

DEVOIR DE SYNTHESE N°1
(DUREE : 3h)

N.B: Il sera tenu compte de la présentation des copies.

Exercice 1 :

Soit un point matériel mobile M dans un référentiel galiléen. Ses coordonnées rapportées à un système d'axes R (O, x, y, z) sont :

$$X=2t$$

$$Y=t^2-1$$

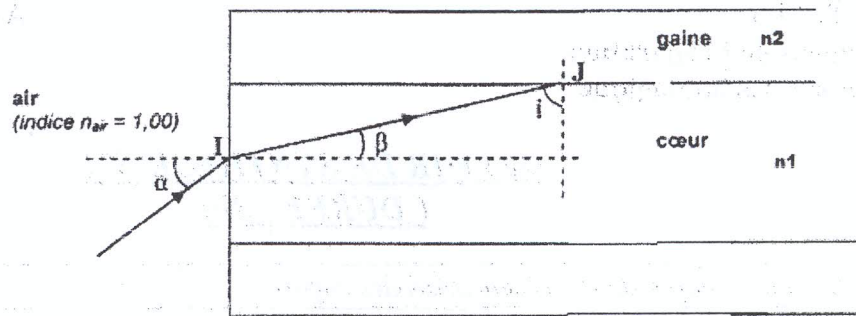
$$Z=0$$

- 1) Etablir l'équation de la trajectoire de M, préciser sa nature.
- 2) Donner l'expression du vecteur vitesse ainsi que son module.
- 3) Quelle est la nature du mouvement du point M ? Justifier.
- 4) Donner l'expression de l'accélération ainsi que son module.
- 5) Déterminer les expressions de $\vec{T}$ et $\vec{N}$: vecteurs unitaires respectivement tangent et normal au point M à la trajectoire.
- 6) Donner l'expression de la composante tangentielle de l'accélération de M.
- 7) Donner l'expression de la composante normale de l'accélération de M.
- 8) Déduire le rayon de courbure R_c de la trajectoire.

Exercice 2 :

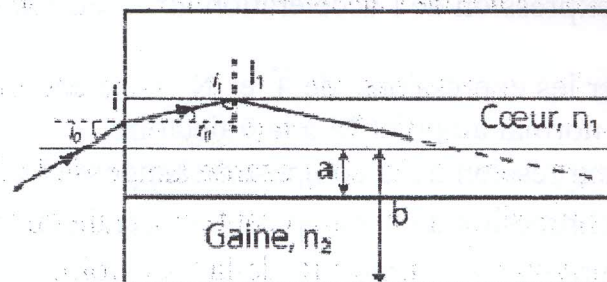
Pour guider la lumière dans une direction donnée, on réalise des fibres optiques : longs fils cylindriques. La lumière suit la direction moyenne de l'axe grâce au phénomène de réflexion totale, à condition que le faisceau incident ait une ouverture angulaire convenable. Dans le modèle qui suit, on considère que la fibre est constituée d'un cœur cylindrique de rayon a, d'indice $n_1 = 1,510$ et d'une gaine de rayon extérieur b, d'indice $n_2 = 1,495$.

Un rayon incident se propage dans l'air dans un plan axial de la fibre et arrive en I sur une extrémité de la fibre, sous un angle d'incidence α . On note i l'angle que fait le rayon avec la normale séparant la gaine du cœur.



Vue en coupe d'une fibre optique

- 1) Calculer les angles α et β sachant que l'angle $i = 60^\circ$.
- 2) Tracer la marche du rayon lumineux jusqu'à sa sortie du cylindre.
- 3) Un rayon lumineux arrivant de l'air, d'indice de réfraction $n_{\text{air}}=1$, sous une incidence i_0 , pénètre dans le cœur d'une fibre optique d'indice de réfraction n_1 comme le montre la figure suivante :



- a. Exprimer le sinus de l'angle de réfraction r_0 en fonction de n_1 et de l'angle d'incidence i_0 .
- b. L'angle d'incidence sur la surface de séparation cœur - gaine est i_1 . Donner la relation entre i_1 et r_0 et exprimer $\cos i_1$ en fonction de n_1 et i_0 .
- c. L'indice de la gaine a pour valeur n_2 ($n_2 < n_1$). Exprimer le sinus de l'angle de réfraction limite λ entre les milieux d'indices n_2 et n_1 .
- d. Trouver la condition pour qu'un rayon lumineux puisse se propager dans la fibre.

Problème :

- Les conditions de l'approximation de Gauss sont supposées remplies.
- L'axe optique est orienté dans le sens de propagation de la lumière se propageant de gauche à droite.

-Les objets et les images perpendiculaires à l'axe optique sont mesurés algébriquement sur l'axe orienté vers le haut de la page.

I-Etude d'une lentille mince convergente (L_1)

On considère une lentille mince convergente (L_1) caractérisée par son centre optique O_1 , par sa distance focale image $f'_1 = 10$ mm et par ses deux foyers objet F_1 et image F'_1 . Un objet AB est placé perpendiculairement à l'axe optique à une distance de 50 mm devant (L_1).

1)

- a. Calculer la vergence de la lentille et donner son unité.
- b. Par quelle expérience simple peut-on vérifier la distance focale de la lentille.

2) Quelle est la nature de l'objet AB ?

3) Déterminer la position, le grandissement γ_1 , le sens et la nature de l'image A_1B_1 donnée par (L_1).

4) Faire une construction géométrique de A_1B_1 , image de l'objet AB à travers (L_1).

II- Principe de l'endoscope

Un endoscope est un instrument d'optique utilisé en médecine permettant l'observation des appareils digestif et respiratoire. Le tube de l'endoscope est constitué par l'objectif (L_1) et l'oculaire (L_2): lentille mince convergente caractérisée par son centre optique O_2 distant de 40 mm de O_1 , par sa distance focale image $f'_2 = 20$ mm et par ses deux foyers objet F_2 et image F'_2 .

1) Déterminer la position, le grandissement γ_2 , le sens et la nature de l'image A_2B_2 de A_1B_1 donnée par l'oculaire (L_2).

2)

- a. Où faut-il placer l'oculaire (L_2) pour que l'œil puisse observer l'image A_2B_2 de A_1B_1 à travers (L_2) sans accommodation ?
- b. Faire dans ce cas une construction géométrique.

3) En déduire le grandissement total γ de l'endoscope.

4) Faire une construction géométrique de toutes les images formées par cet instrument.

La lentille convergente (L_1) de centre optique O_1 et de distance focale image f'_1 est, en réalité, constituée de deux lentilles minces (L_3) et (L_4) accolées. La lentille (L_3) est convergente et de distance focale image $f'_3 = 2$ mm. La lentille (L_4) est divergente et de distance focale image f'_4 . On admet que les centres optiques des deux lentilles accolées (L_3) et (L_4) sont pratiquement confondus avec le point O_1 .

5) Donner la relation entre f'_1 , f'_3 et f'_4 .

6) Calculer alors f'_4 et justifier son signe.

Bonne chance