

Université de Sfax
Institut Préparatoire aux Etudes d'ingénieurs de Sfax

Matière : Analyse.

Section : PB

A.U : 2017 – 2018

Devoir de Contrôle du 1^{ère} Semestre Durée : 1^H
(Documents non autorisés)

Exercice 1 :

On considère les suites $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définies par :

$$U_0 = 2, \quad V_0 = \frac{1}{3} \text{ et } \forall n \in \mathbb{N}, \quad \begin{cases} U_{n+1} = U_n + 3V_n \\ V_{n+1} = 2U_n + 2V_n \end{cases}$$

- 1) Calculer U_1 et V_1
- 2) Exprimer U_{n+2} en fonction de U_{n+1} , U_n et V_n .
En déduire que $U_{n+2} = 3U_{n+1} + 4U_n$, puis exprimer U_n en fonction de n .
- 3) En déduire V_n en fonction de n .

Exercice 2 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

On considère la fonction : $f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$

- 1) Déterminer l'ensemble de définition D de la fonction f .
- 2) Calculer les limites suivantes :

a)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\ln x}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{\ln x}$$

c)

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\ln x}$$

- 3) Déduire que la courbe représentative de la fonction f admet une branche parabolique parallèle à $(O, \vec{i})$.
- 4) Démontrer que la courbe représentative de la fonction f admet une asymptote verticale.
- 5) Calculer la dérivée de la fonction f et étudier son signe.
- 6) Etablir le tableau de variation de la fonction f .
- 7) Tracer la courbe représentative de f .

Exercice 3 :

- 1) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction de deux variables suivante :
 $f : (x, y) \mapsto x^2 y \cos(2x + y)$.
- 2) Calculer les dérivées partielles au point (x, y) de f .