

Math. / Algèbre

[D.C.N°1]

N.B.S.V.P. : il est préférable que pour chaque question la réponse définitive soit soulignée (ou encadrée).

Exercice 1 : Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

1) Montrer en raisonnant par récurrence que,

$$\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$$

2) Calculer la somme $S_1 = \sum_{k=0}^n ((k+1)^3 - k^3)$.

3) Dédurre alors la somme $S_2 = \sum_{k=0}^n k^2$.

4) Dédurre la somme $S_3 = \sum_{k=0}^n k(k+1)$.

Exercice 2 : Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et $x \in \mathbb{R}$.

1) Montrer que,

$$(1 + e^{ix})^n = 2^n (\cos(x/2))^n e^{inx/2}$$

(Indication : $1 = e^{i0}$).

2) Dédurre $\sum_{k=0}^n C_n^k \cos(kx)$ et aussi $\sum_{k=0}^n C_n^k \sin(kx)$.

Bonne Chance