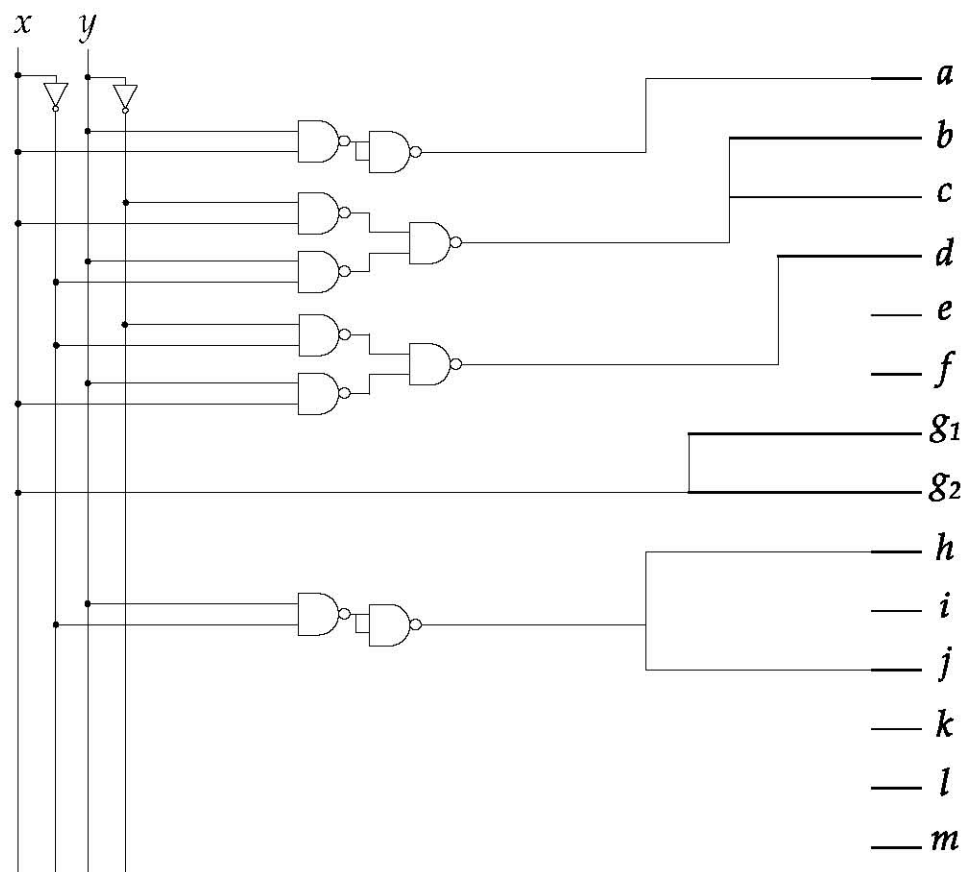


FIGURE C.1 – Logigramme du premier module de l'afficheur

C.2 Modélisation du motoréducteur

C.4: Écrire les équations, de (1) à (5) du système, décrites dans le document "Mise en situation, Données et Hypothèses" dans le domaine de Laplace (avec conditions initiales nulles).

$$V(p) = rI(p) + \ell pI(p) + E(p) \quad ; \quad C_m(p) = Jp\Omega_m(p) + f\Omega_m(p) + C_r(p)$$

$$E(p) = K_e\Omega_m(p) \quad ; \quad C_m(p) = K_mI(p) \quad ; \quad \theta(p) = \frac{1}{p}\Omega_m(p)$$

C.5: Compléter le schéma fonctionnel de la figure C.2.

