

DEVOIR DE SYNTHESE N°1
(DUREE : 2h)

N.B.: *Il sera tenu compte de la présentation des copies.

*L'usage des calculatrices est autorisé.

Exercice 1 :

Un point matériel M se déplace sur la courbe définie par les équations horaires suivantes :

$$X = a(1 + \cos \omega t)$$

$$Y = a \sin \omega t \quad \text{où } \omega \text{ et } a \text{ sont des constantes positives.}$$

$$Z = 0$$

X, Y, Z désignent les coordonnées cartésiennes du point M à l'instant t.

- 1) Déterminer l'équation de la trajectoire du point M, préciser sa nature.
- 2) Donner l'expression du vecteur vitesse $\vec{v}$ et celle de son module.
- 3) Donner l'expression de l'accélération $\vec{\gamma}$. Préciser son sens.
- 4) Calculer les composantes tangentielle et normale de l'accélération. En déduire le rayon de courbure de la trajectoire.

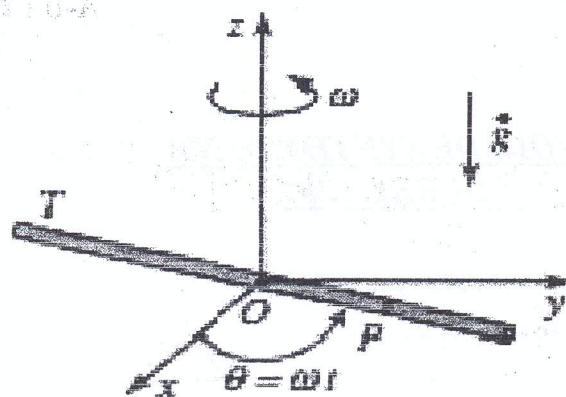
Exercice 2 :

On considère une bille ponctuelle P, susceptible de se déplacer à l'intérieur d'un tube cylindrique mince T situé dans le plan horizontal (xoy) et tournant avec une vitesse angulaire ω constante autour de l'axe (oz) d'un repère orthonormé direct R (oxyz) de base orthonormée directe $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, supposé galiléen. La position de P dans le tube est repérée par :

$$\vec{r} = \overrightarrow{OP} ; r(t) = \|\vec{r}\| = r_0 e^{\omega t} \quad \text{où } \omega \text{ et } r_0 \text{ sont des constantes positives.}$$

On attache au tube T un référentiel mobile R'(ox'y'z') de base orthonormée directe $(\vec{i}', \vec{j}', \vec{k}')$ tel que $\vec{i}'$ est un vecteur unitaire parallèle à T.

Tous les vecteurs doivent être exprimés dans la base $(\vec{i}', \vec{j}', \vec{k}')$ du repère R'.



Partie A

- 1) Déterminer la vitesse de la bille P par rapport à R' .
- 2) Déterminer la vitesse d'entraînement de R' par rapport à R .
- 3) Déduire les composantes de la vitesse de la bille P par rapport à R .

Partie B

- 1) Déterminer l'accélération de P par rapport à R' .
- 2) Déterminer l'accélération d'entraînement de R' par rapport à R .
- 3) Déterminer l'accélération de Coriolis de la bille P .
- 4) Déduire les composantes de l'accélération de P par rapport à R .

Partie C

On s'intéresse au mouvement absolu de la bille P .

- 1) Trouver l'équation de la trajectoire de P dans R .
- 2) Etablir la loi horaire $S(t)$ du mouvement ($S(t)$ étant l'abscisse curviligne de P).
L'origine du mouvement est pris à $t = 0$.

- 3) Déterminer le vecteur unitaire $\vec{T}$ tangent à la trajectoire de la particule P dans R .
- 4) Déterminer le rayon de courbure de la trajectoire dans R .
- 5) En déduire les expressions des vecteurs normal $\vec{N}$ et binormal $\vec{B}$ de la base du repère de Frenet-Serret lié au mouvement de la particule P dans R .

Exercice 3 :

-L'axe optique est orienté dans le sens de propagation de la lumière se propageant de gauche à droite.

-Les conditions de l'approximation de Gauss sont supposées remplies.

Partie I

Un endoscope est un instrument d'optique utilisé en médecine pour l'observation des appareils digestif et respiratoire. Le tube de l'endoscope comporte un objectif (L) et un oculaire (L') assimilées à deux lentilles minces convergentes de centres optiques respectifs O et O' distants de 40 mm, et de distances focales images respectives 10 mm et 20 mm.

Un objet droit AB est placé perpendiculairement à l'axe optique à une distance de 50 mm avant l'objectif (L).

- 1) Déterminer la position, le grandissement γ_1 , le sens et la nature de l'image A_1B_1 de AB donnée par l'objectif (L).
- 2) Déterminer la position, le grandissement γ_2 , le sens et la nature de l'image $A'B'$ de A_1B_1 donnée par l'oculaire (L').
- 3) En déduire le grandissement total γ de l'endoscope.
- 4) Faire une construction géométrique de toutes les images formées par cet instrument.

Partie II

La lentille convergente (L) de centre optique O et de distance focale image $f' = 10$ mm est, en réalité, constituée de deux lentilles minces (L_1) et (L_2) accolées. La lentille (L_1) est convergente, de distance focale image $f'_1 = 2$ mm et de centre optique O_1 . La lentille (L_2) est de distance focale image f'_2 et de centre optique O_2 .

On admet que les centres optiques des deux lentilles (L_1) et (L_2) sont pratiquement confondus avec le point O.

- 1) Donner la relation entre f' , f'_1 et f'_2 .
- 2) Calculer alors f'_2 et en déduire le type de la lentille (L_2).

Bonne chance