

Math. / Algèbre

D.C.N°2

Exercice 1 : Soit la matrice A dans $M_3(\mathbb{R})$ suivante ,

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 3 & -2 & 8 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

1) Calculer le déterminant de A par trois méthodes différentes.

2) Soit le système, $(S) : \begin{cases} x - y + 3z = 0 \\ 3x - 2y + 8z = 0 \\ 2x + y + 2z = 0 \end{cases}$ où $x, y, z \in \mathbb{R}$

- a) Ce système (S) est-il de Cramer ?
- b) Déterminer les solutions de ce système.

Exercice 2 : Soit le polynôme f défini de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par,

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - 3, \quad \text{pour tout } x \text{ dans } \mathbb{R}$$

- 1) a) Donner le degré de f .
- b) Donner le coefficient dominant de f .
- 2) Calculer le polynôme dérivé f' de f .
- 3) a) Prouver que 1 est une racine double de f .
- b) Prouver que 3 est une racine simple de f .
- 4) Dédire la factorisation $f(x) = (x-1)^2 (x-3)$, pour tout x dans $\mathbb{R}$.
- 5) Dédire les x tel que $f(x) < 0$.