

Math. / Algèbre

[D.C.N°1]

N.B.S.V.P. : il est préférable que pour chaque question la réponse définitive soit soulignée (ou encadrée).

Exercice 1 :

Donner une réponse réduite par **Vrai** ou **Faux** pour chacun des énoncés suivants :

- 1) L'application f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ telle que pour tout x de $\mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 6$, est injective.
- 2) L'application f précédente est surjective.
- 3) On peut trouver une application à la fois n'est pas surjective et n'est pas injective.
- 4) Toute application à la fois injective et surjective est alors bijective.
- 5) L'application g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ telle que pour tout x de $\mathbb{R}$, $g(x) = 2x + 3$, n'est pas bijective.

Exercice 2 : Soit les deux matrices A et B de $M_2(\mathbb{R})$ suivantes,

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 7 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad N = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ 8 & 10 \end{bmatrix}$$

- 1) Déterminer la matrice $A + N$.
- 2) Déterminer la matrice produit AN .

[Rappel : le coefficient de la $i^{\text{ème}}$ ligne et $j^{\text{ème}}$ colonne de AN est le produit de la $i^{\text{ème}}$ ligne de A avec la $j^{\text{ème}}$ colonne de N].

- 3) a) Déterminer la matrice $2A$.
b) Déterminer la matrice A^2 .
- 4) i) Déterminer une matrice $B = \begin{bmatrix} a & c \\ b & d \end{bmatrix}$ de $M_2(\mathbb{R})$ telle que $AB = I_2$ (où $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$).
ii) Dédire que A est inversible et la matrice inverse A^{-1} de A .
- 5) Retrouver cette matrice inverse de A par une autre méthode (on peut utiliser la méthode des transformations élémentaires sur les lignes).

Bonne chance