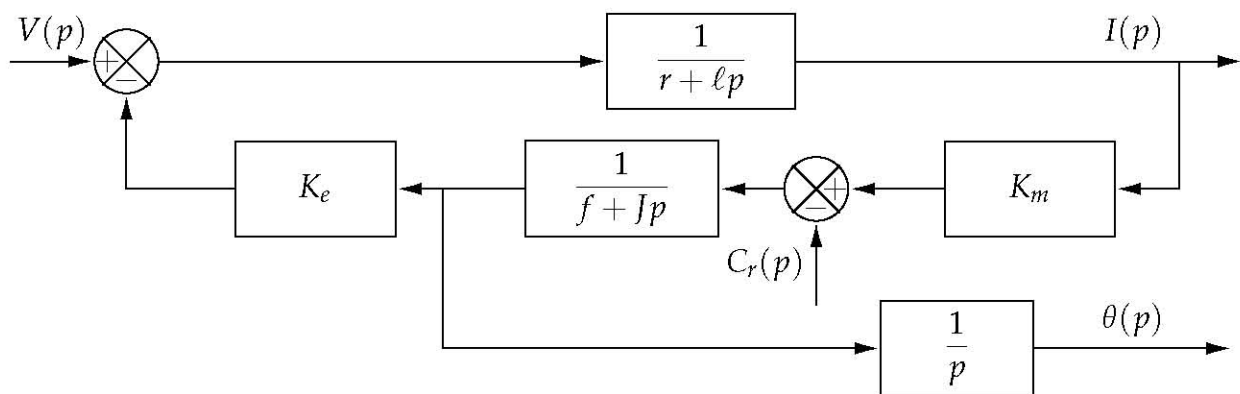
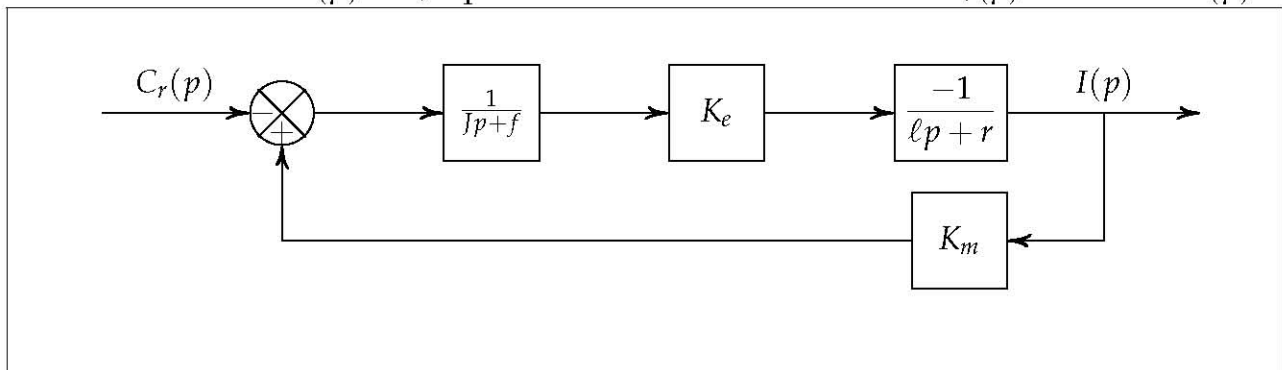


FIGURE C.2 – Schéma-bloc du moteur

C.6: Pour $C_r(p) = 0$, déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $G_1(p) = \frac{I(p)}{V(p)}$.

$$G_1(p) = \frac{\frac{1}{\ell p + r}}{1 + \frac{K_m K_e}{(\ell p + r)(Jp + f)}} = \frac{(Jp + f)}{(\ell p + r)(Jp + f) + K_e K_m}$$

C.7: Dans le cas où $V(p) = 0$, représenter le schéma-bloc d'entrée $C_r(p)$ et de sortie $I(p)$



C.8: Pour $V(p) = 0$, déterminer la fonction de transfert en boucle fermée $G_2(p) = \frac{I(p)}{C_r(p)}$.

$$G_2(p) = \frac{K_e}{1 + \frac{K_e K_m}{(\ell p + r)(Jp + f)}} = \frac{K_e}{(\ell p + r)(Jp + f) + K_e K_m}$$

