

Exercice N° 1 :

Soit la suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par son premier terme $U_0 \in \mathbb{R}$ et la relation de récurrence :

$$\forall n \in \mathbb{N}; U_{n+1} = aU_n + b \text{ ou } a \text{ et } b \text{ sont deux réels.}$$

1^{ier} cas : $a = 1 ; b = \ln(\frac{1}{3})$.

a) Exprimer U_n en fonction de n et U_0 puis déduire la limite de U_n au voisinage de l'infini.

2^{ième} cas : $a = 2 ; b = 0$.

a) Exprimer U_n en fonction de n et U_0 puis déduire la limite de U_n au voisinage de l'infini .

b) Calculer $\sum_{i=0}^n U_i$ en fonction de n et U_0 .

3^{ième} cas : $a = 2 ; b = \ln(\frac{1}{3})$.

On pose $V_n = U_n - \frac{b}{1-a}$.

a) Montrer que V_n est une suite géométrique .

b) Déduire l'expression de U_n en fonction de n et U_0 .

c) Calculer $\sum_{i=0}^n U_i$ en fonction de n et U_0 .

Exercice N° 2 :

$$\text{Soit } f(x) = \ln(2 + e^{-\frac{1}{x}})$$

1°) Trouver le domaine de définition de f .

2°) Calculer les limites suivantes :

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

c) $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.

d) $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$.

3°) Calculer $f'(x)$ et faire un tableau de variation.

4°) Tracer la courbe représentative de f .