

Université de sfax

Institut Préparatoire aux Etudes d'ingénieurs de Sfax

—Matière:Analyse .

Section : PB

A.U : 2024/2025

Devoir de Contrôle N°2

Durée : 1 h

N.B : Aucun document n'est autorisé et l'usage de la calculatrice est interdit.

EXERCICE N° 1 :

Calculer les primitives suivantes.

$$\int \frac{x+1}{x^2+1} dx; \quad \int x \sin(x^2+1) dx; \quad \int \arccos x dx; \quad \int \frac{dx}{x^2+2x+5}$$

EXERCICE N° 2 :

On considère la fonction définie sur $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ par : $x \mapsto f(x) = e^{\frac{1}{x} \ln(1+\sin x)}$ si $x \neq 0$

et $f(0) = \lambda$ réel fixé.

- 1) Calculer le développement limité à l'ordre 3 au voisinage de 0 de $\ln(1 + \sin x)$.
- 2) Dédire le développement limité à l'ordre 2 au voisinage de 0 de f .
- 3) Déterminer le réel λ pour que f soit continue en 0.
- 4) Donner une équation de la tangente à la courbe représentative de f au point $(0, f(0))$ et préciser la position de la courbe par rapport à sa tangente au voisinage de ce point.

$$\text{On donne : } \sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots \dots (-1)^p \frac{x^{(2p+1)}}{(2p+1)!} + O(x^{2p+1})$$

$$\ln(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots \dots (-1)^{p-1} \frac{x^p}{p} + O(x^p).$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots \dots + \frac{x^n}{n!} + O(x^n)$$

EXERCICE N° 3 :

$$\text{Soit } G(x) = \frac{1}{2} \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{\ln(t)}{1+t^2} dt.$$

- 1) Montrer que G est définie et de classe C^1 sur $\mathbb{R}_+^*$.
- 2) a / Calculer $G'(x)$ pour tout x appartient à $\mathbb{R}_+^*$.
b / Calculer $G(1)$ puis déduire que $G(x) = 0$ pour tout $x > 0$.