C.9: Dédurre l'expression du courant $I(p) = f(V(p), C_r(p))$

par le principe de superposition : $I(p) = G_1(p) \cdot V(p) + G_2(p) \cdot C_r(p)$

$$I(p) = \frac{(Jp + f)}{(\ell p + r)(Jp + f) + K_e K_m} \cdot V(p) + \frac{K_e}{(\ell p + r)(Jp + f) + K_e K_m} \cdot C_r(p)$$

C.3 Étude de la boucle d'asservissement de courant

Dans ce qui suit on considère que $C_r(p) = 0$. La boucle d'asservissement de courant est donnée par le schéma de la figure (C.3) avec K_1 et τ_1 sont des constantes strictement positives. Nous utilisons un capteur de courant de gain K_c .

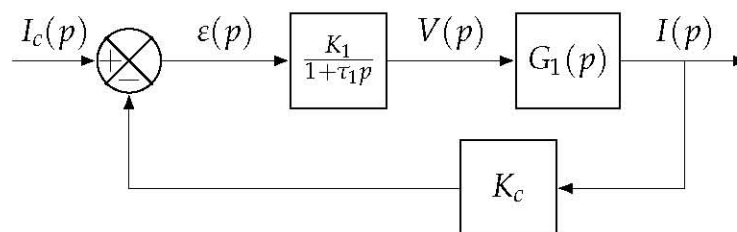


FIGURE C.3 – Boucle d'asservissement de courant

C.10: Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte $T_1(p)$.

$$T_1(p) = \frac{K_1}{1 + \tau_1 p} \cdot G_1(p) \cdot K_c = \frac{K_1 K_c (Jp + f)}{(1 + \tau_1 p)[(\ell p + r)(Jp + f) + K_e K_m]}$$

C.11: Quelle est la classe du système ? Justifier.

le système est de classe 0 car il n'y a pas d'intégrateur dans la boucle ouverte.

C.12: Calculer l'erreur statique de position si $I_c(t) = 0.5\Gamma(t)$ où $\Gamma(t)$ représente l'échelon unitaire.

le gain de la boucle ouverte étant $G_{BO} = \frac{K_1 K_c f}{rf + K_e K_m}$,

il s'en suit que l'erreur statique de position sur le courant : $\varepsilon_{cp}(\infty) = \frac{0.5}{1 + G_{BO}}$

C.13: Quelle est la condition sur τ_1 pour compenser le zéro de la fonction de transfert de la boucle ouverte $T_1(p)$ de l'asservissement de courant ?

pour compenser le pôle de $T_1(p)$ on doit avoir $\tau_1 = \frac{J}{f}$

On aura ainsi $T_1(p) = \frac{K_1 K_c f}{(\ell p + r)(Jp + f) + K_e K_m}$

C.14: Déterminer, dans ce cas, la fonction de transfert en boucle fermée $H_1(p)$.

$$H_1(p) = \frac{\frac{K_1 f}{(\ell p + r)(Jp + f) + K_e K_m}}{1 + \frac{K_1 K_c f}{(\ell p + r)(Jp + f) + K_e K_m}} = \frac{K_1 f}{(\ell p + r)(Jp + f) + K_e K_m + K_1 K_c f}$$

C.15: Étudier ainsi la stabilité de l'asservissement de courant en fonction de K_1 .

$$H_1(p) = \frac{K_1 f}{(\ell p + r)(Jp + f) + K_e K_m + K_1 K_c f} = \frac{K_1 f}{J\ell p^2 + (\ell f + rJ)p + rf + K_e K_m + K_1 K_c f}$$

Il s'agit ainsi d'un système du second ordre dont les coefficients sont issus d'une modélisation physique (tous positifs) et que K_1 est aussi strictement positif. Ce système sera toujours stable.

C.4 Étude de la boucle d'asservissement de position

Dans ce qui suit, on s'intéresse à la sortie position angulaire et toujours avec un couple résistant $C_r(p) = 0$.

Le système de fonction de transfert $G(p)$ est commandé par un régulateur $R_2(p)$ comme le montre le schéma de la figure (C.4) :

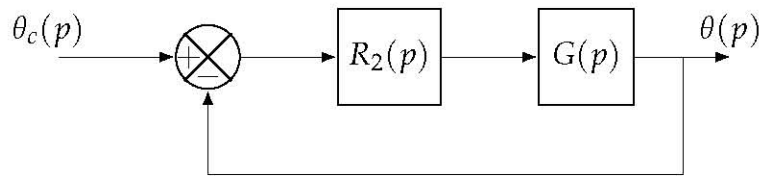


FIGURE C.4 – Boucle d'asservissement de la position

Pour une correction proportionnelle, $R_2(p) = K_2 = 1$, des essais harmoniques sur le système ayant la fonction de transfert en boucle ouverte $T_2(p) = R_2(p)G(p)$ ont donné les résultats présentés sur le tableau suivant :

$\omega [rad/s]$	0.05	0.1	0.2	0.5	0.8	1.1	1.3	1.5	1.8	2	2.5
$ T_2(j\omega) [dB]$	26	20	16	13	11.5	8.5	6.2	4	2.4	0	-5
$Arg\{T_2(j\omega)\} [^\circ]$	-92	-105	-112	-128	-136	-146	-154	-162	-166	-172	-180

C.16: Exploiter le tableau ci-dessus pour déterminer les marges de gain et de phase du système, justifier.

$$|T_2(j\omega)| = 0dB \rightarrow \Delta\phi = 180 + Arg(T_2(j\omega)) = 8^\circ$$

$$Arg(T_2(j\omega)) = -180^\circ \rightarrow \Delta G = -|T_2(j\omega)| = 5dB$$

C.17: Conclure quant-à la stabilité du système.

Les marges sont positives, le système est stable.

C.18: Quelle est la valeur de l'erreur statique de position unitaire ?

d'après les valeurs des phases à $(\omega \rightarrow 0)$ on peut deviner que le système présente une intégration ($Arg(T_2(j\omega)) \rightarrow 90^\circ$), ainsi le système est de classe 1 et l'erreur statique de position va être nulle.

Dans ce qui suit, nous allons considérer $R_2(p) = K_2 = 6.25$ et $G(p) = \frac{80}{p(p+0.5)(p+20)}$. Ainsi nous avons une erreur statique de 2% en réponse à une rampe unitaire. Nous désirons conserver une telle performance, mais le système est instable.

C.19: En se référant aux diagrammes de Bode de la figure C.5, expliquer où apparaît cette instabilité.

Comme illustré sur les diagrammes de Bode, les marges sont négatives.

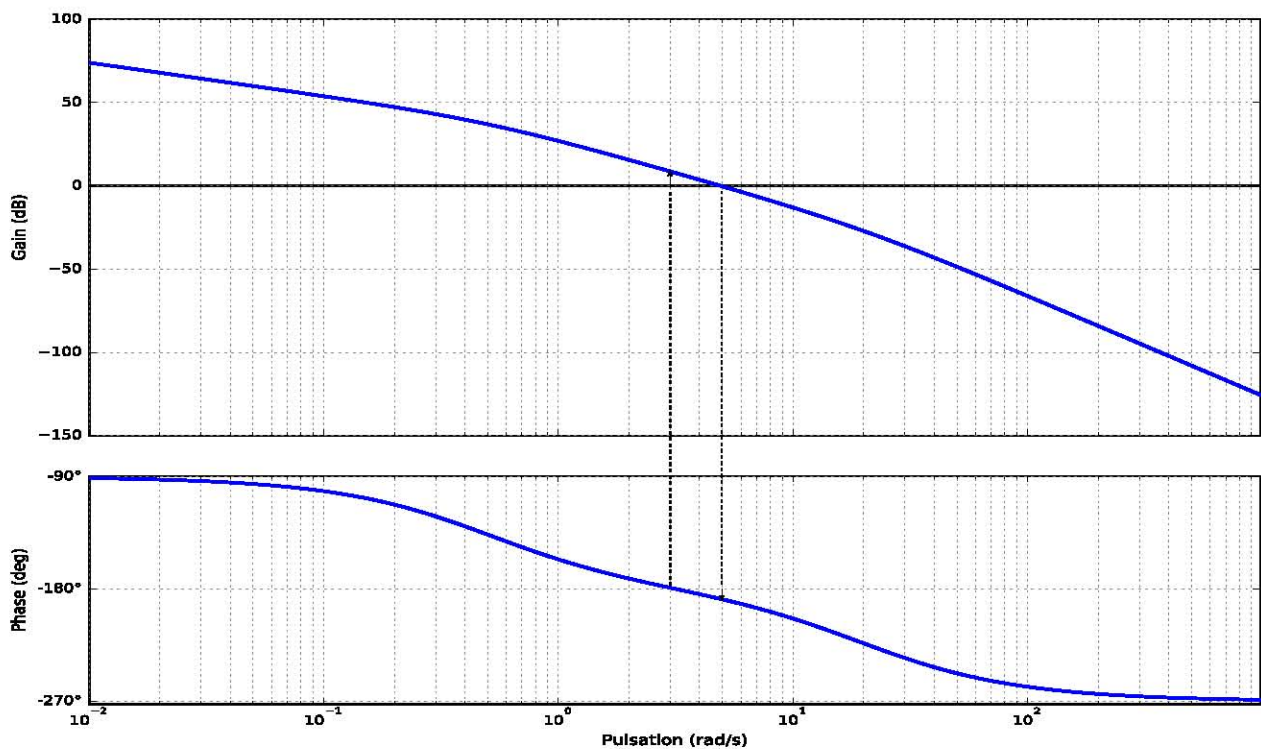


FIGURE C.5 – Diagrammes de bode de la boucle d'asservissement de position.

Afin de rendre le système stable, on utilise le correcteur schématisé par le circuit électrique de la figure (C.6) :

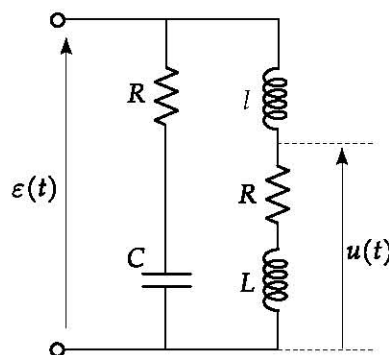


FIGURE C.6 – Schéma électrique du régulateur.

C.20: Déterminer la fonction de transfert du correcteur $R_2(p) = \frac{U(p)}{\varepsilon(p)}$ et la mettre sous la forme : $K \frac{p+a}{p+b}$ tout en précisant K , a et b .

$$\varepsilon(t) = l \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} \quad \text{et} \quad u(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} \quad \text{la transformée de Laplace}$$

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon(p) &= (l+L)pI(p) + RI(p) = ((l+L)p + R)I(p) \\ U(p) &= RI(p) + LpI(p) = (R + Lp)I(p) \end{aligned} \right\} \frac{U(p)}{\varepsilon(p)} = \frac{Lp + R}{(l+L)p + R}$$

$$\text{d'où } R_2(p) = \frac{Lp + R}{(l+L)p + R} = \frac{L}{(l+L)} \frac{p + (R/L)}{p + (R/(l+L))}$$

$$\text{ainsi } K = \frac{L}{(l+L)} ; a = R/L ; b = R/(l+L)$$

C.21: Calculer la valeur de l'inductance L si $R = 1\Omega$ et $a = 20$.

$$a = R/L \text{ d'où } L = R/a \quad \text{A.N.} \quad L = 1/20 = 0.05H$$

C.22: Déterminer la nouvelle fonction de transfert en boucle ouverte $T_2(p)$ et celle en boucle fermée $H(p)$

$$T_2(p) = R_2(p)G(p) = K \frac{(p+a)}{(p+b)} \frac{80}{p(p+0.5)(p+20)} = \frac{80K}{p(p+b)(p+0.5)}$$

$$H(p) = \frac{T_2(p)}{1 + T_2(p)} = \frac{80K}{p(p+b)(p+0.5) + 80K}$$

C.23: Étudier la stabilité du système en boucle fermée en fonction de K et b pour $a = 20$.

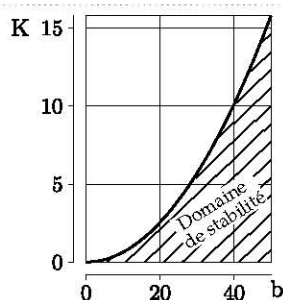
Le dénominateur de $H(p)$ est $D(p) = p^3 + (b+0.5)p^2 + 0.5bp + 80K$
ainsi pour satisfaire la première condition du critère de Routh $K > 0$ et $b > 0$
pour la deuxième condition on dresse le tableau:

p^3	1	$0.5b$	0
p^2	$b+0.5$	$80K$	0
p	A	0	
1	$80K$		

$$\text{avec } A = \frac{((b+0.5)0.5b - 80K)}{(b+0.5)} > 0 \text{ ce qui donne } K < \frac{0.5b(b+0.5)}{80}$$

$$\text{Le système est stable ssi } b > 0 \quad \text{et} \quad 0 < K < \frac{0.5b(b+0.5)}{80}$$

C.24: Représenter le domaine de stabilité $K = f(b)$.



Dans la suite il faut faire abstraction à l'origine électrique du correcteur, on gardera seulement sa forme $K \frac{p+a}{p+b}$.

C.25: Calculer la valeur de K qui assure une marge de gain de 14dB si $b = 40$.

$$T_2(p) = \frac{80K}{p^3 + 40,5p^2 + 20p}$$

$$T_2(j\omega) = \frac{80K}{-40,5\omega^2 + j(20\omega - \omega^3)}$$

$$|T_2(j\omega)|_{dB} = 20 \log \frac{80K}{\sqrt{(-40,5\omega^2)^2 + (20\omega - \omega^3)^2}}$$

$$\text{Arg}(T_2(j\omega)) = -\arctan\left(\frac{\omega^3 - 20\omega}{40,5\omega^2}\right) = -\arctan\left(\frac{\omega^2 - 20}{40,5\omega}\right)$$

$$\text{Arg}(T_2(j\omega_a)) = -180 \Rightarrow \frac{\omega_a^2 - 20}{40,5\omega_a} = 0$$

ainsi $\omega_a = \sqrt{20} \text{ rad/s}$

$$MG = 14\text{dB} = -20 \log \frac{80K}{40,5\omega_a^2} = -20 \log \frac{80K}{40,5 \times 20}$$

Ce qui donne : $K = \frac{40,5 \times 20}{80} \times 10^{-0,7}$ Soit $K = 2,02$

C.26: Calculer l'erreur statique de position et de traînage unitaire pour $b = 40$.

$$\text{FTBO: } T_2(p) = \frac{80K}{p(p+0,5)(p+40)}$$

système de classe 1 $\Rightarrow e_p(\infty) = 0$

et $e_v(\infty) = \frac{1}{4K}$

C.27: Pour quelle valeur de K a-t-on une erreur de traînage de 2% ?

$$e_v(\infty) = 0,02 = \frac{1}{4K} \Rightarrow K = 12,5$$

C.28: Conclure quant aux performances du système vis à vis de cette correction.

Le système est instable aucune performance n'est à considérer.